Studien zur
Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte
der Mathematik

Herausgegeben von

Michael Otte, Bielefeld
Ivo Schneider, München
Hans-Georg Steiner, Bielefeld

Band 7

Volker Peckhaus

Hilbertprogramm und Kritische Philosophie

Das Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie

13 Abbildungen

Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Peckhaus, Volker:
Hilbertprogramm und Kritische Philosophie: das Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie / Volker Peckhaus. – Göttingen: Vandenhoeck u. Ruprecht, 1990
(Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik; Bd. 7)
ISBN 3-525-40314-3
NE: GT

D 29

Druck: Hubert & Co., Göttingen

Vorwort

Die Ursprünge der hier vorgelegten Arbeit liegen im Herbst 1984, als mir Christian Thiel das Angebot machte, in dem von ihm geplanten DFG-Forschungsprojekt „Fallstudien zur Begründung einer Sozialgeschichte der formalen Logik" mitzuarbeiten. Der Plan für dieses Projekt war aus der Einsicht in die Defizienz der traditionellen, nahezu ausschließlich problem- und ideengeschichtlich orientierten Logikgeschichtsschreibung heraus entstanden und u.a. durch die Ergebnisse des in Bielefeld, Berlin und andernorts vertretenen Konzepts der „Sozialgeschichte der Mathematik" motiviert. Im Laufe einer mehr als vierjährigen fruchtbaren Zusammenarbeit wurde der methodologische Rahmen einer Sozialgeschichte wissenschaftlicher Disziplinen ausgearbeitet, in der Forschungsgruppe und im Erlanger logikhistorischen Kolloquium diskutiert sowie in Fallstudien, insbesondere zur Geschichte der Algebra der Logik in Großbritannien und in Deutschland, erprobt.

Ich habe in der hier vorgelegten Untersuchung versucht, das methodologische Konzept der Sozialgeschichte der Logik auf die Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung in Göttingen in den ersten beiden Jahrzehnten dieses Jahrhunderts zu übertragen. Ich knüpfe aber auch inhaltlich an die Projektarbeit an und führe sie gleichsam durch Ausweitung des Untersuchungszeitraums fort, denn die Entwicklung des frühen axiomatischen Programms in Göttingen war auch von zentraler Bedeutung für die Geschichte der formalen Logik. Die logischen Komponenten des frühen axiomatischen Programms sind Zeugnisse des Übergangs von der Algebra der Logik zur Logistik, der in jener Zeit in Göttingen mit einem ersten Schritt zur Institutionalisierung der mathematischen Logik durch Einrichtung eines entsprechenden Lehrauftrags verbunden war.

Die Arbeit wurde von Christian Thiel in allen Phasen ihres Entstehens durch vielfältige Hilfestellung und konstruktive Kritik gefördert. Er motivierte die Auswahl der Thematik nicht zuletzt durch seine Lehrveranstaltungen und seine eigenen Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung. Ich bin ihm für diese Unterstützung zu größtem Dank verpflichtet.

Für die Erlaubnis, den Bad Godesberger Teilnachlaß Leonard Nelsons zu benutzen, sei Frau Prof. Dr. Susanne Miller (Bonn) gedankt. Großzügige Unterstützung wurde mir auch von den im Quellenverzeichnis genannten Archiven und Bibliotheken gewährt, nicht zuletzt natürlich von den Mitarbeitern der Universitätsbibliothek Erlangen-Nürnberg, "that wonder of the philosophical world", wie sie aus berufenem Mund bezeichnet worden ist (Smith *1988*, 228).

Frühere Fassungen der Arbeit oder einzelne Abschnitte wurden von Eva Picardi (Bologna), Gregory H. Moore (Toronto), Karl Schuhmann (Utrecht), Ivor Grattan-Guinness (London), Hans-Joachim Dahms (Göttingen) und Klaus Sommer (Göttingen) gelesen. Ihnen sei für Hinweise und Kritik ebenso gedankt wie den Erlanger Kollegen Rüdiger Inhetveen, Rudolf Kötter und den Mitarbeitern der DFG-Arbeitsgruppe, insbesondere Thony Christie, mit denen Ergebnisse der Arbeit diskutiert werden konnten. Claudia Schorcht hat das Manuskript vollständig gelesen und wertvolle Hilfe bei der Schlußredaktion geleistet. Auch ihr sei hier herzlich gedankt.

Die Arbeit wurde im Januar 1990 von der Philosophischen Fakultät I (Philosophie, Geschichte, Sozialwissenschaften) der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg als Dissertation angenommen. Ich danke dem Verlag Vandenhoeck & Ruprecht und den Herausgebern der *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik* für die rasche Publikationszusage sowie der Philosophisch-Politischen Akademie, Frankfurt a.M., und ihrer Vorsitzenden Susanne Miller für die großzügige Gewährung eines Druckkostenzuschusses.

Erlangen, im Juli 1990 Volker Peckhaus

Inhalt

1 Einleitung

1.1 Themenstellung

Die vorliegende Untersuchung will einen Beitrag zur Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung leisten. Dabei wird die Entwicklung in Göttingen in der Zeit zwischen 1899 und dem Ersten Weltkrieg im Vordergrund stehen. Göttingen war eines der Zentren der Diskussion um die „Grundlagenkrise der Mathematik", die durch die Veröffentlichung der logischen und mengentheoretischen Antinomien ausgelöst worden war. In Göttingen hatte David Hilbert mit seinem Axiomatisierungskonzept aber schon zuvor ein Instrument geschaffen, das sich als geeignet zur Vermeidung dieser Antinomien erwies. Später wurde Göttingen zu einer der Hochburgen in der Auseinandersetzung zwischen Formalismus und Intuitionismus, und schließlich wurde hier eine bis nach dem Zweiten Weltkrieg dominierende, in der Whitehead-Russellschen Tradition stehende deutsche Spielart der mathematischen Logik entwickelt.

Diese Momente der Göttinger Grundlagenforschung sind untrennbar mit David Hilbert (1862–1943) und dem nach ihm benannten „Hilbertprogramm" verbunden. In seiner klassischen Ausgestaltung vereinigt dieses Programm drei wesentliche Forderungen:

- die Forderung nach Erstellung eines umfassenden Axiomensystems für ein jedes Gebiet der Mathematik;
- die Forderung nach einem Widerspruchsfreiheitsbeweis für jedes dieser Axiomensysteme, insbesondere aber für die grundlegenden Systeme der Arithmetik und der Mengenlehre;
- das Postulat der „Entscheidbarkeit einer jeden mathematischen Frage durch eine endliche Anzahl von Operationen" (Hilbert *1918*, 413) im Rahmen einer mit finiten Verfahren operierenden Beweistheorie.[1]

Historische Untersuchungen über das Hilbertprogramm konzentrieren sich üblicherweise auf den Zeitraum zwischen 1917 und 1931.[2] 1917 äußerte sich

[1] Zum Begriff des „Finitismus" vgl. Herbrand *1931*; englische Übersetzung in Herbrand *1971*, 282–298.

[2] So z.B. Thiel in seinem Artikel „Hilbertprogramm" in der *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie* (Thiel *1984b*). Siehe auch seine grundlegende Studie über *Grundlagenkrise und Grundlagenstreit* (Thiel *1972*, bes. 118–123), die eine Einordnung des Formalismus-Intuitionismus-Streits in den historischen Kontext der mathematischen Grundlagenforschung von den Anfängen bis ins 20. Jahrhundert bringt.

Hilbert nach 12 Jahren publizistischer Zurückhaltung in diesem Gegenstandsbereich erstmals wieder zu Grundlagenfragen. In dem Vortrag über „Axiomatisches Denken", den er am 11. September 1917 vor der Schweizerischen mathematischen Gesellschaft hielt,[3] bezog Hilbert eine eindeutige Position in der damals aktuellen grundlagentheoretischen Debatte. Diese Debatte war durch L.E.J. Brouwers Unterscheidung zwischen Intuitionismus und Formalismus forciert worden.[4] Einer der Unterstützer des Brouwerschen Standpunkts war Hermann Weyl, der von 1904 bis 1913 an der Universität Göttingen arbeitete und *1918* mit seiner Schrift über *Das Kontinuum* in die Diskussion eintrat. Das Jahr 1931 markiert „methodologisch wie inhaltlich einen Wendepunkt in der Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung."[5] In diesem Jahr nämlich veröffentlichte Kurt Gödel seinen Unvollständigkeitssatz, wonach jedes für die Darstellung der elementaren Zahlentheorie ausreichende und widerspruchsfreie formale System unvollständig ist und seine Widerspruchsfreiheit nicht mit den in ihm formalisierbaren Mitteln, geschweige denn mit schwächeren, bewiesen werden kann.[6] Damit war das Scheitern des ursprünglichen Hilbertprogramms manifestiert. Zögernd wurde dies auch in der Hilbert-Schule anerkannt und führte insofern zu einer Umorientierung in der praktischen Grundlegungsarbeit, als nunmehr eine „sachgemäße" Modifikation des finiten Standpunkts angestrebt wurde, um das „hauptsächliche Ziel, [den] Nachweis der Widerspruchsfreiheit für die übliche Analysis," doch noch erbringen zu können.[7]

Dieser mit den Jahren 1917 und 1931 gesetzte zeitliche Rahmen ergibt sich zwingend, wenn man mit dem technischen Terminus „Hilbertprogramm" das „Konzept einer Neubegründung der Mathematik durch den Nachweis ihrer Widerspruchsfreiheit mit Hilfe einer zu diesem Zwecke aufgebauten Beweistheorie", die mit finiten Mitteln operiert (Thiel *1984b*), bezeichnet. Nach dieser Definition wird sich die vorliegende Untersuchung mit der Vorgeschichte des „Hilbertprogramms" beschäftigen. Der Terminus „Hilbertprogramm" wird hier allerdings in einem weniger technischen Sinn verwendet. Auch die frühen Grundlagenarbeiten Hilberts, beginnend mit den „Grundlagen der Geometrie" (Hilbert *1899*), hatten programmatischen Charakter.

[3]Hilbert *1918*, wiederabgedruckt in Hilbert *1935*, 146–156. Kurzfassungen erschienen in Hilbert *1917a* und in französischer Sprache in Hilbert *1917b*.

[4]Brouwer *1912*, in englischer Übersetzung *1913* erschienen.

[5]Haas *1980a*, 785.

[6]Gödel *1931*; vgl. Haas *1980a* und zur historischen Einordnung Thiel *1972*, 123–129.

[7]Für eine zeitgenössische Beurteilung der Gödelschen Ergebnisse durch die Hilbert-Schule vgl. Bernays *1935*, Zit. dort 216. Zu Hilberts Reaktion auf Gödels Ergebnisse und den Briefwechsel zwischen Gödel und Bernays vgl. auch Dawson *1988* (Vorveröffentlichung: Dawson *1985b*), bes. 78 *f*.

Sie dienten der Formulierung eines Problems, dessen Lösung nicht oder nur teilweise ausgeführt, dessen Lösungsweg aber skizziert wurde.

Der hier gewählte Untersuchungszeitraum von der Jahrhundertwende bis zum Ersten Weltkrieg kann selbst wieder in zwei Phasen unterteilt werden. Am Beginn der ersten Periode von 1899 bis 1903 steht Hilberts Formulierung des Axiomensystems für die Euklidische Geometrie. Dieses geometrische Axiomensystem impliziert insofern das Programm einer axiomatischen Grundlegung der Mathematik, als dort die Widerspruchsfreiheit der geometrischen Axiome auf die Widerspruchsfreiheit der Arithmetik zurückgeführt wird. In dieser Phase wird eine Begründung der Arithmetik als Grundlagendisziplin der Mathematik mit rein mathematischen Mitteln angestrebt. Der appellative Charakter dieses Programms wird besonders deutlich durch die Aufnahme des Konsistenzbeweises für die arithmetischen Axiome unter die „Mathematischen Probleme", die Hilbert auf dem Internationalen Mathematiker-Kongreß in Paris im Jahre 1900 vorstellte.[8] In der zweiten Phase von 1903 an wurde das axiomatische Programm durch die Frage nach der „Natur der Axiome" um ein erkenntnistheoretisches Moment erweitert, die Entwicklung einer instrumentellen Logik gefordert, und es wurden Axiomatisierungsmodelle für Teildisziplinen der Mathematik ausgearbeitet, als deren wichtigstes Ernst Zermelos Axiomatik der Mengenlehre zu nennen ist.[9] Programmschrift dieser „philosophischen Wendung" in der zweiten Phase war Hilberts Vortrag auf dem Heidelberger Mathematiker-Kongreß im August 1904 „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik".[10] Ausgelöst wurde diese Umorientierung durch die Veröffentlichung der logischen und mengentheoretischen Antinomien durch Russell (*1903*) und Frege (*1903a*) und die damit bewirkte Einsicht der Göttinger Mathematiker in den antinomischen Charakter der ihnen bereits bekannten Widersprüche der Mengenlehre.

Die Veröffentlichung des Heidelberger Vortrags (*1905a*) war Hilberts letzte Publikation über diese Gegenstände bis zum Jahre 1917. Dennoch beteiligte er sich mit großem Einsatz an der Umsetzung seines revidierten Programms, indem er versuchte, geeignete jüngere Mathematiker und Philosophen, von denen er sich eine Ausarbeitung seiner grundlagentheoretischen Vorstellungen versprach, an Göttingen zu binden. Hilbert lenkte durch Aufweisung der philosophischen, logischen und mathematischen Dimensionen des Problems die weitere Arbeit in der Grundlagenforschung in drei Richtungen, wobei die

[8]Hilbert *1900b*, bes. 264–266; im offiziellen Kongreßbericht erschienen in französischer Übersetzung: Hilbert *1902b*, bes. 71–74. In erweiterter deutscher Fassung noch einmal *1901* erschienen und in englischer Übersetzung *1902c*.

[9]Zermelo *1908b*; engl. Übersetzung Zermelo *1967c*.

[10]Hilbert *1905a*, engl. Übersetzung Hilbert *1967*.

Forderung nach einem Widerspruchsfreiheitsbeweis für die arithmetischen Axiome als uneingelöstes Desiderat die weitere Forschung begleitete.

1.2 Untersuchungsgegenstände

Im Vordergrund der Untersuchung werden die historischen Wurzeln der Göttinger mathematischen grundlagentheoretischen Tradition stehen, die initialisierenden Momente und fördernden Faktoren einer Entwicklung, die schließlich mit der Bildung der einflußreichen „Göttinger Schule der mathematischen Grundlagenforschung“ ihren Höhepunkt und Abschluß fand. Eines der wesentlichen Ziele ist es, Aufschlüsse über die *Entstehung* der wichtigsten grundlagentheoretischen Publikationen und deren Einbettung in den Göttinger Diskussionszusammenhang mittels Dokumentation und Analyse von teilweise unveröffentlichtem und unbekanntem Quellenmaterial zu erlangen. Die Analyse dieses Materials folgt historisch-systematischen, institutionell-forschungsorganisatorischen und theoretisch-methodologischen Gesichtspunkten.

1.2.1 Historisch-systematische Aspekte: das frühe Hilbertsche Programm im Kontext der Göttinger Grundlagenforschung 1899–1917

Die historisch-systematische Analyse der frühen grundlagentheoretischen Arbeiten Hilberts soll zeigen, ob und inwieweit er darin schon sein späteres beweistheoretisches Programm antizipierte. Dabei wird von der These ausgegangen, daß es Hilbert in den frühen Arbeiten in erster Linie darum ging, die durch seine geometrisch-grundlagentheoretischen Arbeiten implizierte Aufgabenstellung in programmatischer Form aufzuzeigen und durch Skizzierung von möglichen Lösungswegen mit der Macht seiner Autorität ein neues Forschungsfeld zu etablieren, das vor allem von jüngeren Wissenschaftlern bearbeitet werden sollte. Dieses Programm wirkte sich in der revidierten Fassung von 1904 (Hilbert *1905a*) sowohl auf die mathematische als auch auf die mathematisch-logische und philosophische Arbeit in Göttingen aus.

Die vorliegende Untersuchung bleibt deshalb nicht auf Hilberts Beiträge zur Axiomatik der reellen Zahlen beschränkt. Sie versucht vielmehr, mögliche Einflüsse konkurrierender Konzepte auf Hilberts Ansichten offenzulegen und zu zeigen, in welchem Maße die Göttinger grundlagentheoretische Arbeit von Hilberts Ideen motiviert und geleitet war. Aus diesem Komplex seien hier nur drei Punkte herausgegriffen:

- Die durch Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ (*1899*) ausgelöste Kontroverse mit dem Jenenser Mathematiker, Logiker und Philosophen Gottlob *Frege* (1848–1925) über das korrekte Verständnis mathematischer Axiomatik und Begriffsbildung führte bei Hilbert zumindest zu einer Einsicht in die philosophischen Implikationen seines Programms. Das Scheitern des Fregeschen Grundlegungsprogramms für Arithmetik und Analysis motivierte entscheidend Hilberts negative Abgrenzung von traditionellen logischen Konzepten und seine Forderung nach Schaffung einer instrumentellen Logik.

- Die zentrale Rolle in seinem Grundlegungsprogramm dachte Hilbert Ernst *Zermelo* (1871–1953) zu. Zermelo bearbeitete in seinen Forschungen zur Axiomatisierung der Mengenlehre eine für die Grundlegung der Arithmetik fundamentale Teildisziplin. Mit der Untersuchung der logischen Bestandteile der Mathematik sollte er den entscheidenden Schritt zum geforderten gleichzeitigen Aufbau von Logik und Mathematik tun.

- Leonard *Nelson* (1882–1927) arbeitete zusammen mit Gerhard *Hessenberg* (1874–1925) das Programm einer „Kritischen Mathematik“ als philosophische Alternative zum Fregeschen Logizismus und Poincaréschen Konventionalismus aus. Nelson erstrebte im Anschluß an Jakob Friedrich Fries eine Weiterführung von Kants kritischer Philosophie. Noch als Student gründete er 1904 zusammen mit Hessenberg und dem Physiologen Karl Kaiser die Neue Folge der *Abhandlungen der Fries'schen Schule*. Die zum Programm erhobene Anwendung der kritischen Methode in Philosophie und Wissenschaften fand schon in Nelsons frühesten Arbeiten ihren Ausdruck, in denen er auch die erkenntnistheoretischen Grundlagen der Mathematik untersuchte und sich zur Natur der mathematischen Axiome äußerte.[11] Dabei verstand er selbst seine Beiträge als philosophische Fundierung von Hilberts axiomatischem Programm.[12] Durch persönliche Kontakte ergab sich eine enge Verflechtung zwischen den Nelson-Anhängern und den Schülern Hilberts. Kurt Grelling (1886–1942) z.B. studierte u.a. Mathematik bei Hilbert und Zermelo, Philosophie bei Husserl und war bis zum Er-

[11] Nelson *1904b*, wieder in Nelson *1970*, 9–78; Nelson *1905b*, Neudrucke mit Geleitwort von Paul Bernays in Nelson *1959*, 9–54, und Nelson *1974a*, 3–52.

[12] Vgl. Nelson *1905b*, 418, Fußnote: „Es scheint daher die Durchführung der neuerdings von *Hilbert* ausgehenden Bestrebungen rücksichtlich der Grundlagen der Arithmetik unvermeidlich gerade zu der von uns vertretenen kritischen Auffassung zu drängen.“ Vgl. auch den kurz vor seinem Tod gehaltenen Vortrag „Kritische Philosophie und mathematische Axiomatik“ (Nelson *1928*, Neudrucke mit Vorbemerkungen und Anmerkungen von Wilhelm Ackermann in Nelson *1959*, 89–124, und Nelson *1974a*, 187–220).

sten Weltkrieg einer der engsten Mitarbeiter Nelsons. Paul Bernays (1888–1977), der eigentliche Konstrukteur und Ausgestalter des späteren Hilbertprogramms, studierte Mathematik u.a. in Göttingen, und auch er pflegte während seiner Studienzeit enge Kontakte zur Neuen Fries'schen Schule.

1.2.2 Institutionelle und forschungsorganisatorische Aspekte: Hilbert als Wissenschaftsorganisator

Obwohl Hilbert zwischen 1905 und 1917 keine Arbeit zu Grundlagenfragen veröffentlichte, hat er dennoch auf vielfältige Weise Einfluß auf die Umsetzung und Ausgestaltung des von ihm formulierten Programms genommen.

(1) *Lehrtätigkeit*: In der Bibliothek des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen und in der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen sind insgesamt zehn Ausarbeitungen von Vorlesungen vorhanden, die Hilbert in der Zeit zwischen 1898 und 1917/18 über Grundlagenfragen der Mathematik gehalten hat (ohne Vorlesungen über Grundlagen der Geometrie).[13] Die Vorlesung „Logische Principien des mathematischen Denkens" (SS 1905)[14] ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil Hilbert darin eindringlicher als in seinem Heidelberger Vortrag die Konsequenzen der „philosophischen Wendung" in seinem Programm verdeutlichte. Neben seiner Lehrtätigkeit betreute Hilbert im betrachteten Zeitraum die grundlagentheoretischen Dissertationen[15] von Felix Bernstein (*1901*), Ugo Broggi (*1907*) und Kurt Grelling (*1910*). Diesen drei Dissertationen stehen sechs von ihm betreute Arbeiten zur mathematischen Grundlagenforschung in der Zeit zwischen 1918 und 1934 gegenüber.[16]

(2) *Wissenschaftsorganisatorische und personalpolitische Maßnahmen*: Hilbert versuchte durch Schaffung von besoldeten Positionen und durch geeignete Besetzung freigewordener Stellen die mathematische Grundlagenforschung und die mathematische Logik in Göttingen zu etablieren. Die Versuche schienen darauf angelegt zu sein, diesem im Aufbau befindlichen mathematischen Zentrum in Deutschland eine Art philosophischen Unterbau

[13]Vgl. Abrusci *1989*, 334 *f*.

[14]Die Vorlesung liegt in den Ausarbeitungen von Ernst Hellinger (Hilbert *1905b*) und in einem Manuskript des späteren Nobelpreisträgers für Physik, Max Born, vor (Hilbert *1905c*).

[15]Liste der bei Hilbert angefertigten Dissertationen (1898–1934) in Hilbert *1935*, 431–433.

[16]Heinrich Behmann (*1922*, Diss. 1918), Wilhelm Ackermann (*1925*, Diss. 1924), Gabriel Sudan (*1925*), Haskell Brooks Curry (*1930*, Diss. 1929), Kurt Schütte (*1934*, Diss. 1933) und Saunders Mac Lane (*1934*).

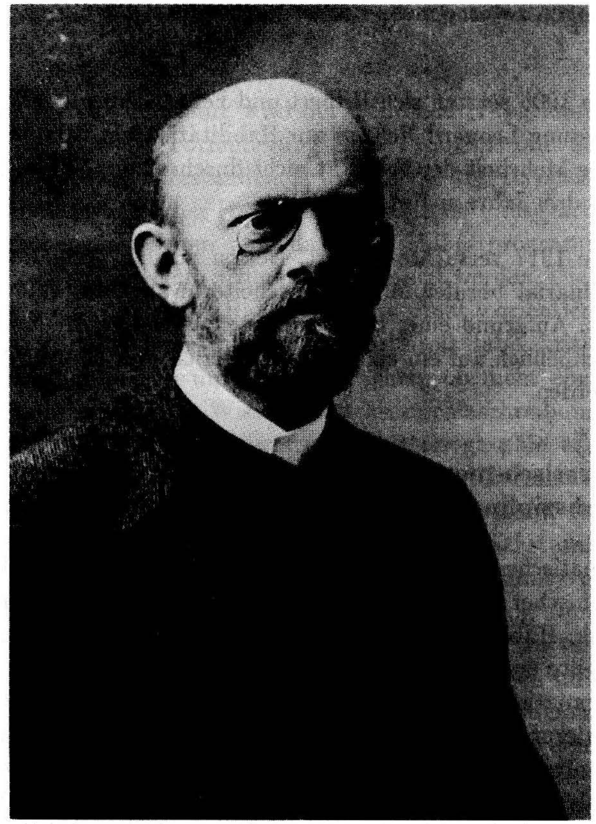

Abbildung 1: David Hilbert (1862–1943)
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

zu geben. Hinter Hilberts hochschulpolitischen Aktivitäten scheint das Bestreben gestanden zu haben, in Göttingen ein interdisziplinäres grundlagentheoretisches Zentrum zu schaffen. Die folgenden institutionell relevanten Geschehnisse sollen genauer untersucht werden:

- Auf Hilberts Initiative hin erhielt Ernst Zermelo im Sommer 1907 einen besoldeten Lehrauftrag für mathematische Logik und verwandte Gebiete. Mit dieser Stellung war es Zermelo möglich, seine akademischen Studien fortzusetzen. Zugleich wurde damit aber auch ein wichtiger erster Schritt zur Institutionalisierung der mathematischen Logik als Teildisziplin der Mathematik in Deutschland getan. Der auf Veranlassung Hilberts 1910 gestellte Antrag, Zermelo zum Extraordinarius in Göttingen zu ernennen, wurde durch dessen Berufung nach Zürich hinfällig.

- Im Jahre 1906 setzten sich Hilbert und Felix Klein mit aller Kraft für die Zulassung Leonard Nelsons zur Habilitation ein, konnten sich aber gegen die Mehrheit der Fakultät nicht durchsetzen. Nelson habilitierte sich erst drei Jahre später.
- Im Jahre 1917 versuchte Hilbert, Nelson auf das freigewordene Husserl-Ordinariat berufen zu lassen, scheiterte aber am Widerstand der Fakultät. Aufgrund einer breitangelegten Initiative für Nelson konnte dieser schließlich auf ein eigens für ihn errichtetes Extraordinariat berufen werden.

1.2.3 Theoretisch-methodologische Aspekte: Interdisziplinarität als Programm

Die programmatischen Schriften Hilberts ermöglichen eine klare Unterscheidung philosophischer und mathematischer Teilaufgaben bei der Grundlegung der Arithmetik. Hilbert wies keiner dieser Herangehensweisen Priorität zu, vielmehr verteilte er die anfallenden Aufgaben auf die jeweiligen Fachleute. Diese programmatisch geforderte Interdisziplinarität wurde durch die spezielle Strukturierung der Göttinger Wissenschaftler-Gemeinschaft in besonderer Weise unterstützt: die enge personelle Verbindung zwischen der Hilbert-Schule, als deren Kristallisationspunkt die Göttinger Mathematische Gesellschaft angesehen werden kann, und der von Nelson initiierten Neuen Fries'schen Schule führte zu einer geradezu symbiotischen Wechselbeziehung. Die Husserl-Schule, die später mit Adolf Reinach einen weiteren grundlagentheoretisch interessierten Propagator fand, spielte bei der Interaktion zwischen Mathematikern und Philosophen im betrachteten Zeitraum eine weitaus geringere Rolle.

Die vorliegende Arbeit versteht sich insofern als ein Beitrag zur Wissenschaftsforschung, als sie mögliche Kriterien erfolgreicher Wissenschaftsorganisation an einem historischen Beispiel aufzuzeigen versucht. Denn Hilberts Initiative setzte trotz aller Rückschläge gerade in Hinsicht auf die interdisziplinäre Organisation der Forschung Maßstäbe.

1.2.4 Ist das Hilbertsche Programm ein Forschungsprogramm im Lakatosschen Sinne?

Im Rahmen der Untersuchung wird der Terminus „Programm" weitgehend in dem naiven Sinn der Formulierung eines Problems und der Aufweisung möglicher Lösungswege verstanden. Inwieweit die von Lakatos in seiner Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme[17] ausgearbeiteten Kriterien für Forschungsprogramme auf das frühe Hilbertprogramm angewendet werden können, soll in einem Schlußkapitel gezeigt werden. Die Dienstbarmachung dieser Methodologie im Rahmen einer normativ orientierten rationalen Rekonstruktion der Wissenschaftsgeschichte[18] soll dabei kritisch gewürdigt werden. Vor allem soll es um die Frage gehen, ob nicht ein modifiziertes, von den Fesseln normativer Wissenschaftsgeschichtsschreibung gelöstes methodologisches Konzept der Wissenschaftshistoriographie als heuristisches Hilfsmittel wertvollere Dienste erweisen kann. Der Terminus „Forschungsprogramm" würde dann, ganz in dem von MacLeod schon *1977* (167) ausgeführten Sinn, nicht als allgemeines Prinzip des Wachstums von Wissenschaft, sondern als Organisationsprinzip für die Darstellung von Forschungszusammenhängen aufgefaßt werden. Ein Forschungsprogramm würde dann als historisches Netzwerk verstanden werden, das die Verortung bestimmter lokaler Problemverlagerungen, von Metaphern, Analogien und Legitimationen erlaubt, das aber zugleich auch als Angelpunkt für das Verhältnis zwischen den systematischen und technischen Problemen und den Personen, die in deren Lösung involviert sind, dienen kann.

1.3 Vor- und Frühgeschichte des Hilbertprogramms in der wissenschaftshistorischen Forschung

Alfred Tarski zufolge wird ein Mathematikhistoriker, der die Mathematik des späten 19. Jahrhunderts und der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts erforscht, unzweifelhaft feststellen, daß verschiedene mathematische Teildisziplinen ihr lebhaftes Fortschreiten in jener Zeit den Errungenschaften Hilberts zu verdanken haben. "On the other hand", führt Tarski weiter aus,

> he will have to note, perhaps with some wonder, that the influence of this man appears equally strong and powerful in some other domains

[17] Vgl. Lakatos *1970*, wiederabgedruckt in Lakatos *1978*, 8–101; deutsche Übersetzung Lakatos *1974a*.

[18] Vgl. Lakatos *1978*, 102–138; deutsche Übersetzung Lakatos *1974b*, wieder in Diederich *1974*, 55–119.

> which do not owe any exceptionally important results to Hilbert's own research. An example of this kind is furnished by the foundations of geometry. I am far from underestimating the value of Hilbert's contributions [...] in his [*Grundlagen der Geometrie*], but I think that his most essential merit was the impulse he gave to organized research in this domain. A still more striking example is presented by metamathematics. Occasional considerations in this field preceded Hilbert's Paris address; the first positive and really profound results appeared before Hilbert started his continuous work in this domain [...] [and] one does not immediately associate with Hilbert's name any definite and important metamathematical result. Nevertheless, Hilbert will deservedly be called the father of metamathematics. For he is the one who created metamathematics as an independent being; he fought for its right to existence, backing it with his whole authority as a great mathematician. And he was the one who mapped out its future course and entrusted it with ambitions and important tasks.[19]

Die mathematikhistorische Forschung hat diese Impulse zwar durchaus berücksichtigt, sie hat sich aber vornehmlich auf Hilberts veröffentlichte Schriften beschränkt und damit das ausgeblendet, was Tarski eine Förderung von "organized research" genannt hat.

Dies gilt in besonderem Maße für die Standarddarstellungen zur Geschichte der Mathematik (z.B. von Kline[20] und Bourbaki *1960*), zur Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung (z.B. Beth *1959* und Quine *1966*) oder zur Geschichte der formalen Logik (z.B. Kneale/Kneale *1962*). Dort werden die frühen Hilbertschen Arbeiten knapp und ergebnisorientiert aus dem Blickwinkel des späteren metamathematischen Programms referiert. Eine Rekonstruktion der Genese dieses Programms und seiner Einflüsse z.B. auf die Arbeiten Ernst Zermelos ist mit einem solchen methodischen Ansatz nicht möglich.

In abgeschwächter Form gilt diese Kritik auch für die zusammenfassenden Darstellungen zu Leben und Werk Hilberts, z.B. Hermann Weyls grundlegende Studie "David Hilbert and His Mathematical Work",[21] Constance

[19]Tarski, zit. nach Reid *1970*, 218 *f*.

[20]Kline behandelt in seinem monumentalen Werk *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (*1972*) an einigen Stellen kursorisch hier relevantes Material, z.B. in den Abschnitten über Hilberts Axiomatik der Arithmetik (990–992), Hilberts Arbeiten zur Grundlegung der Geometrie (1010–1014), zur „Axiomatischen Bewegung“ (1026–1027), zum Problem der Konsistenzbeweise (1038), zur Axiomatisierung der Mengenlehre (1087–1187) und zur formalistischen Schule in der Philosophie der Mathematik (1203–1206).

[21]Weyl *1944*, in gekürzter Fassung *1970*.

Reids Hilbert-Biographie (*1970*) und die manchmal etwas provokante Darstellung von Fang *1970*. Prägenden Einfluß auf die biobibliographische Forschung zu Hilbert hatte Weyls Chronologie des Hilbertschen mathematischen Schaffens:

> I discern five main periods: i. Theory of invariants (1885–1893). ii. Theory of algebraic number fields (1893–1898). iii. Foundations, (a) of geometry (1898–1902), (b) of mathematics in general (1922–1930). iv. Integral equations (1902–1912). v. Physics (1910–1922).[22]

Diese Klassifizierung des Hilbertschen Werkes ist durchaus modifizierbar.[23] Weyl selbst spricht von "some overlappings and a few stray children who break the rules of time" (*1944*, 617 *f*.). Dennoch bleibt festzuhalten, daß sich Hilberts veröffentlichte Beiträge zu Grundlagenfragen auf zwei Perioden verteilen. Die späteren Arbeiten werden als Wiederaufnahme längst abgeschlossener Arbeiten angesehen[24] oder Hilbert wird als "a precursor of his own later foundational program" (Stein *1988*, 239) bezeichnet. Die Idee einer kontinuierlichen Entwicklung von Hilberts Grundlagenvorstellungen wird noch am ehesten von Otto Blumenthal, dem ersten Doktoranden Hilberts, in einer noch zu Hilberts Lebzeiten verfaßten Biographie (Blumenthal *1935*) vertreten. Mit dem Jahr 1898, schreibt Blumenthal, beginnt „eine neue, noch heute [1935] andauernde Periode in Hilberts Tätigkeit, gekennzeichnet durch die Auseinandersetzung mit dem Unendlichen“ (402). Blumenthal rechnet zwar Hilberts Axiomensystem für die Arithmetik in der Abhandlung „Über den Zahlbegriff“ (Hilbert *1900a*) noch zu den Untersuchungen über die geometrische Axiomatik (405), glaubt aber, daß hinter diesen geometrischen Arbeiten, wie auch hinter den Arbeiten zur Funktionentheorie und zur mathematischen Physik „von vornherein ein axiomatisches Programm gesteckt hat“ (408).

Das klassische Hilbertprogramm ist Gegenstand zahlreicher systematischer und historischer Untersuchungen geworden. Schon im Kreis der Schüler Hilberts war man sich der epochalen Bedeutung dieses Programms durchaus bewußt, insbesondere nachdem Hilbert im Juli 1921 auf Einladung des Mathematischen Seminars der Universität Hamburg seine aufsehenerregenden Vorträge gehalten hatte.[25] Vor allem Paul Bernays, Hilberts engster Mitarbeiter bei der Ausarbeitung des formalistischen Programms und dessen

[22]Weyl *1944*, 617.

[23]Inhetveen und Thiel z.B. trennen in ihrem ausführlichen Enzyklopädie-Artikel über Hilbert (*1970*, in der zweiten Auflage *1984* leicht verändert) die Grundlagenbeiträge in Arbeiten zur axiomatischen Methode, zum Hilbertprogramm mit Beweistheorie und zur Philosophie der Mathematik.

[24]Z.B. in Reid *1970*.

[25]Hilbert *1922*, wieder in *1935*, 157–177. Vgl. dazu z.B. Reidemeister *1921*.

Kodifizierung in den *Grundlagen der Mathematik*, dem „Hilbert/Bernays",[26] ging in einigen Arbeiten auch auf die historischen Wurzeln dieses Programms ein.[27] Vorherrschend ist aber bis in jüngste Zeit der Versuch, das Hilbertsche Grundlegungsprogramm systematisch zu rekonstruieren. Nach dem Vorbild von Georg Kreisels berühmtem Aufsatz aus dem Jahre *1958* wird in diesen Arbeiten das Programm meist als fiktives Ganzes analysiert.[28] Der „programmatische" Aspekt von Hilberts frühen grundlagentheoretischen Arbeiten gerät dabei ins Hintertreffen. Die genetische Entwicklung von Hilberts Vorstellungen, in einem von vielen Seiten beeinflußten Prozeß, wird dabei außer acht gelassen.[29] Somit sind die historischen Wurzeln dieses so regen Interesses, das mathematische Grundlagenfragen in den zwanziger und dreißiger Jahren in Göttingen gefunden haben,[30] bislang noch kaum untersucht worden.

Gleichwohl zeichnet sich schon seit einiger Zeit ein Wandel in der historischen Aufarbeitung des Hilbertprogramms ab. Eine Vorreiterrolle hat hierbei die italienische mathematikhistorische Forschung gespielt, denn schon *1961* hat Adriano Carugo Hilberts frühe Arbeiten zur Axiomatik und Algebra im Hinblick auf die Frage untersucht, inwieweit sie zur Konstitution der Beweistheorie, des Kernstücks des *1922* ausformulierten Programms, beigetragen haben. Vito Michele Abrusci hat in einer neueren Untersuchung die wissenschaftstheoretischen Komponenten der Hilbertschen Philosophie der Mathematik, insbesondere Beweisbegriff und Theoriebegriff der frühen Arbeiten, dem Begriff der finiten Methode in den späteren Arbeiten gegenübergestellt.[31] Erst jüngst hat er auf die Bedeutung der grundlagentheoretischen Vorlesungen Hilberts hingewiesen (*1989*).

An Abruscis letztgenannter Schrift wird die zunehmende methodologische Umorientierung der Wissenschaftsgeschichtsschreibung im Rahmen einer fortschreitenden „Historisierung" deutlich, die sich durch eine Hinzuziehung ungedruckten Quellenmaterials auszeichnet. Es ist wohl ein Zeichen dieser „Historisierung" der Wissenschaftsgeschichte, daß erst in neuerer Zeit die kontex-

[26] Hilbert/Bernays *1934*; *1939*.

[27] Bernays *1922*, *1930*, *1935*.

[28] Vgl. z.B. Detlefsen *1986*. Marcus Giaquinto betitelt in seinem Aufsatz "Hilbert's Philosophy of Mathematics" (*1983*) zwar einen Abschnitt mit "The Genesis of Hilbert's Programme", verteidigt hier aber die These von einer Antizipation des Hilbertschen Finitismus durch Georg Cantor.

[29] So z.B. bei Largeault *1973*.

[30] Vgl. z.B. die Erinnerungen von Saunders Mac Lane *1981*, der mit einer logischen Arbeit (*1934*) bei Hilbert promovierte.

[31] Abrusci *1981*, vgl. auch seine Vorarbeit *1975*. In die gleiche Richtung gehen die Arbeiten von Enrico Moriconi *1976* und *1987* sowie der von Moriconi verfaßte Abschnitt „La filosofia della matematica di David Hilbert" in Mariani/Moriconi *1984*, 3–19.

tuelle Einordnung der frühen Göttinger grundlagentheoretischen Forschung und damit auch des Hilbertschen Axiomatisierungsprogramms zum Gegenstand historischer Untersuchungen geworden ist.[32] Die neue Methodologie hat sich vor allem in Studien zur Geschichte der Mengenlehre durchgesetzt. In den sehr differenzierten neueren Cantor-Biographien[33] und Studien zur Geschichte der Mengenlehre[34] wird zwar durchweg der Bogen von der Cantorschen transfiniten Mengenlehre über die Diskussion der mengentheoretischen und logischen Antinomien zur Zermeloschen Axiomatisierung der Mengenlehre gespannt, die vermittelnde Funktion Hilberts aber wird meist außer acht gelassen. Die geforderte Reform in der Geschichtsschreibung der Mengenlehre (Garciadiego *1986*), die vor allem auf eine revidierte Interpretation der Genese und der Auswirkungen der mengentheoretischen Antinomien abzielt,[35] muß also auch auf die Rolle Hilberts ausgedehnt werden.

Die kontextuelle Untersuchung der Göttinger grundlagentheoretischen Diskussion wird durch den Umstand erschwert, daß eine auch die neuere Zeit umfassende Geschichte der Universität Göttingen und ihrer Institute bis heute ein Desiderat ist.[36] Die mathematikgeschichtlich relevante institutionengeschichtliche Literatur hat ihren Blick vornehmlich auf die forschungs- und personalpolitischen Aktivitäten von Felix Klein gelenkt.[37] Dabei wird zunehmend Kleins Zusammenarbeit mit Hilbert vor allem bei der auf die Göttinger Verhältnisse zentrierten Interessenpolitik berücksichtigt.[38] Wenn nun David Rowe schreibt (*1989*, 187),

[32] Zu nennen ist Christian Thiels Einordnung der Hilbertschen Grundlagenarbeiten in den Kontext der Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung allgemein (*1972*). Unter den neueren Studien ist z.B. Gregory H. Moores Analyse der frühen Hilbertschen Arbeiten zu nennen. Moore hat diese Arbeiten in Hinblick auf die Rolle untersucht, die sie bei der Durchsetzung der Logik erster Stufe als Basis für die Grundlegung der Mathematik gespielt haben (Moore *1987*, bes. 109–114; in veränderter Fassung erschienen als Moore *1988a*, bes. 104–109).

[33] Meschkowski *1967*, *1983*, Dauben *1979*, Purkert/Ilgauds *1985*, *1987*.

[34] Hallett *1984*, Moore *1982*.

[35] Moore/Garciadiego *1981*, sowie Garciadiego *1983*, *1985*.

[36] Erste Ansätze sind für die Zeit des Nationalsozialismus durch den verdienstvollen, von Heinrich Becker, Hans-Joachim Dahms und Cornelia Wegeler herausgegebenen Band *Die Universität Göttingen unter dem Nationalsozialismus* (Becker/Dahms/Wegeler *1987*) mit Beiträgen von Dahms über das Philosophische Seminar (Dahms *1987*) und Norbert Schappacher über das Mathematische Seminar (Schappacher *1987*) geleistet. Materialreich auch für die hier interessierende frühere Zeit sind die Biographien von Constance Reid über Hilbert (*1970*) und Richard Courant (*1979*), sowie die Erinnerungen von Courant (*1981*) und Mac Lane (*1981*). Für einen skizzenhaften Überblick über die Geschichte des Faches Mathematik in Göttingen vgl. Neuenschwander/Burmann *1987* sowie neuerdings Scharlau *1990*, 117–128; für die Philosophie vgl. Cramer/Patzig *1987*.

[37] Z.B. Manegold *1970*, Tobies *1981*, *1987*.

[38] Z.B. Rowe *1986*.

> Klein and Hilbert broke with the neohumanist ideal of a quiet scholar's life and became activists for the "mission of mathematics," Hilbert exclusively within the discipline, Klein also in other, more remote quarters,

so deutet dies an, daß Hilberts Rolle als Hochschulpolitiker, die sich in seinem Engagement für die Etablierung der mathematischen Grundlagenforschung besonders deutlich zeigte, bis in jüngste Zeit unterschätzt wird.

Die Untersuchung der erkenntnistheoretischen Vorstellungen Hilberts hat durch die kritische Veröffentlichung des Briefwechsels zwischen Hilbert und Gottlob Frege wertvolles Material an die Hand bekommen.[39] Besonders interessant sind die Teile, die aus der Zeit von Dezember 1899 bis November 1903 datieren, da sie, angeregt durch Hilberts Veröffentlichung der „Grundlagen der Geometrie", eine Erörterung über das korrekte Verständnis mathematischer Axiomatik und Begriffsbildung enthalten.[40] Hilberts Stellung zur Kantschen Erkenntnistheorie ist Gegenstand einiger Studien recht unterschiedlichen Niveaus. Zu nennen sind z.B. Philip Kitchers brillanter Aufsatz "Hilbert's Epistemology" (*1976*) oder Wolfgang Schülers transzendentalphilosophische Interpretation der Grundlegungsbemühungen von Hilbert und Frege (*1980*, *1983*, *1984*). Beide beurteilen Hilberts selbst so verstandenen Kantianismus als mit der Kantschen Lehre unverträglich. Beide kondensieren Hilberts erkenntnistheoretische Positionen aus seinen Schriften, verzichten aber weitgehend auf eine kontextuell-historische Einordnung.[41] Beide Studien implizieren, daß Hilbert zumindest glaubte, ein fertiges erkenntnistheoretisches Konzept zu besitzen. Es läßt sich allerdings auch mit gutem Grund dafür argumentieren, daß Hilbert mit seinen *eigenen* Arbeiten keinen erkenntnistheoretischen Anspruch verband. Fang bringt diese Ansicht auf die knappe Formel: "Hilbert merely liked to quote Kant, the most famous and greatest of all Königsbergers — that was all".[42] In vorliegender Untersuchung wird dafür argumentiert, daß Hilbert kein geschlossenes erkenntnistheoretisches

[39] Frege *1976*, 58–80; der Briefwechsel ist *1980* auch in einer Auswahlsammlung erschienen. Teile des Briefwechsels sind von Max Steck ediert worden (Steck *1941*), wiederabgedruckt in Frege *1967*, 395–422.

[40] Der Briefwechsel ist von seinem Herausgeber Friedrich Kambartel bereits 1968 analysiert worden: Kambartel *1968*, 154–174; vgl. auch Kambartel *1973*, *1976* und Mosterín *1980*.

[41] Schüler versteigt sich allenfalls in angreifbare historische Thesen, die auch einer internalistischen Nachprüfung nicht standhalten: So soll Hilbert 1904 mit dem Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" (Hilbert *1905a*) erstmals in die Grundlagenforschung der Mathematik eingegriffen haben (Schüler *1984*, 362).

[42] Diese Aussage ist gegen ein Urteil Blumenthals gerichtet. Blumenthal hatte behauptet, daß der Erfolg von Hilberts „Grundlagen der Geometrie" (Hilbert *1899*) ohne Zweifel ihrer philosophischen Ausrichtung zuzuschreiben sei (Blumenthal *1935*, 403). Fang illustriert

Konzept besaß. Die Kantsche Erkenntnistheorie diente ihm als Orientierung, um den philosophischen Rahmen der Axiomatik abzustecken. Die Ausarbeitung dieser Gedanken wollte Hilbert allerdings anderen, berufeneren Autoren überlassen.

1.4 Zur Methodik: Historiographie wissenschaftlicher Disziplinen als Kombination von Problem- und Sozialgeschichtsschreibung

1.4.1 Disziplingeschichtsschreibung als „Neuere" Sozialgeschichte

Die Internalismus-Externalismus-Debatte in der Methodendiskussion der Wissenschaftsgeschichtsschreibung wird zwar heute nicht mehr mit der gleichen Intensität geführt, wie dies noch in den 60er und 70er Jahren in Reaktion auf Thomas S. Kuhns epochemachendes Werk *The Structure of Scientific Revolutions* (*1962*, dt. *1967*) der Fall war, ihr Gegenstand ist aber bis heute aktuell.[43] Auch heute noch läßt sich eine Polarisierung der Wissenschaftsgeschichtsschreibung in eine internalistische, primär an Inhalten wissenschaftlicher Arbeit, Problemstellungen und -lösungen interessierte Historiographie und eine, die sich mit dem sozialen und gesellschaftlichen Phänomen Wissenschaft beschäftigt, feststellen. Diese Dichotomie internalistischer und externalistischer Herangehensweisen an die Geschichte der Wissenschaften führte zu einem schillernden Gebrauch des Terminus „Sozialgeschichte": „Sozialgeschichte der Wissenschaften" wurde zunehmend zur Residualkategorie, die alles das bezeichnet, was nicht interne Geschichte ist. Diese Entwicklung verlief damit ähnlich der in der allgemeinen Geschichtswissenschaft, wo Sozialgeschichte zeitweise lediglich als Oppositionswissenschaft zur politischen Geschichte aufgefaßt wurde.[44]

Gleichwohl hat sich die sozialgeschichtliche Wissenschaftsgeschichtsschreibung seit Mitte der siebziger Jahre Untersuchungsfelder gesichert, bei deren Bearbeitung die starre Trennung internalistischer und externalistischer Geschichte zunehmend aufgeweicht wird.[45] Diese „neuere" Sozialgeschichte der

seine Auffassung mit folgendem Beispiel: "The situation was rather comparable to the practice of many Russian mathematicians who would begin their works with a few lines of quotation from Marx or Engels or Lenin; these lines could not possibly make their works 'communistic' or even philosophical" (Fang *1970*, 84).

[43] Für einen historischen Überblick vgl. MacLeod *1977*.

[44] Vgl. Kocka *1989*, 2.

[45] Gerade dies sieht MacLeod (*1977*) als Kennzeichen der „neueren" Sozialgeschichte der Wissenschaften an.

Wissenschaften behandelt nach MacLeod (*1977*, 161) vor allem vier Gegenstandsbereiche:

- Die Geschichte wissenschaftlicher Institutionen (inklusive wissenschaftlicher Gesellschaften und Universitäten);
- die Entwicklung der Professionalisierung der Wissenschaftler;
- die Entwicklung wissenschaftlicher Disziplinen, von Spezialgebieten und Forschungsprogrammen;
- das Verhältnis von Wissenschaft zum breiteren sozialen Umfeld.

Die vorliegende Untersuchung versteht sich als Beitrag zur Disziplingeschichtsschreibung. Sie untersucht die Geschichte der mathematischen Grundlagenforschung in einer Zeit, in der sie sich als Teildisziplin der Mathematik zu konstituieren begann. Gerade im Bereich der Disziplingeschichtsschreibung bietet sich die Verbindung interner und externer Herangehensweisen an, ein Vorgehen, das Russell MacCormmach *1971* wie folgt motiviert:

> The historian of science who is dissatisfied with the traditional disjunction of his specialty — social vs. intellectual history, external vs. internal history — will find the discipline a natural unit of study for relating the scientific to the non-scientific world; the prevailing institutions and culture affect the scientist's thought and career largely through the mediation of the discipline.[46]

Die starre Intern-extern-Unterscheidung wird aufgeweicht und reduziert auf ein explanatorisches und heuristisches Hilfsmittel.

Disziplingeschichtsschreibung hat trivialerweise von der heutigen Gestalt der Disziplin auszugehen, von ihrem heutigen Bestand an Problemen, Theorien, Sätzen. Eine sozialgeschichtliche Disziplingeschichte steht damit ebenso wie traditionelle Konzepte unter dem Primat ideen- und problemgeschichtlicher Rekonstruktion. Dies soll nicht bedeuten, daß die Untersuchung des „faktischen Verlaufs" der Entwicklung der Wissenschaft für das Verständnis dessen, was Wissenschaft ist und gewesen ist, als irrelevant oder zweitrangig hingestellt werden soll. Der sozialgeschichtliche Ansatz unterscheidet sich daher vom Lakatosschen Primat der rationalen Rekonstruktion der

[46]MacCormmach *1971*, x.

Wissenschaftsgeschichte[47] oder von anderen wissenschaftstheoretisch-normativ orientierten Konzepten,[48] wenn auch sein Ausgangspunkt ähnlich ist. Er grenzt sich aber auch ab von der Auffassung der Wissenschaftsgeschichte als bloßer „Vorgeschichte" heute betriebener, aktueller Wissenschaft, wie sie in der Wissenschaftsgeschichtsschreibung der analytischen Tradition vorherrschend ist. Diese Art der Historiographie wird, wenn sie mit einem Ausschließlichkeitsanspruch antritt, mit Recht von seiten der Sozialgeschichte als "Whig History of Science" abqualifiziert.

Der Primat der ideen- und problemgeschichtlichen Rekonstruktion ergibt sich schon aus der Berücksichtigung des Umstandes, daß ein voraussetzungsloser Einstieg in die Geschichte nicht möglich ist. Der Historiker kann sich bei der Beurteilung historischer Fakten, ja sogar schon bei der Auswahl dessen, was er als historisches Faktum zur Kenntnis nimmt, von seinem eigenen Vorwissen nicht trennen, oder, wie Lakatos es kurz und treffend ausdrückt: „Geschichte ohne theoretisches ‚Vorurteil' ist unmöglich."[49] Zugleich ergibt sich die Möglichkeit, die traditionellen Funktionen der Disziplingeschichte, Legitimationserwerb und Identitätsstärkung für die jeweiligen Disziplinen, zu integrieren.[50]

Disziplinorientierte Wissenschaftsgeschichte untersucht die wissenschaftliche Handlung in ihrer ganzen Komplexität. Die Integration wissenschaftlichen Handelns in den Kontext des Forschungsprozesses ermöglicht die differenzierte Analyse der Dynamik der Wissenschaftsentwicklung.[51] Untersucht wird, wie und warum sich im Laufe der Zeit Forschungsschwerpunkte in den Disziplinen bilden und wieder auflösen und wie sich überhaupt Untersuchungsfelder als bearbeitungsfähig und -würdig erweisen. Forschung wird dabei als Komplex von Handlungen verstanden, durch die das Korpus moder-

[47]Vgl. Lakatos *1974b*.

[48]Zu nennen ist Jürgen Mittelstraß' Konzept einer „Gründegeschichte", wie er es z.B. in Mittelstraß *1981* entwickelt hat. Einen Vorschlag für eine im Sinne der hier vertretenen Methodik modifizierte „Gründegeschichte", die ausdrückliche oder unthematisierte Begründungen einstmals wissenschaftlich Handelnder in den Vordergrund der Untersuchung stellt, dabei aber die aus heutigem Wissen mögliche Rekonstruktion rationaler Gründe für wissenschaftliche Ziele und Handlungsregeln nicht außer acht läßt, wird Thiel *1991?* veröffentlichen.

[49]Lakatos *1974b*, 290.

[50]Vgl. Lepenies *1978*. Lepenies betont: „Disziplingeschichten haben zunächst einmal Funktionen für ihre jeweiligen Disziplinen und dann erst für die Wissenschaftsgeschichte" (448).

[51]Ein explizit interdisziplinärer Ansatz, der den „Forschungsprozeß" in das Zentrum der Bemühungen der Wissenschaftsforschung stellt, ist in jüngster Zeit in Erlangen am Interdisziplinären Institut für Wissenschaftstheorie und Wissenschaftsgeschichte von Rudolf Kötter und Christian Thiel, teilweise in Zusammenarbeit mit dem Institut für Gesellschaft und Wissenschaft, entwickelt worden.

ner Wissenschaft produziert wird. Ihr ist zwar ein methodologischer Rahmen vorgegeben, dieser Rahmen läßt aber die Formulierung materialer und historisch invarianter Forschungsziele nicht zu. Der Forschungsprozeß bleibt damit einer wissenschaftstheoretischen Herangehensweise entzogen. Wesentliche Gegenstände der Untersuchung sind die Faktoren, die als Vorbedingungen oder begleitende Einflüsse auf den Forschungsprozeß einwirken, und die Kriterien, von denen sich Wissenschaftler bei der Problemauswahl und bei der Entscheidung für Lösungsstrategien leiten lassen. Dabei können situationsbezogene Kriterien (Fragen der Opportunität bestimmter Entscheidungen für die eigene Karriere des Wissenschaftlers, Anpassung von Projekten an Finanzierungsmöglichkeiten, institutionelle und politische Gegebenheiten) von inhaltsbezogenen Kriterien, die die Basis für eine „Heuristik" der Forschung darstellen, unterschieden werden. Unter solchen inhaltsbezogenen Kriterien werden zum einen die regulativen Ideen verstanden, die die Gestalt von Theorien einer Disziplin mitbestimmen, zum anderen die Regeln des plausiblen Schließens, durch die ein Problemlösungsweg in einer Menge methodologisch gleichwertiger Alternativen ausgezeichnet ist. Die Aufgabe der Wissenschaftsgeschichtsschreibung im Rahmen eines solchen Konzeptes ist es, an historischen Fällen aufzuzeigen, welche Einflüsse faktisch auf die Praxis wissenschaftlichen Handelns eingewirkt haben und welches die Kriterien waren, von denen sich Forscher in der Geschichte haben leiten lassen.

Der forschungsorganisatorische Aspekt des Hilbertschen grundlagentheoretischen Wirkens, der von der bisherigen Forschung kaum beachtet worden ist, kann nur dann gebührend Berücksichtigung finden, wenn die in der analytischen Tradition begründete einseitig ideen- und theoriegeschichtliche Ausrichtung der historischen Forschung aufgegeben wird. Auch der Wissenschaftler als Produzent des zu untersuchenden Wissens muß in seinen persönlichen, sozialen und institutionellen Verflechtungen zum Gegenstand der Untersuchung werden. Die vorliegende Arbeit versucht, inhaltliche Analysen der grundlagentheoretischen Beiträge durch die Darstellung von deren historischem Entstehungs- und Wirkungskontext zu ergänzen. Sie versucht damit, bei aller Problematik dieser Schlagworte, internalistische und externalistische Aspekte der wissenschaftshistorischen Behandlung zu verknüpfen. Sie versteht sich als sozialgeschichtlich, weil die externalistische Analyse unter besonderer Berücksichtigung von Wissenschaft als sozialem und institutionellem Gefüge vorgenommen wird.

Im Gegensatz zu eher wissenschaftstheoretisch-normativ orientierten wissenschaftshistoriographischen Konzepten soll dem, was man den „faktischen Verlauf der Disziplingeschichte" nennen könnte, etwas näher gekommen werden. Eine Disziplin wird durch ihren Bestand an ungelösten Problemen, Sätzen,

Theorien, Lehrmeinungen und Methodologien charakterisiert. Dabei ist es vollkommen belanglos, ob sie in unserem heutigen Verständnis den Natur-, Geistes- oder technischen Wissenschaften zuzuordnen ist. Die Darstellung der inhaltlichen Entwicklung der Probleme, Theorien, Sätze und Lehrmeinungen, die zur heutigen Gestalt der Disziplin geführt haben, ist integraler, unverzichtbarer Bestandteil der Disziplingeschichte. Zugleich wird die Disziplin aber als soziales Gebilde verstanden, das die Wissenschaftler als Produzenten ihres wissenschaftlichen Gehaltes in ihren sozialen Bezügen und ihrer Einbindung in die Institution Wissenschaft umfaßt.

1.4.2 Methoden und Techniken

Dem Lakatosschen Diktum vom Primat der rationalen Rekonstruktion wird nur insofern zugestimmt, als durch die historische Entwicklung des Bestandes an ungelösten Problemen, Sätzen, Theorien, Lehrmeinungen und Methodologien einer Disziplin die Fragestellungen für die historisch-empirische Untersuchung wesentlich beeinflußt werden. Zugleich erhält der Historiker ein Rüstzeug an die Hand, die näheren, auch äußeren Umstände des Wandels der inhaltlichen Gestalt von Problemlösungen, Theorien und Disziplinen zu beurteilen. Eine ausschließlich an den Inhalten interessierte Wissenschaftsgeschichte kann aber über diese Umstände, also über den Kontext des eigentlichen Handelns des Wissenschaftlers keine befriedigenden Auskünfte geben. Die Untersuchung der inhaltlichen Entwicklung muß durch einen „sozialhistorischen Aspekt" ergänzt und erweitert werden, der die im weitesten Sinne sozialen und gesellschaftlichen Einflüsse auf die Wissenschaftsentwicklung berücksichtigt. Zu den relevanten Gegenständen einer solcherart ergänzten Disziplingeschichte gehören folgende Themen:

- der Forschungsprozeß oder allgemeiner die Praxis wissenschaftlichen Handelns;
- die Ursachen für die Entstehung von Problemstellungen und Forschungsschwerpunkten;
- der Einfluß von individuellen Motiven der die Disziplin vertretenden Wissenschaftler auf die inhaltliche Entwicklung dieser Disziplin;
- der Einfluß ihrer Grundvorstellungen und Heuristiken, ihre Einbindung in soziale und institutionelle Kontexte;
- der Einfluß von Kommunikationsstrukturen, Lehrer-Schüler-Verhältnissen, allgemein- und wissenschaftspolitischen Gegebenheiten;

- die Prozesse, die zur Durchsetzung eines Satzes oder einer Theorie gegenüber konkurrierenden Konzepten geführt haben.

Die sozialhistorische Untersuchung beginnt mit der Definition eines zeitlich begrenzten und überschaubaren Rahmens im Elkanaschen Sinne,[52] der durch den zu untersuchenden Teilbereich der problemgeschichtlichen, inhaltlichen Entwicklung vorgegeben wird. Dieser Untersuchungsrahmen dient der Verortung des Gegenstandes im historischen Kontext, d.h. der Untersuchungsgegenstand wird in Relation zu den historischen, sozial determinierten Ansichten über Wissenschaft und Wissen, Elkanas Wissensvorstellungen (*images of knowledge*),[53] gesetzt. Diese Verortung führt zu einem zweifachen Relativismus. Die historisch vorfindliche Problem- oder Fragestellung kann relativ zu unserem heutigen Wissen von der Gestalt der Theorie oder Lehrmeinung und relativ zu den zeitgenössischen Theorien und Lehrmeinungen beurteilt werden. Dabei reduziert sich der ursprüngliche Ausgang von der heutigen Gestalt der Disziplin und ihren Kriterien für Wissenschaftlichkeit auf ein bloßes Beurteilungskriterium für die historisch vorfindlichen Verhältnisse, und die Dynamik der disziplinären Entwicklung wird erkennbar. Durch Verortung des Problems oder der Fragestellung im historischen Wissenschaftskontext oder allgemeiner im historischen Wissenskontext können überdies historische Beziehungen und Parallelitäten in der Entwicklung einzelner Disziplinen aufgezeigt werden, z.B. gleiche Problemstellungen oder der Prozeß der Diffusion von Problemen, Fragestellungen und Ergebnissen von einer Disziplin in eine andere. In diesem Sinne genügt auch eine auf Disziplingeschichte beschränkte Wissenschaftsgeschichte der Lepeniesschen Forderung der „multidisziplinären Orientierung" (*1978*). Man sollte aber noch weiter gehen, denn Probleme und Fragestellungen können auch in Kontexten formuliert werden, in denen eine disziplinäre Ausdifferenzierung noch nicht erkennbar ist, oder sie entstehen nicht in wissenschaftlichen Disziplinen, sondern finden aus anderen Bereichen der Kultur Eingang in die Wissenschaft. Bei der Analyse dieser Phänomene ist ein historisch relativierter Begriff von Wissenschaft, wie Elkana ihn vertritt, hilfreich. Dabei wird das Verhältnis zwischen wissenschaftlicher und nicht-wissenschaftlicher Kultur als Kontinuum mit zahlreichen Überschneidungen verstanden.

Eine solche, die problemgeschichtliche Darstellung ergänzende, möglicherweise revidierende Sozialgeschichte ist methodisch-technisch nicht determiniert. Methoden und Techniken korrespondieren mit den zu untersuchenden Disziplinen, den historischen Kontexten und den vielfältigen Fragestellungen.

[52]Elkana *1986*, 90–96.
[53]Elkana *1986*, 46–52.

Im Mittelpunkt steht aber der wissenschaftlich Handelnde, der Wissenschaftler also, oder allgemeiner, derjenige, der Beiträge zur inhaltlichen Diskussion oder inhaltlichen Entwicklung der Disziplin geliefert hat. Zur methodischen Offenheit gehört auch, daß die Ergebnisse und Methoden anderer zur Wissenschaftsforschung gehörender Disziplinen herangezogen werden. Fragen nach der Relevanz einzelner Beiträge für die Disziplinentwicklung z.B. könnten ohne wissenschaftstheoretische Überlegungen nicht beantwortet werden. Ob ein Beitrag ein relevanter Beitrag ist, läßt sich historisch (über Rezeptions- oder Akzeptanzforschung) nicht abschließend entscheiden. Dazu muß der Beitrag auch inhaltlich beurteilt werden. Andererseits kann mit Mitteln der Wissenschaftstheorie allein nicht begründet werden, warum sich ein Beitrag als anerkannter Beitrag zu einer Disziplin gegenüber konkurrierenden Ansätzen durchgesetzt hat. Aufschluß gibt hier die historisch vorfindliche Argumentation in der Überzeugungsarbeit der beteiligten Wissenschaftler. Dieser pragmatische Aspekt bei der Durchsetzung von Theorien läßt sich nur historisch ergründen.

Die hier skizzierte Sozialgeschichte wird sich Michael Dummetts, gegen Hans D. Sluga im Streit um die Berücksichtigung kontextueller Momente bei der Frege-Interpretation geäußerten Diktum, "We have to read what he wrote",[54] nicht in der implizierten Ausschließlichkeit beugen dürfen. Der immanenten Analyse der Primärtexte wird sie eine Untersuchung historischen Quellenmaterials zur Seite stellen müssen. Sie wird sich dabei auch historischer Zeugnisse zu bedienen haben, die nicht unbedingt einen direkten (inhaltlichen) Bezug zu den Gegenständen der zu untersuchenden Disziplin haben. Zu diesen Zeugnissen ist in erster Linie biographisches und autobiographisches Material von und über diejenigen Personen zu zählen, die zur Entwicklung der Disziplin beigetragen haben. Besondere Bedeutung kommt dabei Briefwechseln zwischen den oder über die zu untersuchenden Personen zu, aber auch behördlichem Material, z.B. Personalakten, Fakultätsakten, Material also, das Aufschlüsse über die institutionellen Aktivitäten und die institutionelle Einbindung der zu untersuchenden Personen erlaubt. Bei Quellenbeschaffung, Quellenbearbeitung und Quellenkritik ist auf die in der Geschichtswissenschaft ausgearbeiteten Methoden zurückzugreifen.

Die Sozialgeschichte wissenschaftlicher Disziplinen stellt nicht den Anspruch, die traditionelle, auf die Darstellung der Entwicklung von Theorien, Problemlösungen o.ä. konzentrierte Wissenschaftsgeschichte ersetzen zu können. Die von ihr analysierten Fallbeispiele können nicht einmal als Paradigma für Wissenschaftsentwicklung im Rahmen einer umfassenden Wissenschaftsge-

[54]Dummett *1981*, 500. Diese Stelle und seine Ausführungen S. xvi–xvii, 496–557, sind gegen Hans D. Slugas "historical perspective" in dem Buch *Gottlob Frege* (*1980*) gerichtet.

schichte verwendet werden. Sie versteht sich allerdings als ein wesentlicher Baustein einer solchen Wissenschaftsgeschichte, der die Brücke zwischen internen und externen Einflüssen auf Wissenschaft zu errichten hilft. Bei einem solchen Selbstverständnis, bei dem die „Dienstleistungsfunktion" für eine umfassende Wissenschaftsgeschichte im Vordergrund steht, trifft die Sozialgeschichte wissenschaftlicher Disziplinen ein etwaiger „Historismus"-Vorwurf nicht. Und auch Robert K. Mertons Charakterisierung des mit ähnlicher Zielsetzung operierenden Konzepts der „thematischen Analyse" von Gerald Holton, „disziplinierter Eklektizismus" zu sein,[55] könnte im Sinne einer „holistischen" Wissenschaftsgeschichtsschreibung positiv gedeutet werden.

Wie wird sich nun das geschilderte Konzept in dieser Untersuchung über die Frühgeschichte des Hilbertschen Programms ausdrücken? Die Arbeit behandelt mit der mathematischen Grundlagenforschung einen sowohl für Mathematiker als auch für Philosophen relevanten Gegenstandsbereich. Sie behandelt darüber hinaus eine Zeit, in der die mathematische Logik zunehmend als konstitutiver Bestandteil der mathematischen Grundlagenforschung angesehen wurde. In dieser Zeit wurden auch erste Schritte zur institutionellen Absicherung der Logik als Teildisziplin der Mathematik getan. Daß eine „monodisziplinäre" Sichtweise bei dieser Konstellation fehl am Platze wäre, ist evident. Da die historisch-systematische Einordnung des frühen Hilbertschen Programms weitgehend geleistet ist, wird der Schwerpunkt der Untersuchung in der historisch-kontextuellen Einordnung des Programms liegen. Systematische Erörterungen werden allerdings dort notwendig sein, wo sich historische Wertungen in der bisherigen Literatur als revisionsbedürftig erweisen.

[55]Robert K. Mertons Urteil findet sich in seinem *Science*-Kommentar (*1975*) über den an gleicher Stelle veröffentlichten Aufsatz Holtons "On the Role of Themata in Scientific Thought" (*1975*). Holtons programmatischer Aufsatz ist *1981* in deutscher Übersetzung erschienen.

2 Von den Grundlagen der Geometrie zur Axiomatik der reellen Zahlen

> Die Geometrie bedarf — ebenso wie die Arithmetik — zu ihrem folgerichtigen Aufbau nur weniger und einfacher Grundthatsachen. Diese Grundthatsachen heissen *Axiome* der Geometrie. [...] Die vorliegende Untersuchung ist ein neuer Versuch, für die Geometrie ein *einfaches* und *vollständiges* System voneinander *unabhängiger* Axiome aufzustellen und aus denselben die wichtigsten geometrischen Sätze in der Weise abzuleiten, dass dabei die Bedeutung der verschiedenen Axiomgruppen und die Tragweite der aus den einzelnen Axiomen zu ziehenden Folgerungen klar zu Tage tritt.[56]

Mit diesen Worten beginnt Hilbert seine 1899 erschienenen „Grundlagen der Geometrie".[57] Aus methodischen Gründen wird hier die Axiomatisierung der Arithmetik als schon geleistet vorausgesetzt, denn die Widerspruchsfreiheit der geometrischen Axiome wird auf die Widerspruchsfreiheit der Arithmetik zurückgeführt. Faktisch war aber — auch für Hilbert — die Entwicklung eines widerspruchsfreien Systems arithmetischer Axiome ein Desiderat, ein Desiderat, dessen Einlösung er sich in der Zeit nach Veröffentlichung seiner „Grundlagen" als Aufgabe für seine eigene grundlagentheoretische Forschung stellte.

Es soll hier nicht um eine Exposition der Hilbertschen „Grundlagen der Geometrie" oder gar um eine Beurteilung ihres systematischen Gehaltes gehen.[58] Es soll vielmehr gezeigt werden, daß bereits Hilberts erste grundlagentheoretische Veröffentlichung das umfassende mathematische Axiomatisierungsprogramm implizit enthält, das in dieser ersten Phase seinen prägnantesten Ausdruck in Hilberts Pariser Vortrag „Mathematische Probleme" fand.[59]

[56]Hilbert *1899*, 3. In der 2. Aufl. (*1903*, 1) wird „Grundsätze" statt „Grundthatsachen" gesetzt, und statt „ein *einfaches* und *vollständiges* System voneinander *unabhängiger* Axiome" heißt es „*vollständiges* und *möglichst einfaches* System von Axiomen". Auch in den folgenden Ausführungen werden vor allem diese beiden, für den Untersuchungszeitraum relevanten Ausgaben herangezogen.

[57]Die „Grundlagen der Geometrie" fanden rasch auch internationale Verbreitung. Sie erschienen schon ein Jahr nach der Erstausgabe in französischer (Hilbert *1900c*) und 1902 in englischer Übersetzung (Hilbert *1902a*).

[58]Die historisch-systematische Einordnung dieser Schrift ist u.a. bereits *1957* von Hans Freudenthal geleistet worden. Ergänzungen aufgrund archivalischen Materials, das insbesondere Aufschlüsse über die Vorbereitung durch Hilberts Vorlesungstätigkeit gibt, bringt Toepell *1986*. Eine umfassende Analyse von Hintergrund, Inhalt, Zielen und Einfluß der 10 Auflagen der *Grundlagen der Geometrie* haben Birkhoff/Bennett *1985* vorgelegt.

[59]Hilbert *1900b*, bes. 258 *f*.

FESTSCHRIFT

ZUR FEIER DER

ENTHÜLLUNG DES GAUSS-WEBER-DENKMALS

IN GÖTTINGEN.

HERAUSGEGEBEN

VON DEM FEST-COMITEE.

INHALT:

D. HILBERT: GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE.

E. WIECHERT: GRUNDLAGEN DER ELEKTRODYNAMIK.

LEIPZIG,
VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1899.

Abbildung 2: Erstausgabe von Hilberts *Grundlagen der Geometrie*

2.1 Die „Grundlagen der Geometrie" und die Ursprünge des axiomatischen Programms

Otto Blumenthal schreibt den „gewaltigen Erfolg" der „Grundlagen der Geometrie" in erster Linie „ihrer philosophischen Richtung" zu, „der radikalen Abstraktion von der Anschauung und ihrem Ersatz durch logische Verknüpfungen" (*1935*, 403). J. Fang, der dieses Urteil zitiert, tut Blumenthal Unrecht, wenn er den Anschein erweckt, als sei damit behauptet, Hilbert habe ein philosophisches Buch geschrieben. Andererseits ist aber auch Fangs Beobachtung ernstzunehmen, daß das Merkwürdigste an den *Grundlagen der Geometrie* "the absence of philosophy" sei: "It was *all* mathematics" (Fang *1970*, 34). Alfred Tarskis Ratschlag, bei der Lektüre des Buches solle man bedenken, „daß der Schwerpunkt seiner [Hilberts] Zielsetzung nicht die methodologischen Aspekte der Axiomatik waren,"[60] vermittelt zwischen diesen beiden Positionen. Die neue, auch philosophisch relevante Methode wird angewandt, nicht reflektiert.

Hilbert beginnt die Axiomatisierung der Geometrie mit der „Erklärung", daß wir uns drei verschiedene Systeme von Dingen „denken":

> Die Dinge des ersten Systems nennen wir *Punkte* und bezeichnen sie mit $A, B, C, \ldots$; die Dinge des zweiten Systems nennen wir *Gerade* und bezeichnen sie mit $a, b, c, \ldots$; die Dinge des dritten Systems nennen wir *Ebenen* und bezeichnen sie mit $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$; die Punkte heissen auch die *Elemente der linearen Geometrie*, die Punkte und Geraden heissen die *Elemente der ebenen Geometrie* und die Punkte, Geraden und Ebenen heissen die *Elemente der räumlichen Geometrie* oder *des Raumes*.[61]

In der Aussage „Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen" liegt wohl der Anknüpfungspunkt von Blumenthals Urteil, Hilbert abstrahiere radikal von der Anschauung. Die Geometrie wird von der Raumanschauung getrennt; „die Nabelschnur zwischen Realität und Geometrie durchschnitten", so Hans Freudenthal,

> die Geometrie ist reine Mathematik geworden, und die Frage, ob und wie sie auf die Wirklichkeit angewandt werden kann, beantwortet sich bei ihr ganz wie bei irgendeinem anderen Zweige der Mathematik. Die Axiome sind nicht mehr evidente Wahrheiten, ja es hat nicht einmal mehr Sinn, nach ihrer Wahrheit zu fragen.[62]

[60] Tarski in den Literaturhinweisen seiner *Einführung in die mathematische Logik* (*1966*, 241). Es handelt sich um die 2., neubearb. Aufl. von Tarski *1937*, eine Übersetzung der ursprünglich in polnischer Sprache erschienenen Schrift (Tarski *1936*).

[61] Hilbert *1899*, 4.

[62] Freudenthal *1957*, 111.

Zugleich sind aber auch die Grundlagen für „die *existentiale* Fassung der Theorie" geschaffen, die Bernays *1930* (329) als für die „Gestaltung der neueren Mathematik wesentlich" bezeichnet hat.

Die Beziehungen zwischen den Dingen der drei Systeme werden genau und für mathematische Zwecke vollständig durch das Axiomensystem beschrieben. Hilbert führt in der Erstausgabe insgesamt 20 Axiome an, die sich in 5 Axiomgruppen zusammenfassen lassen: (I) 7 Axiome der Verknüpfung; (II) 5 Axiome der Anordnung; (III) 1 Axiom der Parallelen (Euklidisches Axiom); (IV) 6 Axiome der Kongruenz; (V) 1 Axiom der Stetigkeit (Archimedisches Axiom).[63]

Der Aufstellung des Axiomensystems folgen Untersuchungen *über* das Axiomensystem. Dabei stellt Hilbert in Kapitel II „Die Widerspruchslosigkeit und gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome"[64] zunächst den Widerspruchsfreiheitsbeweis für die ebene Geometrie an die Spitze.[65] Hilbert führt diesen Beweis durch Konstruktion des eine abzählbare Menge von Elementen enthaltenden Bereiches Ω

[63]Hilbert *1899*, 4–19. Die 2. und auch die späteren Auflagen führen insgesamt 21 Axiome an. In der Axiomgruppe I kommt ein achtes Axiom hinzu („Es gibt wenigstens vier nicht in einer Ebene gelegene Punkte" [*1903*, 3]), und in der Axiomgruppe II fällt das Axiom II.4 über die Anordnung von vier Punkten auf einer Geraden weg. Wichtig ist die Hinzunahme des Vollständigkeitsaxioms als zweites Stetigkeitsaxiom (Axiomgruppe V): „Die Elemente (Punkte, Geraden, Ebenen) der Geometrie bilden ein System von Dingen, welches bei Aufrechterhaltung sämtlicher genannten Axiome keiner Erweiterung mehr fähig ist" (*1903*, 16). Dieses Axiom wurde erstmals in der französischen Übersetzung der „Grundlagen der Geometrie" (Hilbert *1900c*, 123) als mögliche Ergänzung erwähnt. Durch das Vollständigkeitsaxiom wird die Identität der durch das Axiomensystem definierten Geometrie mit der Cartesischen Geometrie hergestellt, es bildet, so Hilbert, „den Schlußstein des ganzen Axiomensystems" (*1903*, 17). Dieses umstrittene Axiom V.2 wurde in späteren Auflagen der „Grundlagen der Geometrie" unter Aufnahme u.a. von Ergebnissen von Friedrich Bachmann und Paul Bernays durch ein „Axiom der linearen Vollständigkeit" ersetzt: „Das System der Punkte einer Geraden mit seinen Anordnungs- und Kongruenzbeziehungen ist keiner solchen Erweiterung fähig, bei welcher die zwischen den vorigen Elementen bestehenden Beziehungen sowie auch die aus den Axiomen *I–III* folgenden Grundeigenschaften der linearen Anordnung und Kongruenz, und *V I* erhalten bleiben." Das alte Vollständigkeitsaxiom wird als zu beweisender (und bewiesener) Satz 32 formuliert. Siehe z.B. die 9. Aufl., Hilbert *1962*, 30–33, Zit. 30.

[64]Hilbert *1899*, 19–26.

[65]Hilberts Vorläufer Giuseppe Veronese widmete sein Hauptaugenmerk noch der Unabhängigkeit der Axiome (Veronese *1891*, dt. in neuer Bearbeitung *1894*, dort die „Vorrede des Verfassers", V–XXXVIII). In seinem Idealismus stützt sich Veronese auf „die Thatsachen des Geistes oder der Wahrnehmung, welche von Niemand bestritten werden können, und unser Führer ist das Princip des Widerspruchs" (XIV). Die geometrischen Axiome „sollen unabhängig voneinander sein, wobei man jedoch auch auf ihre Ordnung und um so mehr darauf zu achten hat, dass sie einander nicht widersprechen" (XVI).

> aller derjenigen algebraischen Zahlen, welche hervorgehen, indem man von der Zahl 1 ausgeht und eine endliche Anzahl von Malen die Rechnungsoperationen: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und die fünfte Operation $\sqrt{1+\omega^2}$ anwendet, wobei ω jedesmal eine Zahl bedeuten kann, die vermöge jener fünf Operationen bereits entstanden ist.[66]

In diesem Bereich sind die Axiome der Gruppen I–V (allerdings nicht das später eingeführte Axiom V.2) erfüllt. Hilbert schließt daraus, „dass jeder Widerspruch in den Folgerungen aus unseren Axiomen auch in der Arithmetik des Bereiches Ω erkennbar sein müsste" (*1899*, 21). Die Widerspruchsfreiheit der geometrischen Axiome wird also auf die Widerspruchsfreiheit der Arithmetik zurückgeführt. Hilbert benutzt dabei die seit Descartes bekannte Möglichkeit der Algebraisierung der Mathematik: „Damit ist der Widerspruchslosigkeitsbeweis aufgeschoben und gleichzeitig Hilberts nächste Aufgabe gestellt: der Widerspruchslosigkeitsbeweis für die Zahlentheorie" (Freudenthal *1957*, 125). Daß der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Arithmetik selbst noch ein Desiderat ist, wird in den „Grundlagen der Geometrie" allerdings nicht einmal erwähnt. Von der zweiten Auflage an wird zumindest in einer Fußnote auf Hilberts diesbezügliche Arbeiten verwiesen.[67]

Die folgenden Paragraphen des zweiten Kapitels der „Grundlagen der Geometrie" gelten einer weiteren Untersuchung *über* das Axiomensystem: dem Beweis der Unabhängigkeit der Axiome, dem Beweis also, „dass keines der Axiome durch logische Schlüsse aus den übrigen abgeleitet werden kann" (*1899*, 21). Dabei spielt aber offensichtlich die Hierarchie der Axiome bzw. ihre Stellung im Axiomensystem eine wichtige Rolle, denn wirklich unabhängig sind die Axiome in keiner der Auflagen (Freudenthal *1957*, 123).

Die übrigen Kapitel bringen Anwendungen der Axiomatik, die insofern von Interesse sind, als in ihnen die Arithmetisierung als Beweishilfsmittel eingeführt wird. Hilbert geht es darum, „in die Geometrie eine Rechnung mit Strecken einzuführen, in der die Rechnungsregeln für reelle Zahlen sämtlich unverändert gültig sind" (*1899*, 32). Diese „Streckenrechnung" genügt Rechenregeln, die im § 13 „Complexe Zahlensysteme" (*1899*, 26–28) zusammengestellt sind. Danach bilden die reellen Zahlen ein System von Dingen, für das die folgenden Eigenschaften zutreffen (a, b, c stehen für Zahlen):

[66]Hilbert *1899*, 20.

[67]Hilbert *1903*, 19, Fußnote 1. Hilbert verweist auf die weiter unten diskutierten Vorträge „Über den Zahlbegriff" (*1900a*) und „Mathematische Probleme" (*1900b*), dort besonders Problem 2.

Sätze der Verknüpfung:

$$
\begin{array}{lrcl}
(1) & \bigwedge_{a,b}\bigvee_{c}(a+b=c & \text{oder} & c=a+b)\\
(2) & a+0=a & \text{und} & 0+a=a\\
(3) & \bigwedge_{a,b}\bigvee_{x,y}(a+x=b & \text{und} & y+a=b)\\
(4) & \bigwedge_{a,b}\bigvee_{c}(ab=c & \text{oder} & c=ab)\\
(5) & a\cdot 1=a & \text{und} & 1\cdot a=a\\
(6) & \bigwedge_{a,b}\bigvee_{x,y}(ax=b & \text{und} & ya=b)\\
(7) & a+(b+c) & = & (a+b)+c\\
(8) & a+b & = & b+a\\
(9) & a(bc) & = & (ab)c\\
(10) & a(b+c) & = & ab+ac\\
(11) & (a+b)c & = & ac+bc\\
(12) & ab & = & ba
\end{array}
$$

Sätze der Anordnung:

(13) Wenn $a \neq b$, dann $a > b$ oder $b > a$

(14) Wenn $a > b$ und $b > c$, dann $a > c$

(15) Wenn $a > b$ dann $a + c > b + c$

(16) Wenn $a > b$ und $c > 0$, dann $ac > bc$

Archimedischer Satz:

(17) $a + a + \ldots + a > b$ für $a > 0$ und $b > 0$.

Die Verwendung des Begriffes „komplexes Zahlensystem" ist ungewöhnlich, wenn nicht unglücklich. Hilbert nennt ein System, das *nur einen Teil* der genannten Eigenschaften besitzt, ein komplexes Zahlensystem. Auch legt er nicht die Rechenregeln für die „komplexen Zahlen" fest, sondern bestimmt die Merkmale eines heute so genannten „geordneten Körpers" (Freudenthal *1957*, 118). Es handelt sich bei dieser Sammlung von Eigenschaften nicht um ein Axiomensystem, dazu bedürfte es noch der Durchführung der von Hilbert formulierten „Aufgabe, die logischen Abhängigkeiten dieser Eigenschaften zu untersuchen" (*1899*, 28), wenn auch die Sätze fast wortwörtlich Hilberts späteren Axiomen der Arithmetik entsprechen.

In seinem Schlußwort betont Hilbert, daß über seiner Untersuchung eine beweistheoretische Zielsetzung gestanden habe. Das Interesse an einem mathematischen Problem sei erst dann befriedigt,

> wenn uns entweder die völlige Lösung jenes Problems und der strenge Beweis dieses Satzes gelingt oder wenn der Grund für die Unmöglichkeit des Gelingens und damit zugleich die Notwendigkeit des Misslingens von uns klar erkannt worden ist. [...] In der That sucht die vorstehende geometrische Untersuchung allgemein darüber Aufschluss zu geben, welche Axiome, Voraussetzungen oder Hilfsmittel zum Beweise einer elementar-geometrischen Wahrheit nötig sind, und es bleibt dann dem jedesmaligen Ermessen anheim gestellt, welche Beweismethode von dem gerade eingenommenen Standpunkte aus zu bevorzugen ist.[68]

2.2 „Der Satz vom Widerspruch die pièce de résistance"

2.2.1 Über den Zahlbegriff

Hilberts Festschriftbeitrag über die „Grundlagen der Geometrie", an dem er seit März 1899 gearbeitet hatte,[69] erschien Mitte Juni 1899, rechtzeitig zur Gauß-Weber-Feier anläßlich der Enthüllung des Carl Friedrich Gauß und Wilhelm Weber ehrenden Denkmals am 17. Juni 1899.[70] Die darauf folgenden Arbeiten Hilberts galten vor allem der Zweiteilung des Stetigkeitsaxioms und der Axiomatik der Arithmetik. Die Ergebnisse seiner Überlegungen stellte er auf der Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) vor, die zusammen mit der Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte vom 17. bis 23. September 1899 in München stattfand.[71] Am Nachmittag des 19. September hielt Hilbert in der von Felix Klein geleiteten 3. Sitzung der Abteilung für Mathematik und Astronomie seinen Vortrag „Über den Zahlbegriff".[72]

[68] Hilbert *1899*, 89 *f*.

[69] Toepell *1986*, 238.

[70] Vgl. den Bericht über die Feier bei Toepell *1986*, 254–255.

[71] Vgl. die Berichte über die Jahresversammlung der DMV in: [Bericht] *1900*, bes. 4; und über die Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in: Wangerin *1900*, bes. 8.

[72] Hilbert *1900a*, veröffentlicht auch in den Anhängen der englischen Übersetzung (*1902a*) seiner „Grundlagen der Geometrie", sowie in der 7. deutschen Aufl. dieses Werkes (*1930*), Anhang VI, 241–246.

In diesem Vortrag entwickelt Hilbert eine Axiomatik der Arithmetik analog seinem Vorgehen bei der Grundlegung der Geometrie. Er wirft zunächst die Frage auf, ob die in der Literatur feststellbaren methodisch unterschiedlichen Herangehensweisen bei der Begründung des Zahlbegriffs und bei der Begründung der Geometrie — hier genetische Methode, die vom Begriff der Zahl 1 und vom Zählprozeß ausgeht, dort die axiomatische Methode mit den daraus resultierenden notwendigen Aufgaben, Widerspruchslosigkeit und Vollständigkeit der Axiome zu zeigen — tatsächlich für die jeweiligen Wissenschaftsgebiete die allein angemessenen seien. Darüber hinaus sei zu untersuchen, welche der Methoden die größten Vorteile bringe, wenn es sich „um die logische Untersuchung der Grundlagen der Mechanik oder anderer physikalischer Disciplinen" handele (Hilbert *1900a*, 181).

Der erste Schritt bei der Konstitution des zu axiomatisierenden Gegenstandsbereiches entspricht dem der Grundlegung der Geometrie:

> Wir denken ein System von Dingen; wir nennen diese Dinge Zahlen und bezeichnen sie mit $a, b, c, \ldots$ Wir denken diese Zahlen in gewissen gegenseitigen Beziehungen, deren genaue und vollständige Beschreibung durch die folgenden Axiome geschieht.[73]

Das angeführte Axiomensystem entspricht weitgehend den Sätzen über die Eigenschaften der reellen Zahlen in § 13 der „Grundlagen der Geometrie" (*1899*, 26–28). Die Sätze (1)–(6) sind zur Axiomgruppe I „Axiome der Verknüpfung" zusammengefaßt. Die Sätze (2) [Definition der „0"] und (3) [Definition des „entgegengesetzten Elementes" x] sind gegeneinander vertauscht. Die ursprünglich noch zu den Verknüpfungssätzen gezählten Sätze (7)–(12) werden nun den Axiomen der neuen Axiomgruppe II („Axiome der Rechnung") zugewiesen. Die „Axiome der Anordnung" (III) entsprechen den „Sätzen der Anordnung" [(13)–(16)], und der Archimedische Satz ist das erste der „Axiome der Stetigkeit" (IV). Neu ist die Aufnahme eines „Axioms der Vollständigkeit" in diese Axiomgruppe:

> Es ist nicht möglich, dem System der Zahlen ein anderes System von Dingen hinzuzufügen, so dass auch in dem durch Zusammensetzung entstehenden Systeme die Axiome I, II, III, IV 1 sämtlich erfüllt sind; oder kurz: die Zahlen bilden ein System von Dingen, welches bei Aufrechterhaltung sämtlicher Axiome keiner Erweiterung mehr fähig ist.[74]

[73]Hilbert *1900a*, 181.

[74]Hilbert *1900a*, 183. Toepell *1986*, 254, schließt aus einer Bemerkung Hermann Minkowskis in einem Brief an Hilbert, daß Hilbert schon bei Abfassung der „Grundlagen der Geometrie" von der Notwendigkeit eines 18. Axioms der Arithmetik, offenbar des

Die „notwendige Aufgabe" des Nachweises der Widerspruchsfreiheit der aufgestellten Axiome wird in der Arbeit nicht ausgeführt, sondern nur versichert, daß es dazu „nur einer geeigneten Modification bekannter Schlußmethoden" bedürfe (Hilbert *1900a*, 184). Hilbert schließt den Aufsatz „Über den Zahlbegriff" mit einer bemerkenswerten Anwendung der axiomatischen Methode auf Probleme der damals vieldiskutierten Cantorschen Mengenlehre.[75] Bezugnehmend auf Cantors Ordinalzahltheorie und dessen Ausführungen über die Überabzählbarkeit der reellen Zahlen[76] betont Hilbert, daß mit einem Widerspruchsfreiheitsbeweis für die arithmetischen Axiome auch die Existenz des Inbegriffs der reellen Zahlen bewiesen wäre. Bereits hier findet sich also Hilberts Überzeugung, daß der Konsistenzbeweis für ein System S von Axiomen die Existenz eines Modells von S impliziert.[77] Nach Hilberts Ansicht können damit auch die Bedenken zerstreut werden, die gegen den Begriff der unendlichen Menge überhaupt geltend gemacht worden sind. Der Nachweis gelinge, so Hilbert, weil die Menge der reellen Zahlen nicht etwa durch Angabe aller möglichen Erzeugungsgesetze konstituiert, sondern als ein System von Dingen aufgefaßt werde,

> deren gegenseitige Beziehungen durch das obige *endliche und abgeschlossene* System von Axiomen I–IV gegeben sind, und über welche neue Aussagen nur Gültigkeit haben, falls man sie mittelst einer endlichen Anzahl von logischen Schlüssen aus jenen Axiomen ableiten kann.[78]

Vollständigkeitsaxioms, überzeugt war. Der auf Zürich 24.6.1899 datierte Brief ist ediert in Minkowski *1973*, 116 *f*. Damit wäre Moores Vermutung (*1988a*, 106) hinfällig, Hilbert habe mit der Formulierung des Axioms auf die Kritik Julius Sommers in einer mit Oktober 1899 datierten Rezension der „Grundlagen der Geometrie" reagiert (Sommer *1900*), wonach das Archimedische Axiom unter den geometrischen Axiomen für die Definition des Kontinuums nicht ausreiche. Das geometrische Vollständigkeitsaxiom wurde erstmals in der französischen Übersetzung der „Grundlagen der Geometrie" (Hilbert *1900c*, 123) formuliert, unter Verweis auf den Vortrag „Über den Zahlbegriff". Obwohl dort das arithmetische Vollständigkeitsaxiom eingeführt wird, bleiben in der französischen Übersetzung der „Grundlagen der Geometrie" die Sätze über komplexe Zahlensysteme unverändert.

[75]Eine, wenn auch umstrittene Darstellung des zeitgenössischen Forschungsstandes gibt Arthur Schoenflies in seinem Bericht für die Deutsche Mathematiker-Vereinigung *Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten* (Tl. 1: *1900*, Tl. 2: *1908*). Für eine immer noch nützliche Gesamtdarstellung vgl. Abraham A. Fraenkels *Abstract Set Theory* (*1953*) und seine noch heute lesbare *Einleitung in die Mengenlehre* (*1919*). Fraenkel und Yehoshua Bar-Hillel geben in ihren *Foundations of Set Theory* (*1958*) eine Gesamtdarstellung der Grundlegungsproblematik.

[76]Cantor *1874*, wieder in *1932*, 115–118; Cantor *1895*, *1897*, wieder in Cantor *1932*, 282–351; vgl. Thiel *1972*, 87–90.

[77]Moore *1987*, 111, führt diese Ansicht auf eine analoge Stelle in dem späteren Vortrag „Mathematische Probleme" (*1900b*, 264–266) zurück.

[78]Hilbert *1900a*, 184.

Es lasse sich aber auch beweisen, daß die Menge aller Ordinalzahlen nicht existiere: „Das System der Mächtigkeiten ist eine nichtconsistente (nichtfertige) Menge“ (Hilbert *1900a*, 184). Für Hilbert wird daher Cantors Unterscheidung „konsistenter“ von „inkonsistenten“ Vielheiten, Cantors Versuch also, „seinem System selbst noch die Widersprüche zu integrieren“,[79] überflüssig.[80]

[79]Thiel *1972*, 88, Anm. 46. Thiel nimmt dies als Beleg für die Fixiertheit des Cantorschen Denkens auf den allgemeinen Mengenbegriff. Purkert sieht in einer neuen Studie (*1989*, 58 *f.*) hier einen Ausdruck der platonistisch-ontologischen philosophischen Einstellung Cantors. Zur Haltung Cantors zu den mengentheoretischen Antinomien vgl. u.a. Purkert/Ilgauds *1985*, bes. 95–97, *1987*, bes. 147–166, Purkert *1986*, *1989*, bes. 56–62, sowie Meschkowski *1967*, 144–155, und Meschkowski *1983*, 144-155.

[80]Cantor teilte diese Unterscheidung zwischen konsistenten und inkonsistenten Mengen am 3. August 1899 Dedekind brieflich mit. Der Brief wurde erst von Ernst Zermelo in Cantor *1932*, 443–447, veröffentlicht, dort unter dem in der Literatur geläufigen Datum 28.7.1899. Ivor Grattan-Guinness hat *1974*, 127 *f.*, nachgewiesen, daß Zermelo in seiner Edition zwei aufeinanderfolgende Briefe kombiniert hat. Grattan-Guinness' Abhandlung enthält eine Überlieferungsgeschichte des Cantor-Dedekind-Briefwechsels und die Geschichte der Editionen Cantor *1932* und Noether/Cavaillès *1937*. Hilbert war diese Unterscheidung offenbar schon vor Dedekind bekannt. Cantors Begriff der „fertigen“ Menge oder „aktuell existierenden Totalität“ im Unterschied zur „absolut unendlichen Menge“ war Gegenstand des Briefwechsels zwischen Cantor und Hilbert in den Jahren 1897–1900 (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 54). Cantor benutzt diesen Begriff zur Lösung des Problems, „ob auch alle transfiniten Cardinalzahlen oder Mächtigkeiten in den Alefs enthalten seien“ (Cantor an Hilbert, dat. Harzburg, 26.9.1897, 2). Unter fertigen Mengen versteht Cantor solche Mengen, „bei denen die Zusammenfassung aller Elemente zu einem Ganzen, zu *einem Ding für sich, möglich ist, so daß eine ‚fertige M[enge]‘ eventuell selbst als Element einer andern Menge gedacht werden kann*“ (Cantor an Hilbert, dat. Halle, 6.10.1898); eine fertige Menge sei „jede Vielheit, bei welcher alle Elemente *ohne Widerspruch als zusammenseiend* und daher als *ein Ding für sich* gedacht werden können“ (Cantor an Hilbert, dat. 10.10.1898). Am 9.5.1899 teilt Cantor Hilbert mit, er habe sich daran gewöhnt, „das was ich früher ‚fertig‘ genannt durch den Ausdruck ‚consistent‘ zu ersetzen. [...] ‚Mengen‘ würden dann ‚consistente Vielheiten‘ sein. Dass das ‚arithmet[ische] Continuum‘ in diesem Sinne eine ‚Menge‘ [ist], ist unsere gemeinsame Ueberzeugung; die Frage ist, ob diese Wahrheit eine beweisbare, oder ob sie ein Axiom ist.“ Zum Briefwechsel zwischen Hilbert und Cantor vgl. Purkert *1986*, *1989* und Purkert/Ilgauds *1987*, 150–155. Die Autoren kommen in der zuletzt genannten Schrift zu dem Schluß (151), „daß *Cantor* der antinomische Charakter des Systems aller Kardinalzahlen bzw. des Systems aller Ordinalzahlen schon viele Jahre vor 1897, also dem Jahr der Veröffentlichung durch Burali-Forti, bekannt war.“ Im Sinne der Unterscheidung von Moore und Garciadiego zwischen „Widerspruch“ und „Paradox“ (d.h. in der deutschen philosophischen Terminologie zwischen „Paradoxie“ und „Antinomie“) ist das sicher nicht zutreffend. Es erscheint vielmehr fraglich, ob dieser Unterschied Cantor jemals klar geworden ist. Dies bestätigt Purkert in einer neueren Arbeit über Cantors philosophische Einstellung (*1989*). Über die Motive von Cantors Beschäftigung mit den philosophischen Grundlagen seiner Theorie der transfiniten Mengen schreibt er dort: “My thesis is that this underlying issue was brought out due to Cantor's discovery of the antinomies of set theory, or more precisely, his dicovery of those facts that later mathematicians and logicians like Russell regarded as antinomies (for Cantor, there were no antinomies [...])” (56).

Die Anwendung des arithmetischen Axiomensystems auf die Mengenlehre, die ja in erster Linie der Vermeidung des Begriffs der „unendlichen Menge“ dienen soll, kann als Wurzel des „finiten Standpunkts“, des „Finitismus“ der Hilbertschen Beweistheorie, angesehen werden. Das methodische Prinzip des Finitismus wird zwar nicht expliziert, es liegt nach Ansicht von Paul Bernays diesen Überlegungen aber als Intention zugrunde.[81] Bernays illustriert den finiten Standpunkt später am Beispiel von Behauptungen über die Existenz mathematischer Gegenstände: Im Bereich der elementaren Zahlentheorie lassen sich Behauptungen wie „zu jeder Zahl gibt es eine größere“ durch vorweisbare Zahlengesamtheiten oder durch Konstruktionsanweisungen darstellen: wenn n eine Zahl ist, so bilde man $n + 1$. Diese Zahl ist größer als n.

> Die Existenzbehauptung hält sich an die in der anschaulichen Vorstellung vollziehbaren Bildungsprozesse und nimmt nicht Bezug auf eine Mannigfaltigkeit aller Zahlen. Diese elementare, an die Bedingungen der grundsätzlichen Vorstellbarkeit sich bindende Betrachtungsweise wollen wir nach *Hilbert* als den *finiten* Standpunkt bezeichnen und im gleichen Sinne von finiten Methoden, finiter Überlegung und finiten Schlüssen sprechen.[82]

Mit seinem Münchner Vortrag „Über den Zahlbegriff“ macht Hilbert einen ersten Schritt hin zur Ausweitung des geometrischen Grundlegungsprogramms zu einem allgemeinen Axiomatisierungsprogramm für die Teildisziplinen der Mathematik. In Analogie zu den „Grundlagen der Geometrie“ wird die implizite Definition zur Konstitution des Gegenstandsbereiches der reellen Zahlen eingesetzt. Der von Hilbert gewählte Ausgang von einem gedachten System von Dingen, die Zahlen genannt werden, ist zunächst unabhängig von einer mengentheoretischen Begründung der Mathematik. Gleichwohl deutet Hilbert an, daß sich die mit dem Begriff der „unendlichen Menge“ verbundenen Probleme mit Hilfe axiomatischer Systeme beheben lassen. Hilbert hat eine Anwendung seines arithmetischen Axiomensystems auf Begriffe der naiven Cantorschen Mengenlehre vor Augen. Von einer Verbindung zwischen Mengenlehre und Logik ist hier noch nicht die Rede.[83]

[81]Bernays *1930*, 365, Anm. 16, bezieht sich auf Hilberts Heidelberger Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik“ (*1905a*), die dortigen Ausführungen Hilberts gehen aber auf den Vortrag „Über den Zahlbegriff“ zurück.

[82]Bernays *1930*, 343.

[83]Vito Michele Abrusci (*1981*, 456) beurteilt Hilberts frühe Haltung zur mathematischen Beweistheorie ähnlich: “We are not dealing with a strictly ‘logical’ interest, that is, one directed towards the examination and evaluation of logical deduction from premises, or that of the logical decomposition to premises; it is instead an interest directed predominantly

2.2.2 Widerspruchsfreiheit als Problem

Dem skizzenhaften Aufbau des Vortrages „Über den Zahlbegriff" entsprechend sind die metaaxiomatischen Untersuchungen auf Widerspruchslosigkeit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit des Systems nicht ausgeführt. Hilberts Versicherung, daß der Widerspruchsfreiheitsbeweis „nur" einer geeigneten Modifikation bekannter Schlußmethoden bedürfe, verleitet dazu anzunehmen, daß er im September 1899 die Größe der zu leistenden Aufgabe noch unterschätzt hat. Dem ist allerdings entgegenzuhalten, daß er nicht einmal ein Jahr später, im August 1900, in seinem Vortrag „Mathematische Probleme" vor dem Zweiten Internationalen Mathematiker-Kongreß in Paris,[84] den Widerspruchsfreiheitsbeweis der Arithmetik als zweites unter seine berühmten mathematischen Probleme aufgenommen hat. Die optimistische Formulierung vom September 1899 ist aber konsistent mit Hilberts Überzeugung, daß es in der Mathematik kein „Ignorabimus" gebe,[85] mit der im Pariser Vortrag ausgedrückten Überzeugung also, „von der Lösbarkeit eines jeden mathematischen Problems". Hilbert stellt an die Lösung der mathematischen Probleme die Forderung der strengen Beweisführung: die Richtigkeit der Antwort auf ein Problem muß aufgrund einer endlichen Anzahl von Voraussetzungen, die in der Problemstellung liegen und genau formuliert sein müssen, in einer endlichen Anzahl von Schritten gezeigt werden können (*1900b*, 262). Diese Forderung ergibt sich nicht nur für die reine Mathematik, vielmehr,

> wo immer von erkenntnistheoretischer Seite oder in der Geometrie oder aus den Theorien der Naturwissenschaft mathematische Begriffe auftauchen, erwächst der Mathematik die Aufgabe, die diesen Begriffen zu Grunde liegenden Principien zu erforschen und dieselben durch ein einfaches und vollständiges System von Axiomen derart festzulegen, daß die Schärfe der neuen Begriffe und ihre Verwendbarkeit zur Deduktion den alten arithmetischen Begriffen in keiner Hinsicht nachsteht.[86]

at the mathematical *Beweisgründen* [wohl: *Beweisgründe*] of proofs, which we can call 'mathematical interest in proofs'." Vgl. auch die ausführliche Studie zu den Ursprüngen der Hilbertschen Beweistheorie von Moriconi *1976*.

[84] Hilbert *1900b*; *1901* erschien eine leicht erweiterte deutsche Fassung. Der Vortrag wurde im offiziellen Kongreßbericht in französischer (*1902b*) und im gleichen Jahr auch in englischer Übersetzung (*1902c*) veröffentlicht.

[85] Hilbert *1900b*, 262. Hilbert bezieht sich hier auf Emil Du Bois-Reymonds Schlußworte in seinem Vortrag „Ueber die Grenzen des naturwissenschaftlichen Erkennens" auf der 45. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Leipzig am 14.8.1872 (Kurzfassung: Du Bois-Reymond *1872*), unter dem Titel „Über die Grenzen des Naturerkennens" veröffentlicht u.a. in Du Bois-Reymond *1971*, 54–77.

[86] Hilbert *1900b*, 258 *f*.

Das axiomatische Programm wird damit auf die gesamte Mathematik mit ihren Anwendungsgebieten ausgedehnt, in den einleitenden Sätzen Hilberts zu Problem 2 „Die Widerspruchsfreiheit der arithmetischen Axiome"[87] gar auf jede Wissenschaft:

> Wenn es sich darum handelt, die Grundlagen einer Wissenschaft zu untersuchen, so hat man ein System von Axiomen aufzustellen, welche eine genaue und vollständige Beschreibung derjenigen Beziehungen enthalten, die zwischen den elementaren Begriffen jener Wissenschaft stattfinden.[88]

Die Axiome sind zugleich (implizite) Definitionen dieser elementaren Begriffe. Jede Aussage innerhalb des behandelten Bereichs der Wissenschaft gilt nur dann als richtig, wenn sie sich in endlichen Schritten aus den Axiomen ableiten läßt.

Eine Untersuchung des aufgestellten Axiomensystems hat nun zweierlei zu leisten: (1) es muß festgestellt werden, ob die Axiome völlig unabhängig voneinander sind oder ob sie sich gegenseitig bedingen; (2) als „wichtigstes Problem" gilt es aber zu beweisen, daß die Axiome

> untereinander widerspruchslos sind, d.h. daß man auf Grund derselben mittelst einer endlichen Anzahl von Schlüssen niemals zu Resultaten gelangen kann, die miteinander in Widerspruch stehen.[89]

Hilberts Ausführungen zum Problem des Widerspruchsfreiheitsbeweises sind im Grunde nur eine Zusammenfassung seiner früheren Darlegungen. Er weist darauf hin, daß die Widerspruchslosigkeit der geometrischen Axiome auf den Satz von der Widerspruchslosigkeit der arithmetischen Axiome zurückgeführt werden könne. Eine solche Rückführung sei natürlich bei den arithmetischen Axiomen nicht möglich, hier bedürfe es eines direkten Beweises. Die Axiome der Arithmetik seien im wesentlichen nichts anderes als die bekannten Rechenregeln unter Hinzunahme des Stetigkeitsaxioms. Hilbert weist ausdrücklich auf die Zweiteilung des Stetigkeitsaxioms hin, die er in dem Vortrag „Über den Zahlbegriff" erstmals durchgeführt habe. Er gibt seiner Überzeugung Ausdruck,

[87] Vgl. für eine systematische Analyse Kreisel *1976*. Zur philosophischen Bedeutung von Widerspruchsfreiheitsbeweisen vgl. auch Resnik *1974*, zu Hilbert bes. 133–138.

[88] Hilbert *1900b*, 264.

[89] Hilbert *1900b*, 264. Es fällt auf, daß ein Vollständigkeitsbeweis für das Axiomensystem nicht mehr als Aufgabe angeführt wird.

daß es gelingen muß, einen direkten Beweis für die Widerspruchslosigkeit der arithmetischen Axiome zu finden, wenn man die bekannten Schlußmethoden in der Theorie der Irrationalzahlen im Hinblick auf das bezeichnete Ziel genau durcharbeitet und in geeigneter Weise modificiert.[90]

Hilbert veranschaulicht auch hier die Bedeutung des Widerspruchsfreiheitsbeweises mittels seiner Auswirkungen auf umstrittene Fragen der Mengenlehre. Der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der reellen Zahlen sei zugleich ein Beweis für die mathematische Existenz des Inbegriffs der reellen Zahlen, also des Kontinuums. Der Inbegriff der reellen Zahlen sei aber (ganz im Sinne der intensionalen Mengendefinition)[91] nicht die Menge aller möglichen Dezimalbruchentwicklungen bzw. die Menge aller möglichen Gesetze, nach denen die Elemente einer Reihenentwicklung erzeugt werden können,

sondern ein System von Dingen, deren gegenseitige Beziehungen durch die aufgestellten Axiome geregelt werden und für welche alle und nur diejenigen Thatsachen wahr sind, die durch eine endliche Anzahl logischer Schlüsse aus den Axiomen gefolgert werden können. Nur in diesem Sinne ist meiner Meinung nach der Begriff des Continuums streng logisch faßbar.[92]

Das System aller Mächtigkeiten überhaupt ist für Hilbert aber ein „mathematisch nicht existierender Begriff", weil es nicht möglich ist, ein widerspruchsfreies System von Axiomen dafür aufzustellen (*1900b*, 266).

Unter den 23 genannten Problemen behandeln die ersten 6 Grundlagenfragen. Während die Probleme 3–5 Detailfragen der geometrischen Axiomatik betreffen, soll auf die Probleme 1 und 6 hier noch kurz eingegangen werden. „*Cantors* Problem von der Mächtigkeit des Continuums" stellt Hilbert an die Spitze seiner Liste. Er fordert darin einen direkten Beweis für die *1878* von Cantor in dem Aufsatz „Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre" erstmals formulierte Kontinuumshypothese.[93] In der Hilbertschen Formulierung lautet die Hypothese wie folgt:

Jedes System von unendlich vielen reellen Zahlen d.h. jede unendliche Zahlen- (oder Punkt)menge ist entweder der Menge der ganzen natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ... oder der Menge sämmtlicher reellen Zahlen und mithin dem Continuum, d.h. etwa den Punkten einer

[90]Hilbert *1900b*, 265.
[91]Vgl. Lorenz *1984*, bes. 219.
[92]Hilbert *1900b*, 266.
[93]Cantor *1878*, 257 *f.*; wieder in Cantor *1932*, 119–133, Kontinuumshypothese, 132.

Strecke aequivalent; *im Sinne der Aequivalenz giebt es hiernach nur zwei Zahlenmengen, die abzählbare Menge und das Continuum.*[94]

In der Literatur über die Hilbertschen Probleme[95] wird meist übersehen,[96] daß Hilbert in dem Abschnitt über das erste Problem darauf hinweist, daß eine weitere „sehr merkwürdige Behauptung *Cantors*" (*1900b*, 263) noch nicht bewiesen ist: der Wohlordnungssatz. Danach läßt sich jede Menge „wohlordnen". Eine geordnete Menge heißt wohlgeordnet, wenn es „in der Menge selbst und in jeder Teilmenge ein Element niedrigsten Ranges, ein sogenanntes erstes oder Anfangselement gibt".[97] In diesem Satz vermutet Hilbert den „Schlüssel zum Beweise" der Kontinuumshypothese. Er wurde von Ernst Zermelo *1904* mit Hilfe des Auswahlprinzips bewiesen. Zermelos Beweis brachte kaum Impulse für den Beweis der Kontinuumshypothese, war aber Kernstück seiner Axiomatik der Mengenlehre und löste eine vehemente Diskussion um die Berechtigung des Auswahlprinzips aus.[98] Die Kontinuumshypothese ist für mehrere Formalisierungen der Mengenlehre nach einem ersten Schritt von Kurt Gödel *1938*[99] von Paul Joseph Cohen *1963* und *1964* im Sinne ihrer Unentscheidbarkeit gelöst worden.[100]

Für Hilberts Axiomatisierungsprogramm ist auch das sechste Problem „Mathematische Behandlung der Axiome der Physik" von großer Bedeutung. Hilbert fordert, nach dem Vorbild der Grundlegung der Geometrie

diejenigen physikalischen Disciplinen axiomatisch zu behandeln, in denen schon heute die Mathematik eine hervorragende Rolle spielt; dies sind in erster Linie die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Mechanik.[101]

Die Aufnahme der Wahrscheinlichkeitsrechnung unter die Gebiete der Physik verwundert, doch hatte Hilbert hier wohl vor allem deren Anwendungen im Auge, z.B. in der kinetischen Gastheorie.[102] Auch wenn Fang feststellt,

[94]Hilbert *1900b*, 263.
[95]Z.B. Fang *1969*; Esenin-Vol'pin *1971*.
[96]Vgl. aber Mehrtens *1989*, 112.
[97]So die „populäre" Definition Gerhard Kowalewskis in seinen Lebenserinnerungen (*1950*, 199). Cantor definiert den Begriff der wohlgeordneten Menge in *1897*, 207 (*1932*, 312).
[98]Die Vorgeschichte und Diskussion des Auswahlprinzips (Auswahlaxiom) ist dargestellt in Moore *1982*.
[99]Ergänzt in Gödel *1939*, zusammenfassend in *1940*.
[100]Vgl. neben Esenin-Vol'pin *1971* und Fang *1969* auch Schroeder-Heister *1984* und vor allem Moore *1989*.
[101]Hilbert *1900b*, 272.
[102]Insofern treffen auch die kritischen Ausführungen von Gnedenko *1971*, bes. 145 *f.*, nicht den Punkt.

daß das sechste Problem „more or less a prescription rather than a question" sei (*1969*, 42), es paßt dennoch nahtlos in den programmatischen Rahmen von Hilberts Vortrag.

Hilbert stellt die Aufgabe, zunächst durch eine möglichst geringe Anzahl von Axiomen eine möglichst große Anzahl physikalischer Vorgänge zu erfassen und schließlich Spezialgebiete durch Hinzunahme neuer Axiome mit einzubeziehen. Auch hier erweist sich die meta-axiomatische Untersuchung des aufgestellten Systems insbesondere auf Widerspruchsfreiheit als zentrale Aufgabe. Der Mathematiker hat jedesmal genau zu prüfen, ob das neu hinzugefügte Axiom nicht mit den anderen in Widerspruch steht. Dies muß Auswirkungen auch auf die experimentalphysikalische Praxis haben:

> Der Physiker sieht sich oftmals durch die Ergebnisse seiner Experimente gezwungen, zwischendurch und *während* der Entwickelung seiner Theorie neue Annahmen zu machen, indem er sich betreffs der Widerspruchslosigkeit der neuen Annahmen mit den früheren Axiomen lediglich auf jene Experimente oder auf ein gewisses physikalisches Gefühl beruft — ein Verfahren, welches beim streng logischen Aufbau einer Theorie nicht statthaft ist.[103]

Schon im Jahre 1900 also räumte Hilbert dem Widerspruchsfreiheitsbeweis in einer jeden Axiomatik eine herausragende Stellung ein. Gut drei Jahre später, am 27. Oktober 1903, berichtete Hilbert vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft über die Grundlagen der Arithmetik, wobei es ihm, folgt man dem Berichterstatter, „auf eine klare Herausarbeitung des ‚axiomatischen' Standpunkts" ankam. Die Rolle des Konsistenzbeweises brachte er auf eine knappe Formel: „der Satz vom Widerspruch die pièce de résistance".[104]

[103] Hilbert *1900b*, 273.
[104] *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* [*JDMV*] **12** (1903), 592.

3 Die „gleichzeitige Entwicklung der Gesetze der Logik und der Arithmetik"

Der Satz des Widerspruchs als das „Hauptgericht" aller axiomatischen Bemühungen ist auch Gegenstand eines weiteren Vortrages vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft, den Hilbert am 8. November 1904 hielt. Den Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiome bezeichnet Hilbert darin als „ordnendes Prinzip" der axiomatischen Begründung.[105] Hilbert unterrichtet seine Göttinger Kollegen über einen Vortrag, den er im August jenes Jahres beim Dritten internationalen Mathematikerkongreß in Heidelberg gehalten hat. In diesem Heidelberger Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" (*1905a*) manifestiert sich ein solch fundamentaler Wandel in Hilberts Stellung zu dem Unternehmen einer Grundlegung der Mathematik, daß man von einer neuen, zweiten Phase des Hilbertschen Programms sprechen kann. Erstmals werden die philosophischen Implikationen des axiomatischen Programms zur Sprache gebracht. In den früheren Arbeiten verwendete Hilbert die Worte „Logik" und „logisch" unreflektiert, auch wenn die Forderungen nach einer geeigneten Modifikation bekannter Schlußweisen (Hilbert *1900a*, 184) oder nach der Modifikation der „bekannten Schlußmethoden in der Theorie der Irrationalzahlen" (*1900b*, 265) eine Beschäftigung mit der logischen Struktur mathematischer Schlüsse voraussetzten. Bis zu Hilberts Vortrag über die „Mathematischen Probleme" wird die Axiomatisierung der Arithmetik als rein mathematische Aufgabe betrachtet, für die logische und mengentheoretische Untersuchungen nicht notwendig sind, deren methodisches Inventar aber geeignet scheint, die Probleme der transfiniten Mengenlehre zu lösen. Um so überraschender ist es, daß Hilbert in dem Heidelberger Vortrag des Jahres 1904 eine „teilweise gleichzeitige Entwicklung der Gesetze der Logik und der Arithmetik" fordert (*1905a*, 176). In den ersten vier Jahren des neuen Jahrhunderts muß sich also in Hilberts Denken ein Wandel zu der Überzeugung vollzogen haben, daß die Grundlegung der Arithmetik und damit auch die der gesamten Mathematik Bemühungen sowohl mathematischer als auch philosophischer Art erfordere.

In dem 11 Seiten langen Aufsatz „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" deutet Hilbert den von ihm geforderten gemeinsamen Aufbau von Logik und Arithmetik nur an. „Ich bitte daher zu entschuldigen", so schreibt er, „wenn es mir nur gelingt, Ihnen eine ungefähre Vorstellung davon zu geben, in welcher Richtung meine Untersuchungen sich bewegen" (*1905a*, 176). Selbst dies scheint Hilbert aber nicht gelungen zu sein, denn

[105] *JDMV* **14** (1905), 61.

folgt man Blumenthal (*1935*, 422), so blieb der Vortrag damals „völlig unverstanden, und seine Ansätze erwiesen sich auch bei genauerem Eingehen als unzulänglich". Wesentlich deutlicher wird Hilberts Zielsetzung, wenn man die Ausführungen in seiner Vorlesung „Logische Principien des mathematischen Denkens" berücksichtigt, die er im SS 1905 in Göttingen gehalten hat (Hilbert *1905b*; *1905c*). Hier wird klar, daß die weitere Ausarbeitung seiner Gedanken im Heidelberger Vortrag nicht nur aus Umfangsrücksichten zurückstehen mußte, sondern daß seine Überlegungen zur philosophischen Grundlegung der Mathematik durchaus noch vorläufigen Charakter hatten. Im zweiten Teil der Vorlesung über die logischen Grundlagen betont Hilbert z.B., daß er „hier vorläufig nur Ideeen und Andeutungen bringen" könne (*1905b*, 191),[106] und im 6. Kapitel „Die Axiomenlehre", in dem es um den Übergang vom axiomatisierten Logikkalkül zu mathematischen Axiomensystemen geht, muß er sich „in noch höherem Maße als bisher vorläufig darauf beschränken," lediglich die grundlegenden Ideen, die ihn leiten, anzugeben (*1905b*, 250). Gleichwohl ist die Vorlesung ein bemerkenswertes Dokument dafür, wie sich Hilbert die *philosophische* Grundlegung einer jeden Axiomatik dachte. Die Vorlesung soll daher im Vordergrund der folgenden Untersuchung stehen. Die skizzenhaften Ausführungen des Heidelberger Vortrages werden dem gegenübergestellt. Zuvor bleibt aber die Frage zu klären, wodurch die „philosophische Wendung" in Hilberts Grundlegungsarbeiten motiviert war. Es ist anzunehmen, daß die Katastrophe in der Fregeschen logistischen Begründung von Arithmetik und Analysis, die nach Bertrand Russells Publikation der nach ihm benannten Antinomie im Jahre 1903 öffentlich geworden war, den entscheidenden Anstoß für die zweite Phase des Hilbertschen Programms gegeben hat. Wichtig für Hilberts Einsicht in die philosophischen Implikationen des Axiomatisierungsprogramms dürfte aber auch der Briefwechsel zwischen Hilbert und Frege gewesen sein, den beide in den Jahren 1899 und 1900 über die Grundlagen der Axiomatik geführt haben.

3.1 Philosophische Implikationen des axiomatischen Programms

3.1.1 Hilbert und Frege

Der Briefwechsel zwischen Hilbert und Frege über die Grundlagen der Axiomatik, der mit einem Schreiben Freges vom 27. Dezember 1899 begann, wurde

[106]In der Born-Mitschrift findet sich als Begründung, daß Hilbert „zu abschließenden Resultaten selbst noch nicht gelangt" sei (*1905c*, 122).

durch die Veröffentlichung von Hilberts Festschriftbeitrag über die „Grundlagen der Geometrie" ausgelöst, den Frege auch im Jenenser Kollegenkreis mit C.F.A. Gutzmer und Johannes Thomae diskutierte. Frege kritisiert in seinem Schreiben Hilberts Gebrauchsweisen der Ausdrücke „Erklärung", „Definition" und „Axiom", die nicht hinreichend voneinander geschieden seien. Insbesondere seien die Grenzen zwischen Axiomen und Definitionen „in bedenklicher Weise verwischt", wenn wie im § 3 durch Axiome der Begriff „zwischen" definiert werden solle. An die Stelle der alten Bedeutung des Wortes „Axiom", wonach „Axiome die Grundtatsachen der Anschauung ausdrücken", habe Hilbert eine neue, für Frege „nicht recht faßbare" gesetzt.[107] Frege sieht als Alternative eine Aufteilung der Gesamtheit der mathematischen Sätze in Axiome, Grundgesetze und Lehrsätze. Definitionen sollten danach Zeichen, Ausdrücke oder Worte enthalten, denen erst durch die Definition Bedeutung gegeben werde. Definitionen behaupteten nicht, sondern setzten fest. Deshalb könne auch nichts definiert werden, was einer Begründung oder eines Beweises bedürfe. Demgegenüber dürften die anderen Sätze der Mathematik (Axiome, Lehrsätze, Grundsätze) kein Zeichen oder Wort enthalten, dessen Sinn oder Bedeutung nicht schon feststünde (Frege *1976*, 62 *f.*). Frege nennt Axiome Sätze,

> die wahr sind, die aber nicht bewiesen werden, weil ihre Erkenntnis aus einer von der logischen ganz verschiedenen Erkenntnisquelle fliesst, die man Raumanschauung nennen kann. Aus der Wahrheit der Axiome folgt, dass sie einander nicht widersprechen. Das bedarf also keines weiteren Beweises.[108]

Mit dieser Auffassung der Widerspruchsfreiheit als Folge der Wahrheit der Axiome stellt Frege die Bedeutung des Konsistenzbeweises in Frage. Freges Kritik ist also nicht reduzierbar auf einen Appell an größere Klarheit und begriffliche Strenge, sondern sie rüttelt an den Grundfesten von Hilberts axiomatischem Programm.

Hilbert stellt in seiner postwendenden Antwort zunächst einmal die Zielsetzung seines Programms klar. Daraus wird deutlich, daß beide schon in ihren methodischen Ausgangspunkten differieren. Während Frege ja schon in den *Grundlagen der Arithmetik* (Frege *1884*) einen schrittweisen, strengen Aufbau der Arithmetik ausgehend von einer logistischen Begründung des Anzahlbegriffs im Sinn hatte, ist Hilberts Grundlegung pragmatisch an aktuellen Problemen mathematischer Forschung orientiert. Axiomatisierung als Programm wird von Hilbert zumindest um die Jahrhundertwende noch

[107]Frege *1976*, 61 *f.*
[108]Frege *1976*, 63.

nicht als Aufforderung zur vollständigen Axiomatisierung aller mathematisch relevanten Disziplinen verstanden, sondern als Versicherung der *potentiellen* Axiomatisierbarkeit dieser Disziplinen. Hilbert fühlte sich z.B. zur Aufstellung seines Systems geometrischer Axiome „durch die Not gezwungen." Er wollte die Möglichkeit zum Verständnis derjenigen Sätze eröffnen, die er für die wichtigsten Ergebnisse der mathematischen Forschung hielt. Er verstand seine Axiome als „Merkmale der in den ‚Erklärungen' gesetzten und dadurch vorhandenen Begriffe", wobei er allerdings für die Mathematiker Freiheit beim Setzen der Merkmale reklamiert: „Denn sobald ich ein Axiom gesetzt habe, ist es vorhanden und ‚wahr' ", und

> wenn sich die willkürlich gesetzten Axiome nicht einander widersprechen mit sämtlichen Folgen, so sind sie wahr, so existieren die durch die Axiome definirten Dinge.[109]

Dies sei das Kriterium für Wahrheit und Existenz, seine Auffassung sei aber auch das genaue Gegenteil der Ansicht Freges. Widerspruchsfreiheit als Existenzkriterium sei der Schlüssel zu dem in seinem Münchner Vortrag (*1900a*) angedeuteten Nachweis, daß das System aller Cantorschen Mächtigkeiten nicht existiere.

Den Widerspruchsfreiheitsbeweis macht Frege zum Hauptgegenstand seines Antwortbriefes vom 6. Januar 1900. Ein Widerspruchsfreiheitsbeweis im Hilbertschen Sinne sei nur dadurch zu leisten, daß ein Gegenstand angegeben werde, der sämtliche der in den Axiomen gesetzten Eigenschaften besäße. Der logisch ähnlich strukturierte Unabhängigkeitsbeweis sei nur zu führen, indem gezeigt werde, daß das Nichtstattfinden eines der Axiome mit dem Stattfinden der übrigen nicht im Widerspruch stehe. Schon für die elementare euklidische Geometrie könne man aber ein solches Beispiel nicht angeben, weil eben alle Axiome wahr seien. Freges Empfehlung, Hilbert solle „sich auf einen höheren Standpunkt" stellen (Frege *1976*, 71), läuft darauf hinaus, die Annahme existentialer Dingbereiche aufzugeben und die Axiomatik als System von Sätzen 2. Stufe aufzufassen, also von Sätzen über Beziehungen zwischen Begriffen (Relationen) und damit als Beschreibung von Strukturen. Frege kritisiert die Aufnahme von Axiomen, die die Existenz von Gegenständen behaupten, für die das Axiomensystem gelten soll. Er veranschaulicht dies mit einem dem Hilbertschen Verfahren nachgebildeten Beispiel:

[109] Frege *1976*, 66.

> Erklärung: Wir denken uns Gegenstände, die wir Götter nennen.
> Axiom 1. Jeder Gott ist allmächtig.
> Axiom 2. Jeder Gott ist allgegenwärtig.
> Axiom 3. Es gibt wenigstens einen Gott.[110]

Der Begriff „es gibt" sei ein Begriff zweiter Stufe, der zusammen mit Begriffen erster Stufe („allmächtig", „allgegenwärtig") als Merkmal eines Begriffes erster Stufe („Gott") genommen werde. Hilbert antworte nicht auf die Frage „Welche Eigenschaften muss ein Gegenstand haben, um ein Punkt (eine Gerade, Ebene usw.) zu sein?", sondern er behandele z.B. die Beziehungen des Begriffes Punkt zum Begriff Gerade. Er scheine daher mit seinen Axiomen vor allem Begriffe zweiter Stufe definieren zu wollen, scheide diese aber nicht deutlich von denen erster Stufe.[111] Damit eng zusammen hängen Freges Einwände gegen Hilberts Existenz- und Wahrheitskriterien, wo sich nach Freges Meinung beider Ansichten „am schroffsten" gegenüberstehen (Frege *1976*, 74). Frege argumentiert gegen Hilberts Auffassung, daß die Widerspruchsfreiheit der Axiome die Existenz des durch die Axiome definierten Gegenstandes impliziere. Wenn es tatsächlich keinen anderen Widerspruchsfreiheitsbeweis gebe als den, einen Gegenstand aufzuzeigen, für den sämtliche Axiome gelten, dann sei die Auffassung zirkulär und mache keinen Sinn: „Hat man aber einen solchen Gegenstand, so braucht man nicht erst auf dem Umwege der Widerspruchsfreiheit nachzuweisen, dass es einen gibt" (Frege *1976*, 75). Hilbert bricht daraufhin den Briefwechsel ab. In einer kurzen Note betont er allerdings sein Interesse an Freges Ausführungen: „Sie werden mich jedenfalls zu einem genaueren Nachdenken und zu einer sorgfältigen Formulirung meiner Gedanken anregen."[112]

Im September 1900 nimmt Frege den Briefwechsel anläßlich der Übersendung der Sonderdrucke von Hilberts Vorträgen „Über den Zahlbegriff" (*1900a*) und „Mathematische Probleme" (*1900b*) noch einmal auf. Er weist auf den Widerspruch hin, daß Hilbert seine Axiome einerseits als Bestandteile der Definition elementarer Begriffe einer Wissenschaft bezeichnet,[113] andererseits aber das System von Axiomen eine genaue und vollständige Beschreibung der zwischen diesen elementaren Begriffen bestehenden Beziehungen liefern soll (Hilbert *1900b*, 264). Mit einer bündigen Stellungnahme beschließt Hilbert den Briefwechsel:

[110] Frege *1976*, 73.
[111] Frege *1976*, 74. Dieses Argument bringt Frege auch in den beiden Briefen an Heinrich Liebmann vom 29. Juli und 25. August 1900 (Frege *1976*, 147–151, Erstveröffentlichung durch Max Steck in *1940*).
[112] Postkarte vom 15.1.1900, in: Frege *1976*, 76.
[113] Hilbert in dem Brief an Frege v. 29.12.1899, in: Frege *1976*, 65.

> Meine Meinung ist eben die, dass ein Begriff nur durch seine Beziehungen zu anderen Begriffen logisch festgelegt werden kann. Diese Beziehungen, in bestimmten Aussagen formulirt, nenne ich Axiome und komme so dazu, dass die Axiome (ev[tl]. mit Hinzunahme der Namengebungen für die Begriffe) die Definitionen der Begriffe sind. Diese Auffassung habe ich mir nicht etwa zur Kurzweil ausgedacht, sondern ich sah mich zu derselben gedrängt durch die Forderung der Strenge beim logischen Schliessen und beim logischen Aufbau einer Theorie. Ich bin zu der Ueberzeugung gekommen, dass man in der Mathematik und den Naturwissenschaften subtilere Dinge nur so mit Sicherheit behandeln kann, anderenfalls sich bloss im Kreise dreht.[114]

Es soll hier nicht eine inhaltliche Analyse und Bewertung des Briefwechsels und der darin manifestierten unterschiedlichen Haltungen zur Axiomatik versucht werden.[115] Das Urteil der älteren mathematikhistorischen Literatur von Scholz[116] bis Steiner,[117] wonach Frege den innovativen Impetus der Hilbertschen Axiomatik, auf den sich ja die moderne Strukturmathematik in ihrem Selbstverständnis gründet, insbesondere aber das Konzept der impliziten Definition nicht verstanden habe, ist durch neuere Arbeiten revidiert worden. Friedrich Kambartel meint z.B. (*1975*, 78), Frege sei wohl der erste gewesen,

> der ein methodisch haltbares Verständnis der axiomatischen Methode vorgeschlagen hat; im übrigen akzeptierte er nur *den* Teil der mit

[114]Hilbert an Frege v. 22.9.1900, in: Frege *1976*, 79.

[115]Siehe an neueren Darstellungen Kambartel *1968*, 154–174, Kambartel *1975* (wieder in Schirn *1976*) und die Einleitung zu dem von ihm herausgegebenen Frege-Hilbert-Briefwechsel Kambartel *1976* sowie Hinst *1977*, der der Kambartelschen Beurteilung beipflichtet und durch Analyse von Frege *1906a*, *1906b*, *1906c* stützt. Vgl. auch Resnik *1974b* (deutsche Übersetzung *1976*), Resnik *1980*, 105–119, Falcon Vega/Alvarez/Ramirez *1986* und Mosterín *1980*, dessen Urteil (S. 287), Hilbert sei im Jahre 1900 möglicherweise der größte lebende Logiker gewesen, hier allerdings nicht geteilt werden soll. Die Darstellungen von Schüler (*1980*, *1983*, *1984*) sind nicht adäquat.

[116]Heinrich Scholz schrieb *1937*, 405 *f.* (wieder in Scholz *1961*, 219–267, Zit. 222): „[...] heute zweifelt niemand daran, daß *Frege*, der selbst auf dem Boden des klassischen Wissenschaftsbegriffs so grundlegend Neues geschaffen hat, die radikale *Hilbert*sche Umwälzung dieses Wissenschaftsbegriffs nicht mehr zu erfassen vermocht hat, so daß seine an sich höchst scharfsinnigen und heute noch lesenswerten kritischen Bemerkungen im wesentlichen als gegenstandslos bezeichnet werden müssen."

[117]Steiner kommt aufgrund seiner detailreichen und tiefgehenden Analysen der Kontroverse zu den folgenden Urteilen: „Die Einwände Freges richten sich im ganzen gegen die in den ‚Grundlagen' erstmalig im großen Stil praktizierte *axiomatische Methode*, die er nicht akzeptiert und in gewissem Sinne auch nicht verstanden hat" (Steiner *1964*, 176). Frege habe zwar den „logischen Ort einer allgemeinen Theorie" erkannt, er habe aber „ihre Bedeutung für das, was in seinen Augen den eigentlichen Gegenstand der Mathematik bildet, nicht gesehen und teilweise falsch beurteilt [...]" (Steiner *1965*, 43).

> der axiomatischen Methode verbundenen Ansprüche nicht, der auch nicht gerechtfertigt werden konnte. Er war ferner der einzige, der den definitionstheoretischen Unfug der sogenannten impliziten oder axiomatischen *Definitionen* sofort erkannte.

Die Analyse des Briefwechsels und der konstruktiven Alternative Freges zur Hilbertschen Axiomatik, die er später in seiner Aufsatzserie über die Grundlagen der Geometrie veröffentlichte,[118] zeigt, daß die axiomatischen Konzepte der beiden Kontrahenten durchaus kompatibel waren.[119] Der Verlauf der Debatte scheint aber von einem zweifachen Mißverständnis geprägt zu sein. Frege sah nicht, daß sich Hilberts Ansatz in seinem Sinne methodisch rekonstruieren ließ; Hilbert sah nicht, daß der Fregesche Vorwurf, er trenne nicht zwischen Begriffen erster Stufe und Strukturen oder Relationen, also Begriffen zweiter Stufe, durch eine Modifikation am Aufbau seiner Axiomatik aus der Welt geräumt werden konnte.

Dies hätte allerdings die Einsicht Hilberts vorausgesetzt, daß seine axiomatischen oder impliziten Definitionen[120] eben nicht die „Grundtatsachen", „Grundsätze", d.h. also die Grundprädikatoren seines Axiomensystems definieren, da sie deren Bedeutungen nicht festlegen. Hilberts Axiome sind keine Aussagen, sondern Aussageformen, und die darin auftretenden Prädikatoren sind Variable für einstellige und mehrstellige Prädikatoren. Axiomensysteme im Hilbertschen Sinne bestimmen damit Prädikatoren zweiter Stufe, also Strukturen.[121]

[118]Frege *1903b*, *1903c*, *1906a*, *1906b*, *1906c*.

[119]Vgl. Kambartel *1975*, 85–88.

[120]Zur Begriffsgeschichte vgl. Gabriel *1978*. Gabriel grenzt die Hilbertsche axiomatische Definition von der Gergonneschen „définition implicite" (Gergonne *1818*) ab. Bei der „définition implicite" handelt es sich um ein System von Aussagen, in dem zu definierende Ausdrücke mit schon eingeführten Ausdrücken so kombiniert werden, daß sich daraus die Bedeutung der zu definierenden Ausdrücke eindeutig erschließen läßt. Anders als Hilbert greift Gergonne auf bereits bekannte Ausdrücke zurück (vgl. Kambartel *1968*, 166; Gabriel *1978*, 420 *f.*, sowie Gabriel *1972a*, *1972b*, *1980*). Gabriel (*1978*, 421, Fußn. 5) stellt eine Verwendung des Terminus „implizite Definition" (allerdings nicht im Hilbertschen Sinne) bei Moritz Pasch (*1909*) fest. Hilbert selbst verwendet den Terminus erstmals in *1922* (174) im Zusammenhang mit der Formalisierung des Existenzquantors: „Derjenige logische Begriff, der [...] noch der Formalisierung bedarf, ist der Begriff ‚*es gibt*', ein Begriff, der bekanntlich in der formalen Logik bereits durch die Negation und den Begriff ‚alle' ausdrückbar ist. Da aber in unserer Beweistheorie die Negation keine direkte Darstellung haben darf, so wird die Formalisierung von ‚es gibt' dadurch erreicht, daß man individuelle Funktionszeichen mittels einer Art impliziten Definition einführt, indem gewissermaßen das, ‚was es gibt', durch eine Funktion wirklich hergestellt wird."

[121]Die Darstellung folgt Gabriel *1978*, 420. Vgl. auch die Kritik an der Hilbertschen Form der impliziten Definition bei Dubislav *1931*, 57–60, dort unter der Bezeichnung „Definition durch Postulate".

Von besonderer Bedeutung für den hier untersuchten Kontext ist der Umstand, daß die Verständigung zwischen Hilbert und Frege nicht gelang. Die Gründe sind sicher bei Frege zu suchen. Seine kompromißlos dogmatische Ablehnung von Hilberts axiomatischer Methode, seine scharfe Kritik am Widerspruchsfreiheitsbeweis, Hilberts zentraler Forderung,[122] und schließlich die in der Sache sicher berechtigten, in der Form aber unglücklichen Vorhaltungen von Verwechslungen und Widersprüchen, dies alles mußte Hilbert davon abhalten, die Diskussion zu vertiefen[123] oder gar zu veröffentlichen, wie dies Frege in seinem Schreiben vom 6. Januar 1900 vorgeschlagen hatte (Frege *1976*, 76).

Hilberts Versicherung, Freges Ausführungen würden ihn zu einem genaueren Nachdenken und zu einer sorgfältigeren Formulierung seiner Gedanken anregen,[124] war allerdings mehr als nur eine Höflichkeitsfloskel. Hilbert mußte nach der Debatte deutlich geworden sein, daß die traditionelle, z.B. auch in den Grundlegungsarbeiten Dedekinds verwendete Terminologie nicht scharf genug war, daß die Begriffe „Definition", „Beweis", „Axiom" u.a. einer Präzisierung bedurften und daß mit der Trennung der geometrischen und arithmetischen Axiomatik von der Anschauung, insbesondere der räumlichen Anschauung, das Problem der Beziehung zwischen Axiomen und axiomatisiertem Gegenstandsbereich noch nicht gelöst war. Zugleich mußte aber die philosophische, dogmatisch vorgetragene Kritik, wenn sie auch von einem Mathematiker kam, Hilberts Ressentiments gegenüber, wie er meinte, traditionellen philosophischen Grundlegungsversuchen schüren. Seine Alternative bestand darin, ein eigenes Konzept für das Zusammenwirken von Philosophie und Mathematik zu entwickeln. Diese Alternative schien um so gebotener, als deutlich wurde, daß die in der transfiniten Mengenlehre aufgetretenen Widersprüche auf Antinomien in der bedenkenlos angewendeten traditionellen Logik zurückzuführen waren, eine Grundlegung der mathematischen Disziplinen Arithmetik und Mengenlehre also zwingend einer vorhergehenden Reform der philosophischen Disziplin Logik bedurfte.

3.1.2 Antinomien der Mengenlehre

> Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung einer Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert wird.

[122] Vgl. Dummett *1976*.
[123] Dies hat schon Resnik *1974b*, 391, 403, festgestellt.
[124] Hilbert an Frege v. 29.12.1899, in: Frege *1976*, 65.

Mit diesem vielzitierten Satz beginnt Gottlob Frege das Nachwort zum zweiten Band seiner *Grundgesetze der Arithmetik* (*1903a*, 253). Frege bezieht sich hier auf eine brieflich mitgeteilte Kritik Bertrand Russells an seinem Grundgesetz V (*1893*, 36, 240)[125]

$$\in_x A(x) = \in_x B(x) \longleftrightarrow \bigwedge_x . A(x) \longleftrightarrow B(x).$$

[Falls $A(x)$, $B(x)$ Begriffe im Fregeschen Sinne sind, ist die Menge derjenigen x, für die gilt: „$A(x)$" gleich der Menge derjenigen x, für die gilt: „$B(x)$", genau dann, wenn für alle x gilt: „$A(x)$ genau dann wenn $B(x)$"]. Die Gleichheit der Werte von Funktionen für dasselbe Argument ist gleichbedeutend mit der Gleichheit der Wertverläufe dieser Funktionen.[126] In seinem Brief an Frege vom 16. Juni 1902 konstruiert Russell den folgenden Widerspruch:

> Sei *w* das Prädicat, ein Prädicat zu sein[,] welches von sich selbst nicht prädicirt werden kann. Kann man *w* von sich selbst prädiciren? Aus jeder Antwort folgt das Gegentheil. Deshalb muss man schliessen[,] dass *w* kein Prädicat ist. Ebenso giebt es keine Klasse (als Ganzes) derjenigen Klassen[,] die als Ganze sich selber nicht angehören. Daraus schliesse ich[,] dass unter gewissen Umständen eine definierbare Menge kein Ganzes bildet.[127]

Frege antwortet am 22. Juni 1902:

> Ihre Entdeckung des Widerspruchs hat mich auf's Höchste überrascht und, fast möchte ich sagen, bestürzt, weil dadurch der Grund, auf dem ich die Arithmetik sich aufzubauen dachte, in's Wanken geräth. Es scheint danach, dass die Umwandlung der Allgemeinheit einer Gleichheit in eine Werthverlaufsgleichheit (§ 9 meiner Grundgesetze) nicht immer erlaubt ist, dass mein Gesetz V (§ 20. S. 36) falsch ist und dass meine Ausführungen im § 31 nicht genügen, in allen Fällen meinen Zeichenverbindungen eine Bedeutung zu sichern.[128]

Im darauffolgenden Jahr veröffentlicht Russell seine *Principles of Mathematics*. Im Kapitel X "The Contradiction" finden sich u.a. die Formulierungen der Antinomie für Prädikate und Klassen:

> If x be a predicate, x may or may not be predicable of itself. Let us assume that "not-predicable of oneself" is a predicate. Then to

[125] In moderner Notation; vgl. Thiel *1972*, 97.
[126] Frege *1893*, 7; 16–18.
[127] Frege *1976*, 211.
[128] Frege *1976*, 213.

suppose either that this predicate is, or that it is not, predicable of itself, is self-contradictory. The conclusion, in this case, seems obvious: "not-predicable of oneself" is not a predicate. [...] In terms of classes the contradiction appears even more extraordinary. A class as one may be a term of itself as many. Thus the class of all classes is a class; the class of all the terms that are not men is not a man, and so on. Do all the classes that have this property form a class? If so, is it as one a member of itself as many or not? If it is, then it is one of the classes which, as ones, are not members of themselves as many, and *vice versâ*. Thus we must conclude again that the classes which as ones are not members of themselves as many do not form a class — or rather, that they do not form a class as one, for the argument cannot show that they do not form a class as many.[129]

Gregory H. Moore hat anhand der Entwürfe zu den *Principles of Mathematics* überzeugend dargelegt, daß Russell offenbar erst aufgrund der Reaktion Freges von der fundamentalen Bedeutung der Antinomie überzeugt wurde, nachdem er schon in frühen Fassungen Widersprüche konstruiert hatte, die aus der Cantorschen Mengenlehre folgten.[130]

Parallel und unabhängig von Russell haben sich aber auch die Göttinger Mathematiker um Hilbert mit den Problemen der transfiniten Mengenlehre beschäftigt und offenbar ebenfalls Widersprüche abgeleitet. Es darf nicht verwundern, daß auch sie die Bedeutung dieser Antinomien nicht nur für die logistische Begründung der Arithmetik, sondern auch für die gesamte Grundlegung der Mathematik, nicht sofort erkannten.

[129]Russell *1903*, 102; die erste Formulierung findet sich auf 79 *f*.

[130]So Moore in seinem Beitrag für die Konferenz über "Russells Early Technical Philosophy" im Juni 1984 in Toronto (Moore *1988a*, auch in dem monographisch veröffentlichten Konferenzbericht mit gleicher Paginierung in Winchester/Blackwell *1988*). Moore schreibt über den Entdeckungszeitpunkt und die Gründe für die späte Veröffentlichung: "Russell had discovered Russell's Paradox *as a paradox*, by May of 1901" (53); "The fact that Frege, whose logical work Russell admired intensely, found Russell's Paradox devastating helped to convince him of its fundamental importance" (53); "Russell came to place his paradox at the center of his foundational concerns. So long as he believed that the paradox could be solved without great difficulty, it was not fundamental. Only after failing at many attempts to resolve it, and only after Frege underlined its significance, did Russell come to regard the paradoxes as crucial" (54). In ihrem Buch über *Bertrand Russell's Dialogue with His Contemporaries* betont Elisabeth Ramsden Eames (*1989*) zwar den Einfluß Freges auf Russell (68–78, 94 *f*.), gibt aber keine weiteren Aufschlüsse über die Diskussion der Antinomien. Zu den Ursprüngen der Russellschen Antinomie vgl. auch Coffa *1979*. Über die Rolle, die die Anwendung von Cantors Diagonalverfahren bei der Entdeckung gespielt haben könnte, s. Grattan-Guinness *1978*. Vgl. zum Verhältnis von Russell und Cantor auch die Arbeiten von Anellis *1984*, *1987*.

Am 7. November 1903 bedankt sich Hilbert bei Frege für die Zusendung des 2. Bandes der *Grundgesetze der Arithmetik* (Frege *1976*, 79 *f*.). Hilbert betont gleich zu Beginn seines Schreibens, daß in Göttingen das im Nachwort mitgeteilte Beispiel der Russellschen Antinomie bereits bekannt sei: „vor 3–4 Jahren fand es Dr. Zermelo auf die Mitteilung meiner Beispiele hin."[131] Er selbst habe „andere noch überzeugendere Widersprüche" bereits vor 4–5 Jahren gefunden. Diese Widersprüche hätten ihn zu der Überzeugung geführt,

dass die traditionelle Logik unzureichend ist, die Lehre von der Begriffsbildung vielmehr einer Verschärfung und Verfeinerung bedarf, wobei ich als die wesentlichste Lücke im herköm[m]lichen Aufbau der Logik die Annahme ansehe, wonach — das nehmen alle Logiker u. Mathem[atiker] bisher an — ein Begriff bereits da sei, wenn man von jedem Gegenstande angeben könne, ob er unter ihn falle oder nicht. Dies ist wie mir scheint nicht hinreichend. Vielmehr ist die Erkenntnis der Widerspruchslosigkeit der Axiome, die den Begriff definiren, das Entscheidende.[132]

Der Brief schließt mit der Einladung, doch einmal nach Göttingen zu kommen: „Es sind hier eine Reihe junger Gelehrter, die sich für die ‚Axiomatisirung der Logik' interessieren" (Frege *1976*, 80).

Ernst Zermelo erwähnt 1908 in dem Aufsatz „Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung", der polemischen Auseinandersetzung mit seinen Kritikern, daß er die Antinomie unabhängig von Russell gefunden habe und sie schon vor 1903, dem Jahr der Veröffentlichung durch Russell, u.a. Hilbert mitgeteilt habe.[133] Die Mitteilung an Hilbert läßt sich außer durch die Zeugnisse von Hilbert und Zermelo selbst nicht weiter belegen. Zermelo hatte seine Entwicklung der Antinomie aber offenbar auch Edmund Husserl zukommen lassen, denn bei der Edition des Husserl-Nachlasses fand sich ein auf den 16.4.1902 datierter, von Husserl Zermelo zugeschriebener Beweis, daß die Annahme einer Menge M, die alle ihre Teilmengen $m, m' \dots$ als Elemente enthält, zu Widersprüchen führt.[134]

Es ist allgemein angenommen worden, daß die Cesare Burali-Forti (*1897*) zugeschriebene Antinomie der größten Ordinalzahl schon 1895 von Cantor gefunden wurde, der sie dann 1896 u.a. Hilbert mitteilte. Man hätte daraus

[131]Frege *1976*, 80, Anm.

[132]Frege *1976*, 80.

[133]Zermelo *1908a*, 118 *f*., Anm.

[134]Notiz Husserls über eine mündliche Mitteilung Zermelos in: Husserl *1979*, 399. Zur historischen und quellenkritischen Einordnung vgl. die Einleitung des Herausgebers Bernhard Rang *1979*, bes. XVIII–XXII. Vgl. auch Rang/Thomas *1981* mit der englischen Übersetzung des Dokumentes.

schließen können, daß Hilbert die Anwendung der arithmetischen Axiomatik auf den Beweis, daß die Menge aller Ordinalzahlen nicht existiere, die er in den Vorträgen „Über den Zahlbegriff“ (*1900a*, 184) und „Mathematische Probleme“ (*1900b*, 266) propagiert hatte, als Reaktion auf die folgende Antinomie verstand: Sind die Ordinalzahlen als Ordnungstypen wohlgeordneter Mengen eingeführt, so gibt es zu jeder Menge M von Ordinalzahlen eine Ordinalzahl, die größer ist als jedes Element von M; nimmt man nun M als die Menge Ω aller Ordinalzahlen, so ist die nach dem ebengenannten Satz existente Ordinalzahl Ω' größer als jedes Element von Ω. Da sie als Ordinalzahl selbst Element von Ω ist, ist sie damit auch größer als sie selbst ($\Omega' > \Omega'$), was ein Widerspruch ist.[135]

Die Übermittlungsgeschichte für die Antinomie der größten Ordinalzahl mit dem Hinweis auf Cantors Priorität und dessen Mitteilung an Hilbert läßt sich auf eine Angabe von Felix Bernstein (*1905a*, 187) zurückführen, der sich wiederum auf einen Aufsatz von Philip E.B. Jourdain bezieht. Wie Gregory H. Moore und Alejandro Garciadiego (*1981*, 338) richtig feststellen, erwähnt Jourdain an der angegebenen Stelle (*1904*, 70, Fußnote) lediglich, daß Cantor einen Beweis für den Wohlordnungssatz besessen habe, den er Hilbert und Dedekind mitgeteilt habe. Darüber hinaus weisen Moore und Garciadiego nach, daß der von Burali-Forti konstruierte Widerspruch allenfalls den Beweis erbringen sollte, daß die Menge aller Ordinalzahlen nicht existiert, also als Argument in einer *reductio ad absurdum* diente und nicht als Antinomie aufgefaßt wurde.[136] Den Widerspruch habe erst Russell als Antinomie begriffen und *1903* veröffentlicht. Auch die Termini "Burali-Forti's Paradox" für die Antinomie der größten Ordinalzahl und "Cantor's Paradox" für die Antinomie der größten Kardinalzahl stammten aus Russells *Principles of Mathematics* (Moore/Garciadiego *1981*, 331).

[135] Die Formulierung folgt Thiel *1980b*, 360.

[136] Moore und Garciadiego (*1981*, 321) legen Wert auf eine scharfe Unterscheidung zwischen einem Widerspruch, der durch Aufgabe einer Prämisse gelöst werden kann, und einer Paradoxie (oder einer Antinomie nach dem hier geübten Sprachgebrauch), einem Argumentationsgang, der in einem Widerspruch endet, obwohl alle Prämissen und Schlußformen *prima facie* akzeptierbar sind. Eine Antinomie erscheint demnach „antinomisch“ für einen Autor, wenn er sich unsicher ist, welche Prämisse er aufgeben soll. Moore und Garciadiego geben zu, daß diese Unterscheidung nicht unbedingt von den Mathematikern des betrachteten Zeitraums gemacht wurde. Zu der gleichen Interpretation der frühen mengentheoretischen Widersprüche kommt unabhängig Menzel *1984*. Eine ausführliche Auseinandersetzung mit der „Standardinterpretation“ der Geschichte der Mengenlehre, wonach die Entdeckung der Antinomien der Mengenlehre den entscheidenden Anstoß für deren Axiomatisierung gegeben hat, bringt Garciadiego in seiner Dissertation *1983*; vgl. auch Garciadiego *1986* und Mehrtens *1989*, 117–119.

Welches waren nun die „anderen noch überzeugendere[n] Widersprüche“, die Hilbert selbst gefunden haben will? Aufschluß gibt Hilberts Vorlesung *Logische Principien des mathematischen Denkens* aus dem SS 1905.[137] Der Teil B „Die logischen Grundlagen“ beginnt mit dem Kapitel 4 „Paradoxa der Mengenlehre“,[138] das Hilbert mit einer metaphorischen Betrachtung über die allgemeine Entwicklung der Wissenschaft eröffnet:

> Es ist in der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft wohl immer so gewesen, dass man ohne viele Scrupel eine Disciplin zu bearbeiten begann und soweit vordrang wie möglich, dass man dabei aber, oft erst nach langer Zeit, auf Schwierigkeiten stieß, durch die man gezwungen wurde, umzukehren und sich auf die Grundlagen der Disciplin zu besinnen. Das Gebäude der Wissenschaft wird nicht aufgerichtet wie ein Wohnhaus, wo zuerst die Grundmauern fest fundamentiert werden und man dann erst zum Auf- und Ausbau der Wohnräume schreitet; die Wissenschaft zieht es vor, sich möglichst schnell wohnliche Räume zu verschaffen, in denen sie schalten kann, und erst nachträglich, wenn es sich zeigt, dass hier und da die locker gefügten Fundamente den Ausbau der Wohnräume nicht zu tragen vermögen, geht sie daran, dieselben zu stützen und zu befestigen. Das ist kein Mangel, sondern die richtige und gesunde Entwicklung.[139]

Schon hier findet sich das dem Bauwesen entliehende Bild einer „Verstärkung und Befestigung der Fundamente“, das in der stärkeren Form der Forderung nach der „Tieferlegung der Fundamente“ (Hilbert *1918*, 417) Einzug in die mathematische Metaphorik gehalten hat. Hilbert nennt als Beispiel für die von ihm skizzierte Art der Wissenschaftsentwicklung die Infinitesimalrechnung und die Geometrie.

Die strengsten in diesen Disziplinen entwickelten Methoden, so Hilbert, hätten allerdings in neuen mathematischen Gebieten, gemeint ist die Mengenlehre, auf „unlösbare Probleme“ geführt und „sehr schwerwiegende Widersprüche“ erzeugt. Diese Gebiete seien „auf diesem Grunde naiv ausgebildet“. Ihre Methoden bedürften deshalb dringend einer tiefgreifenden Untersuchung und einer Verstärkung ihrer Fundamente (Hilbert *1905b*, 194). Nur unterscheide sich die Lage in der Mengenlehre von der in anderen mathematischen Disziplinen insofern, als es sich in ihr um Probleme handele,

[137] Hilbert *1905b*, *1905c*. Die Zitate sind weitgehend der Hellinger-Mitschrift *1905b* entnommen, es werden aber auch die entsprechenden Stellen in der Born-Mitschrift (Hilbert *1905c*) nachgewiesen.

[138] Die Kapitelüberschriften in der Born-Mitschrift (Hilbert *1905c*) weichen teilweise ab.

[139] Zitat nach der Born-Mitschrift Hilbert *1905c*, 122. Vgl. Hilbert *1905b*, 192.

> die noch wesentlich tiefer nach der theoretisch philosophischen Seite sich hinneigen, als die früher auftauchenden. Wie man stets in einer neuen Disciplin zuerst die altgewohnten, für selbstverständlich gehaltenen Gesetze anwendet, so nahm man in die Mengenlehre die herkömmliche aristotelische Logik mit und wandte ihre Begriffsbildungen skrupellos an.[140]

Die Widersprüche seien durch rein logische Operationen (insbesondere durch Zusammenfassen von Begriffen unter Gemeinbegriffe) entstanden und hätten sich mit bisherigen Hilfsmitteln nicht lösen lassen,

> die Sache steht sogar so, dass man häufig nicht entscheiden kann, ob ein Beweis für einen klar mathematisch ausgesprochenen Satz richtig oder falsch ist.[141]

Hilbert führt u.a. zwei Beispiele für solche Widersprüche an:

> der erste, der rein mathematischer Natur ist, scheint mir besonders bedeutsam; als ich ihn fand, glaubte ich zuerst, dass er der Mengentheorie unüberwindliche Schwierigkeiten in den Weg legte, an denen sie scheitern müsste; ich glaube jedoch jetzt sicher, dass[,] wie stets bisher in der Wissenschaft, nach der Revision der Grundlagen alles Wesentliche erhalten bleiben wird. Ich habe diesen Widerspruch nicht publiciert; er ist aber den Mengentheoretikern, insbesondere G. Cantor, bekannt.[142]

Bei der Entwicklung dieses Widerspruchs geht Hilbert von endlichen Zahlenmengen und von der abzählbar unendlichen Menge der natürlichen Zahlen aus. Zwei Mengen $\{1,2,3,\ldots\}$ und $\{a_1,a_2,a_3,\ldots\}$ können zu einer neuen Menge („Begriffseinheit") $\{1,2,3,\ldots,a_1,a_2,a_3,\ldots\}$ zusammengefaßt werden, die jedes der Elemente der beiden ursprünglichen Mengen enthält. Nach dem *Additionsprinzip* können mehrere, ja unendlich viele Mengen $M_1, M_2, \ldots$ zu einer Vereinigungsmenge $M_1 + M_2, + \ldots$ zusammengefaßt werden. Daneben gibt es mit dem *Belegungsprinzip* eine weitere Methode zur Bildung neuer Mengen. $y = f(x)$ sei eine „zahlentheoretische Funktion", die jedem ganzzahligen x ein ganzzahliges y zuordnet. Die Funktion kann als Belegung der Zahlenreihe mit sich selbst verstanden werden, z.B. nach dem folgenden Schema:

[140]Hilbert *1905b*, 195 (*1905c*, 124).
[141]Hilbert *1905b*, 195 *f.* (*1905c*, 125).
[142]Hilbert *1905b*, 204 (*1905c*, 131).

$$x = 1,2,3,4,\ldots$$

$$y = 2,3,6,9,\ldots$$

Das System aller Funktionen $f(x)$ bzw. aller möglichen Belegungen der Zahlenreihe mit sich selbst bildet eine neue, durch Selbstbelegung aus der Zahlenreihe M entstehende Menge M^M. Nach dem Belegungsprinzip entstehen also aus wohldefinierten Mengen wieder wohldefinierte Mengen, aus dem Kontinuum aller reellen Zahlen z.B. die Menge aller reellen Funktionen. Hilbert verwendet diese beiden Prinzipien, Additionsprinzip und Belegungsprinzip, um seinen Widerspruch abzuleiten.

Nach dem Additionsprinzip können alle durch Additionsprinzip und Selbstbelegung entstehenden Mengen zu einer wohldefinierten Gesamtheit, der Summenmenge U vereinigt werden. Die Menge $F = U^U$ der Selbstbelegungen von U entsteht aus der Zahlenreihe lediglich durch die beiden Prozesse der Addition und Selbstbelegung. Sie gehört also auch zu den Mengen, die nach der Definition in der Summenmenge U vereinigt sind, sie ist also Teil von U. Hilbert will nun beweisen, daß der Satz

(1) F ist in U enthalten

zu einem Widerspruch führt.

$u_1, u_2, \ldots$ seien Elemente von U; jedes Element f von $F = U^U$ repräsentiert dann eine Belegung mit sich selbst, also eine Funktion, die jedem Element u_i von U ein anderes Element $u_{f(i)}$ zuordnet:

$$f(u_1) = u_{f(1)}, f(u_2) = u_{f(2)}, f(u_3) = u_{f(3)}, \ldots$$

Nach Satz (1) kann man jedem u_i von U ein f_i von F eindeutig zuordnen, so daß alle f_i dabei verwendet werden, eventuell mehrfach, jedem u_i aber nur genau ein f_i entspricht. Offenbar gibt es weniger Elemente f_i als u_i. Aus dieser Zuordnung

$$u_1 \mid f_1, u_2 \mid f_2, u_3 \mid f_3, \ldots$$

kann eine neue Belegung g von U mit sich selbst gebildet werden, die von allen f_i verschieden ist, also nicht in F enthalten ist, da ja alle Elemente von F zur Verwendung kommen sollen. Da F aber alle möglichen Belegungen enthält, ergibt sich ein Widerspruch. Hilbert analysiert diesen Widerspruch durch Anwendung des Cantorschen Diagonalverfahrens. In der Belegung f_1 gelte die folgende Gleichung

$$f(u_1) = u_{f_1(1)}$$

Ist $ug^{(1)}$ von $uf_1^{(1)}$ verschieden, so läßt sich eine Belegung g konstruieren mit

$$g(u_1) = u_{g^{(1)}} \neq u_{f_1^{(1)}}$$

Nach dem Prinzip kann weiterverfahren werden für beliebige Elemente u_i von U. Es entsteht eine Belegung von g mit dem folgenden Schema:

$$g(u_1) = u_{g^{(1)}} \neq u_{f_1^{(1)}}, g(u_2) = u_{g^{(2)}} \neq u_{f_2^{(2)}}, g(u_3) = u_{g^{(3)}} \neq u_{f_3^{(3)}}, \ldots$$

Diese Belegung unterscheidet sich von jeder Belegung f_k aus F in mindestens einer Zuordnung. Ist nämlich u_k das in der Abbildung von F auf U das dem f_k entsprechende Element, so ist nach der Definition von g

$$f_k(u_k) = u_{f_k^{(k)}}; g(u_k) = ug^{(k)} \neq u_{f_k^{(k)}}.$$

Es ergibt sich also der Widerspruch,

> dass die wohldefinierte Belegung g nicht in der Menge aller Belegungen enthalten sein könnte. Wir könnten ihn auch dahin formulieren, dass gemäss der letzten Betrachtung die Menge U^U stets grösser[143] als U ist, nach der ersten aber in U enthalten. Dieser Widerspruch ist noch keineswegs geklärt; es ist wohl zu sehen, dass er jedenfalls darauf beruhen muss, dass die Operation [im Original: Operationen] des Zusammenfassens irgend welcher Mengen, Dinge zu neuen Mengen, Allheiten, doch unerlaubt ist, obwohl es die traditionelle Logik doch stets gebraucht und wir es in vorsichtigster Weise stets nur auf ganze Zahlen und daraus entstehende Mengen, also auf rein mathematisches [sic!], anwandten.[144]

Hilbert stellt nun neben diesen rein mathematischen Widerspruch „noch einen rein logischen", den Ernst Zermelo „aus jenem herausgezogen hat":

> Eine Menge, — oder, wie man in der Logik sagt, eine *Klasse* — kann sich selbst als Element enthalten oder nicht; jedenfalls gibt es Mengen, die sich *nicht* als Element enthalten (z.B. die Klasse aller Menschen, deren Gemeinbegriff von jedem Element „Mensch" sicher verschieden ist); ob es Mengen gibt, die sich selbst als Element enthalten, kann hier dahin gestellt bleiben. Es seien $n_1, n_2, n_3, \ldots$ *alle* Mengen, die sich selbst nicht als Element enthalten, und N sei die Mengen *aller* dieser Mengen. Dann sind nur 2 Fälle möglich:
> 1.) N sei unter den Mengen $n_1, n_2, \ldots$ bereits enthalten, etwa

[143]Korrektur von Hilberts Hand: „von grösserer Mächtigkeit".
[144]Hilbert *1905b*, 209 *f.* (*1905c*, 135 *f.*).

> $N = n_1$, so dass also $N = n_1$ sich selbst als Element enthält; nur war aber n_1 eine Menge, die sich selbst nicht als Element enthält.
> 2.) N sei nicht unter den Mengen $n_1, n_2, \ldots$ enthalten; dann enthält es sich nicht als Element und muss daher, da N *alle* Mengen dieser Art umfasste, gerade unter den Mengen $n_1, n_2, \ldots$ doch auftreten. Beides ergibt wieder einen Widerspruch, und wir haben hier also einen unlösbaren logischen Widerspruch allein durch die Zusammenfassung aller Mengen einer gewissen Eigenschaft zu einer Menge erhalten.[145]

Es bleibt die Frage, warum Hilbert und Zermelo die grundlegende Bedeutung der von ihnen konstruierten Widersprüche nicht erkannt haben. Der Schlüssel für die Beantwortung scheint in Hilberts oben zitierter Auffassung von der Entwicklung wissenschaftlicher Disziplinen zu liegen. Danach sind Widersprüche ganz natürliche Erscheinungen bei der Entwicklung einer jeden Disziplin. Ihr Auftreten indiziert allerdings den Grundlegungsbedarf dieser Disziplin.

Hilberts eigene Grundlegungsarbeiten waren zunächst vollkommen unabhängig von Entwicklungen in der Mengenlehre, wenngleich er deren Fortschritte aufmerksam beobachtete. Im Rahmen seines axiomatischen Programms erschien ihm die axiomatische Grundlegung der Mengenlehre aber als möglich und für die Vermeidung der Antinomien sinnvoller als deren definitorischer Ausschluß durch eine Modifikation der expliziten Mengendefinition oder durch eine Unterscheidung „konsistenter" von „inkonsistenten" Mengen. Für seine eigenen Bemühungen, die Arithmetik zu axiomatisieren, schienen diese Widersprüche ohne Belang zu sein, da ja die von ihm betrachteten Dingbereiche durch die Axiomatik implizit konstituiert wurden, er also zunächst nicht von einer vorgegebenen Mengendefinition ausgehen mußte.

Dies ist im Moore- und Garciadiegoschen Sinne eine naive Einstellung zu den in der Mengenlehre festgestellten Widersprüchen. Hilberts Einschätzung der mengentheoretischen Antinomien nahm aber nach Russells Veröffentlichung eine qualitative Wende. Die Vermeidung bzw. Umgehung der Antinomien durch die axiomatische Revision der Grundlagen der Mathematik wurde zwar weiterhin propagiert, das axiomatische Programm aber auf die Logik ausgedehnt. Wie noch zu zeigen sein wird, war eine der Änderungen im Rahmen der „philosophischen Wendung" im Hilbertschen Programm, daß die Probleme, die aus dem Begriff der implizit definierten Dingbereiche entstehen, durch die Begründung des Zahlbegriffs mit Hilfe einer axiomatisch aufgebauten, widerspruchsfreien Mengenlehre vermieden werden sollten. Es gibt demnach Grund anzunehmen, daß die Russellsche Veröffentlichung der Antinomien

[145]Hilbert *1905b*, 210 *f.* (*1905c*, 136 *f.*).

im Jahre 1903 und die dadurch ausgelösten Diskussionen den entscheidenden Anstoß dafür gegeben haben, daß die Axiomatisierung der Mengenlehre zu den wesentlichen Anliegen der Göttinger Mathematiker wurde. Nicht nur Frege rückte ja von seinem System ab, auch Richard Dedekinds Ansatz, dessen Arbeiten[146] starken Einfluß auf die Göttinger Mathematik ausübten,[147] war von den mengentheoretischen Antinomien tangiert. Den Ausführungen Hilberts zufolge stellte Dedekind seiner mengentheoretischen Begründung der Zahlen „den Begriff der Gesammtheit aller Dinge, der Allheit, aufgefasst als eine einheitliche Menge" voran. Durch die Antinomien aber wurde „diese Grundlage freilich stark erschüttert" (Hilbert *1905c*, 137). Hilbert bezog sich dabei sehr wahrscheinlich auf Dedekinds Einführung des „unendlich" im 66. Satz von *Was sind und was sollen die Zahlen?*:[148] „Es gibt unendliche Systeme" und den dazugehörigen Beweisanfang: „Meine Gedankenwelt, d.h. die Gesamtheit S aller Dinge, welche Gegenstand meines Denkens sein können, ist unendlich." Die darin manifestierte Unbeschränktheit des Dingbereiches drückte Dedekind schon im ersten Satz seiner Abhandlung aus: „Im folgenden verstehe ich unter einem *Ding* jeden Gegenstand unseres Denkens."[149] Dedekind habe aus den Widersprüchen, so Hilbert, Konsequenzen gezogen:

> In der Tat hat Dedekind das persönlich zugestanden und hält seine Begründung jetzt nicht mehr für befriedigend; er lässt daher auch sogar seine Schrift nicht mehr neu auflegen.[150]

Ein Blick in den Themenkatalog der vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft gehaltenen Vorträge erhärtet die These, daß 1903 ein Zäsurjahr auch in Göttingen gewesen ist. Diese Vorträge können gleichsam als Spiegel der Göttinger mathematischen Forschung in jener Zeit angesehen werden.[151] In den Jahren 1901 und 1902 haben sich nur Hilbert und Husserl zu den

[146]Vor allem Dedekind *1872*, und die breit rezipierte Schrift *Was sind und was sollen die Zahlen?* (*1888*, 2. Aufl. 1893). Zu Dedekinds Philosophie der Mathematik vgl. vor allem Dugac *1976*.

[147]Zum Einfluß der Dedekindschen Schriften auf Zermelo vgl. Gillies *1982*, vor allem Kapitel 8 "Dedekind and Set Theory", 50–70.

[148]Dedekind *1888*, Zit. nach der 3. Aufl. *1911*, 14.

[149]Dedekind *1911*, 1.

[150]Hilbert *1905b*, 212 (*1905c*, 137). Dedekind beginnt das Vorwort zur dritten Auflage von *Was sind und was sollen die Zahlen?* (1911) mit den Worten: „Als ich vor etwa acht Jahren aufgefordert wurde, die damals schon vergriffene zweite Auflage dieser Schrift durch eine dritte zu ersetzen, trug ich Bedenken darauf einzugehen, weil inzwischen sich Zweifel an der Sicherheit wichtiger Grundlagen meiner Auffassung geltend gemacht hatten. Die Bedeutung und teilweise Berechtigung dieser Zweifel verkenne ich auch heute nicht" (Dedekind *1911*, XI).

[151]William Henry Young, der 1897 und von 1899 bis 1908 in Göttingen lebte, schreibt in einem Bericht über die Universitätsmathematik in England und Deutschland: "The

Grundlagen der Arithmetik geäußert: Offenbar wurde dieser Gegenstand von anderen Autoren zunächst nicht aufgegriffen. Hilbert selbst stellte zu Beginn des Wintersemesters 1901/1902 seine Abhandlung über den Zahlbegriff vor.[152] Edmund Husserl trug in zwei Sitzungen über den „Durchgang durch das Unmögliche und die Vollständigkeit eines Axiomensystems" vor.[153] Ansonsten finden sich Grundlagenfragen nur in Vorträgen Hilberts über Detailprobleme der geometrischen Axiomatik. Erst 1903 kommt die Axiomatik der reellen Zahlen wieder in den Blickpunkt. So referiert Ernst Zermelo im Mai 1903 über den zweiten Band von Freges *Grundgesetzen der Arithmetik* und analysiert die Theorie des Zahlbegriffs bei Frege, Dedekind und Cantor.[154] Im Oktober 1903 trägt Hilbert über die Grundlagen der Arithmetik vor, wobei es ihm „auf eine klare Herausarbeitung des ‚axiomatischen Standpunkts'" ankommt, und schließlich bespricht im Januar 1904 Heinrich Fleischer Peanos *Arithmetices principia, nova methodo exposita* (*1889*), stellt Peanos Symbolik vor und erläutert dessen 9 Axiome der Arithmetik und seine 66 logischen Sätze.[155] Folgt man den in den *Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* veröffentlichten Zusammenfassungen der Vorträge, so wurde die Russellsche Antinomie noch einmal im Februar 1905 behandelt, als William Henry Young über Russells *Principles of Mathematics* berichtete und u.a. „auf den Widerspruch" hinwies, „zu dem der Begriff der Klasse oder [soll wohl heißen: aller] Klassen führt".[156]

Die 1903 anhebende, breite Diskussion der Antinomien hat also sicherlich auch der Göttinger Grundlagenforschung wichtige Impulse gegeben, und sei es nur dadurch, daß Hilbert und seine Schüler früher schon angelegte Studien mit größerer Intensität fortsetzten. Bezeichnend ist die Deutlichkeit, mit der Hilbert später die Priorität der Entdeckung der Antinomie, die Russell zugeschrieben wird, für Zermelo beanspruchte. In der Vorlesung *Logische Principien des mathematischen Denkens* schreibt Hilbert zu Freges Reaktion

German professors have instituted at Göttingen and elsewhere a Mathematical Society of their own, meeting one evening in the week, to which the professor, Privatdozents and a few advanced students have access. The current mathematical literature is, as far as possible, divided up among the members for perusal, and subsequently to report to the Society as to the contents. Free criticism and suggestion is allowed, and in particular any references to other writers, ancient or modern, in which the subjects treated of in the society occur, are welcomed" (Grattan-Guinness *1972*, Zit. 381).

[152]Sitzung am 5.11.1901, *JDMV* **11** (1902), 72. Im Husserl-Nachlaß befinden sich Notizen Husserls zu diesem Vortrag: Husserl *1970*, 444–447.

[153]In den Sitzungen am 26.11. und 10.12.1901, *JDMV* **11** (1901), 72, 147; es handelt sich um den von Husserl mehrfach erwähnten „Göttinger Doppelvortrag".

[154]Sitzung am 12.5.1903, *JDMV* **12** (1903), 345 *f.*

[155]Sitzung vom 19.10.1904, *JDMV* **13** (1904), 133 *f.*

[156]Sitzung vom 7.2.1905, *JDMV* **14** (1905), 128.

auf die Mitteilung des Widerspruches:

> Im Schlusswort zum zweiten Bande seines grossen Werkes über die Zahlen [Frege *1903a*], nach dessen Drucklegung er das Zermelosche Paradoxon erfuhr, gibt er vollkommen zu, dass dies sein ganzes Lehrgebäude[157] vollkommen erschüttert und wesentliche Lücken aufdeckt. Dieses Zugeständnis ehrt ihn ebenso sehr, wie es die Wucht dieses Beispieles zeigt.[158]

Von Bertrand Russell ist in der Vorlesung keine Rede.

3.2 Bestandsaufnahme des Jahres 1905

Hilbert beginnt die Vorlesung „Logische Principien des mathematischen Denkens" in einem ersten mathematischen Teil mit einer Bestandsaufnahme der bis 1905 durchgeführten axiomatischen Arbeiten. Seine Darstellungen zur Axiomatik der Arithmetik, der Geometrie und der Naturwissenschaften dienen ihm als Stoffsammlung für den „wichtigen zweiten Teil", der die logischen Prinzipien behandelt (Hilbert *1905c*, 1). Der Mathematiker bedient sich der mathematischen Symbolik, der logischen Prinzipien und der Denkgesetze so, als seien sie selbstverständlich. Die Untersuchung, ob diese Dinge überhaupt berechtigt seien, so Hilbert, habe man bisher den Logikern und Philosophen überlassen. Dieser „bequeme Standpunkt" könne nicht aufrechterhalten werden.

> Die neuere mathematische Entwicklung hat nämlich zu Fragen geführt, die in zweierlei Hinsicht Zweifel an der bisherigen Art der Betrachtung aufsteigen lassen mussten: die altgewohnte richtige Anwendung der Logik führte zu Widersprüchen, es liessen sich gewisse Sätze gleichzeitig mit ihrem Gegenteil scheinbar gleich exakt beweisen, und die hieraus entstandenen Streitigkeiten zwischen den Mathematikern sind noch nicht entschieden und werden mit den bisherigen Mitteln auch wohl nicht entschieden werden können. Daraus geht nun einerseits hervor, dass gewisse, bisher als exakt angesehene mathematische Begriffe einer neuen Prüfung vom Standpunkte der Logik aus dringend bedürfen; andrerseits wird es aber auch für gewisse logische Schlüsse und Begriffsbildungen, die man der Logik entnahm und die als richtig und erlaubt galten, recht zweifelhaft, ob sie wirklich ohne weiteres bindend sind.[159]

[157]Born ergänzt: „sein Lebenswerk" (Hilbert *1905c*, 139).
[158]Hilbert *1905b*, 213.
[159]Hilbert *1905b*, 4 *f*. (*1905c*, 2).

Es werde nicht genügen, „bei der alten Logik stehen zu bleiben, sondern es wird nötig sein, diese selbst einer Correctur zu unterwerfen, und das den Philosophen zu überlassen, scheint unangebracht" (Hilbert *1905c*, 2).

Hilbert beginnt seine Bestandsaufnahme mit einer Diskussion der arithmetischen Axiome,[160] die er mit einer Charakterisierung der „allgemeinen Idee" der axiomatischen Methode einleitet:

> Die allgemeine Idee dieser Methode liegt wohl unbewusst allem theoretischen und practischen Denken zu Grunde. Man hat ein Thatsachenmaterial vor sich, das in Sätzen, Combinationen von Sätzen, zweifelhaften Sätzen, Vermutungen etc. besteht. Aus diesen Sätzen greift man eine gewisse Anzahl heraus und nimmt diese als „Grundsätze" oder „Axiome" an, auf Grund einer gewissen Trivialität, die ihnen anhaften muss. Bei dieser Auswahl wird uns dreierlei interessieren:
> Vor allen Dingen werden die Grundsätze *widerspruchsfrei* sein müssen, d.h. es darf nicht möglich sein, aus einem oder einigen von ihnen durch offenbare logische Combination Schlüsse zu ziehen, die das entgegengesetzte aussagen wie andere der Grundsätze oder aus ihnen gezogene Folgerungen.
> Zweitens werden wir die *Unabhängigkeit* der Axiome zu beachten haben; wir nennen die Axiome unabhängig, wenn keines aus den andern gefolgert werden kann. Wenn dies nämlich der Fall ist, so können wir ja dies Axiom aus der Reihe der Grundthatsachen weglassen.
> Endlich interessiert uns die *Vollständigkeit* des Axiomensystems. Wir werden verlangen müssen, dass alle übrigen Thatsachen des vorgelegten Wissensbereiches Folgerungen aus den Axiomen sind.[161]

Das in der Vorlesung vorgestellte System arithmetischer Axiome entspricht dem von Hilbert in dem Vortrag „Über den Zahlbegriff" (*1900a*) ausgeführten. Unter Benutzung der beiden Stetigkeitsaxiome zeigt er, daß das Axiomensystem von den reellen Zahlen und nur von diesen erfüllt wird. Das Axiomensystem definiert die reellen Zahlen eindeutig, denn

[160]Nur die Born-Mitschrift enthält einen Hinweis auf frühere Schriften Hilberts. Dort verweist Hilbert bemerkenswerterweise nicht auf den Vortrag „Über den Zahlbegriff", wo die Axiome erstmals als „Axiome" aufgeführt werden (Hilbert *1900a*), sondern auf § 13 der 2. Aufl. seiner *Grundlagen der Geometrie*, der die „Sätze" über „complexe Zahlensysteme" enthält.

[161]Hilbert *1905b*, 11–13 (*1905c*, 7 *f*.). Diese „allgemeine Idee" der Axiomatik widerspricht dem in späteren Teilen der Vorlesung vertretenen stufenweisen axiomatischen Aufbau der Mathematik. Das pragmatische Element spielt weiterhin eine wichtige Rolle: die Axiomatisierung eines Teilbereiches der Mathematik wird erst dann vordringlich, wenn in bestimmten Grundannahmen dieser Disziplin mit traditionellen Mitteln nicht zu lösende Probleme aufgetaucht sind. „Strenge" und „pragmatische" Auffassung der Axiomatik lassen sich verknüpfen, da es bei Grundlegungsvorhaben erlaubt ist, auf bereits erstellte oder als erstellt vorausgesetzte Axiomensysteme zurückzugreifen.

> wissen wir von irgend einem System von Dingen, dass sie unser Axiomensystem erfüllen, d.h. es zwischen ihnen Verknüpfungen und Beziehungen mit jenen Eigenschaften gibt, so sind sie für uns nichts als die reellen Zahlen.[162]

Der Vollständigkeitsbeweis für die Axiome der reellen Zahlen wird ergänzt durch Betrachtungen zur Unabhängigkeit der Axiome. Der Widerspruchsfreiheitsbeweis „führt zu höchst schwierigen und verwickelten Problemen", auf die Hilbert erst im zweiten Teil eingehen will (*1905c*, 17). Mit der Lösung der Axiomatik von dem ursprünglich geometrisch oder genetisch konstituierten Anzahlbegriff hat sich Hilbert von der Anschauung gelöst.

> Die Zahlen sind für uns nur ein Fachwerk von Begriffen geworden, auf das wir allerdings nur durch die Anschauung geführt werden, mit dem wir aber desungeachtet ohne jede Zuhilfenahme der Anschauung operieren können. Damit aber dies Begriffssystem auf die uns umgebenden Dinge anwendbar wird, ist es von Grund aus so construiert worden, dass es überall eine volle Analogie mit den trivialsten Anschauungen und damit den Thatsachen der Erfahrung bildet.[163]

Hilberts Ausführungen in den arithmetischen und geometrischen Teilen der Vorlesung gehen weitgehend auf die von ihm selbst bis dahin erbrachten Ergebnisse zurück. Davon abweichend setzt er sich in dem Kapitel über die Axiome der Naturwissenschaften[164] vor allem mit axiomatischen Ansätzen anderer Autoren in der Mechanik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, kinetischen Gastheorie, Versicherungsrechnung, Elektrodynamik und auch Psychophysik (unter Bezug auf Oppholzers Theorie der Farbempfindung [*1902*]) auseinander.

Folgt man Hilbert, so liegen zwei Wege zum Aufbau axiomatischer Systeme nahe:[165]
(1) Man geht von den einfachsten Dingen des zu betrachtenden Wissenschaftsbereiches aus und verknüpft diese Dinge durch Gesetze, die den „Thatsachen der Anschauung" nachgebildet sind. Den Abschluß bildet das Vollständigkeitsaxiom, mit dem die Stetigkeit des Systems postuliert wird. Dieses Verfahren hat Hilbert in seinen Arbeiten zur arithmetischen und geometrischen Axiomatik angewendet.

[162]Hilbert *1905b*, 21 (*1905c*, 16).
[163]Hilbert *1905b*, 36 (*1905c*, 27).
[164]Hilbert *1905b*, 121–190; *1905c*, 73-121.
[165]Hilbert *1905b*, 36 *f.*; *1905c*, 27 *f.*

(2) Man geht davon aus, daß grundlegende Dinge des zu bearbeitenden Bereichs schon durch axiomatische Systeme eingeführt sind. Dann muß die Forderung der Stetigkeit an den Anfang gestellt werden, und dem vorhandenen Axiomensystem müssen diejenigen Axiome hinzugefügt werden, die für den zu bearbeitenden Gegenstandsbereich benötigt werden. Nach diesem Muster ist die Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung des Hilbert-Schülers Ugo Broggi aufgebaut.[166]

3.3 Logik und Axiomatik

3.3.1 Der Logikkalkül als Werkzeug

Die Forderung nach der teilweise gleichzeitigen Entwicklung der Gesetze der Logik und der Arithmetik (Hilbert *1905a*, 176) hat ihre Wurzeln in den Antinomien der Mengenlehre, die ja, wie Hilbert meint, auf der bedenkenlosen Anwendung von traditionellen Methoden der Logik beruhen. Die Antinomien zeigten zur Genüge, so Hilbert, „dass eine Prüfung und Neuaufführung der Grundlagen der Mathematik und Logik unbedingt nötig ist" (Hilbert *1905b*, 215). Die Quelle der Widersprüche ist für Hilbert klar: die Zusammenfassung gewisser Allheiten zu einer neuen Menge, also die unbeschränkte Komprehension. Mit dieser Diagnose ist aber seiner Ansicht nach noch nichts gewonnen, „denn jedes Denken beruht gerade auf solchen Zusammenfassungen, und das Problem bleibt, hier das Erlaubte von dem Unerlaubten zu sondern" (215). Von mathematischer und philosophischer Seite seien schon Anfänge gemacht worden, diese Fragen in Angriff zu nehmen. Hilbert hofft, daß diese Dinge „[...] in Zukunft — besonders auch von den Philosophen — mehr und mehr Förderung erfahren" (216).

Das wichtigste Hilfsmittel zum gemeinsamen Aufbau von Logik und Mathematik ist für Hilbert der Logikkalkül. Hilbert stellt sich nicht explizit in eine mathematisch-logische Tradition. Auch wenn sein Kalkül sich an den algebraischen Logiken der Zeit orientiert, so grenzt er sich doch deutlich von Vorarbeiten ab:

> Ich möchte das hier bisher geleistete jedoch als zu sehr formal bezeichnen, da diese Logikkalküle keine weitergehenden principiellen Ziele und

[166]Broggi *1907*, auszugsweiser Wiederabdruck in Schneider *1988a*, 367–377. Vgl. auch Schneiders Einführung *1988b*, bes. 354–356. Ugo Broggi kommt mit zwei Axiomen der Wahrscheinlichkeitsrechnung aus, dabei setzt er Axiomensysteme für Mengenlehre und Logik wie auch einen Widerspruchsfreiheitsbeweis für die reellen Zahlen voraus (4). Zu Broggi vgl. Prada de Pardo *1980* und die Artikel im *Poggendorff*, Bde. 6.1, 339–340; 7b.1, 586–587.

> Aufgaben sich stellten, sondern ihnen nur an der formalen Ausbildung des Kalküls zur Darstellung der alten logischen Schlüsse lag.[167]

Dieses Urteil ist sicher keine adäquate Charakterisierung des mathematisch-logischen Schaffens in der Zeit um die Jahrhundertwende. Das „weitergehende principielle Ziel" der Algebra der Logik von George Boole[168] bis zum frühen Ernst Schröder[169] war allerdings ein philosophisches: Es ging primär um eine Reform der Logik zur adäquaten Beschreibung der „Gesetze des Denkens". Von Anfang an spielte aber auch der Anwendungsaspekt eine wichtige Rolle, z.B. in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.[170] Dem Karlsruher Mathematikprofessor Ernst Schröder ging es in seinen späteren algebraisch-logischen Schriften vor allem darum, die Peircesche Algebra der Relative als *Werkzeug* für die mathematische Forschung zu propagieren. War Hilbert schon mit den Beiträgen der Mathematiker zur Logik unzufrieden, so erwartete er sich von seiten der Philosophie noch weniger Unterstützung: „Die meisten Philosophen freilich lehnen Untersuchungen in unserem Sinne ab; sie meinen, dass man bei richtigem Spekulieren mit konkreten Dingen gar nicht auf solche Widersprüche geführt wird" (Hilbert *1905b*, 216 *f.*).

Hilbert führt die Axiomatisierung der Logik angelehnt an das Muster der geometrischen und arithmetischen Axiomatik durch, und damit, wie er meint, „in etwas anderer und wohl einfacherer Form, als das sonst geschieht" (Hilbert *1905c*, 143). Für die Logik als erste und grundlegende Disziplin der Mathematik scheint allerdings auch eine Fundierung des ersten Schrittes, des „wir denken uns", notwendig. Dies geschieht mit einem eigentlich nicht zum Logikkalkül gehörenden „Axiom des Denkens" oder „Axiom von der Existenz einer Intelligenz", dem „‚apriori' der Philosophen", wie Hilbert es in einer Marginalie zur Hellinger-Mitschrift bezeichnet (Hilbert *1905b*, 219):

> Ich habe die Fähigkeit, *Dinge* zu denken und sie durch einfache Zeichen $(a, b, \ldots X, Y, \ldots)$ derart in vollkommen charakteristischer Weise zu bezeichnen, dass ich sie daran stets eindeutig wiedererkennen kann; mein Denken operiert mit diesen Dingen in dieser Bezeichnung in gewisser Weise nach bestimmten Gesetzen[,] und ich bin fähig, diese Gesetze durch Selbstbeobachtung zu erkennen und vollständig zu beschreiben.[171]

[167]Hilbert *1905b*, 216 (*1905c*, 141).
[168]Boole *1847*, *1854*.
[169]Z.B. in Ernst Schröders Darstellung des Booleschen Kalküls (*1877*) und in den beiden ersten von ihm veröffentlichten Teilen seiner monumentalen *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890*, *1891*).
[170]Z.B. schon in den Booleschen *Laws of Thought* (*1854*). Vgl. Niiniluoto *1988*.
[171]Hilbert *1905b*, 219 (*1905c*, 143).

Dabei ist unter dem Ding a oder b „der allgemeinste Gegenstand unseres Denkens" zu verstehen, z.B. auch einfache oder zusammengesetzte Aussagen. Sie gehören nicht zu den „Worten des Logikkalküls", den logischen Partikeln. Hilbert lehnt sich in seiner Symbolik an die algebraisch-logischen Vorbilder, insbesondere an die Systeme von Boole und Schröder an, allerdings mit bemerkenswerten Änderungen. So baut er seinen Kalkül (zumindest in dieser frühen Fassung) auf dem Identitäts-, nicht auf dem Gleichheitsbegriff auf,[172] vor allem aber symbolisiert er die logische Konjunktion mit dem Zeichen „+", die Adjunktion mit „·" und kehrt damit die traditionellen Bedeutungen dieser Zeichen um. Das gleiche gilt für die Symbole „0" und „1", die von Boole und Schröder ebenfalls entgegengesetzt verwendet werden. Hilbert führt die logischen Zeichen ein, indem er zeigt, wie mit ihnen im „logischen Denken" operiert wird:[173]

- *Identität*: Unterscheiden sich zwei Dinge a und b nur in der Bezeichnung, so sind sie identisch,
$$a \equiv b$$
- *Negation*: Gehört a zur *Klasse der Seienden*, dann gehört $\bar{a}$ zur *Klasse der Nichtseienden.*

Um Sophismen der Form „Es gibt ein Ding a, das nicht existiert" auszuschließen, postuliert Hilbert eine „positivistische" Ausdrucksweise, d.h. an Stelle jeder Negation sollen positiv anzugebende Eigenschaften gesetzt werden. Hilbert setzt dies in einer Einteilung der Dinge in zwei Klassen um:

> Wir denken uns nun 2 Klassen von Dingen, die wir als *Klasse der Seienden* und *Klasse der Nichtseienden* bezeichnen; auf diese seien die Dinge so verteilt, dass jedes Ding einer und nur einer Klasse angehört. Jede solche Verteilung ersetzt uns die schwierigeren Begriffe der Existenz und Nichtexistenz in positiver Form.[174]

Als weitere Operatoren führt er ein:

- *Konjunktion*: Sowohl a als auch b sind in der Klasse der Seienden,
$$a + b$$

[172]In einer später hinzugefügten Marginalie zur Hellinger-Mitschrift nimmt er dies wieder zurück: statt des Identitätszeichens, so Hilbert, „schreibe einfacher = ‚gleich'" (*1905b*, 224).
[173]Hilbert *1905b*, 224, Einführung der logischen Partikel 219–224, 226 *f.* (*1905c*, 143–147, 149).
[174]Hilbert *1905b*, 221 (*1905c*, 144).

- *Adjunktion*: a oder b oder beide zugleich sind in der Klasse der Seienden,

$$a \cdot b$$

- 0 ist die Aussage, die „nichts aussagt"; jede mit 0 identische Aussage ist eine „richtige" oder „widerspruchsfreie" Aussage,

$$a \cdot \bar{a} \equiv 0$$

- Jede mit 1 identische Aussage ist falsch oder widerspruchsvoll,

$$a + \bar{a} \equiv 1$$

Nachdem die „Worte" $\equiv$, $^{-}$, $+$, $\cdot$, 0, 1 anschaulich eingeführt sind, will Hilbert das „logische Denken" durch den axiomatisierten Logikkalkül, die Axiome der Logik, ersetzt wissen. Unter einer Aussage werden die Dinge oder Zeichen $X, Y, Z, \ldots$ verstanden, die folgenden Axiomen genügen (Hilbert *1905b*, 225–228):

I Ist $X \equiv Y$,[175] so kann X stets durch Y und Y stets durch X ersetzt werden.

II Aus zwei Aussagen X, Y entsteht „additiv" eine neue

$$Z \equiv X + Y$$

III Aus zwei Aussagen X, Y entsteht „multiplikativ" eine neue

$$Z \equiv X \cdot Y$$

IV Kommutativität der Konjunktion

$$X + Y \equiv Y + X$$

V Assoziativität der Konjunktion

$$X + (Y + Z) \equiv (X + Y) + Z$$

VI Kommutativität der Adjunktion

$$X \cdot Y \equiv Y \cdot X$$

[175]**Marginalie Hilberts in *1905b*, 225: „lieber =".**

VII Assoziativität der Adjunktion

$$X \cdot (Y \cdot Z) \equiv (X \cdot Y) \cdot Z$$

VIII Distributivität

$$X \cdot (Y + Z) \equiv X \cdot Y + X \cdot Z$$

IX Disjunktivität der Negation[176]

$$X + \overline{X} \equiv 1$$

X Supplementarität der Negation[177]

$$X \cdot \overline{X} \equiv 0$$

XI „Tautologie des Widerspruchs"[178]

$$1 + 1 \equiv 1$$

XII Beliebigkeit des Faktors 1

$$1 \cdot X \equiv X$$

Die Subjunktion wird auf diese eingeführten „Worte" zurückgeführt: Gilt $\overline{X} \cdot Y \equiv 0$ so folgt Y aus X: $X \mid Y$.[179]

Der Logikkalkül läßt sich dazu verwenden, komplizierte zusammengesetzte Aussagen zu vereinfachen. Jeder Satz der (mathematischen) Sprache läßt sich auf Normalformen zurückführen. Dabei besteht die *1. Normalform* eines solchen Satzes aus konjunktiv verknüpften Aussagen, die wiederum aus adjunktiv verknüpften Gliedern bestehen. Die *2. Normalform* besteht aus adjunktiv verknüpften Aussagen, die sich aus konjunktiv verknüpften Gliedern zusammensetzen (*1905b*, 243–245). Ist z.B.

$$X \equiv a \cdot b + c \cdot d$$

die 1. Normalform eines Satzes, so ist

$$X \equiv (a + c) \cdot (a + d) \cdot (b + c) \cdot (b + d)$$

[176]**Terminus von Schröder (*1890*, 302, Theorem $30_\times$).**
[177]**Terminus von Schröder (*1890*, 302, Theorem 30_+).**
[178]**Dies eine schwächere Form des Booleschen "Law of Duality" $a \cdot a = a$.**
[179]**Hilbert *1905b*, 236. Wie aus einer Marginalie deutlich wird, propagiert Hilbert später zur Symbolisierung der Folgebeziehung den Pfeil „$\longrightarrow$".**

die 2. Normalform. Die Herleitung erfolgt unter Anwendung des Satzes

$$\overline{a+b} \equiv \overline{a} \cdot \overline{b}; \; (\overline{a \cdot b}) \equiv \overline{a} + \overline{b}$$

über die Normalformen der Negation von X

$$\overline{X} \equiv (\overline{a} + \overline{b}) \cdot (\overline{c} + \overline{d}) \equiv \overline{a} \cdot \overline{c} + \overline{b} \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{d} + \overline{b} \cdot \overline{c}.$$

Die *Schlußlehre* behandelt Hilbert nur kurz. Ist X ein rechtmäßig gebildeter Ausdruck und gilt $\overline{X} \cdot Y \equiv 0$ (Definition der Folgebeziehung), so ist auch Y ein rechtmäßig gebildeter Ausdruck. Den Prozeß der Bildung von Y nennt Hilbert „schließen".

Ist $\overline{X} \cdot Y \equiv 0$, so folgt

$$Y \equiv Y \cdot 1 \equiv Y(X + \overline{X}) \equiv Y \cdot X + 0 \equiv Y \cdot X.$$

Ist $Y \equiv A \cdot X$, so folgt

$$\overline{X} \cdot Y \equiv \overline{X} \cdot A \cdot X \equiv 0 \cdot A \equiv 0,$$

d.h.

> Eine Aussage Y folgt aus einer andern X dann und nur dann, wenn sie von der Form $A \cdot X$ ist, wo A irgend eine Aussage ist. Schliessen heisst, richtige Aussagen mit irgend welchen Aussagen multiplizieren.[180]

Den Multiplikator A nennt Hilbert den „Beweis" (von Y aus X). In diesem Rahmen macht Hilbert die Bedeutung der Schlußlehre für die Beweistheorie deutlich, die sich aus der Eindeutigkeit logischer Normalformen ergebe. Sei $a, b, c, \ldots$ eine endliche Anzahl von Aussagen, dann kann es nur eine endliche Anzahl von aus diesen Grundaussagen zusammengesetzten Aussagen geben,

> denn jede lässt sich auf eine Summe von Produkten im wesentlichen eindeutig bringen, wo in jedem Summand dieselbe Grundaussage nur in der ersten Dimension erscheinen und dasselbe Produkt auch nur einmal als Summand auftreten kann. Jede richtige Aussage muss aus der Summe der Axiome $a + b + \ldots$ durch einen gewissen Multiplikator A folgen (Beweis) und für dieses A gibt es nach dem gesagten [sic!] auch nur endlich viele Formen.[181]

[180] Hilbert **1905b**, 246 (**1905c**, 164).
[181] Hilbert **1905b**, 249 (**1905c**, 166).

Daraus folgt, daß es nur endlich viele Beweismöglichkeiten geben kann. Man hat damit in einem einfachen Fall das Problem gelöst, daß sich jedes richtige Resultat durch einen endlichen Beweis erzielen lassen muß.

> Dies Problem war eigentlich der Ausgangspunkt aller meiner Untersuchungen auf unserm Gebiete und die Erledigung dieses Problemes im allerallgemeinsten Falle, der Beweis, dass es in der Mathematik kein „Ignorabimus" geben kann, muss auch das letzte Ziel bleiben.[182]

Es bleibt festzuhalten, daß Hilberts Logikkalkül ein reiner Aussagenkalkül ohne Quantifikation ist. Er stellt eine Modifikation gegenüber dem System dar, das er in dem Heidelberger Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" vertreten hat, denn dort hat sich Hilbert zur leichteren Verständlichkeit der „gewohnten Sprache ‚in Worten' und der darin unmittelbar zum Ausdruck kommenden Gesetze der Logik" bedient (Hilbert *1905a*, 176). Über den Aufbau eines Logikkalküls äußert er sich dort nicht näher und dies, obwohl, wie er schreibt, die Paradoxien der Mengenlehre gezeigt hätten, „daß die Auffassungen und Untersuchungsmittel der Logik im hergebrachten Sinne aufgefaßt, nicht den strengen Anforderungen, die die Mengenlehre stellt, gewachsen sind" (Hilbert *1905a*, 175).

3.3.2 Logikkalkül und Axiome der Arithmetik

Eigentlicher Gegenstand des Vortrages „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" ist die Konstitution des zum Aufbau der Arithmetik notwendigen Ding- und Zeichenmaterials, die Hilbert in der Vorlesung im Sommersemester 1905 im letzten Kapitel „Die Axiomenlehre" behandelt.[183]

(1) *Zahlzeichen*
An den Anfang dieser sehr vorläufigen und skizzenhaften Überlegungen zum Übergang vom Logikkalkül (mit den Zeichen $\equiv, \bar{\ }, +, \cdot, \mathbf{0}, \mathbf{1}$) zum Zahlbegriff stellt Hilbert wieder zwei „Axiome des Denkens" (Hilbert *1905b*, 252 *f.*), die ihm zur Konstitution seiner Zahlzeichen dienen:

(1.1) Er postuliert die Existenz eines Gedankendings, das z.B. mit 1 bezeichnet werden kann. Gibt es noch eine weitere Bezeichnung für dieses Ding, z.B. a, so gilt $a \equiv 1$, d.h. a und 1 können beliebig durch einander ersetzt werden.

(1.2) Er postuliert die Fähigkeit, aus dem Ding 1 Kombinationen mit sich selbst zu bilden: $(11) \equiv a$. Durch Kombination von 1 mit sich selbst oder mit

[182] Hilbert **1905b**, 249 (**1905c**, 167).
[183] In den folgenden beiden Abschnitten sind die Zeichen $\equiv, \bar{\ }, +, \cdot, \mathbf{0}, \mathbf{1}$ logische, die Zeichen $=$, 1 mathematische Symbole.

(11) ergeben sich neue Dinge:[184]

$$(111), 11(11), 1(11)$$

(2) *„jedes“*
Als zweites Gedankending führt Hilbert, anders als in seinem Heidelberger Vortrag, das Ding „jedes“ $x, x', \ldots$ ein, für Hilbert eigentlich der schwierigste Begriff, „da durch ihn alle uns bekannten Widersprüche entstehen“ (Hilbert *1905b*, 254). Das Ding „jedes“ ist gleichberechtigt mit irgend einem anderen Ding, wobei wir „jeden selbständigen Begriff unseres Denkens, z.B. auch den Begriff der Menge, als eigenes Ding einführen“. Hilbert kann noch keine Axiome für dieses „jedes“ angeben, er glaubt aber, daß diese auf dem Prinzip beruhen könnten, daß man für x stets 1, Kombinationen $(11), \ldots$ oder Kombinationen $(x1), \ldots$ einsetzen kann (254).

In seinem Heidelberger Vortrag war Hilbert noch weiter gegangen. Dort hatte er Aussagen der Form $A_1, A_2, \ldots$ als aus einer Aussage $A(x)$ hervorgegangen gedacht, indem die „Willkürliche“ x durch die zugelassenen Gedankendinge ersetzt wurde. Diese Aussagen lassen sich adjunktiv (o.) und konjunktiv (u.) verknüpfen:

$$A_1 \text{ o. } A_2 \text{ o. } A_3 \ldots \ ; \ A_1 \text{ u. } A_2 \text{ u. } A_3 \ldots$$

Dafür wählte Hilbert die abkürzende Schreibweise

$$A(x^{(o)}) \text{ — „wenigstens für ein } x\text{“}$$
$$A(x^{(u)}) \text{ — „für jedes einzelne } x\text{“}$$

und erhielt Existenz- und Allquantoren in Peirce-Schröderscher Tradition.[185]

Es fällt auf, daß Hilbert diese Andeutungen in die spätere Vorlesung nicht aufgenommen hat. Möglicherweise versuchte er in dem Kolleg schon, ohne diese Zulassung infiniter Operationen auszukommen, die er später mit dem ε-Axiom im Rahmen seiner finiten Beweistheorie zu vermeiden versuchte. Dieses Axiom führte er (noch als τ-Funktion) erstmals in dem Vortrag „Die logischen Grundlagen der Mathematik“ (Hilbert *1923*) ein. Dort bezeichnet Hilbert die Quantifikation als die Operation, die über das Finite, konkret Anschauliche hinausführt (154). Man sollte sich nur hüten, die Quantifikation über unendliche Gesamtheiten mit der über endliche Gesamtheiten gleichzubehandeln. Um diesen Fehler zu vermeiden, führt Hilbert unter Anwendung des Auswahlprinzips die logische Funktion

$$\tau(A) \text{ oder } \tau_a\big(A(a)\big)$$

[184] Hilbert *1905c*, 169; vgl. Hilbert *1905a*, 176.
[185] Hilbert *1905a*, 178; vgl. Moore *1987*, 112.

als neue „transfinite“ Schlußweise ein, die jedem Prädikat $A(a)$ einen Gegenstand τA zuordnet. Die transfinite Funktion τ soll darüber hinaus das *transfinite Axiom*

$$A(\tau A) \to A(a)$$

erfüllen: „Wenn ein Prädikat A auf den Gegenstand τA zutrifft, so trifft dasselbe für alle Gegenstände a zu“ (Hilbert *1923*, 156).

(3) *„gleich“*
Das Ding „gleich“ folgt (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) den Axiomen:[186]

(3.1) Ein Ding D ist stets in der Klasse der Seienden, wenn gilt

$$D \equiv (x = x).$$

(3.2) Ist x' eine Bezeichnung für das Ding „jedes“, so ist, wenn $(x = x')$ und $(1x)$ in der Klasse der Seienden sind, auch $(1x')$ darin:

$$\left(\overline{(x = x') + (1x)}\right) \cdot (1x').$$

(3.3) Dies gilt auch für eine Kombination von drei Dingen

$$\left(\overline{(x = x') + (1xx'')}\right) \cdot (1x'x'').$$

(4) *„unendlich“*
Um wirklich zum „Gesammtbegriff der ganzen Zahlen“ (Hilbert *1905b*, 259) zu kommen, führt Hilbert den Begriff „unendlich“ oder „unendliche Menge“, bzw. „kleinstes Unendlich“ u ein. u wird allerdings nicht direkt eingeführt, sondern implizit zusammen mit den Dingen f („Folgendes“) und f' („die f begleitende Operation“). Dabei gelten folgende Axiome:

(4.1) $f(ux)$ ist das auf das Element ux „folgende“ und selbst wieder Element der aus u durch Kombination mit $f'x$ entstehenden Menge

$$f(ux) = u(f'x).$$

(4.2) Wenn auf ux und uy gleiche Elemente folgen, so ist $ux = uy$

$$\left(\overline{f(ux) = f(uy)}\right) \cdot (ux = uy).$$

(4.3) Die Behauptung, daß $u1$ auf ein Element ux folgt, ist falsch, d.h. es gibt ein erstes Element von ux

$$\overline{f(ux) = u1}.$$

Kombinationen der Form $(u1), \big(u(11)\big) \ldots, (ux), \ldots$ sind Elemente der Menge u.

[186] Hilbert *1905b*, 255 *f.* (*1905c*, 171 *f.*), vgl. *1905a*, 178 *f.*

> Das ist eine ganz fundamentale Wendung gegen die gewöhnliche Auffassung, in der man erst die Elemente hat und von der Menge dann als ihrer „Gesammtheit" redet. Hier wird gerade zuerst die Menge definiert; sie ist ein einheitliches, widerspruchslos eingeführtes Ding und aus ihr gehen dann die Elemente als „Kombinationen" mit andern Dingen hervor. Diese Auffassung bewirkt wesentlich die Klärung der Paradoxieen der Mengenlehre.[187]

In ähnlicher Weise können auch die Gedankendinge „Zuordnung", „Transformation", „Beziehung", „Funktion" u.a. eingeführt werden (*1905a*, 182.) Die Beziehung zu den arithmetischen Axiomen ergibt sich sofort, wenn diese in der hier vorgeführten Art umformuliert werden (*1905a*, 185).

3.3.3 Schemata der Widerspruchsfreiheitsbeweise

Widerspruchsfreiheitsbeweise für die Axiome der Logik und der Arithmetik kann Hilbert nicht vorführen. Er gibt aber Schemata solcher Beweise an. Der einfachste Widerspruchsfreiheitsbeweis besteht darin, ein hinschreibbares Beispiel eines Gegenstandes anzugeben, der das System erfüllt. In dem Axiomensystem für die Dinge „jedes", „gleich" und „unendlich" ist der Beweis aber auf diese Art nicht zu führen, da in Axiom (4.3) die Nichtexistenz eines Dinges postuliert wird (Hilbert *1905b*, 263 *f.*). Das System wäre allerdings widerspruchsvoll, wenn sich in ihm das Negat von (4.3) herleiten ließe. Zum Beweis führt Hilbert den Begriff der „Homogenität" ein. Eine Aussage $a = b$ heiße „homogen", wenn a, b Kombinationen von gleich vielen einfachen Dingen $1, x, u, f, f'$ sind. Man muß nun nachweisen, daß die bisherigen Axiome bis auf das letzte nur homogene Aussagen enthalten und daß aus ihnen nur homogene Aussagen geschlossen werden können. Da die Gleichung $f(ux) = u1$ inhomogen ist, kann sie nicht abgeleitet werden. Damit wäre ein direkter Nachweis für die Widerspruchsfreiheit skizziert, „der erste Versuch eines solchen", wie Hilbert schreibt, „ohne Angabe eines speciellen Beispieles".[188]

In der Durchführung ergeben sich allerdings zahlreiche Schwierigkeiten, die mit der Forderung zusammenhängen, nachzuweisen, daß *alle* Schlüsse aus den ersten Axiomen auf homogene Gleichungen führen.[189] Hilbert sieht deshalb den Beweis selbst als „mathematisches Ding" an:

[187] Hilbert *1905b*, 261 (*1905c*, 175); vgl. *1905a*, 182 *f.*

[188] Hilbert *1905b*, 264 (*1905c*, 178); vgl. *1905a*, 181.

[189] Insofern teilt Hilbert in seiner Vorlesung nicht den Optimismus seines Vortrages *1905a*.

> Der Beweis besteht aus einer Reihe von Aussagen, die auf einanderfolgen, so dass jede durch logische Multiplikation aus der vorhergehenden entsteht; denn das hiess ja schliessen, und man kann so jeden Schritt des Beweises hinschreibbar kontrollieren. [...] Jedenfalls wird man nun für den Beweis als System seiner Aussagen wiederum ein Axiomensystem aufstellen können, das ein Ding B, eben jenen Beweis, definiert.[190]

Eine weitere, „mehr formale" (*1905b*, 266) Form des Widerspruchsfreiheitsbeweises könnte über die logische Normalform laufen. Sind a, b eingeführte Dinge, die einem System mit Axiomen $X_1, \ldots, X_n$ genügen sollen, lassen sich alle richtigen Aussagen in der Form $A \cdot (X_1 + \ldots + X_n)$ darstellen. Ist es möglich, Aussagen identisch **1** abzuleiten, enthält das Axiomensystem einen Widerspruch.

> Die Widerspruchslosigkeit einer Axiomgruppe aber ist gezeigt, wenn man eine Verteilung aller in Betracht kommenden Dinge auf 2 Klassen wirklich angeben kann, die den Axiomen genügt, d.h. gegenüber der alle Aussagen $A \cdot (X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$ richtige Aussagen sind; denn richtige Aussagen über irgend eine bestimmte Verteilung können nie von der Form $a + \bar{a} \equiv \mathbf{1}$ und daher nie **1** sein, und mit dieser Überlegung ist die Widerspruchslosigkeit gezeigt.[191]

Ein solcher Widerspruchsfreiheitsbeweis läßt sich für die Axiome des „gleich" führen. Die eingeführten mathematischen Gedankendinge $1, x, =$ und alle Kombinationen aus ihnen werden der Klasse der Seienden zugeordnet, die Klasse der Nichtseienden sei leer. Dann sind alle Axiome und alle Folgerungen aus ihnen erfüllt, denn die Axiome besagen nur, daß Dinge wie $(X = X)$ existieren. Da alle Dinge entsprechend der Klasseneinteilung in der Klasse der Seienden sind, kann kein Widerspruch abgeleitet werden. Der Beweis beruht wesentlich darauf, „dass die Axiome keine ‚negative' Behauptung, d.h. keine Forderung, dass ein Ding oder eine Kombination nicht ist, enthalten" (Hilbert *1905b*, 258 *f.*). Soll das Gesamtsystem überprüft werden, ergibt sich die Schwierigkeit, daß solch ein Beweis die vollständige Formulierung aller Axiome voraussetzt, also auch die des „jedes".

> Das Ersetzen von x durch ein specielles Ding in irgend einer Kombination ist ja die hauptsächliche Operation, die wir stets vornehmen, und gerade das bietet bei der Mannigfaltigkeit der in Betracht kommenden Kombinationen der scharfen Formulierung großen Widerstand, selbst

[190] Hilbert *1905b*, 265 (*1905c*, 178 *f.*).

[191] Hilbert *1905b*, 257 *f.* (*1905c*, 173).

> wenn man sich nur auf die in jedem Systeme wirklich notwendigen Kombinationen beschränkt. Hiernach wäre dann die exakte Formulierung der Axiome des „Jedes" und des damit in naher Verbindung stehenden Begriffes der Kombination die Hauptaufgabe.[192]

3.4 Beurteilung der „philosophischen Wendung" Hilberts

In seinem Aufsatz zur historischen Beurteilung der Grundlagenkrise in der Mathematik formuliert Herbert Mehrtens die These, daß der Streit um das Zermelosche Auswahlprinzip

> sowohl eine rationale mathematische Auseinandersetzung um Entwicklung und Aufbau der Mengenlehre [war] als auch ein Kampf um Autonomie und Dominanz, um die Autonomie mathematischer Forschung gegenüber philosophischen Einflüssen und Vorbehalten, um die Autorität der Mathematiker über die Probleme der Mengenlehre, um die Dominanz der neueren, formalistischen Mathematik über die Forschungspraxis des Fachs.[193]

Ernst Zermelo als Apologeten einer gegenüber philosophischer Einmischung autonomen Mathematik zu betrachten, verkennt die enge Einbindung der mengentheoretischen Arbeiten, die Zermelos nach seinem Beweis des Wohlordnungssatzes veröffentlichte, in das durchaus auch philosophische Hilbertsche Axiomatisierungsprogramm. Damit ist angedeutet, daß die Übertragung des Urteils von Mehrtens auf die Charakterisierung der gesamten frühen von Hilbert beeinflußten Göttinger Grundlagenforschung nicht zu rechtfertigen ist. Denn die Vorlesung „Die logischen Principien des mathematischen Denkens" wie auch der Heidelberger Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" offenbaren Hilberts Einsicht in die philosophischen Implikationen seines Programms und geben auch Einblicke in seine eigenen philosophischen Intentionen. Eine Abgrenzung gegenüber speziellen philosophischen Theorien, insbesondere gegenüber dem logistischen Begründungsversuch Freges, ist zwar evident, aber nicht im Sinne einer Autonomisierung mathematischer Forschung gegenüber philosophischer Reflexion überhaupt, sondern im Sinne einer konstruktiv gemeinten Kritik. Hilbert ging es auch um eine Reform der Philosophie der Mathematik. Zur Begründung des Zahlbegriffs waren Mathematiker *und* Philosophen aufgerufen. Damit wurde das

[192] Hilbert *1905b*, 268 *f*. (*1905c*, 181).
[193] Mehrtens *1984*, 247.

Axiomatisierungsprogramm aus der noch Frege gegenüber vertretenen, ausschließlich pragmatischen Orientierung gelöst. An deren Seite trat die Forderung nach einem *stufenweisen* axiomatischen Aufbau der Mathematik.

David E. Rowe hat davor gewarnt, Hilberts frühe Philosophie der Mathematik mit seinem formalistischen Programm zu identifizieren, das in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts als Antwort auf den Brouwerschen Intuitionismus konzipiert wurde. "It must be emphasized, however", so schreibt Rowe (*1989*, 200), "that this program was never intended as a comprehensive philosophy of mathematics; its purpose was instead to legitimate the entire corpus of mathematical knowledge." Dem ist sicher zuzustimmen, es muß aber mit der gleichen Deutlichkeit darauf hingewiesen werden, daß der mögliche Umkehrschluß, Hilberts frühes axiomatisches Programm habe nicht vorrangig dazu dienen sollen, den Bestand mathematischen Wissens zu sichern, falsch ist. Es ist genau dieses Ziel des Formalismus, das seine frühen axiomatischen Beiträge ebenso wie die Arbeiten nach der „philosophischen Wendung" prägte. Hilberts Philosophie der Mathematik war der Rettung des Konsistenzbeweises für die arithmetischen Axiome gewidmet.

Dieses Programm hat an zwei Stellen direkte Bezüge zur Philosophie: Das Problem des ersten Anfangs einer Axiomatik kann Hilbert nur durch Annahme eines metaphysischen „Axioms des Denkens" lösen, dessen Ausgestaltung er noch offen läßt. Darüber hinaus entstehen in jeder noch so formalisierten Axiomatik durch die Forderung nach einem Widerspruchsfreiheitsbeweis eine ganze Reihe von philosophischen, nicht nur mathematisch-technisch zu lösenden Problemen.

Die Mengenlehre kommt erst nach der aufsehenerregenden Veröffentlichung der mengentheoretischen Antinomien in das Blickfeld des Axiomatisierungsprogramms. Sie dient dabei als Mittlerin zwischen einem widerspruchsfrei axiomatisierten Logikkalkül, dessen Erstellung durch das Scheitern der traditionellen Logik notwendig geworden war, und der Arithmetik. Über die axiomatisierte Mengenlehre wird die in der Mathematik benötigte Komprehension eingeführt. Die von Hilbert formulierten Axiome des „jedes" und des „unendlich" führen direkt auf einen reformierten Mengenbegriff. Erst nach 1903 ergibt sich für den Anfang der mathematischen Axiomatik der methodische Dreischritt Logik — Mengenlehre — Arithmetik, der das zuvor vertretene Konzept einer Rückführung aller Teildisziplinen der Mathematik auf die Arithmetik mit einem „direkten" Widerspruchsfreiheitsbeweis für deren Axiome ablöst.

Hilbert hat in seinen Erinnerungen (Hilbert *1971*, 79) die Reflexion über seine eigene aktuelle Forschungsarbeit als wichtiges Prinzip seiner Vorlesungen bezeichnet:

> Es war mein Grundsatz, in den Vorlesungen und erst recht in den Seminaren nicht einen eingefahrenen und so glatt wie möglich polierten Wissensstoff, der den Studenten das Führen sauberer Kollegheftе erleichtert, vorzutragen. Ich habe vielmehr immer versucht, die Probleme und Schwierigkeiten zu beleuchten und die Brücke zu den aktuellen Fragen zu schlagen. Nicht selten kam es vor, daß im Verlauf eines Semesters das stoffliche Programm einer höheren Vorlesung wesentlich abgeändert wurde, weil ich Dinge behandeln wollte, die mich gerade als Forscher beschäftigten und die noch keineswegs eine endgültige Gestalt gewonnen hatten. Höhere Vorlesungen dieser Art führten oft zu einer engen Wechselwirkung mit den Zuhörern, welche ihrerseits mit Kritik oder eigenen Gedanken hervortraten.

In diesem Sinne können die letzten Teile der Hilbertschen Vorlesung „Logische Principien des mathematischen Denkens“ als Produkt eines "brain storming" in Grundlagenfragen verstanden werden. Hier werden Ideen geliefert, hier soll zu weiterer Forschung angeregt werden. Damit erscheint auch der Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik“ in einem anderen Licht. Er sollte und konnte nicht mehr als eine programmatische Skizze sein. Die Dynamik der Entwicklung von Hilberts Vorstellungen wird deutlich, wenn man die Unterschiede in beiden, nur wenige Monate auseinanderliegenden Werken untersucht. Die im Vortrag postulierte „gleichzeitige Entwicklung der Gesetze der Logik und der Arithmetik“, die auf eine sukzessive Einführung logischer und mathematischer Operatoren nach pragmatischen Gesichtspunkten hinauslief, wurde im Sinne eines stufenweisen Aufbaus (axiomatisierter Kalkül der Aussagenlogik — Axiomensysteme für die mathematischen Operatoren — Axiomatik von Mengenlehre und Arithmetik) uminterpretiert. In der Vorlesung versucht Hilbert, anders als im Vortrag, ohne eine formalisierte Quantifikation auszukommen. Schließlich ist mit der Auffassung des Beweises als „Gedankending“, das selbst wieder einer Axiomatisierung zugänglich ist, ein erster Schritt zu einer unabhängigen Beweistheorie getan.

Aussagen über die direkte Wirkung von Vorlesungen sind nicht ganz unproblematisch, insbesondere dann, wenn sich wie im vorliegenden Fall die Hörerschaft nicht vollständig ermitteln läßt. Max Born hat Hilberts Vorlesung aber für wert erachtet, gleich an zwei Stellen in seinen Erinnerungen erwähnt zu

werden.[194] Born betont, daß er die „wahren Probleme“ der Logik erst durch das Studium der Mathematik kennengelernt habe, beim praktischen Umgang mit ihnen, „und — viele Jahre später — durch Hilberts Kolleg über die logischen Grundlagen der Mathematik“ (Born *1975*, 86). Die Vorlesung sei eine der interessantesten Vorlesungen von Hilbert gewesen.

> Sie gab einen systematischen Überblick über die axiomatische Methode in allen Bereichen der Mathematik wie auch der Physik und gipfelte in einer kurzen Darstellung von Cantors Theorie der unendlichen Zahlen und von Booles logischem Kalkül, das später Hilberts wichtigstes Hilfsmittel bei seinen tiefschürfenden Forschungen über die Grundlagen der Mathematik war.[195]

[194]Als weitere Hörer konnten ermittelt werden: Ernst Hellinger, von dem die „offizielle“ Ausarbeitung stammt, die im Mathematischen Lesezimmer in Göttingen auslag (Hilbert *1905b*), Leonard Nelson, in dessen Nachlaß sich ebenfalls eine kurze Vorlesungsmitschrift befindet (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 37), und Hermann Berkowski, der dem Kreis um Nelson nahestand.

[195]Born *1975*, 129.

4 Ernst Zermelo, die Axiomatisierung der Mengenlehre und der Logikkalkül

> Lange Zeit ruhte Hilberts Beschäftigung mit diesen Fragen, wenn er sie auch mehrfach in Vorlesungen über Prinzipien der Mathematik berührt hat. Dagegen verfolgte er mit lebhaftestem Interesse E. Zermelos mengentheoretische Gedanken, sein Auswahlpostulat und seine Axiomatik der Mengenlehre. Auf der anderen Seite machte er sich mit dem Logikkalkül in seinen verschiedenen Formen bekannt, denn er hatte sogleich nach 1904 bemerkt, daß ohne eine übersichtliche und vollständige Formalisierung der logischen Schlußweisen auf dem von ihm erstrebten Wege nicht vorwärts zu kommen war.[196]

Mit diesen Worten charakterisiert Otto Blumenthal Hilberts Beschäftigung mit Grundlagenfragen in der Zeit zwischen 1904 und 1917. Hilbert nahm in dieser Zeit die Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung aber nicht nur rein rezeptiv auf, er griff auch durch forschungspolitische Maßnahmen aktiv in diese Arbeit ein.

Mit den Arbeiten des Jahres 1905 hatte Hilbert die philosophischen, logischen und mathematischen Dimensionen des Problems einer Grundlegung der Mathematik aufgezeigt, wobei die Forderung nach einem Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der Arithmetik als uneingelöstes Desiderat die weitere Forschung begleitete. Hilbert scheint nach dieser Weichenstellung seine Hauptaufgabe darin gesehen zu haben, die Bearbeitung jener Gegenstände durch jüngere Forscher zu fördern. Seine Förderung beschränkte sich nicht nur auf die programmatische Empfehlung lohnender Forschungsgebiete, sondern umfaßte auch hochschul- und forschungspolitische Maßnahmen. Felix Klein war zwar unangefochten der in Göttingen maßgebliche Hochschulpolitiker,[197] in personalpolitischen Dingen reklamierte Hilbert für sich aber ein Mitspracherecht:

> In allen Fragen der Organisation hatte *Klein* die unbestrittene und unbedingte Führung; um Dinge der Verwaltung habe ich mich nie gekümmert. Aber wenn es sich um wesentliche Entscheidungen handelte, insbesondere bei Berufungen, bei Schaffung neuer Stellen und dgl., habe ich stets aktiven Anteil genommen.[198]

[196]Blumenthal *1935*, 422.

[197]Zur Hochschulpolitik Kleins vgl. Manegold *1970*, Tobies *1981* und besonders Tobies *1987*.

[198]Hilbert *1971*, 79.

In der Zeit nach der Jahrhundertwende galt dieses personalpolitische Engagement vor allem Ernst Zermelo, dem Hilbert eine besondere Rolle in seinem Grundlegungsprogramm zugedacht hatte.

4.1 Biographische Skizze

Bereits *1975* hat Gregory H. Moore eine vollständige Biographie Zermelos als dringendes Desiderat bezeichnet. An dem von ihm diagnostizierten Mangel hat sich bis heute nichts geändert. Die historisch-systematische Einordnung und Bewertung von Zermelos Arbeiten zur Mengenlehre ist dank der Studien von Hallett[199] und vor allem von Moore[200] zwar weitgehend geleistet, zur Biographie Zermelos gibt es aber bisher lediglich kurze lexikalische Artikel[201] und eher anekdotische Berichte.[202] Eine Einordnung seines Werkes in den biographischen und sozialen Kontext ist bisher nur in Ansätzen geleistet worden.[203]

Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo wurde am 27. Juli 1871 in Berlin geboren. Seine Schulausbildung erhielt er am Luisenstädtischen Gymnasium, wo er 1889 die Reifeprüfung ablegte. Er studierte anschließend Mathematik, Physik und Philosophie in Berlin (1889–1890), Halle (1890–1891), Freiburg i.Br. (1891) und Berlin (1891–1894). Dort promovierte er als erster Doktorand von Hermann Amandus Schwarz[204] mit der Dissertation *Untersuchungen zur Variationsrechnung* (*1894*). Von 1894–1897 war er Assistent von Max Planck am Institut für theoretische Physik in Berlin. 1897 ging er nach Göttingen, habilitierte sich 1899 für Mathematik und lehrte anschließend als Privatdozent. Im Dezember 1905 wurde er zum Titularprofessor in Göttingen ernannt. 1910 nahm er einen Ruf als ordentlicher Professor an die Universität Zürich an. 1916 gab er diese Stellung mit Rücksicht auf seine angeschlagene Gesundheit wieder auf.[205] Von 1921 an lebte Zermelo in Freiburg i.Br. im Ruhestand.

[199]Hallett *1984*, 240–269.

[200]Moore *1982*, vgl. auch seine Studien *1978*, *1980*.

[201]Vgl. van Rootselaar *1976*, ferner die Artikel im *Poggendorff* Bde. 4.2, 1688–1689; 5.2, 1409, 6.4, 2962; 7a.4, 1126.

[202]Vgl. die Erinnerungen von Fraenkel *1967*, 149, Anm. 55; Kowalewski *1950*, 200–203; Heffter *1952*, 148; vgl. auch Gericke *1955*, bes. 73; Reid *1970*, 97 *f.*; Pinl *1969*, 221–222.

[203]Vgl. Peckhaus *1990* über Zermelos Wirken in Göttingen 1897–1910. Zur Rolle Zermelos bei der Rezeption und Institutionalisierung der mathematischen Logik in Deutschland vgl. Peckhaus *1988*, bes. 200 *f*.

[204]Vgl. Biermann *1988*, 161.

[205]Es waren wohl nicht nur gesundheitliche Gründe, die zur Aufgabe der Stellung führten. Fraenkel erzählt in seinen Lebenserinnerungen (*1967*, 149, Anm. 55) die folgende Anekdote: „Kurz vor dem [I.] Weltkrieg verbrachte er [Zermelo] eine Nacht in den bayrischen Alpen und füllte im Meldezettel des Hotels die Rubrik ‚Staatsangehörigkeit‘ mit den Wor-

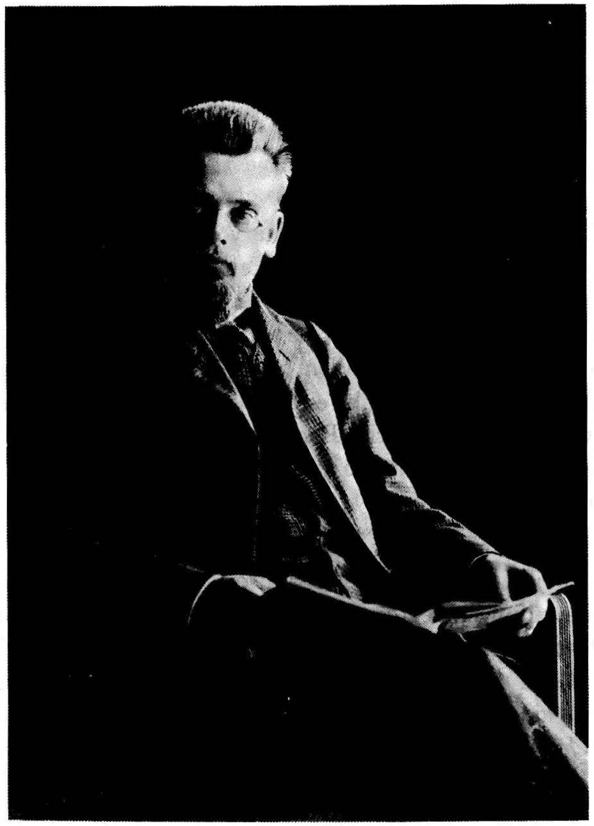

Abbildung 3: Ernst Zermelo (1871–1953)
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

1926 wurde er auf Initiative der Freiburger Mathematikprofessoren Lothar Heffter und Alfred Loewy zum ordentlichen Honorarprofessor an der Universität Freiburg i.Br. ernannt.[206] 1935 wurde er dort von der nationalsozialistischen Studentenschaft denunziert, er erweise den „Deutschen Gruß" nicht oder nur nachlässig und schädige so das Ansehen der Freiburger Dozenten- und Studentenschaft. Nach Abschluß der Ermittlungen durch das Rektorat kam Zermelo der Einleitung eines Verfahrens zum Entzug der *venia legendi* durch die Erklärung zuvor, er werde auf eine weitere Lehrtätigkeit verzichten. Zu Beginn des Jahres 1946 bekundete Zermelo die Bereitschaft, unter den geänderten politischen Umständen seine Tätigkeit als Honorarprofessor wieder aufzunehmen. Er wurde erneut zum Honorarprofessor ernannt, von Lehraufgaben aber mit Rücksicht auf sein fortgeschrittenes Alter und seine schwere Erkrankung — er war fast erblindet — entbunden. Er starb am 21. Mai 1953 in Freiburg i.Br.

ten aus: ‚Gottseidank kein Schweizer.' Das Unglück wollte, daß kurz danach der Leiter des Unterrichtsdepartements des Kantons Zürich im gleichen Hotel wohnte und die Eintragung sah. So konnte er sich nicht mehr lange an der Zürcher Universität halten, wurde 1916 pensioniert und übersiedelte nach Deutschland." Diese Anekdote war wohl schon zu Lebzeiten Zermelos allgemein bekannt, denn sie wurde auch im Denunziationsschreiben des Vertrauensmannes der NS-Dozentenschaft im Mathematischen Institut der Universität Freiburg i.Br., Eugen Schlotters, v. 18.1.1935 in diffamierender Absicht verwendet (Personalakte Zermelo, UA Freiburg i.Br.).

[206] Vgl. zur Freiburger Zeit Zermelos die Ausführungen bei Pinl *1969* und Gericke *1955*, 73, sowie Zermelos Personalakte im Universitätsarchiv Freiburg i.Br.

4.2 Zermelo als Privatdozent in Göttingen

Am 19. Juli 1897 schrieb Ernst Zermelo an Felix Klein:[207] Seit der Promotion im Oktober 1894 sei er fast drei Jahre Assistent von Max Planck am Berliner Institut für theoretische Physik gewesen. Er gedenke nun aber diese Stelle mit dem Beginn des Wintersemesters aufzugeben,

> um mich in einer kleineren Stadt durch wissenschaftliche Arbeiten zu einer eventuellen späteren Habilitation in theoretischer Physik, Mechanik etc. an irgend einer Universität oder technischen Hochschule weiter vorzubereiten, gleichzeitig aber, wenn sich Gelegenheit findet, meine praktisch-physikalische Ausbildung zu vervollständigen.

Zermelo erbittet Kleins Rat, da Klein jüngere Mathematiker fördere und sich für mathematisch-physikalische Fragen interessiere.

Die Antwort Kleins ist nicht überliefert, offenbar hat er aber Zermelo ermutigt, nach Göttingen zu kommen und sich dort dem angekündigten Habilitationsprojekt zu widmen. Wissenschaftlich hatte sich Zermelo bereits einen Namen gemacht. Er galt nach seiner Dissertation als Autorität in der Variationsrechnung,[208] aber auch seine gerade mit Ludwig Boltzmann durchfochtene polemische Kontroverse über statistische Deutungen in der kinetischen Gastheorie hatte Aufsehen erregt.[209] Zermelo habilitierte sich

[207] Zermelo an Klein, dat. Berlin, 19.7.1897, SUB Göttingen, Cod. Ms. F. Klein 12.433A, S. 2.

[208] Zermelo *1894*; vgl. auch den zusammen mit Hans Hahn verfaßten Bericht Zermelos für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (Zermelo/Hahn *1904*).

[209] Diese Kontroverse um den Zermeloschen „Wiederkehreinwand" wurde vor allem in den Wiedemannschen *Annalen der Physik und Chemie* geführt: Zermelo *1896a*, *1896b*,

1899 mit der erst einige Jahre später veröffentlichten Arbeit „Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen in einer Kugelfläche" (*1902b*). Das Habilitationsverfahren wurde am 4. März 1899 mit der Habilitationsvorlesung „Über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf dynamische Systeme" (*1900*) und der Erteilung der *venia legendi* für Mathematik abgeschlossen.[210] In der Meldung des Dekans der Philosophischen Fakultät, des Physikers Woldemar Voigt, an das Kgl. Universitätskuratorium vom 15. März jenes Jahres heißt es über Zermelos Befähigung:

> Er hat sich in seinen wissenschaftlichen Arbeiten als ein kenntnißreicher und scharfsinniger Mathematiker gezeigt, der auch für die mathematische Behandlung physikalischer Theorien Geschick und lebhaftes Interesse besitzt. Sein wissenschaftlicher Sinn und sein ideales Streben ist über allem Zweifel, sodaß er sich für den mathematischen Beruf wohl eignet.[211]

Zur Bestreitung seines Lebensunterhaltes bewarb sich Zermelo im Frühjahr 1901 um ein Privatdozentenstipendium,[212] mit dem junge Gelehrte bis zu einem Höchstbetrag von insgesamt 6000 M gefördert werden konnten. Zur Begründung seiner Bedürftigkeit gab er an, daß er außer den geringen Vorlesungshonoraren keine weiteren Einkünfte habe. Er lebe von den Erträgen eines kleinen Erbes, das er nach dem Tod seiner Eltern angetreten habe, das aber nur 600 M jährlich abwerfe. Er sei daher fortgesetzt genötigt, das Erbe selbst anzutasten. Eine Woche später, am 20. März 1901, bat der Universitätskurator Ernst Höpfner vertraulich David Hilbert um Mitteilung, ob

Boltzmann *1896*, *1897* sowie Zermelo *1900*. In seinen Erinnerungen beschreibt Ludwig Boltzmann seine Reaktion auf Felix Kleins Aufforderung, einen Artikel für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* zu schreiben: „Schon als mir Klein einen Enzyklopädieartikel auftrug, weigerte ich mich lange. Endlich schrieb er mir: ‚Wenn Sie ihn nicht machen, übergebe ich ihn dem Zermelo['. Dieser vertritt gerade die der meinen diametral entgegengesetzte Ansicht. Die sollte doch nicht in der Enzyklopädie die tonangebende werden, daher antwortete ich umgehend: ‚Ehe der Pestalutz es macht, mache ichs' " (Boltzmann *1905*, 406.) Boltzmann spricht den 1907 veröffentlichten, zusammen mit J. Nabl verfaßten Artikel „Kinetische Theorie der Materie" an (Boltzmann/Nabl *1907*), zur Kontroverse mit Zermelo siehe dort 519–522. Die wichtigsten Beiträge hat Stephen G. Brush *1970* (amerik. Erstausgabe 1966) mit Zusammenfassungen erneut veröffentlicht. Zum „Wiederkehreinwand" vgl. ebd., 27–32, und Ehrenfest/Ehrenfest *1911*, 22–33. Eine ausführliche Analyse der Auseinandersetzung gibt Behrend *1969*, vgl. auch neuerdings Jungnickel/MacCormmach *1986*, bes. 213–217; Kaiser *1988*, 125–127. Nach Behrend *1969*, 27, hat ein bleibendes Ergebnis der Kontroverse in der Vertiefung des Begriffes der Irreversibilität gelegen. Zum Irreversibilitätsbegriff vgl. Hollinger/Zenzen *1985*.

[210] Mitteilung des Dekans der Philosophischen Fakultät an den Kgl. Kurator, Nr. 68 v. 15.3.1899, UA Göttingen, Akten des Kgl. Kuratoriums, 4/Vc 229.

[211] Ebd.

[212] Zermelo an den Preußischen Kultusminister Konrad Studt v. 13.3.1901, ebd.

Zermelo, den die Philosophische Fakultät im Frühjahr 1899 „mit vollem Vertrauen in den akademischen Lehrerberuf hat eintreten sehen, dieses Vertrauen durch seine bisherige Bewährung gerechtfertigt hat."[213] Bereits am folgenden Tag antwortete Hilbert:[214]

> Herr Dr. Zermelo ist ein begabter Gelehrter mit scharfem Urteil und raschem Auffassungsvermögen; er hat lebendiges Interesse und offenes Verständnis für die Fragen unserer Wissenschaft und zudem besitzt er umfassende theoretische Kenntnisse im Gebiete der mathematischen Physik. Ich stehe mit ihm [...] in stetem wissenschaftlichen Verkehr.

Hilbert empfahl,

> da Herr Zermelo ein schätzenswertes Mitglied unseres Lehrkörpers geworden ist, denselben auf das wärmste zur Berücksichtigung bei Verleihung eines Privatdocentenstipendiums.

Offenbar veranlaßte Hilberts Gutachten das Ministerium zu einer Entscheidung zugunsten Zermelos. Für 1901 waren zwar keine Mittel mehr im Privatdozentenfonds vorhanden, man ließ Zermelo aber „vornotieren".[215] Von 1902 an erhielt er jährlich einen Betrag von 1200 M. Wegen der auf 6000 M begrenzten Gesamthöhe konnte er also nur insgesamt 5 Jahre unterstützt werden. Durch eine geschickte Konstruktion kam er jedoch noch ein weiteres Jahr in den Genuß dieser Gelder. Für 1907 wurde ihm ein Stipendium gewährt, das ihm eigentlich gar nicht mehr zustand, ihm wurde allerdings auferlegt, die für 1906 gezahlten Gelder zurückzuerstatten. Zugleich wurde ihm eine einmalige Unterstützung in Höhe des zurückzuzahlenden Betrages angewiesen.[216]

Mit diesem Stipendium war Zermelos wirtschaftliche Situation, wenn auch nur notdürftig, sichergestellt. Mit seiner akademischen Karriere ging es allerdings zunächst nur sehr langsam weiter. Nach mehr als 5 Jahren Privatdozentenzeit wurde ihm „mittelst Patent" vom 21.12.1905 „in Anerkennung seiner wissenschaftlichen Leistungen" vom Ministerium das Prädikat „Professor" verliehen.[217] Diese Ernennung ging auf einen Antrag zurück, den Hilbert ein Jahr zuvor als geschäftsführender Direktor des mathematisch-physikalischen

[213] Höpfner an Hilbert v. 20.3.1901, ebd.

[214] Hilbert an Höpfner v. 21.3.1901, ebd.

[215] Ministerium an Kurator, UI Nr. 751 v. 9.5.1901, ebd.

[216] Schriftwechsel in UA Göttingen, 4/Vc 229 und 4/Vb 267a.

[217] Kgl. Kurator an Phil. Fak. v. 23.12.1905, UA Göttingen, Akten der Phil. Fak., 4/Vb 267a.

Seminars gestellt hatte. Hilbert hatte darin besonders Zermelos eindringendes Verständnis für Fragen der mathematischen Physik hervorgehoben.[218] Der Universitätskurator unterstützte diesen Antrag (anders als das mit gleichem Schreiben unterbreitete Gesuch, auch den Physiker Johannes Stark zum Titularprofessor zu ernennen) mit ergänzenden Hinweisen auf Zermelos Leistungen in der Lehre. Seine Vorlesungen seien „mehr tief als pädagogisch geschickt". Zermelo sei daher bei der Anleitung jüngerer Studenten weniger erfolgreich als vor reiferen Zuhörern. Die Vorlesungen gehörten aber „zu den besten [...], die in Göttingen gehalten werden."[219]

4.2.1 Frühe Arbeiten zur Mengenlehre

Diese „Anerkennung seiner wissenschaftlichen Leistungen" galt natürlich vor allem Zermelos Arbeiten zur angewandten Mathematik und zur theoretischen Physik. Schon bald nach seiner Ankunft in Göttingen hatte sich Zermelo unter dem Einfluß Hilberts aber auch mengentheoretischen Fragen zugewandt.[220] Bereits im Wintersemester 1900/1901 hatte er in Göttingen vor 7 Hörern eine Vorlesung über Mengenlehre gehalten.[221] Mit dem Aufsatz „Ueber die Addition transfiniter Cardinalzahlen" wurde ein erstes Ergebnis dieser mengentheoretischen Untersuchungen *1902* veröffentlicht.[222] Für einiges Aufsehen sorgten dann die Beiträge Zermelos im Rahmen der Diskussionen über Mengenlehre, die während und in Folge des turbulenten Dritten Internationalen Mathematikerkongresses im August 1904 in Heidelberg geführt

[218] Antrag Hilberts v. 14.12.1904, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 4, Bd. 4, Bll. 165 *f*.

[219] Bericht des Kurators v. 9.1.1905, ebd., Bll. 160–163.

[220] Zermelo schreibt in einem in seinem Freiburger Nachlaß befindlichen, undatierten Bericht an die Notgemeinschaft Deutscher Wissenschaft: „Schon vor 30 Jahren, als ich Privatdozent in Göttingen war, begann ich unter dem Einflusse D. Hilberts, dem ich überhaupt das meiste in meiner wissenschaftlichen Entwickelung zu verdanken habe, mich mit den Grundlagenfragen der Mathematik zu beschäftigen, insbesondere aber mit den grundlegenden Problemen der Cantorschen *Mengenlehre*, die mir in der damals so fruchtbaren Zusammenarbeit der Göttinger Mathematiker erst in ihrer vollen Bedeutung zum Bewusstsein kamen". Der Bericht ist von Moore in *1980*, 130–134, ediert (Zit. 130).

[221] Das teilweise in Kurzschrift verfaßte Vorlesungsmanuskript (Notizbuch) *Mengenlehre* ist im Nachlaß Zermelo, UB Freiburg, Kapsel 2, erhalten. Die Hörerzahl geht aus Zermelos Antrag auf Erteilung eines Privatdozentenstipendiums hervor, dem eine Liste seiner bis dahin gehalten Vorlesungen beigegeben ist: Zermelo an Minister Studt v. 13.3.1901, UA Göttingen, 4/Vc 229. Das Notizbuch enthält spätere Zusätze Zermelos, möglicherweise aus der Zeit zwischen 1904 und 1906 mit wichtigen Antizipationen seines späteren Axiomensystems der Mengenlehre; vgl. Moore *1982*, 155, Anm. 15; für eine Analyse dieser Zusätze vgl. ebd., 155 *f*.

[222] Diese Arbeit wurde der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen von Hilbert in der Sitzung am 9. März 1901 vorgelegt.

wurden.[223] Cantors Kontinuumshypothese besagt, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann und daß die Mächtigkeit des Kontinuums $2^{\aleph_0}$ gleich $\aleph_1$ ist. Der Budapester Mathematiker Julius König glaubte nun in seinem sensationellen Vortrag „Zum Kontinuum-Problem"[224] bewiesen zu haben, daß das Kontinuum eben nicht die Mächtigkeit $\aleph_1$ besitze, sondern eine Mächtigkeit c, die unter den Cantorschen Mächtigkeiten gar nicht vorkommt.[225] Über die Wirkung des Vortrags schreibt Kowalewski (*1950*, 202):

> Cantor ergriff damals das Wort in tiefster Bewegung. Es kam darin auch ein Dank gegen Gott vor, daß er ihm vergönnt habe, diese Widerlegung seiner Irrtümer zu erleben. Die Zeitungen brachten Berichte über den bedeutsamen Königschen Vortrag. Der Großherzog von Baden ließ sich durch Felix Klein über diese Sensation berichten.

Schon am nächsten Tag konnte Ernst Zermelo, ein nach dem Urteil Kowalewskis „äußerst scharfsinniger und rasch arbeitender Denker" (*1950*, 202), der Versammlung einen Fehler in Königs Beweis aufzeigen. König hatte nämlich das Theorem

$$\aleph_\alpha^{\aleph_0} = \aleph_\alpha \cdot 2^{\aleph_0} \text{ für jede Ordinalzahl } \alpha$$

aus der *1901* erschienenen Dissertation von Felix Bernstein angewandt, das aber nicht allgemein und auch nicht im vorliegenden Fall gültig war.[226] Die Zurückweisung der Kontinuumshypothese war ihrerseits zurückgewiesen. Der *Beweis* dieser Hypothese und des mit ihr eng zusammenhängenden Wohlordnungssatzes blieb aber weiterhin ein Desiderat. Möglicherweise als Ergebnis der Diskussionen von Heidelberg wandte sich Zermelo dem Beweis des

[223] Eine anschauliche Schilderung der Vorgänge auf dem Kongreß gibt Gerhard Kowalewski *1950*, 198–203. Vgl. Dauben *1979*, 247–250.

[224] In den Kongreßverhandlungen erschienen als König *1905a*, geringfügig erweitert auch in den *Mathematischen Annalen* abgedruckt (*1905b*).

[225] Vgl. zur vorgeblichen Widerlegung der Cantorschen Kontinuumshypothese durch König u.a. Moore *1982*, 86–88.

[226] König nahm in der Vortragsveröffentlichung (*1905a*, 147) auf Zermelos Gegenbeweis wie folgt Bezug: „Leider hat dessen [d.i. des Bernsteinschen Satzes] Beweis eine wesentliche Lücke [...] Ich erwähne dies vor allem deshalb, um den Schluß, den ich in meinem Kongreßvortrage unter Annahme der Richtigkeit des Bernsteinschen Satzes aus diesem zog, ausdrücklich zurückzuziehen." Königs Bemerkung gab Bernstein Anlaß, selbst öffentlich zur Gültigkeit seines Theorems Stellung zu nehmen. In *1905b*, 464, bemerkt er: „Es ist in einer *Hilfsbetrachtung* ein an sich richtiger Satz, der richtig bewiesen und richtig angewendet ist, von mir versehentlich in einem zu weiten Umfang ausgesprochen worden, ohne daß irgend eine weitere Anwendung von ihm gemacht worden wäre, oder daß irgend ein weiterer Irrtum daraus entstanden wäre".

Wohlordnungssatzes zu.[227] Er konnte bereits am 24. September 1904 David Hilbert brieflich den „Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann" mitteilen, der dann noch im gleichen Jahr in den *Mathematischen Annalen* veröffentlicht wurde.[228] Der Beweis soll, wie Zermelo schrieb, aus Unterhaltungen entstanden sein, die er „in der vorigen Woche" mit Erhard Schmidt geführt habe. Die nach der Veröffentlichung anhebende rege Diskussion der Zermeloschen Arbeit[229] wurde allerdings weniger um das Beweisergebnis, als um das Beweisverfahren geführt, insbesondere um die Verwendung des Auswahlprinzips, das zwar damals zum gängigen mathematischen Instrumentarium gehörte,[230] das aber hier erstmals derart demonstrativ zur Stütze eines Beweises gemacht worden war: „Jeder Teilmenge M' denke man sich ein beliebiges Element m_1' zugeordnet, das in M' selbst vorkommt und das ‚ausgezeichnete' Element von M' genannt werden möge" (Zermelo *1904*, 514). Die zentrale Bedeutung der so entstehenden „beliebigen Belegung γ" hebt Zermelo gesondert hervor:

> Der vorliegende Beweis beruht auf der Voraussetzung, daß Belegungen γ überhaupt existieren, also auf dem Prinzip, daß es auch für eine unendliche Gesamtheit von Mengen immer Zuordnungen gibt, bei denen jeder Menge eines ihrer Elemente entspricht, oder formal ausgedrückt, daß das Produkt einer unendlichen Gesamtheit von Mengen, deren jede mindestens ein Element enthält, selbst von Null verschieden ist. Dieses logische Prinzip läßt sich zwar nicht auf ein noch einfacheres zurückführen, wird aber in der mathematischen Deduktion überall unbedenklich angewendet.[231]

Die Priorität für die Idee, der Wohlordnung eine *beliebige* Belegung zugrundezulegen, weist Zermelo Erhard Schmidt zu. In moderner Terminologie läßt sich das Auswahlprinzip wie folgt angeben:[232] Zu jeder Menge M einander ausschließender nichtleerer Mengen m_i gibt es eine „Auswahlmenge" A, die genau ein Element aus jeder Menge m_i (und keine weiteren Elemente) enthält. Die Belegung der Mengen mit diesen ausgezeichneten Elementen kann man durch eine Auswahlfunktion z.B. folgender Form angeben:

$$\bigwedge_x \bigvee_y A(x,y) \longrightarrow \bigvee\!\!\!\!\bigvee_f \bigwedge_x A\big(x, f(x)\big) .$$

[227] Dies ist eine Vermutung von Moore *1978*, 310. Es bleibt festzuhalten, daß der Beweis des Wohlordnungssatzes schon durch seine Aufnahme unter die Hilbertschen Probleme eine latente Aufgabe für die Göttinger Mathematiker bedeutete.

[228] Zermelo *1904*, engl. Übersetzung: Zermelo *1967a*.

[229] Vgl. vor allem Moore *1982*, bes. 85–141. Einen Teil der Diskussionsbeiträge hat Gerhard Heinzmann *1986* ediert.

[230] Vgl. Moore *1982*, 5–84.

[231] Zermelo *1904*, 516.

[232] Die Darstellung folgt Thiel *1980a*.

Wenn es für alle x ein y gibt, so daß x und y in der Relation A (Auswahlmenge) stehen, dann läßt sich eine Auswahlfunktion f angeben, so daß x und ein Funktionswert $f(x)$ für alle x in der Relation A stehen.[233]

4.2.2 Von der Wohlordnung zur Axiomatik der Mengenlehre

Im Jahre 1908 veröffentlichte Ernst Zermelo zwei eng zusammenhängende Aufsätze in den *Mathematischen Annalen*, die ihm endgültig Weltruhm als Mengentheoretiker sicherten. Die Note „Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung"[234] bringt in ihrem ersten Teil (107–111) den im Titel angekündigten neuen Beweis des Wohlordnungssatzes, der, wie Zermelo denkt, nicht ohne Interesse ist,

> da er einerseits keine speziellen Lehrsätze der Mengentheorie voraussetzt, andererseits aber den rein formalen Charakter der Wohlordnung, die mit räumlich-zeitlicher Anordnung gar nichts zu tun hat, deutlicher als der erste Beweis hervortreten läßt.[235]

Zermelo nimmt das Auswahlprinzip als explizit formuliertes Axiom unter die vorausgesetzten Postulate seines Beweises auf (110):

> Eine Menge S, welche in eine Menge getrennter Teile $A, B, C, \ldots$ zerfällt, deren jeder mindestens ein Element enthält, besitzt mindestens eine Untermenge S_1, welche mit jedem der betrachteten Teile $A, B, C, \ldots$ genau ein Element gemein hat.

Im zweiten, teilweise sehr polemisch gehaltenen Teil (111–128) nimmt er ausführlich zu den Kritiken an seinem früheren Beweis des Wohlordnungssatzes Stellung. Die zweite Arbeit „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. I"[236] enthält Zermelos berühmtes Axiomensystem für die Mengenlehre, das nach Modifikationen, u.a. durch Hinzufügung des „Ersetzungsaxioms" durch Abraham A. Fraenkel,[237] als „ZF-Mengenlehre" heute noch gebräuchlich ist. Seinen Axiomen stellt Zermelo vier „grundlegende Definitionen" voran, deren erste nach Hilbertschem Vorbild den Gegenstandsbereich der Mengenlehre konstituiert:

[233] Eine indefinite Existenzaussage der Form $\bigvee\!\!\!\!\bigvee_x A(x)$ besagt, daß es im Variabilitätsbereich von x oder in jeder effektiv angebbaren Erweiterung dieses Variabilitätsbereiches einen Ausdruck d gibt, so daß $A(d)$ gilt (Thiel *1984c*, 220).

[234] Zermelo *1908a*, engl. Übersetzung als *1967b*.

[235] Zermelo *1908a*, 107.

[236] Zermelo *1908b*, engl. Übersetzung als *1967c*.

[237] In Fraenkel *1922*. Das Ersetzungsaxiom wurde nahezu zeitgleich von Thoralf Skolem (*1923*, wieder in *1970*, 137–152) formuliert.

Die Mengenlehre hat zu tun mit einem „*Bereich*“ $\mathcal{B}$ von Objekten, die wir einfach als „*Dinge*“ bezeichnen wollen, unter denen die „Mengen“ einen Teil bilden. Sollen zwei Symbole a und b dasselbe Ding bezeichnen, so schreiben wir $a = b$, im entgegengesetzten Fall $a \neq b$. Von einem Dinge a sagen wir, es „existiere“, wenn es dem Bereiche $\mathcal{B}$ angehört; ebenso sagen wir von einer Klasse $\mathcal{K}$ von Dingen, „es gebe Dinge der Klasse $\mathcal{K}$“, wenn $\mathcal{B}$ mindestens ein Individuum dieser Klasse enthält.[238]

Es werden dann die Elementbeziehung, die Begriffe „Untermenge“ und „elementenfremd“, wie auch der Begriff der „definiten“ Aussage eingeführt:

Eine Frage oder Aussage $\mathcal{E}$, über deren Gültigkeit oder Ungültigkeit die Grundbeziehungen des Bereiches vermöge der Axiome und der allgemeingültigen logischen Gesetze ohne Willkür entscheiden, heißt „*definit*“. Ebenso wird auch eine „Klassenaussage“ $\mathcal{E}(x)$, in welcher der variable Term x alle Individuen einer Klasse $\mathcal{K}$ durchlaufen kann, als „definit“ bezeichnet, wenn sie für *jedes einzelne* Individuum x der Klasse $\mathcal{K}$ definit ist.

Das Zermelosche Axiomensystem enthält 7 Axiome (*1908b*, 263–268):

1. *Axiom der Bestimmtheit*: Gilt für die Mengen M und N $M \in N$ und $N \in M$, so ist $M = N$, d.h. jede Menge ist durch ihre Elemente bestimmt.

2. *Axiom der Elementaraussagen*: Es gibt eine leere Menge („Nullmenge“). Sind a, b beliebige Dinge von $\mathcal{B}$, so existieren die Mengen $\{a\}$, $\{a, b\}$.

3. *Axiom der Aussonderung*: Ist $\mathcal{E}(x)$ eine definite Klassenaussage für M, dann gibt es eine Untermenge N von M, die alle Elemente x von M enthält, für die $\mathcal{E}(x)$ wahr ist, aber auch nur diese.

4. *Axiom der Potenzmenge*: Zu jeder Menge T gibt es eine Potenzmenge $\mathcal{U}T$, die alle Untermengen von T und nur solche als Elemente enthält.

5. *Axiom der Vereinigung*: Ist T eine Menge, so ist die Vereinigung aller Elemente von T ebenfalls eine Menge („Vereinigungsmenge“ $\mathcal{S}$ von T).

[238] Zermelo *1908b*, 262. Die von Zermelo verwendeten Fraktur-Versalien sind hier und im folgenden durch kalligraphische Schrift wiedergegeben.

6. *Axiom der Auswahl*: Ist T eine Menge nichtleerer, elementefremder Mengen, dann enthält ihre Vereinigungsmenge $\mathcal{S}$ von T mindestens eine Untermenge S_1, die mit jedem Element von T ein und nur ein Element gemein hat.

7. *Axiom des Unendlichen*: Es gibt in $\mathcal{B}$ mindestens eine Menge Z, die die leere Menge enthält und für die für alle Elemente a gilt, wenn $a \in Z$, dann $\{a\} \in Z$.

Zermelo motiviert die Aufstellung seines Axiomensystems selbst mit der Existenzbedrohung der Mengenlehre in jener Zeit „durch gewisse Widersprüche oder ‚Antinomieen‘, die sich aus ihren scheinbar denknotwendig gegebenen Prinzipien herleiten lassen und bisher noch keine allseitig befriedigende Lösung gefunden haben“ (*1908b*, 261). Angesichts der Russellschen Antinomie erscheine es nicht mehr zulässig, „einem beliebigen logisch definierbaren Begriffe eine ‚Menge‘ oder ‚Klasse‘ als seinen ‚Umfang‘ zuzuweisen“. Damit sei auch die ursprüngliche Cantorsche Definition einer Menge als einer „Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unseres Denkens [...] zu einem Ganzen“ (Cantor *1895*, 481) hinfällig. Angesichts dieser Lage bleibe

gegenwärtig nichts anderes übrig, als den umgekehrten Weg einzuschlagen und, ausgehend von der historisch bestehenden „Mengenlehre“, die Prinzipien aufzusuchen, welche zur Begründung dieser mathematischen Disziplin erforderlich sind. Diese Aufgabe muß in der Weise gelöst werden, daß man die Prinzipien einmal eng genug einschränkt, um alle Widersprüche auszuschließen, gleichzeitig aber auch weit genug ausdehnt, um alles Wertvolle dieser Lehre beizubehalten.[239]

Dieser Weg der Ausschließung wird noch prägnanter in der vorhergehenden, polemischen Schrift propagiert: „Die Vertreter der Mengenlehre als einer rein mathematischen Disziplin, welche nicht auf die Grundbegriffe der traditionellen Logik beschränkt ist,“ so schreibt er dort, sind „durchaus in der Lage, durch geeignete Spezialisierung ihrer Axiome alle bisher bekannten ‚Antinomieen‘ zu vermeiden“ (*1908a*, 115 *f.*). Im Rahmen seiner eigenen Axiomatik gelingt Zermelo die Vermeidung der Antinomien durch Aufnahme des Theorems „Jede Menge M besitzt mindestens eine Untermenge M_0, welche nicht Element von M ist“ (*1908b*, 264), denn daraus folgt,

[239] Zermelo *1908b*, 261.

> daß nicht alle Dinge x des Bereiches $\mathcal{B}$ Elemente einer und derselben Menge sein können; d.h. *der Bereich $\mathcal{B}$ ist selbst keine Menge*, — womit die „Russellsche Antinomie“ für unseren Standpunkt beseitigt ist.[240]

Bezüglich der Frage, was denn nun die initialisierenden Motive für Zermelos Axiomatisierung der Mengenlehre waren, hat Gregory H. Moore verschiedentlich[241] gegen die traditionelle Auffassung argumentiert, Zermelos Axiomatisierung sei eine Antwort auf die mengentheoretischen Antinomien, ein Versuch, der Mengenlehre eine sichere Grundlage zu geben.[242] Zermelo sei nicht wie Russell von der Suche nach einer Lösung der Antinomien eingenommen gewesen, ausschlaggebend sei für ihn vielmehr die Rezeption seines Beweises des Wohlordnungssatzes gewesen. Die Axiomatisierung der Mengenlehre hätte zwar auch zu einer Revision des Cantorschen Mengenbegriffs und zu einer Festigung der Grundlagen der Mengenlehre geführt — in dieser Zielsetzung waren sich Russell und Zermelo durchaus einig —, entscheidend sei für Zermelo aber gewesen, daß er durch Einbettung des Auswahlprinzips in ein strenges Axiomensystem dem umstrittenen Prinzip größere Evidenz geben konnte. Moore kommt zu dem Schluß (*1982*, 159): "Thus his axiomatization was primarily motivated by a desire to secure his demonstration of the Well-Ordering Theorem and, in particular, to save his Axiom of Choice." Hallett unterstützt diese Deutung, geht in seiner Analyse (*1984*, 253–266) aber noch weiter, indem er zu zeigen versucht, "that the selection of the axioms themselves was guided by the demands of Zermelo's reconstructed proof" (*1984*, xvi).

Diese Auffassungen sind zu stark auf die Person und das Werk Zermelos zentriert. Sie berücksichtigen nicht die Einbindung von Zermelos axiomatischen Arbeiten in das Hilbertsche Axiomatisierungsprogramm[243] und die damit verbundene Beeinflussung durch die „philosophische Wendung“ in diesem Programm, die durch die Veröffentlichung der Antinomien im Jahre 1903 ausgelöst worden war. Erst nach dieser Wendung kam die Axiomatisierung der Mengenlehre als notwendiger Schritt zur Begründung des Zahlbegriffs in das Blickfeld des Programms. Damit soll nicht der traditionellen Auffassung

[240] Zermelo *1908b*, 265.

[241] Z.B. Moore *1982*, vor allem aber Moore *1978*.

[242] Vgl. z.B. Beth *1959*, 494; Bourbaki *1969*, 47–48; Kline *1972*, 1185; Quine *1966*, 17; van Heijenoort *1967*, 199. Eine ausführliche Auseinandersetzung mit diesen und ähnlich lautenden Stellungnahmen bietet Moore *1978*.

[243] Diese Auffassung vertritt auch Mehrtens *1989*, 123, gegen Moore: „Ich denke, man muß Hilberts Programm und die Göttinger Atmosphäre als Hintergrund von Zermelos Motiven hinzufügen“.

das Wort geredet werden, denn von entscheidender Bedeutung war nicht der kausale Einfluß der Antinomien auf die Ausgestaltung des Axiomensystems der Mengenlehre. Vielmehr offenbarten die Antinomien Schwächen in der Konzeption des Grundlegungsprogramms als Ganzem. Es war klar geworden, daß eine Einlösung des Programms, insbesondere der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der Arithmetik, nicht ohne eine Fundierung der durch die Antinomien betroffenen Teildisziplinen der Mathematik und der Logik selbst möglich sein würde. Der Einfluß der Antinomien auf Zermelos Arbeiten ergab sich damit zu einem Großteil aus der Göttinger „Forschungsatmosphäre“ und aus dem Schüler-Lehrer-Verhältnis, in dem Zermelo zu Hilbert zweifellos gestanden hat. So läßt sich die bemerkenswerte Kongruenz von Zermelos axiomatischen Arbeiten mit den methodischen Vorgaben Hilberts erklären. Allerdings hat Moore recht, wenn er den durch Zermelos *Annalen*-Note aus dem Jahre *1904* provozierten Reaktionen eine zentrale Rolle für Zermelos weiteres Schaffen zuspricht. Damit ist hinreichend erklärt, warum Zermelo schließlich sein Hauptarbeitsgebiet auf die Grundlagen der Mengenlehre verlegte.

Sieht man die axiomatischen Arbeiten Zermelos nicht isoliert, sondern im Zusammenhang der Göttinger Grundlagenforschung jener Zeit, so erscheinen sie nicht als Beiträge zur Lösung eines speziellen, wenn auch grundlegenden Problems der Mengenlehre, eben der Cantorschen Kontinuumshypothese und des damit zusammenhängenden Wohlordnungssatzes, sondern als Versuche zur Lösung eines übergeordneten Zieles, nämlich der *Begründung des Zahlbegriffs* mit Hilfe einer widerspruchsfrei nach Hilbertschen Kriterien axiomatisch aufgebauten Mengenlehre. In diesem Zusammenhang ist auch schon der Vortrag zu sehen, den Zermelo am 12. Mai 1903, offenbar unter dem Eindruck der Fregeschen „Bankrotterklärung“ im Nachwort zum zweiten Band seiner *Grundgesetze der Arithmetik* (*1903*), vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft gehalten hatte. Im Bericht über diesen Vortrag heißt es:

> E. *Zermelo* gibt ein Referat über G. *Frege*: Grundgesetze der Arithmetik, Jena 1902 [!]. Insbesondere gibt der Vortragende im Anschluß an G. *Frege*, die Grundlagen der Arithmetik, Breslau 1884[244] eine Exposition der *Frege*schen Theorie des Zahlbegriffes, indem er sie mit der *Dedekind*schen und *Cantor*schen in Parallele setzt.[245]

Zermelos Ablösung von seinen bisherigen Hauptarbeitsgebieten fand allerdings nur langsam statt. *1904* noch erschien sein zusammen mit Hans Hahn

[244] Frege *1884*, *1986* in einer kritischen Ausgabe von Christian Thiel neu herausgegeben.

[245] Sitzung am 12. Mai 1903, *JDMV* **12** (1903), 344 *f*.

verfaßter Bericht über die „Weiterentwicklung der Variationsrechnung in den letzten Jahren“ für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, und auch nach der Drucklegung seines Beweises für den Wohlordnungssatz fanden Grundlagenfragen bei Zermelo zunächst nur geteiltes Interesse. Er arbeitete nämlich an der Übersetzung von Josiah Willard Gibbs' Werk *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, die 1905 erschien,[246] und deren Korrekturen er im Mai des Jahres las. In jener Zeit war er aber, wie er Hilbert von einer Urlaubs- und Erholungsreise aus Italien schrieb, „wieder flüssig in der Mengenlehre beschäftigt“.[247] Diese Beschäftigung galt vor allem der Dedekindschen Theorie des Zahlbegriffs, sie diente aber auch dem Zweck, die Leistungsfähigkeit des Wohlordnungssatzes auszuloten. Am 29. Juni 1905 z.B. teilte Zermelo Hilbert Resultate seiner Forschungen zur Theorie der endlichen Zahl mit.[248] Es sei ihm gelungen, so schreibt Zermelo aus Tremezzo (unpag. 2),

> das Problem, das ich das „Dedekind'sche Problem des Zahlbegriffs“ nennen möchte, vollständig und übersichtlich zu lösen und damit die wenig anziehende und schwer verständliche Dedekind'sche Deduktion überflüssig zu machen.

Dabei handelt es sich um den Beweis des rekonstruierten Dedekindschen Theorems:

> Ist eine Menge S ein-eindeutig auf einen (echten) Teil von sich so abgebildet, dass sie nicht in 2 Teile zerlegt werden kann, ohne daß Elemente der einen Elementen der anderen entsprechen, so lässt sie sich darstellen als eine *wohlgeordnete* Menge („Folge“), in welcher jeder Abschnitt (aber nicht die ganze!) ein *letztes* Element enthält, das bei der vorausgesetzten Abbildung immer auf das *erste* Element des Restes abgebildet ist.[249]

[246]Gibbs *1902*; Zermelos Übersetzung erschien *1905*. Zuvor hatte er die 2. Auflage der Bände 2 und 3 des Serretschen *Lehrbuchs der Differential- und Integralrechnung* mitherausgegeben (Serret *1899*, *1904*).

[247]Zermelo an Hilbert, Casamicciola, 7.5.1905, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 1.

[248]Zermelo an Hilbert, dat. Tremezzo, 29.6.1905; SUB Göttingen Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bll. 2/1–2/3. Der neunseitige Brief ist unpaginiert.

[249]Unpag. 2 *f*. Zermelo erwähnt diesen Satz in der Form „Eine Menge, welche keinem ihrer Teile äquivalent ist, läßt sich immer so ordnen, daß jede Untermenge sowohl ein erstes, als auch ein letztes Element besitzt“ auch in *1908a*, 114, und diskutiert ihn in der Form „Keine endliche Menge ist einem ihrer Teile äquivalent, und umgekehrt, jede Menge, welche keinem ihrer Teile äquivalent ist, lässt sich als endliche Kette darstellen“ in seinem Vortrag im April 1908 beim Internationalen Mathematiker-Kongreß in Rom (Zermelo *1909*,

Der Beweis bestehe aus einer einfachen Modifikation des in seinem „Wohlordnungssatz“ (*1904*) angewendeten Auswahlprinzips. Erhard Schmidt könne ihn, wie Zermelo betont, nach den Angaben in seinem Brief „ohne weiteres improvisiren“ (unpag. 3).

> Wir definiren als „Abschnittsfolge“ eine wohlgeordnete Untermenge von S, in welcher ein als Bild[250] nicht verwendetes Element e das erste ist, jeder Abschnitt ein letztes El[ement] enthält und dieses immer auf das dem Abschnitt folgende Element abgebildet ist. Dann muß von je zwei „Abschnittsfolgen“ (wie beim Wohlordnungssatz) immer die eine ein Abschnitt der anderen sein, und alle Abschnittsf[olgen] von S lassen sich „verschmelzen“ zu einer einzigen L, die wieder eine „Abschnittsf[olge]“ ist und *alle* Elemente von S enthält. Gäbe es nämlich in S noch andere Elemente, so könnten sie weder „Bilder“ von Elementen in L noch diese Bilder von ihnen sein, da L mit jedem seiner Elemente auch dessen „Bild“ und „Gegenbild“ enthält, und S wäre „zerlegbar“ in einer durch die Voraussetzung ausgeschlossenen Weise. S ist also dargestellt als wohlgeordnete Menge, in der jeder Abschnitt ein letztes Element hat und auf jedes Element sein „Bild“ unmittelbar folgt. Die ganze Menge besitzt *kein* letztes Element, da dessen Bild ihm wieder folgen müsste, hat also den Typus ω.[251] Um weiter zu beweisen, *dass jede „endliche“ Menge* (die keinem ihrer Abschnitte aequivalent ist) *einem* (echten!) *Abschnitte der Zahlenreihe* (Typus ω) *aequivalent ist*, denke man sie sich *wohlgeordnet*. Enthielte dabei irgend ein Abschnitt oder die ganze Menge *kein letztes* Element, so könnte man jedes seiner Elemente auf das unmittelbar folgende abbilden, wobei das *erste* Element natürlich *nicht* verwendet wird, und die Menge wäre auf einen Teil von sich abgebildet gegen die Annahme.

10–11). Zermelo führt den Satz, auf dem „die Theorie der *endlichen* Menge“ beruhe, auf den logisch gleichwertigen Dedekindschen Satz zurück, „daß eine Menge, welche keinem Abschnitte seiner ‚Zahlenreihe‘ äquivalent ist, einen der ganzen Zahlenreihe äquivalenten Bestandteil enthalten muß“ (*1908a*, 114). Dieser Satz 159 in *Was sind und was sollen die Zahlen?* (*1888*, Zit. nach der 3. Aufl. 1911) lautet in der Dedekindschen Formulierung „Ist Σ ein unendliches System, so ist jedes der [...] Zahlensysteme Z_n ähnlich abbildbar in Σ (d.h. ähnlich einem Teile von Σ), und umgekehrt“ (41), wobei Z_n das System aller Zahlen bezeichnet, welche für beliebiges n nicht größer sind als n (Erklärung 98, 22). Zermelo bezieht sich vor allem auf den Beweis der Umkehrung des Satzes 159 (41–43), in dem ebenfalls das Auswahlprinzip angewendet wird.

[250]Dedekind *1888*, 3. Aufl. 1911, 5, Nr. 21: „*Erklärung.* Unter einer *Abbildung* φ eines Systems S wird ein Gesetz verstanden, nach welchem zu jedem bestimmten Element s von S ein bestimmtes Ding *gehört*, welches das *Bild* von s heißt und mit $\varphi(s)$ bezeichnet wird“.

[251]ω ist die kleinste Zahl der zweiten Zahlklasse, wobei die zweite Zahlklasse $Z(\aleph_0)$ die Gesamtheit $\{\alpha\}$ aller Ordnungstypen α wohlgeordneter Mengen von der Kardinalzahl $\aleph_0$ ist (Cantor *1897*, 221; nach Cantor *1932*, 325).

Eine „Folge", die nebst allen Abschnitten ein letztes Element besitzt, ist aber ähnlich einem Abschnitt der „Zahlenreihe".[252]

Daß bei diesem Beweis der Wohlordnungssatz verwendet werde, das Auswahlprinzip also als gültig vorausgesetzt werde, sei „nicht zufällig und kein Übelstand" (unpag. 6). Das Prinzip sei (unpag. 6 *f.*)

> in der Tat eine *notwendige Voraussetzung* des Theorems, das sich *ohne* „Auswahl" *überhaupt nicht* beweisen ließe. Auch *Cantor* beweist den Satz, dass „jede unendliche Menge eine Teilmenge v[on] d[er] Mächtigkeit $\aleph_0$ besitze", indem er erst ein Element heraus zieht, dann ein anderes und sodann das berüchtigte „u.s.w." verwendet.[253] Bei richtiger Präzisierung kommt dies genau wieder auf meinen Wohlordnungssatz hinaus. Man kann auch *nicht* geltend machen, daß bei *endlichen* Mengen doch nur eine *endliche* Anzahl von Malen „ausgewählt" zu werden brauchte, was nach der Ansicht jener „Empiristen" noch erlaubt sein soll. Denn von der betrachteten Menge wissen wir *nur* die *negative* Eigenschaft, keinem ihrer Teile aequivalent zu sein; die „successive Auswahl" im empirischen Sinne erfordert aber den endlichen *Ordnungstypus*, dessen Vorhandensein nicht vorausgesetzt sondern eben *bewiesen* werden soll.[254]

Zermelo beabsichtigte ursprünglich, bei der berühmten 77. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in Meran im September 1905 über diesen Gegenstand zu sprechen („‚Über die Theorie der endlichen Anzahl' oder ähnlich"). Dazu ist es dann nicht gekommen.

Erst diese Untersuchungen des Jahres 1905 führten Zermelo zu der Überzeugung von der fundamentalen Bedeutung des Wohlordnungssatzes und des Auswahlprinzips und veranlaßten ihn zu der Entscheidung, der Kritik

[252]Zermelo an Hilbert, v. 29.6.1905, unpag. 3–5.

[253]Dies ist eine Karikatur des in Cantor *1895*, 493, verfolgten Verfahrens. Cantor beweist den Satz A „Jede transfinite Menge T hat Teilmengen mit der Kardinalzahl $\aleph_0$" wie folgt: „Hat man nach irgendeiner Regel eine endliche Zahl von Elementen $t_1, t_2, \ldots t_{\nu-1}$ aus T entfernt, so bleibt stets die Möglichkeit, ein ferneres Element t_ν herauszunehmen. Die Menge $\{t_\nu\}$, worin ν eine beliebige endliche Kardinalzahl bedeutet, ist eine Teilmenge von T mit der Kardinalzahl $\aleph_0$, weil $\{t_\nu\} \sim \{\nu\}$" (Zit. nach der Ausgabe Cantor *1932*, 293). Zermelo kommentiert diesen Beweis in seinen Anmerkungen: „Der ‚Beweis' des Satzes A, der rein anschaulich und logisch unbefriedigend ist, erinnert an den bekannten primitiven Versuch, durch sukzessive Herausnahme beliebiger Elemente zur *Wohlordnung* einer vorgelegten Menge zu gelangen. Zu einem korrekten Beweis gelangen wir erst, wenn wir von einer bereits *wohlgeordneten* Menge *ausgehen*, deren kleinster transfiniter Abschnitt dann in der Tat die verlangte Kardinalzahl $\aleph_0$ besitzt" (ebd., 352).

[254]Zermelo bezieht sich hier auf Philip E.B. Jourdains Auswahltheorie in Jourdain *1905*, bes. 468, mit der er sich auch in *1908a*, 120 *f.*, bes. 121, kritisch auseinandersetzt.

der Gegner seines Wohlordnungssatzes entschlossen entgegenzutreten (unpag. 7 *f.*):

> Die Theorie der endlichen Mengen ist unmöglich ohne das „Prinzip der Auswahl", und der „Wohlordnungssatz" ist die wahre Grundlage für die ganze Theorie der Anzahl. Dies wäre eine wertvolle Waffe gegen meine „empiristisch-skeptischen" Gegner (Borel, Enriques, Peano u.a.), während die „dogmatischen" Gegner (Bernstein, Schoenflies u. Genossen) in dieser Frage allgemein nicht ernst genommen werden, wie ich mich im Gespräch mit Enriques (in Florenz) überzeugen konnte. Der letztere bezweifelt folgerichtig so ziemlich die gesamte Mengenlehre, einschließlich des Mächtigkeitsbegriffes, sodass sich mit ihm eigentlich nicht mehr streiten lässt.[255]

Die kritische Auseinandersetzung hatte aber schon früher begonnen. Am 15. November 1904 referierte Zermelo vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft[256] über neuere Resultate in der Mengenlehre, wobei er insbesondere „die Frage nach der Wohlgeordnetheit resp. Nichtwohlgeordnetheit des Kontinuums" behandelte. Er stellte seinen Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann, vor und untersuchte die Einwendungen, die ihm Borel, König, Bernstein und Schoenflies gemacht hatten.[257] Im Jahre 1905 waren also die Grundlagen für die polemische Auseinandersetzung mit seinen Kritikern, die in der Abhandlung „Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung" (*1908a*) ihren veröffentlichten Ausdruck fand, bereits gelegt.

Im § 2 seiner „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. I" (*1908b*) entwickelt Zermelo seine Theorie der Äquivalenz und beweist u.a. das Theorem „Ist eine Menge M einem ihrer Teile M' äquivalent, so ist sie auch jedem anderen Teile M_1 äquivalent, welcher M' als Bestandteil enthält" (*1908*, 271) sowie den Äquivalenzsatz „Ist jede von zwei Mengen M, N einer Untermenge der anderen äquivalent, so sind M und N selbst äquivalent" (272). Der Äquivalenzsatz[258] geht auf eine Formulierung Cantors zurück:

[255]Dies kann man für den späteren Enriques nicht mehr behaupten. Er schreibt z.B. in seiner *Geschichte der Logik*, die in deutscher Übersetzung *1927* (Originalausgabe *1922*) erschienen ist, über Cantors Theorie des Unendlichen (126): Cantor untersucht „ohne Vorurteil die Eigenschaften der Beziehungen, welche zwischen unendlichen Mengen bestehen können und gelangt so zu anderen merkwürdigen und gleichwohl sinnvollen Eigenschaften, so daß jeder Schein von Widerspruch, um mit Bolzano zu reden, nur wirklich als Schein erkannt ist. Das zwischen 1878 und 1883 erreichte Resultat bedeutet einen Markstein in der Geschichte des menschlichen Denkens und ist wie schon die Analysis des Unendlichen in der Antike ein Ereignis, das die Interessen der Logik nahe berührt."

[256]Der Vortrag fand nicht, wie Moore *1982*, 144, schreibt, vor der Göttinger Akademie der Wissenschaften statt.

[257]*JDMV* **14** (1905), 61.

[258]Zur Geschichte des Äquivalenzsatzes vgl. Frewer *1981*, 84–86; Fraenkel *1932*, 471.

> Hat man irgendeine wohldefinirte Menge M von der zweiten Mächtigkeit, eine Theilmenge M' von M und eine Theilmenge M'' von M' und weiss man, dass die letztere M'' gegenseitig eindeutig abbildbar ist auf die erste M, so ist immer auch die zweite M' gegenseitig eindeutig abbildbar auf die erste und daher auch auf die dritte.[259]

Ernst Schröder hatte diesen Satz in seinem Vortrag „Ueber G. Cantorsche Sätze" bei der Frankfurter Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte am 24.9.1896 zu beweisen versucht.[260] Der Beweis mit Hilfe des Peirce-Schröderschen Relativkalküls war aber umständlich und erwies sich auch als fehlerhaft.[261] Nur wenig später, im Winter 1896/97 fand Felix Bernstein einen Beweis unter Verwendung der Cantorschen Theorie der Ordnungstypen, der *1898* (103–107) von Émile Borel veröffentlicht wurde. Der Satz wird daher mit dem Eponym „Bernsteinscher" oder „Schröder-Bernsteinscher Äquivalenzsatz" bezeichnet. Zermelos neuer Beweis in *1908b* versucht nun unter Anwendung der Dedekindschen „Kettentheorie"[262] jede Bezugnahme auf die Theorie geordneter Reihen vom Typus ω oder das Prinzip der vollständigen Induktion zu vermeiden. Auch dieser Beweis geht auf Forschungen Zermelos im Sommer des Jahres 1905 zurück. In einer Postkarte vom 28. Juni 1905[263] übermittelt nämlich Zermelo Hilbert als ein weiteres Resultat seiner mengentheoretischen Studien den Beweis des Satzes „Ist $S = (P, Q, S') = (P, S_1)$, wo $S' \simeq S$ und P, Q, S' keine gem[einsamen] El[emente] enthalten, so ist immer auch $S_1 = (Q, S') \simeq S$". Den Beweis führt er auch hier mit Hilfe der Dedekindschen Kettentheorie:

> Es sei nämlich (Q, V) gemeinsamer Bestandteil aller Teilsysteme von S, welche Q und bei der betr[effenden] Abbildung von S auf S' ihre eigenen Bilder enthalten (auf e[inen] Teil von sich abgebildet werden). Dann hat auch (Q, V) d[ie] gleiche Eigenschaft, und V enthält überhaupt nur Bilder von Elementen aus (Q, V). Denn jedes andere Element könnte man fortlassen und behielte ein *kleineres* System (Q, V_1), das gleichfalls auf sich selbst abgebildet würde. Es ist also V Bestandteil von S', also etwa $S' = (V, R)$. Das Bild von (Q, V) ist nun V selbst, da Q überhaupt keine Bilder enthält und V keine anderen Elemente.

[259] Cantor *1883*, 582 (Cantor *1932*, 201). Moore *1982*, 42, gibt als Quelle fälschlich Cantor *1882*, an. Vgl. ebd. 42–45; Hallett *1984*, 59–60.

[260] Der Vortrag ist in dem Bericht über die Verhandlungen von Wangerin/Taschenberg *1897*, 43, nur mit dem Titel verzeichnet. Er wurde von Schröder erst *1898c* veröffentlicht.

[261] Auf den Fehler wies Alwin Reinhold Korselt schon 1902 hin. Seine Abhandlung wurde erst *1911* veröffentlicht.

[262] Entwickelt in Dedekind *1888*, § 4.

[263] Zermelo an Hilbert, Postkarte, dat. Tremezzo, 28.6.1905, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, 3.

> Somit ist $(Q, V) \simeq V$ und $S_1 = (Q, S') = (Q, V, R) \simeq (V, R) = S'$. $S_1 \simeq S'$, q.e.d. Hieraus folgt nun in bekannter Weise der „Äquivalenzsatz".

Neben diesen Studien begann Zermelo in jener Zeit auch Vorarbeiten zu seiner Axiomatisierung der Mengenlehre. In seinem Aufsatz „Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung" (*1908a*, 119) betont Zermelo, daß es ihm schon bei seinem ersten Beweis des Wohlordnungssatzes *1904* darum gegangen sei, alle irgendwie zweifelhaften Begriffe zu vermeiden. Die Antinomien der Mengenlehre könnten durch eine Restriktion des Mengenbegriffs vermieden werden, ihre Lösung liege nicht etwa in einer Preisgabe der Wohlordnung. Schon in den frühesten erhaltenen Vorarbeiten zur Axiomatisierung läßt sich der Weg abzeichnen, auf dem Zermelo diese Restriktion zu erreichen versuchte. Das Manuskript zur Vorlesung „Mengenlehre", die er im WS 1900/1901 in Göttingen gehalten hatte,[264] enthält Ergänzungen Zermelos, die etwa aus der Zeit zwischen 1904 und 1906 stammen. Darunter sind u.a. zwei Entwürfe zu Axiomensystemen der Mengenlehre.[265] Der zweite Entwurf enthält ein System von vier „Axiomen der Mengendefinition":

> I. Eine wohldefinirte Menge enthält niemals sich selbst als Element. $M \notin M$.
> II. Ein einziges Element m_0 definirt eine Menge $\{m_0\} \neq m_{[0]}$; ist M eine wohldefinirte Menge und m' ein beliebiges weiteres Element, das in M nicht vorkommt (z.B. M selbst!), so bildet auch (M, m') eine wohldefinirte Menge.
> III. Ist M eine wohldefinirte Menge und E irgend eine Eigenschaft, die einem Element m von M zukommen oder nicht zukommen kann, ohne dass noch eine Willkür möglich ist, so bilden die Elemente m', welche die Eigenschaft E haben, eine wohldefinirte Menge, eine Teilmenge M' von M, sowie der komplementive[n] M''.
> IV. Auch die Gesamtheit M *aller* Teilmengen von M' bildet selbst eine wohldef. Menge, ebenso alle diejenige[n] Teilmengen M', welche eine wohldefinirte Eigenschaft besitzen.[266]

Durch das erste Axiom wird die Konstruktion eines Widerspruchs aus dem Begriff der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten,

[264] UB Freiburg i.Br., Nachlaß Zermelo, Kapsel 2. Es handelt sich um ein Notizbuch, das ursprünglich nur einseitig beschrieben war, dessen freie Seiten aber nachträglich mit Ergänzungen versehen wurden.

[265] Die Darstellung folgt Moore *1982*, 155 *f*.

[266] Kurzschriftmanuskript „Mengenlehre. Vorlesung im W.S. 1900/1", UB Freiburg, Nachlaß Zermelo, Kapsel 4; zitiert auch bei Moore *1982*, 156, Fußn. 16.

verhindert. Das Axiom II enthält eine Annäherung an das Axiom der Elementarmengen und an eine eingeschränkte Form des Axioms der Vereinigung. Axiom III entspricht dem Axiom der Aussonderung und Axiom IV ist eine Form des Potenzmengenaxioms.

Einen ausgereifteren Entwurf zur Axiomatik machte Zermelo im Sommersemester 1906 zu einem der Gegenstände seiner Vorlesung „Mengenlehre und Zahlbegriff".[267] Der § 1 des Manuskriptes behandelt „Die Axiome der Mengenlehre". Die 7 Axiome seiner axiomatischen Arbeit von 1908 werden, größtenteils mit gleicher Bezeichnung, als Axiome III bis IX schon hier genannt. Zusätzlich sind als Axiom I ein „Axiom der Definitheit" und als Axiom II ein „Axiom der Menge" angeführt, die Zermelo *1908b* in seine den Axiomen vorangestellten grundlegenden Definitionen 1 und 2 eingebaut hat. Neben der Axiomatik sind die „Theorie der Äquivalenz" (§ 2), die auch in der axiomatischen Arbeit *1908b* (267–281) behandelt wird, die „Theorie der Wohlordnung" (§ 3) und „Die Zahlenreihe" (§ 4) weitere Gegenstände. Die beiden letzten Teilbereiche stellt er 1908 für die geplante Fortsetzung seiner Arbeit in Aussicht, wo er eine Theorie der Wohlordnung wie auch deren „Anwendung auf die endlichen Mengen und die Prinzipien der Arithmetik" darzustellen gedenkt (*1908b*, 262). Er behandelt sie aber schon skizzenhaft in seinem Vortrag „Ueber die Grundlagen der Arithmetik" auf dem Mathematiker-Kongreß 1908 in Rom (Zermelo *1909*). Der Plan für Zermelos große axiomatische Arbeit scheint also schon in der Mitte des Jahres 1906 vollständig entwickelt gewesen zu sein. Am 19. Juni 1906 berichtet Zermelo über die wesentlichen Ergebnisse dieser Untersuchungen vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft. In dem Bericht über die Sitzung heißt es dazu:

> Herr *Zermelo* berichtet über seinen Versuch einer axiomatischen Begründung der Mengenlehre. Zugrunde gelegt wird ein Bereich von „Dingen", welche sämtlich voneinander unterscheidbar und z.T. „Mengen", z.T. aber unzerlegbare Dinge sein sollen. Die Eigenschaft eines Dinges a, „Element" einer Menge M zu sein, wird als nicht weiter zurückführbare Grundbeziehung behandelt. Über Mengen und ihre Elemente werden nun 8 Postulate aufgestellt und angedeutet, wie aus ihnen alle Hauptsätze der Mengenlehre, einschließlich derer über Äquivalenz und Wohlordnung logisch streng abgeleitet werden können. Um

[267] Kurzschriftmanuskript „Mengenlehre und Zahlbegriff", UB Freiburg, Nachlaß Zermelo, Kapsel 4. Die Vorlesung ist nicht im Vorlesungsverzeichnis der Universität Göttingen angekündigt. Das Manuskript befindet sich aber nach Zermeloscher Art in einem Notizbuch, das auf dem Titelblatt Angaben zum Semester, zum Wochentag und zur Uhrzeit trägt. Im Nachlaß Nelsons im Archiv der sozialen Demokratie (Box 37) wird darüber hinaus eine Mitschrift der Zermeloschen Vorlesung „Mengenlehre" von Nelsons Hand verwahrt, bei der es sich um die Vorlesung aus dem SS 1906 handeln muß.

> aber den Ordnungstypus der natürlichen Zahlenreihe zu gewinnen, muß man noch die Existenz irgend einer „unendlichen" Menge postulieren. Die Arithmetik und Funktionentheorie bedürfen dieses letzten Postulates, während die „allgemeine Mengenlehre", welche endliche und unendliche Mengen in gleicher Weise behandelt, es ganz wohl entbehren kann.[268]

Im Laufe des Sommers des Jahres 1907 befand sich Zermelo zur Heilung seines Lungenleidens in der Schweiz.[269] Dort stellte er die beiden eng zusammenhängenden, 1908 veröffentlichten Arbeiten zur Mengenlehre fertig, die axiomatische Arbeit allerdings ohne den von ihm ursprünglich noch eingeplanten Beweis der Widerspruchsfreiheit der Axiome der Mengenlehre, denn Hilbert drängte auf die Fertigstellung.[270] Im Juli 1907 gingen beide Aufsätze bei der Redaktion der *Mathematischen Annalen* ein. Von den Andruckbögen ließ sich Zermelo einige Exemplare zusätzlich anfertigen, um sie Kollegen zur Kritik vorzulegen, u.a. auch Hilbert. Dessen Vorschlag, in den Ausführungen zu seinem neuen Beweis auch auf Königs Theorie der „endlich definierten Zahlen" ausführlicher einzugehen,[271] hielt er allerdings nicht für zweckmäßig, da diese Theorie nicht direkt gegen seinen Beweis gerichtet sei und „andererseits aber auch sonst, soviel mir bekannt, nirgends ernst genommen wird". Er wollte vielmehr König zu einer Kritik an seinem Beweis provozieren.[272]

4.2.3 Der Briefwechsel mit Leonard Nelson

Aus der Zeit zwischen Fertigstellung und Veröffentlichung der beiden *Annalen*-Noten von 1908 haben sich Teile einer Korrespondenz Zermelos mit dem Göttinger Philosophen Leonard Nelson erhalten,[273] die deshalb von besonderer Bedeutung sind, weil Zermelo darin seine Ansichten verdeutlicht

[268] *JDMV* **15** (1906), 407.

[269] Zermelo erkrankte im Juni 1906. Nach klinischer Behandlung rieten ihm die Ärzte zu einem längeren Aufenthalt im Gebirge. Vgl. die Mitteilungen von Leonard Nelson an Gerhard Hessenberg, dat. Göttingen, 4.6.1906 und 8.6.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 79 *f.* und 80.

[270] Zermelo an Hilbert, dat. Arosa, 25.3.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 5: „Meine Mengenlehre werde ich Ihrem Wunsche entsprechend baldmöglichst fertig stellen, obwohl ich eigentlich noch den Beweis der Widerspruchslosigkeit hatte hinzufügen wollen."

[271] Damit ist wohl Julius Königs in *1905c* vorgestellte und *1907* verschärfte „Theorie der endlichen Definition der Elemente des Kontinuums" gemeint.

[272] Zermelo-Hilbert, dat. Saas-Fee, 27.8.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 6, S. 3 *f.* Offenbar hat Zermelo seine Ansicht geändert und eine Kritik an Königs Theorie nachträglich eingebaut (*1908a*, 119, Fußnote).

[273] Zermelo und Nelson kannten sich persönlich, seit Nelson sein Studium in Göttingen aufgenommen hatte. Zermelo nahm schon 1904 zumindest einige Zeit an dem privaten phi-

und die ihm bekannt gewordenen Reaktionen von Kollegen auf die Zusendung von Korrekturbögen bespricht.[274] Der Briefwechsel gibt aber auch Aufschluß über den von Moore (*1982*, 159) so genannten „polemischen Aspekt“ der Persönlichkeit Zermelos. Kontroversen haben Zermelo nach Moores Urteil zu den größten Anstrengungen angespornt, seine oft persönlich gefärbte Polemik und seine Eigenheiten, die, so Gericke (*1955*, 73), „selbst seine Freunde manchmal vor den Kopf stießen,“ können aber sicher auch mit dafür verantwortlich gemacht werden, daß Zermelo trotz der Förderung durch Hilbert ein Opfer der Privatdozentenmisere[275] im Deutschen Kaiserreich wurde und über Jahre hinweg keine feste Anstellung erhielt.

Wie der Briefwechsel zeigt, galten Zermelos persönliche Ressentiments in besonderem Maße dem jüngeren Kollegen Felix Bernstein, dessen Hauptarbeitsgebiet in jener Zeit ebenfalls in der Mengenlehre lag und der sich Hoffnungen auf eine feste Anstellung in Göttingen machte. Der in Halle/Saale am 24. Februar 1878 gebürtige Bernstein[276] war Neffe des sozialdemokratischen Theoretikers Eduard Bernstein. Er selbst war zu Beginn der Weimarer Republik Vorsitzender der linksliberalen DDP in Göttingen. Nach einem Studium der Philosophie, Archäologie und vor allem Kunstgeschichte in Pisa und Rom studierte er von 1896 bis 1901 Mathematik an den Universitäten München, Halle, Berlin und Göttingen. Bereits als Gymnasiast hatte er an Seminaren von Georg Cantor in Halle teilgenommen. Im Winter 1896/97 fand er beim Lesen der Korrekturen einer Veröffentlichung Cantors den Beweis des Äquivalenzsatzes. Er trug ihn 1897 in einem Seminar Cantors vor. Cantor teilte den Beweis Borel mit, der ihn erstmals *1898* veröffentlichte (Frewer *1981*, 84 *f.*). *1901* promovierte Bernstein in Göttingen bei Hilbert mit einer mengentheoretischen Arbeit. Er habilitierte sich 1903 in Halle, wo er bis 1907 als Privatdozent wirkte. Nebenher betrieb er physiologische Studien am Hallenser Institut seines Vaters, des Ordinarius für Physiologie Ludwig Bernstein. 1907 kehrte er nach Göttingen zurück, wo er die mathematische Klasse des

losophischen Diskussionskreis Nelsons teil (s. Blencke *1960*, 22). Nelson berichtet darüber Hessenberg: „Leider ist nun Zermelo, nachdem wir ihm mit unsäglicher Mühe u[nd] nicht geringerem Zeitaufwand die reine Anschauung klar gemacht haben, plötzlich von unsern Abenden weggeblieben; ich weiß nicht warum“ (Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 30.5.1904, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 34 *f.*).

[274]Teilnachlaß Leonard Nelson, Archiv der sozialen Demokratie, Bad Godesberg, NL Nelson, Box 26, Mappe „Einzelbriefe V–Z“. Der Briefwechsel ist ediert in Peckhaus *1990*, 46–51.

[275]Zur Situation des wissenschaftlichen Nachwuchses in jener Zeit vgl. die statistischen Aufstellungen von Christian v. Ferber *1956*, bes. 75–138.

[276]Vgl. zur Biographie vor allem Frewer *1981* und Schappacher *1987*, bes. 347 *f.* Vgl. auch die Artikel in Strauss/Röder *1983*, 98, von Gini *1957* und den sehr unzuverlässigen Artikel von Nathan *1970* im *Dictionary of Scientific Biography*.

Seminars für Versicherungswissenschaften übernahm. 1911 wurde er zum Extraordinarius für Versicherungsmathematik ernannt, 1918 wurde unter seiner Leitung das Institut für Mathematische Statistik begründet und 1921

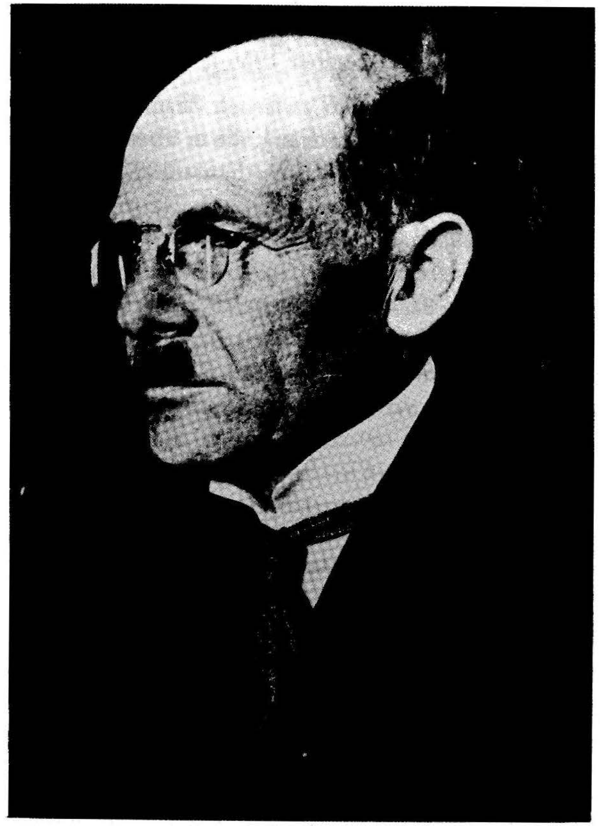

Abbildung 4: Felix Bernstein (1878–1956) im Jahre 1931
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

schließlich wurde auf Hilberts Betreiben hin für ihn ein persönliches Ordinariat für Versicherungsmathematik und Mathematische Statistik geschaffen (Frewer *1981*, 87 *f.*). Seine Mitwirkung an der Konzeption der Sparprämienanleihe des Deutschen Reiches unter dem ungeliebten Finanzminister Matthias Erzberger im Jahre 1919, vor allem aber das bedeutende Honorar von 110 000 RM, das er dafür erhielt, führten zu einem Streit in der Göttinger Fakultät, der auch offenbarte, wie unbeliebt Bernstein bei seinen Göttinger Kollegen war.[277] 1933, nach der nationalsozialistischen Machtergreifung, kehrte der Jude Bernstein von einer Vortragsreise in den USA nicht nach Deutschland zurück. Er wirkte von 1933 bis 1936 als *Visiting Professor* an der Columbia University, New York, von 1933 bis 1943 als *Professor of Biostatistics* an der New York University und von 1946 bis 1953 als *Lecturer* an der Syracuse University, New York. Danach siedelte Bernstein wieder nach Europa über. Er starb am 3. Dezember 1956 in Zürich.

Anlaß für den brieflichen Austausch zwischen Zermelo und Leonard Nelson war Nelsons Zusendung einer Besprechung, die er über die zweite Auflage von Ernst Machs *Erkenntnis und Irrtum* im August 1907 in den *Göttingischen gelehrten Anzeigen* veröffentlicht hatte.[278] „Als Revanche" schickt Zermelo seine „Wohlordnung" (*1908a*), wobei er annimmt, daß deren polemischer Teil Nelson vielleicht interessiere.[279] Grundlagenfragen stehen anfangs noch nicht im Vordergrund. Eigentlicher Gegenstand des Schreibens ist die Rezension, die Robert Drill in der *Frankfurter Zeitung* über das Buch *Das Gesetz der Vernunft und die ethischen Strömungen der Gegenwart* des philosophierenden Juristen Ernst Marcus veröffentlicht hatte.[280] In diesem Werk versucht Marcus zu beweisen, daß

> Kants Ethik eine wahre Wissenschaft ist, dass sich die ethischen Gesetze, ja die obersten Rechtsgesetze mit der Präzision des Mathematikers logisch entwickeln und feststellen lassen.[281]

Zermelo hält den Versuch, die Ethik logisch zu begründen, für einen „Rückfall in die Zeiten des tollsten Rationalismus" und versucht, Nelson dazu zu

[277]Schappacher *1987*, 347; 363, Anm. 28.

[278]Nelson *1907b*, in erweiterter Form erschienen als *1908a*; Neudruck in Nelson *1959*, 119–178, und Nelson *1974*, 233–281.

[279]Zermelo an Nelson, Postkarte vom 5.12.1907 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26). Nelson war von Gerhard Hessenberg schon einige Monate zuvor von diesem Aufsatz informiert worden: „Zermelo hat einen neuen Beweis des Wohlordnungssatzes heraus. Ich hatte gestern die Korrektur in Händen. Der Beweis ist famos und sehr einfach. Ich hatte aber selbst vergeblich auf diesem Wege vorzudringen versucht. Ausserdem hat er 8 Seiten Polemik mit Poincaré, Bernstein, Jourdain, Peano, Hardy, Schoenflies etc[.], die sehr witzig ist und die Logizisten scharf mitnimmt. Er betont überall den synthetischen Charakter der Mathematik und wirft Poincaré vor, daß er gerade die Mengenlehre mit dem Logizismus verwechsele" (Hessenberg an Nelson, datiert Frankfurt a.M., 7.9.1907, ebd., Box 28).

[280]Drill *1907*, Es handelt sich um eine ausführliche Besprechung von Marcus *1907*, in 2., verb. Aufl. unter geändertem Titel *1921* erschienen. Zu Marcus vgl. Friedlaender *1930*. Robert Drill hatte Nationalökonomie studiert und schrieb u.a. für den Kulturteil der *Frankfurter Zeitung*. Er bezeichnet sich noch Jahre später als Anhänger von Ernst Marcus; vgl. das „Vorwort" zu Drill *1923*, 5 *f*.

[281]Marcus *1907*, VIII.

bewegen, einen Leserbrief gegen Marcus in die *Frankfurter Zeitung* setzen zu lassen. Eine wissenschaftliche Widerlegung, so schreibt Zermelo später, würde da wohl nicht viel helfen. Es wäre unbedingt notwendig, in einem populären Artikel darauf hinzuweisen, „daß diese ‚panlogistische' Metaphysik mit der Kantschen Lehre nicht das geringste zu tun hat."[282]

Nelson hatte wohl wenige Tage nach Erhalt von Zermelos Karte Korrekturvorschläge zum Wohlordnungsaufsatz gemacht. Zermelo schickte ihm daraufhin seine zweite, axiomatische Arbeit (*1908b*) mit dem Ausdruck des Bedauerns, die Anregungen nicht mehr berücksichtigen zu können. Nelson hatte u.a. vorgeschlagen, in dem Satz „In Wahrheit müssen vielmehr *alle* Theoreme über einen Begriff aus seiner Definition zu beweisen sein, anderenfalls wären sie überhaupt nicht zu beweisen" (Zermelo *1908a*, 124), „Gegenstand" statt „Begriff" zu setzen.[283] Dieser Satz ist gegen Arthur Schoenflies' Unterscheidung zwischen einem allgemeinen und einem speziellen Teil in der Theorie der wohlgeordneten Mengen gerichtet und gegen dessen Behauptung, daß nur die Sätze der allgemeinen Theorie auf der Cantorschen Definition der Wohlordnung beruhten.[284] Zermelo fand es nun schade, „daß die logische Terminologie heute so völlig verworren ist; eine ‚*moderne Logik*' (möglichst unabhängig von metaphysischen Voraussetzungen) täte bitter not," und er fragte: „*kann* man denn *Gegenstände* definiren? Ist ‚wohlgeordnete Menge' nicht stets ein ‚*Begriff*'? ‚*Die* Menge M' das wäre m[eines] E[rachtens] erst ein ‚Gegenstand'." Neben den Definitionen seien natürlich noch die Axiome zu beachten, aber keine speziellen Voraussetzungen, wie Schoenflies dies forderte. Zermelos Axiome seien so gefaßt, daß sie alle Widersprüche ausschlössen (allerdings nicht auflösten), „aber", so Zermelo, „*mit* diesen Axiomen kann ich die *Mengenlehre begründen*, während Bernstein's Standpunkt diese Disciplin *aufhebt*!"[285] Vor allem um diesen Bernsteinschen Standpunkt geht es in den folgenden Schreiben. Bernstein hatte in seiner Arbeit „Über die Reihe

[282]Brief v. 14.12.1907, S. 8 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

[283]Nelson spricht von dem Unterschied zwischen dem Gegenstand und dem Begriff dieses Gegenstandes, der auch dann nicht verschwindet, wenn der Gegenstand selbst ein Begriff ist: „Der Mathematiker beweist den Satz: Die Basiswinkel des gleichschenkligen Dreiecks sind gleich. Hat es aber einen Sinn zu sagen: Die Basiswinkel des *Begriffs* des gleichschenkligen Dreiecks seien gleich? Offenbar so wenig, wie ein Begriff überhaupt dreieckig sein kann. — Nun ist es gewiß erlaubt, auch über den Begriff eines Begriffs Aussagen zu machen, etwa die Aussage, daß er widerspruchsfrei ist oder daß er einen anderen Begriff als Merkmal enthält oder daß er einen erfüllten oder leeren Umfang hat." Dies schreibt Nelson in der anläßlich seines zweiten Habilitationsversuches vorgelegten Schrift „Über das sogenannte Erkenntnisproblem" (*1908b*), auch separat mit eigener Paginierung erschienen (*1908c*) und wiederabgedruckt in Nelson *1973*, 59–393; Zit. nach der letztgenannten Ausgabe S. 135 *f*.

[284]Schoenflies *1905*, bes. 181.

[285]Postkarte v. 11.12.1907 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

der transfiniten Ordnungszahlen" (*1905a*) die Antinomien der Mengenlehre durch eine Modifikation des Begriffes der „Menge W aller Cantorschen Ordnungszahlen" zu vermeiden versucht:

> Es sei ausdrücklich bemerkt, daß der Widerspruch nur daraus entsteht, daß β als auf alle Elemente von W folgend angenommen wird. Wenn nur die Vereinigungsmenge $(W;e)$ gebildet wird, ohne daß zwischen e und den Elementen von W eine Ordnungsbeziehung festgesetzt wird, so führt das zu keinem Widerspruch.[286]

Dieser „W-Theorie" gilt Zermelos Polemik. Sie sei

> wie man sie auch betrachtet, *absoluter Blödsinn* und zwar nach dem Urteile *aller* denkenden Mathematiker. Ob es mir schon jetzt gelingt, ihn [Bernstein] endlich zum Schweigen zu bringen, ist freilich eine andere Frage; oder vielmehr dies ist nach dem Charakter dieses „Collegen" völlig ausgeschlossen.[287]

Sein neuer Wohlordnungsaufsatz enthalte, so Zermelo, gleich drei Argumente gegen Bernsteins W-Theorie, wobei der „neue Beweis" das stärkste sei. Die Voraussetzungen (Axiome) dieses Beweises müsse auch Bernstein zugeben, obwohl die Folgerungen im striktesten Widerspruch mit Bernsteins Theorie stünden. Das Hauptgewicht seiner Argumentation habe Zermelo auf das Bernsteinsche „Annahmegesetz" gelegt, „was *gar keinen axiomatischen* Standpunkt involviert sondern alle Axiomatik aufhebt."[288] Die Prinzipien oder Axiome müßten vielmehr innerhalb ihrer eigenen Prämissen *allgemeingültig* sein. Die Bernsteinschen Prinzipien seien dagegen lediglich willkürliche *ad hoc* gemachte Modifikationen,

> über deren Tragweite der Autor vollkommen unklar geblieben ist. Sollte also B[ernstein] in der [...] angedeuteten Weise opponieren, so werde ich ihm schon dienen können; auch habe ich noch weitere Waffen auf Lager. Ich habe mich wohl gehütet, alle Patronen auf einmal zu verschießen.[289]

Seine Kontroverse mit Bernstein hält Zermelo für symptomatisch für die Wissenschaftspolitik im Fach Mathematik, als deren Opfer er sich nach seiner langen Privatdozentenzeit fühlt:

286 Bernstein *1905a*, 189. Zermelo zitiert diese Stelle in *1908a*, 123, und setzt korrekterweise „e" statt „β".
287 Brief v. 14.12.1907, S. 2 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).
288 Ebd., 4.
289 Ebd.

> Übrigens bin ich überzeugt, daß Herr B[ernstein] selbst gar nicht mehr an seine Theorie glaubt, aber er will eben unter allen Umständen das letzte Wort behalten, indem er auf das jammervolle wissenschaftliche Niveau und den Cliquengeist spekulirt, der dank der „Klein'schen Schule" unter der heutigen Generation der mathematischen Ordinarien herrschend geworden ist.[290] Herr B[ernstein] kann überhaupt nach seinem — eigentümlichen [—] Verhalten in der Kontinuums-Frage [...] m[eines] Er[achtens] *weder ethisch noch wissenschaftlich mehr ernst genommen werden.*[291]

Zermelo bezieht sich hier auf Bernsteins Behauptung, einen Beweis für die Cantorsche Kontinuumshypothese zu besitzen (*1905c*), dessen Ausführung er dann aber schuldig geblieben ist. Wenn er im Sommersemester 1908 nach Göttingen komme, betont Zermelo, werde er entsprechende Konsequenzen ziehen, wobei er „— natürlich mit Ausnahme der Geheimräte und ihrer Creaturen —" auf allgemeinste Sympathie glaubt rechnen zu dürfen.[292]

Nachdem dann die ersten Reaktionen auf seine Arbeiten eingetroffen sind, weicht Zermelos kämpferische Haltung triumphaler Stimmung:

> Hilbert hat Dienstag über meine „Wohlordnung" i[n] d[er] Math[ematischen] Ges[ellschaft] gesprochen, und F[elix] B[ernstein] war ganz kleinlaut![293] Das wird aber nicht vorhalten. Von *Dedekind* erhielt ich eine sehr höfliche Danksagung für meine „Wohlordnung".[294]

Einen Monat später:

> In der Frage der Wohlordnung hat der „Graf" [Bernstein] in G[öttingen] eine eklatante Niederlage erlitten. König u. Peano haben mir

290 Zermelo spricht hier den Einfluß Felix Kleins bei der Besetzung mathematischer Lehrstühle in Preußen an, dessen Schüler nach Ansicht Zermelos „jetzt über all [sic!] bevorzugt werden" (Zermelo an Hilbert, dat. Arosa, 25.8.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447). Zermelo tat Klein in Hinblick auf seine eigene Person sicher unrecht angesichts des aktenkundigen Engagements Kleins für Zermelos Fortkommen. Vgl. zur Berufungspolitik Kleins und zu der Tatsache, daß Kleins Empfehlungen *nicht* ausschließlich seinen Schülern galten, Tobies *1987*.
291 Brief v. 14.12.1907, S. 6 *f.* (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).
292 Ebd., 8.
293 Der Bericht über die achte Sitzung der Mathematischen Gesellschaft in Göttingen am 17.12.1907 vermerkt lediglich, daß Hilbert über die Fortschritte berichtete, die die Behandlung der in seinem Pariser Vortrag aus dem Jahre 1900 erörterten mathematischen Probleme gemacht habe (*JDMV* **17** [1908], 2. Abt., 25 *f.*).
294 Postkarte v. 22.12.1907 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

verbindliche Briefe geschrieben,[295] auch Jourdain ist auf dem Rückmarsch. Nur Schoenflies quatscht weiter. Borel hüllt sich in Schweigen.[296]

Ein weiterer Gegenstand des Briefwechsels ist die Besprechung des von Nelson zusammen mit Kurt Grelling verfaßten Aufsatzes „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti" (Grelling/Nelson *1908*), dessen Korrekturabzüge Nelson im Laufe des Dezembers 1907 an Zermelo geschickt hatte. In diesem Artikel stellen Grelling und Nelson die mit der Zermelo-Russellschen Antinomie verwandten Antinomien zusammen, analysieren deren Struktur und kritisieren die bis dahin bekannten Lösungsversuche.[297] In seiner Antwort macht Zermelo einige Verbesserungsvorschläge. Dabei argumentiert er vor allem gegen die Verwendung des Wortes „Paradoxie". „Antinomie" sei doch viel präziser.[298] Das Wort „Paradoxie" bedeute eine Aussage, „welche der *herkömmlichen Meinung* widerstreitet, von einem *inneren Widerspruch* enthält es gar nichts." Die Antinomien rührten von „unvollständig begrenzten Begriffen" her, „und die Aufgabe wäre, hierfür *Kriterien* zu finden".[299] Zermelo will im Sommersemester 1908 in seiner Vorlesung über das Verhältnis von Logik und Mathematik auf „die *logische* Frage der Antinomien" noch einmal eingehen und möglicherweise einen Nachtragsartikel zur Arbeit von Grelling und Nelson schreiben.[300] Die letzte Postkarte vom 14. März 1908 beginnt mit dem Dank für die Zusendung des nun in den *Abhandlungen der Fries'schen Schule* erschienenen Artikels von Grelling und

[295] Am 19.12.1907 dankt Zermelo Hilbert für dessen Referat in der Mathematischen Gesellschaft und berichtet u.a. über die Reaktion von Julius König: „J. *König* schreibt mir sehr freundlich ‚bezüglich der Wohlordnung bleiben wir unversöhnliche — Freunde'" (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 7).

[296] Postkarte v. 20.1.1908 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

[297] Grelling/Nelson *1908*, darin: Anhang I: Heinrich Goesch, „Bemerkungen zu Kapitel IV der vorstehenden Abhandlung", 324–328; Anhang II: Gerhard Hessenberg, „Bemerkungen zur vorstehenden Abhandlung", 328–330; Anhang III: Kurt Grelling/Leonard Nelson, „Über zwei das Paradoxon betreffende Abhandlungen des Herrn Zermelo", 331–334; wieder in Nelson *1959*, 56–87, dort mit einem Anhang IV: Paul Bernays, „Anmerkungen zur Neuausgabe der vorstehenden Abhandlung", 86–87; und Nelson *1974a*, 95–127.

[298] Postkarte v. 22.12.1907 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

[299] Postkarte v. 20.1.1908, ebd. Im heutigen, weiter präzisierten Sprachgebrauch bedeutet Antinomie „eine widerspruchsvolle, sowohl wahre als auch falsche Aussage, ohne daß bei ihrer Aufstellung offenkundige Fehler in den Voraussetzungen oder in den Schlußfolgerungen gemacht wurden, wie im Falle der Paradoxien oder scheinbar widerspruchsvollen Aussagen" (Lorenz *1980*, Zit. 131 *f.*). Es ist bemerkenswert, daß Zermelo hier die Unterscheidung trifft, die Moore und Garciadiego (*1981*) als grundlegend für das Verständnis der Widersprüche in der Mengenlehre als logische Antinomien bezeichnen.

[300] Postkarte v. 20.1.1908 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26). Zu dem Nachtragsartikel ist es nicht gekommen.

Nelson und der etwas indignierten Feststellung, daß ja wohl gegenüber den Korrekturbögen nichts verändert sei. Zermelo gibt seiner Hoffnung Ausdruck, daß die *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, deren Weiterbestehen in Frage gestellt war, noch saniert werden können.[301] Er fürchtet aber sehr, daß der „schulmäßige" Titel und das „zwanglose" Erscheinen etwas abschreckend wirken könnten.

> Eine *periodische* Zeitschrift direkt für „*Philosophie der Mathematik*" oder so ähnlich würde m[eines] Er[achtens] sehr viel größeres Entgegenkommen in beteiligten Kreisen zu erwarten haben. Wie denkt [Gerhard] Hessenberg [Mitherausgeber der Zeitschrift] darüber? Meinerseits würde ich einem solchen zeitgemäßen Unternehmen meine *volle* Unterstützung widmen, während ich Bedenken hätte, mich auf irgendein spez[ielles] philosophisches System festzulegen.[302]

Den Gedanken, eine Zeitschrift eigens für Grundlagenfragen der Mathematik zu etablieren, nahm Zermelo wenig später wieder auf. Zusammen mit Gerhard Hessenberg und dem Münchner Privatdozenten Hugo Dingler plante er, eine *Vierteljahrsschrift für die Grundlagen der gesamten Mathematik* zu gründen. Im Mai 1908 stand Hessenberg in dieser Angelegenheit in Verhandlungen mit dem Verlag Teubner in Leipzig, der aber der Ansicht war, daß in einer solchen Zeitschrift neben der „positivistischen Richtung", womit wohl die Hilbertianer gemeint waren, auch die „erkenntnistheoretische" (Natorp, Husserl) zu Wort kommen müßte. Gegen diese Vorstellungen hat Hessenberg

[301] Der Göttinger Verlag Vandenhoeck & Ruprecht plante, die *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. einzustellen. Sieht man einmal davon ab, daß die linksliberale politische Einstellung des Mitherausgebers Nelson (vgl. Dahms/Halfmann *1988*) sicher nicht zu der konservativen Haltung des Verlages paßte, so lag der Grund wohl vor allem im geringen Absatz der Zeitschrift, denn „mehr als einige 60 regelmäßige Abnehmer haben diese Abhandlungen nie erreicht", wie sich Verleger Wilhelm Ruprecht erinnerte (*1935*, 232).

[302] Postkarte v. 14.3.1908 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26). Zermelos Befürchtungen waren in Hinblick auf die *Abhandlungen der Fries'schen Schule* nicht ganz unbegründet, denn die Herausgeber zogen sich bei der Ablehnung von Arbeiten selbst auf die Schulgebundenheit ihrer Zeitschrift zurück. Hessenberg z.B. lehnte eine Erwiderung Paul Sterns auf einen Angriff Nelsons u.a. unter Angabe des „prinzipiellen Gesichtspunktes" ab, „daß seine Erwiderung keine ‚Abhandlung der Fries'schen Schule' ist, und daß man von einer Zeitschrift mit stofflich beschränktem Programm nicht verlangen kann, daß sie dem Gegner ihre eignen Spalten zur Verfügung stellt" (Hessenberg an Nelson, dat. Straßburg, 27.7.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28). Nelson schreibt über Zermelos Vorschlag an Hessenberg (dat. Göttingen, 29.3.1908, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 170 *f.*): Den Plan könne er nicht billigen. „Denn was liegt uns daran, bloß die Zahl der Zeitschriften zu vermehren, wir haben wichtigere Aufgaben, unter denen die Philosophie der Mathematik nur ein Glied im großen Ganzen ist und bleiben sollte."

heftig opponiert („Ich schlug ihm zunächst wuchtig auf den Deez").[303] Aus dem Projekt wurde nichts, obwohl Dingler im Januar 1909 noch Verhandlungen mit dem Münchner Verleger Ackermann angeknüpft hatte.[304]

4.3 Zermelos Lehrauftrag für mathematische Logik

4.3.1 Der Antrag

Die von Zermelo Leonard Nelson gegenüber erwähnte Vorlesung über das Verhältnis von Mathematik und Logik ist Frucht einer einschneidenden Veränderung in Zermelos Karriere, die zugleich die Geburtsstunde der mathematischen Logik als institutionalisierter Teildisziplin der Mathematik in Deutschland bedeutet.[305] Zermelo hatte mit einigen krankheitsbedingten Unterbrechungen 9 Jahre lang in Göttingen als Privatdozent gelehrt. 1907 ergab sich für ihn eine prekäre finanzielle Situation, da das Privatdozentenstipendium, das er seit 5 Jahren erhielt, nicht mehr verlängert werden konnte. Es war für Zermelo also dringend geboten, eine dotierte Stellung zu erhalten. Als er im März 1907 aus einer Zeitungsnotiz erfuhr, daß der Mathematikprofessor an der Landwirtschaftlichen Akademie in Bonn-Poppelsdorf, Philipp Furtwängler, der spätere Kollege von Hans Hahn und Moritz Schlick in Wien, an die Technische Hochschule in Aachen berufen worden war, bewarb sich Zermelo um die Bonner Lehrstelle. „Ich verkenne natürlich nicht", schrieb er an Hilbert,

> daß meine Aussichten auch für diese Stelle außerordentlich gering sind, da ich bisher offenbar von keiner Seite vorgeschlagen worden bin. Ich wollte aber doch nichts unversucht lassen, da ich, wenn ich weiter keine Anstellung oder Unterstützung finde, genötigt wäre, die akademische Lehrtätigkeit überhaupt aufzugeben.

Da er „natürlich besonders gern nach Bonn gehen würde", bat er Hilbert, seine Bewerbung zu unterstützen.[306] Hilbert hatte aber offenbar andere Pläne. Anfang März 1907 kam er in einem an den späteren Nachfolger Friedrich

[303] Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 15.5.1908 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

[304] Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 30.1.1909, ebd.

[305] Über die Motive vgl. Peckhaus *1989*.

[306] Zermelo an Hilbert, dat. Inner-Arosa, 24.3.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447. Der Umstand, daß Zermelos Freund Erhard Schmidt inzwischen in Bonn lehrte, erklärt Zermelos Neigung, an die Landwirtschaftliche Akademie zu gehen. Nachfolger Furtwänglers wurde Gerhard Hessenberg.

Althoffs, den Berliner Oberregierungsrat Ludwig Elster, gerichteten Schreiben auch auf die Angelegenheit Zermelo zu sprechen. Hilbert hob Zermelos schwierige finanzielle Situation hervor und beantragte, ihm

> für das komm[ende] Sommersemester statt des Stipendiums eine etwas reichlicher bemessene Remuneration [Vergütung] zukommen zu lassen, dann aber nach seiner Rückkehr im Herbst [aus der Kur in der Schweiz] ihm durch eine dauernde Zuwendung die Fortsetzung der akadem[ischen] Laufbahn zu ermöglich[en].

Hilbert äußerte den Wunsch, diese Angelegenheit bei einem bevorstehenden Aufenthalt in Berlin persönlich mit Elster zu besprechen.[307] Ergebnis dieser Initiative war, daß Zermelo noch Ende März eine einmalige Unterstützung in Höhe des ihm nicht mehr zustehenden Stipendiums gewährt wurde, die Anfang Mai 1907 durch eine einmalige Zahlung von 600 M aufgestockt wurde.[308] Für Zermelo konnte dies allerdings nur ein erster Schritt sein. „Eine feste Anstellung", so schrieb er an Hilbert, „selbst in einer kleinen Akademie o[der] dergl[eichen] wie der in Bonn, würde ich natürlich immer vorziehen, sobald sich eine Gelegenheit dazu findet."[309] Die angestrebte dauernde finanzielle Zuwendung war aber nur nach einer Änderung von Zermelos akademischem Status möglich.

Am 25. Juli 1907 stellten die Direktoren des mathematisch-physikalischen Seminars an den Preußischen Minister für geistliche, Unterrichts- und Medizinalangelegenheiten in Berlin deshalb den Antrag,

> Euer Excellenz wolle dem hiesigen Professor Dr. Ernst Zermelo einen Lehrauftrag für mathematische Logik und verwandte Gegenstände erteilen und demselben dafür eine feste jährliche Remuneration bewilligen.[310]

Dieser Antrag ging auf Entwürfe Hilberts zurück[311] und war geschickt auf die Hochschulpolitik des Ministerialdirektors Friedrich Althoff abgestimmt, der

[307] Hilbert an Elster, Entwurf, dat. 7.3.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 494, Nr. 1.

[308] Vgl. die Bescheide des Kgl. Kuratoriums Nr. 1283 v. 28.3.1907 und Nr. 1881 v. 2.5.1907, Abschriften in UA Göttingen, 4/Vb 267a.

[309] Zermelo an Hilbert, dat. Arosa, 25.8.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 5, S. 1 *f*.

[310] Antrag der Direktoren des mathematisch-physikalischen Seminars an den Minister für geistliche, Unterrichts- und Medizinalangelegenheiten, gez. als geschäftsführender Direktor Carl Runge, vom 25. Juli 1907, Ts., 4 S. Quelle: Zentrales Staatsarchiv der DDR, Dienststelle Merseburg, Kultusministerium, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV No. 4 Bd. 4, Bll. 269–270, ediert im Anhang von Peckhaus *1990* (51 *f*.).

[311] Vgl. SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 492.

als Leiter der zuständigen 1. Unterrichtsabteilung des preußischen Kultusministeriums sich zum Ziel gesetzt hatte, der deutschen Wissenschaft Weltgeltung zu verschaffen.

Der Antrag beginnt mit historischen Ausführungen. Danach war im Anschluß an Augustus De Morgan und George Boole allmählich „ein Zwischengebiet zwischen Logik und Mathematik" entstanden, das zunehmend an Bedeutung gewann. Gegenstand dieses Zwischengebietes, „Logikkalkül oder Algebra der Logik genannt", sei eine Methode, die „die alten Fragen der klassischen Logik sowie gewisse erkenntnisstheoretische Probleme der Philosophie" mit „auf rein mathematischem Boden erwachsenen Fragen nach der Natur der Zahl" verknüpft. Die Algebra der Logik habe sich von England (Venn, Russell, Whitehead) zunächst über Amerika (Peirce), dann Italien (Peano, Burali-Forti, Veronese) schließlich nach Frankreich (Couturat, Liard) und Deutschland (Schröder, Frege) ausgebreitet.

> Obwohl die Wissenschaft der mathematischen Logik in Deutschland durch die rein mathematischen Untersuchungen von Dedekind und Cantor mittelbar eine sehr wirksame Förderung erfahren hat, so scheint doch bisher im Ganzen genommen die Führung in jenem Wissensgebiete das Ausland behalten zu haben. Insbesondere in der jüngeren Generation in Deutschland ist wohl nur Ernst Zermelo als ein vollgültiger Vertreter jener Richtung anzusehn.

Der sicherlich originelle historische Überblick[312] differenziert durchaus im Stil der Zeit nicht zwischen Algebra der Logik und der Logistik. „Mathematische Logik", „Logikkalkül" und „Algebra der Logik" werden synonym verwendet. Die Nennung von Louis Liard als französischem Hauptvertreter der Algebra der Logik überrascht, da Liard keinen systematisch relevanten Beitrag zu dieser Disziplin geliefert hat. Er hat aber mit seinen vielgelesenen, zusammenfassenden Darstellungen über die neuere englische Logik in den 70er und 80er Jahren des 19. Jahrhunderts mit dafür gesorgt, daß die Algebra der Logik außerhalb Großbritanniens überhaupt zur Kenntnis genommen wurde.[313] Auch dem italienischen Mathematiker Giuseppe Veronese kann man mit seinen Arbeiten zur Grundlegung der Geometrie (z.B. *1891*, *1894*) allenfalls eine „mittelbare Förderung" der Mathematischen Logik zusprechen.

[312]Vgl. zur Rezeption der Algebra der Logik in Großbritannien und Deutschland den historischen Teil von Peckhaus *1988*, 179–203, sowie die ältere, teilweise überholte Studie von Buhl *1966*.

[313]Liard, *Les logiciens anglais contemporains* (*1878*), weitere Auflagen 1883, 1890, 1901, 1907; deutsche Übersetzung von dem Berliner Gymnasialprofessor Johannes Imelmann *1880* (2. Aufl. 1883, Leipzig). Liard hatte bereits zuvor zwei Aufsätze über die Systeme von Jevons und Boole veröffentlicht (*1877a,b*).

Die Unterzeichner betonen, daß ihres Wissens die mathematische Logik noch nicht offiziell in die Lehrpläne einer deutschen Universität aufgenommen worden sei.[314] In der persönlichen Begründung des Antrages heben sie die Vielseitigkeit von Zermelos Arbeitsgebieten hervor. Insbesondere auf dem Gebiet der Mengenlehre sei er „Meister". Offenbar unter Anspielung auf die in Arbeit befindlichen axiomatischen „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre" (*1908b*) erwähnen sie eine größere Arbeit, „die dem Gebiete der mathematischen Logik angehört und von der grade für die schwierigsten und umstrittensten Fragen auf jenem Gebiete eine Klärung und wesentliche Förderung zu erwarten ist." Abschließend erwähnen die Antragsteller die schlechte finanzielle Situation Zermelos. Trotz seiner neunjährigen Privatdozententätigkeit habe er keine Berufung in eine dotierte Stellung erhalten. Sein kleines Vermögen habe er daher zum größten Teil verbraucht, zumal er vor einem Jahr eine schwere Lungenentzündung erlitten habe, die ihn gezwungen habe, die letzten beiden Semester zu seiner Rekonvaleszenz in der Schweiz zu verbringen. Aus seinen über spezielle Gegenstände handelnden Vorlesungen habe er zudem nur geringe Kolleggelder ziehen können. Die Antragsteller bitten deshalb, den Lehrauftrag mit einer solchen Vergütung zu versehen, daß Zermelo in den Stand gesetzt werde, „seine für unsere Universität und die Wissenschaft so wertvolle Thätigkeit fortzusetzen."

Warum lautete der Lehrauftrag auf „Mathematische Logik" und nicht, wie man vermuten könnte, wenn man von Zermelos Arbeitsgebieten ausginge, auf Mengenlehre? Im Rahmen von Hilberts revidiertem axiomatischen Programm ergibt sich die enge Verbindung zwischen Logik und Mengenlehre sofort aus der Entdeckung der Antinomien: „Die Paradoxieen", so Hilbert in seiner Vorlesung *Die logischen Principien des mathematischen Denkens* im Sommersemester 1905,

> zeigen zur Genüge, dass eine Prüfung und Neuaufführung der Grundlagen der Mathematik und Logik unbedingt nötig ist. Man erkennt ja sofort, dass die Widersprüche auf der Zusammenfassung gewisser Allheiten zu einer Menge beruhten, die nicht erlaubt zu sein scheinen;

[314]Es ist zwar leicht festzustellen, daß Ernst Schröder in Darmstadt und Karlsruhe und Gottlob Frege in Jena schon vorher Vorlesungen über mathematische Logik gehalten hatten, diese Veranstaltungen beruhten aber nicht auf ministeriellen Lehraufträgen. Schröder las z.B. im SS 1876 noch vor der ersten Begriffsschrift-Vorlesung Freges (WS 1879/80) in Darmstadt über „Logik auf mathematischer Grundlage", im SS 1878 in Karlsruhe „Logik als mathematische Disziplin" und vom WS 1883/84 an bis zum WS 1888/89 insgesamt 6 Semester lang „Algebra der Logik". Vgl. die Programme der Polytechischen Schulen (bzw. späteren Technischen Hochschulen) in Darmstadt und Karlsruhe. Zur Lehrtätigkeit Freges vgl. Kreiser *1983*.

> aber damit ist noch nichts gewonnen, denn jedes Denken beruht gerade auf solchen Zusammenfassungen, und das Problem bleibt, hier das Erlaubte von dem Unerlaubten zu sondern.[315]

In der genannten Vorlesung hatte Hilbert ja auch einen ersten, wenn auch vorläufigen Schritt getan und einen auf dem Identitätsbegriff aufgebauten Aussagenkalkül entwickelt. Dazu kam noch, daß nach dem Tode Ernst Schröders im Jahre 1902 in Deutschland neben Gottlob Frege kein ernstzunehmender Vertreter der mathematischen Logik auf einer akademischen Lehrstelle saß. Dieser Umstand mußte sich natürlich förderlich auf die Genehmigung des Antrages auswirken, und von dieser Genehmigung hing ganz entscheidend die Existenz Zermelos als akademischer Forscher und Lehrer ab.

Bereits wenige Wochen nach der Antragstellung, am 20. August 1907, erging der von Friedrich Althoff unterzeichnete, an Zermelo gerichtete Erlaß UI Nr. 17759, in dem es u.a. hieß:

> Einem Antrage der Direktoren des Mathematisch-physikalischen Seminars der dortigen Universität [d.i. die Universität Göttingen] entsprechend beauftrage ich Sie, vom nächsten Semester ab in Ihren Vorlesungen auch die mathematische Logik und verwandte Gebiete zu vertreten.[316]

Der Lehrauftrag war bei Wegfall des Stipendiums mit einer Vergütung von 1800 M verbunden, „was immerhin eine Aufbesserung um 50 % bedeutet“, wie Zermelo Hilbert nach Erhalt des Erlasses schrieb.[317] Dieser ministerielle Zuschuß für die Bezahlung des Lehrauftrages wurde mit Erlaß UI Nr. 15662 vom 2. April 1909 auf jährlich 3000 M erhöht.[318]

4.3.2 Die Vorlesung „Mathematische Logik“ (SS 1908)

Zermelos Hoffnung, schon im Wintersemester 1907/08 wieder lesen zu können,[319] erfüllte sich nicht. Im Oktober 1907 mußte er sich auf ärztlichen

[315]Hilbert *1905b*, 215 (*1905c*, 139 *f.*).

[316]Erlaß UI Nr. 17759, in einer Abschrift des Kgl. Kurators, UA Göttingen, 4/Vc 229.

[317]Zermelo an Hilbert, dat. Saas-Fee, 27.8.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 6, S. 2.

[318]ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. 4 Nr. 4 Bd. 5, Bl. 41. Dies entsprach etwa der Hälfte der Bezüge eines ordentlichen Professors.

[319]Zermelo an Hilbert, dat. Arosa, 25.8.1907, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 447, Bl. 5, S. 1.

Rat hin auch für das Wintersemester beurlauben lassen „und die im Vorlesungsverzeichnis angekündigte Vorlesung über mathematische Logik vorderhand noch aufschieben.“[320] Am 25. Oktober wurde Zermelo krankheitshalber von seiner Vorlesungsverpflichtung entbunden.[321] Die erste Vorlesung über Mathematische Logik, die an einer deutschen Hochschule aufgrund eines ministeriellen Lehrauftrages gehalten wurde, fand somit erst im SS 1908 statt.[322] Ein Hörer dieser Vorlesung war Kurt Grelling, von dem im Nachlaß Zermelos in Freiburg eine handschriftliche Ausarbeitung des Kollegs erhalten ist.[323]

Der Begriff „mathematische Logik“ kann nach Zermelo in zweifacher Bedeutung gebraucht werden: Er kann die mathematische Behandlung der Logik im Sinne der Arbeiten Ernst Schröders bedeuten, es kann damit aber auch die wissenschaftliche Untersuchung der logischen Bestandteile der Mathematik gemeint sein, und genau dies stellt sich Zermelo als Aufgabe in seiner Vorlesung.[324] Eingangs geht Zermelo auf die damals aktuelle Diskussion über die Natur des mathematischen Urteils ein. Anders als für die Geometrie sei die Frage, ob die Arithmetik analytisch oder synthetisch sei, umstritten. Hier stünden die Ansichten von Frege, Peano und Russell, die von der Analytizität mathematischer Urteile überzeugt seien,[325] denen Poincarés gegenüber.

[320]Zermelo an den Dekan der Philosophischen Fakultät, dat. Glion, 21.10.1907, UA Göttingen, 4/Vb 267a.

[321]Kurator an die Philosophische Fakultät v. 25.10.1907, ebd.

[322]Zermelo hatte neben der im WS 1907/08 ausgefallenen Vorlesung über „Die mathematischen Grundlagen der Logik“ schon vor der Lehrauftragserteilung eine Vorlesung „Mathematische Behandlung der Logik“ (WS 1906/07) angekündigt. Auch diese Vorlesung mußte wegen Zermelos Erkrankung ausfallen.

[323]Im Nachlaß Zermelos befindet sich ein größtenteils in Kurzschrift abgefaßtes Manuskript der Vorlesung über *Mathematische Logik* (Zermelo *1908c*), darüber hinaus auch eine Ausarbeitung von Kurt Grelling (Zermelo *1908d*).

[324]Zermelo *1908d*, unpag. 2. Es fällt auf, daß Zermelo hier genau die Unterscheidung trifft, die heute zur Differenzierung zwischen „Algebra der Logik“ und „Logistik“ üblich ist. Diese Unterscheidung berücksichtigt nicht Ernst Schröders Bemühungen in seinem Spätwerk, den Relativkalkül genau im Sinne einer logistischen Behandlung der Mathematik einzusetzen; vgl. z.B. Schröder *1895* und die programmatische Schrift *1898a*, die in auch inhaltlich geänderter englischer Fassung als *1898b* erschien, sowie *1898c,d*. Vgl. zur Problematik der gängigen Deutung des Unterschiedes zwischen Algebra der Logik und Logistik Thiel *1987*, Peckhaus *1988*, 200–202.

[325]Russell eindeutig die logistische Grundüberzeugung von der Analytizität der Mathematik zuzuschreiben, ist in der Wissenschaftsgeschichtsschreibung zwar allgemein üblich, aber dennoch nicht unproblematisch. In seinen *Principles of Mathematics* (*1903*, 457) leitet er nämlich aus der Kantschen Überzeugung, daß die Mathematik synthetisch sei, den synthetischen Charakter der Logik ab: “In the first place, Kant never doubted for a moment that the propositions of logic are analytic, whereas he rightly perceived that those of mathematics are synthetic. It has since appeared that logic is just as synthetic as all other kinds of truth.” Er kehrt damit die Fregesche Argumentationslinie um, wonach aus der

Zermelo will in diesem Streit vorläufig keine Partei ergreifen,

> sondern zunächst einen vermittelnden Standpunkt einnehmen. Wir nehmen zunächst an, daß in der Arithmetik synthetische und analytische Urteile nebeneinander vorkommen und stellen uns die Aufgabe, den analytischen Bestandteil zu isolieren.[326]

Die dabei angewandte Methode gehe auf Euklid zurück und sei in neuester Zeit von Hilbert vervollkommnet worden.

> Diese Methode besteht darin, den Beweis eines Lehrsatzes vollständig in Syllogismen aufzulösen und die zum Beweise benutzten Prämissen möglichst vollständig voranzustellen. Man kann nun, statt die Praemissen kategorisch zu behaupten, sie als Hypothesen in den Lehrsatz aufnehmen. Wir können also sagen: Im Allgemeinen sind die mathematischen Sätze noch keine analytischen Urteile, wir können sie aber durch hypothetische Hinzufügung der synthetischen Prämissen *auf analytische reducieren.* Die so entstehenden logisch reducierten mathematischen Theoreme sind analytisch hypothetische Urteile und bilden das logische Gerippe einer mathematischen Theorie.[327]

Als Beispiel für eine solche analytische Reduktion führt Zermelo den Beweis des Satzes „$3 + 2 = 5$" durch. Er definiert

$$
\begin{array}{llrcl}
(1) & & 2 & = & 1+1 \\
(2) & & 3 & = & 2+1 \\
(3) & & 4 & = & 3+1 \\
(4) & & 5 & = & 4+1 \\
(5) & \text{dann ist nach (1)} & 3+2 & = & 3+(1+1) \\
(6) & \text{daraus} & 3+2 & = & (3+1)+1 \\
(7) & \text{nach (3)} & 3+2 & = & 4+1 \\
(8) & \text{und schließlich} & 3+2 & = & 5.
\end{array}
$$

Kantschen Überzeugung von der Analytizität der Logik die Analytizität der Mathematik folgt. Vgl. dazu Wang *1957*, 156 *f.*

[326]Zermelo *1908d*, unpag. 3.

[327]Zermelo *1908d*, unpag. 3. In Zermelos eigenem Manuskript (*1908c*, unpag. 5) heißt es dazu in Langschrift: „Das logische Gerippe einer mathematischen Theorie besteht aus den logisch reducirten Theoremen, welche sich darstellen als nicht triviale hypothetisch analytische Urteile."

In diesem Beweis ist für den Übergang von (5) nach (6) ein bisher nicht genanntes Theorem benutzt:

$$(9) \qquad a + (x + 1) = (a + x) + 1$$

Der analytisch reduzierte Satz zu (8) lautet also: Wenn die Sätze (1) bis (4) und der Satz (9) gelten, dann gilt auch (8) (Zermelo *1908d*, unpag. 4).[328]

Für die Vorlesung ergebe sich „von selbst", so Zermelo, ein dreiteiliges Programm: I „Die Elementargesetze der Logik"; II „Die logische Form der mathematischen Theorie (Definition, Axiom, Beweis)"; III „Enthält die Arithmetik synthetische Bestandteile und welches sind sie?" (Zermelo *1908d*, unpag. 5). Der 1. Hauptteil behandelt die „neuerdings" so bezeichnete „Logistik",[329] „d.h. die Grundsätze der Logik, dargestellt in einer der mathematischen nachgebildeten Zeichenschrift" unter Benutzung der „modernen Einteilung" der Logik in Lehre von den Klassen, von den Aussagen und von den Relationen (Zermelo *1908d*, unpag. 7). Er orientiert sich dabei vor allem an den seinerzeitigen mathematisch-logischen Standardwerken von Giuseppe Peano[330] und Ernst Schröder.[331] In der Symbolik lehnt er sich insbesondere an Peano an, übernimmt aber auch Elemente der Schröderschen Zeichenschrift (Funktionszeichen, Subsumptionszeichen) und, allerdings falsch verstanden, der Fregeschen Begriffsschrift.[332]

Das anfangs skizzierte Programm hat Zermelo wohl nicht einhalten können. In den erhaltenen Dokumenten werden mit dem Aussagen- und dem Klassenkalkül nur Teile des 1. Hauptteiles ausführlich entwickelt. Der Logikkalkül

[328]Diese Argumentation hat Zermelo möglicherweise von Frege *1884*, 7 *f.*, übernommen.

[329]Der Terminus „Logistik" für symbolische oder mathematische Logik wurde auf dem Zweiten Internationalen Kongreß für Philosophie 1904 in Genf von dem Berliner Privatgelehrten Gregorius Itelson (1852–1926) und unabhängig davon von Louis Couturat und André Lalande geprägt. Vgl. den Kongreßbericht von Couturat (*1904*), bes. 1062 *f.*

[330]Zermelo erwähnt ausdrücklich (*1908c*, unpag. 18) Band 2.1 des Peanoschen *Formulaire de mathématique*: *Logique mathématique* (*1897*). Das *Formulaire* erschien (teilweise unter dem *latino sine flexione*-Titel *Formulario mathematico*) in fünf Bänden zwischen 1895 und 1908. Es wurde *1960* in einem zusammenfassenden Reprint wieder herausgegeben. Das *Formulaire* enthält neben Beiträgen von Peano auch solche anderer Autoren aus dem Peano-Kreis.

[331]Zermelo bezieht sich vor allem auf Schröders unvollendet gebliebene, monumentale *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890*, *1891*, *1895a*, *1905*).

[332]Das Zeichen „$\vdash$" ist nicht, wie Zermelo behauptet, der Fregesche „Urteilsstrich". Frege drückt damit aus, daß das dem Zeichen folgende Theorem als wahr behauptet wird. Es setzt sich aus dem senkrechten „Urteilsstrich" und dem „Waagerechten" zusammen, der die den Wahrheitswert vermittelnde Funktion darstellt. S. Frege *1893*, 9 *f.* Auch der Frege fälschlich zugeschriebene Allquantor der Form „$\underset{x}{\frown}$" entspricht natürlich nicht der Fregeschen „Höhlung" mit der Form „$\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-$"(s. ebd., 12).

wird nicht axiomatisch aufgebaut, Zermelo beginnt vielmehr mit einer Aufstellung der grundlegenden Sätze des Aussagenkalküls, „ohne aber vorläufig die Zahl der Grundsätze und Grundoperationen systematisch auf ein Mindestmaß zu reducieren“ (Zermelo *1908d*, unpag. 7). An den Anfang stellt er zwei „Grund-Prinzipien“:

I. *Tertium non datur*: „Alle logisch bestimmten Aussagen sind entweder wahr oder falsch, zerfallen in 2 Classen, die wahren und die falschen“ (Zermelo *1908c*, unpag. 21). Dabei bedeutet $a = \bigvee$ „Die Aussage a ist wahr“ und $a = \bigwedge$ „Die Aussage a ist falsch“. Das Zeichen „=“ wird vorläufig als Teil der Zeichen „$= \bigvee$“ und „$= \bigwedge$“ verstanden.

II. *Negation*: „Jeder Aussage a entspricht eine ganz bestimmte zweite Aussage $\overline{a}$, welche das (contradictionäre) Gegenteil von a aussagt und als ‚Negation von a‘ bezeichnet wird. Von zwei ‚entgegengesetzten‘ $a, \overline{a}$ ist immer die eine wahr und die andere falsch“ (Zermelo *1908c*, unpag. 25).

Aus den Prinzipien I und II ergeben sich die folgenden vier Sätze:

IIa	Wenn	$a = \bigvee$	so ist	$\overline{a} = \bigwedge$
IIb	Wenn	$a = \bigwedge$	so ist	$\overline{a} = \bigvee$
IIc	Wenn	$\overline{a} = \bigvee$	so ist	$a = \bigwedge$
IId	Wenn	$\overline{a} = \bigwedge$	so ist	$a = \bigvee$

Diese Verhältnisse lassen sich in einer Art „Wahrheitstafel“ veranschaulichen:[333]

	$a =$	$b =$
1)	$\bigvee$	$\bigvee$
2)	$\bigvee$	$\bigwedge$
3)	$\bigwedge$	$\bigvee$
4)	$\bigwedge$	$\bigwedge$

Mit Hilfe dieser Tafel werden die der mathematischen Gleichheit entsprechende *Äquipollenz* ($a = b$), *Duplex negatio affirmat* ($\overline{\overline{a}} = a$), *Konjunktion* ($ab$ oder $a \cap b$) und *Disjunktion* ($a \cup b = \overline{\overline{a}\overline{b}}$) eingeführt. Die Gesetzmäßigkeiten, denen diese Verknüpfungen folgen, listet Zermelo dem Schröderschen

[333]Es handelt sich hier um eine frühe Antizipation der Wahrheitstafelmethode, die als Entscheidungsverfahren für die Gültigkeit zusammengesetzter logischer Aussagen ihre bekannteste Ausprägung in Ludwig Wittgensteins *Tractatus logico-philosophicus* (*1921*, in zweisprachiger, deutsch-englischer Ausgabe separat *1922*) gefunden hat. Vgl. zur Geschichte des Verfahrens Kneale/Kneale *1962*, Repr. 1984, 532–533. Die Tabellenform findet sich nur in der Grellingschen Ausarbeitung (Zermelo *1908d*, unpag. 10). Ob es sich um eine Entwicklung Zermelos oder eine Zutat Grellings handelt, konnte nicht festgestellt werden.

Beispiel (schon in *1877*) folgend durch Gegenüberstellung der dualen Formen auf.

Im § 2 entwickelt Zermelo die Theorie der Folgerungsbeziehung „Wenn a gilt, so gilt auch b“ ($a \supset b$), die als materiale Implikation eingeführt wird (Zermelo *1908d*, unpag. 13 *f.*):

$$a \supset b = \overline{a\overline{b}}.$$

Zur weiteren Begründung der Logik bedient sich Zermelo nach Peanoschem Vorbild (Peano *1891*) nur noch der Operationen Implikation, Konjunktion und Negation, zeigt aber auch, wie sich die aufgestellten Sätze durch Konjunktion, Disjunktion und Negation darstellen lassen. Im Rahmen der „Theorie der Implikation“ führt Zermelo das Prinzip „Wenn eine Aussage von allen Dingen gilt, so gilt sie von jedem einzelnen“ (Zermelo *1908d*, unpag. 15) ein, mit dem die Grundlagen einer Theorie der Quantifikation gelegt werden, die er im § 4 „Allgemeine und partikuläre Aussagen“ ausführt (Zermelo *1908d*, 45–52). Zuvor stellt Zermelo im § 3 „Funktionen und Resultanten“ Methoden vor, wie beliebige zusammengesetzte Aussagen auf einfachere zurückgeführt werden können. Wenn hier Zermelo von der Verwandlung einer Aussage in eine „Summe von Produkten“ spricht (Zermelo *1908d*, unpag. 28), mögen Gedanken der Hilbertschen Zurückführung zusammengesetzter Aussagen auf ihre Normalformen eingegangen sein. Diese Methoden dienen der Auflösung logischer Gleichungen. Sie werden schon in Schröders logischem System entwickelt.[334] Die erhaltenen Dokumente schließen mit der Aufstellung des Klassenkalküls (Zermelo *1908d*, unpag. 53–61). Dabei bezeichnet Zermelo eine unbestimmte Aussage a_ξ mit nur einer Variablen als „Klassenaussage“. Sie bestimmt „die Klasse aller Dinge, für die diese Aussage wahr ist“. Hier wie auch in den anderen Paragraphen stellt er die grundlegenden Sätze in Tafeln zusammen.

Die Zermelosche Vorlesung ist in ihrem Eklektizismus ein bemerkenswertes Dokument einer Übergangsepoche in der Geschichte der symbolischen Logik. Während Boole und seine Nachfolger, aber auch Ernst Schröder, primär an der Reform der philosophischen Disziplin Logik durch Anwendung exakter (mathematischer) Methoden interessiert waren, wird nunmehr die mathematische Logik lediglich als Instrumentarium zur Begründung der Mathematik angesehen.[335] In diesem auf das Instrumentelle beschränkten Konzept unterscheidet sich Zermelos Ansatz von Freges Grundlegungsprogramm, das trotz ähnlicher Zielsetzung auch erkenntnistheoretische Ziele verfolgt. Sieht

[334]Vgl. z.B. Schröder *1890*, 10. und 11. Vorlesung, 396–472.
[335]Vgl. Peckhaus *1988*, 200–202.

man einmal von diesem reduzierten Anspruch an eine Behandlung der Logik ab, so hält sich Zermelos Konzept weitgehend an die seinerzeit anerkannten Logiksysteme von Peano und Schröder, die aber sicher der traditionellen Logik verpflichtet waren, die Zermelo in seinen Schriften als zu überwinden kennzeichnete. Dennoch geht Zermelo über seine Vorbilder hinaus, denn er vermeidet sowohl Schröders ausufernden Stil, der die Praktikabilität von dessen System sehr einschränkte, als auch den Formelsammlungscharakter des Peanoschen *Formulaire*. Von einer durch diese Vorlesung initiierten oder fortgesetzten „Reform der Logik" kann aber keine Rede sein. Denn die von Hilbert skizzierten alternativen Ideen zur Vermeidung der Quantifikation und zum gemeinsamen Aufbau von Mathematik und Logik werden nicht aufgenommen, wohl vor allem deshalb, weil Zermelo diese Ideen Hilberts nicht teilte.[336] Auch wird, anders als in Hilberts Vorlesung über die „Logischen Principien des mathematischen Denkens" (*1905b,c*), der Übergang von der Logik zur Mathematik nicht thematisiert.

4.4 Antrag auf Ernennung zum Extraordinarius

Wie sehr Zermelos persönliche Kontroversen mit inner-fakultativen Streitigkeiten verwoben waren, die sich u.a. an Hilberts noch darzustellenden Ansprüchen entzündeten, bei der Besetzung philosophischer Lehrstühle ein Mitspracherecht zu erhalten, zeigen Vorgänge im Januar 1910, die ausgelöst wurden durch den Antrag der Göttinger Philosophischen Fakultät, dem Privatdozenten Felix Bernstein ein Extraordinariat für Versicherungsmathematik zu verleihen.[337] Am 24. Januar 1910 beantragt die Direktion des mathematisch-physikalischen Seminars,[338] der Minister wolle

> den hiesigen Privatdozenten, Professor Dr. Ernst Zermelo[,] zum ausserordentlichen Professor der Mathematik an unserer Universität unter Belassung seines bisherigen Lehrauftrages für mathematische Logik

[336] Hessenberg berichtet am 7. Februar 1906 seinem Freund Nelson im Zusammenhang einer Kritik am Russellschen Logizismus: „Zermelo ist der Ansicht, daß auch Hilberts Logizismus undurchführbar ist, hält aber Poincaré's Einwendungen für unbegründet" (Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 7.2.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

[337] Der Antrag datiert vom 26.1.1910 (ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 22, Bll. 282 *f.*). Mit diesem Antrag sollte das 1907 in ein Extraordinariat für theoretische Astronomie umgewandelte Extraordinariat für Versicherungsmathematik erneuert werden. Damit sollte zugleich der seit zwei Jahren bestehende Lehrauftrag für Bernstein aufgewertet werden.

[338] ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. 4 Nr. 4 Bd. 5, Bll. 176–178; Entwurf im UA Göttingen, 4/Vc 229, ediert im Anhang von Peckhaus *1990* (53 *f.*).

> und verwandte Gegenstände und unter Beibehaltung seiner bisherigen Remuneration ernennen.

Die Unterzeichner betonen zwar, damit nur eine persönliche Auszeichnung für Zermelo zu wünschen und dem Antrag der Philosophischen Fakultät auf Erteilung des Extraordinariats an Bernstein „keineswegs" widersprechen zu wollen. Dennoch falle aber ihre Bitte „nicht *zufällig*" mit dem Antrag der Fakultät zusammen. Es komme ihnen darauf an, Zermelo nicht durch Bernstein übergangen zu sehen. Zermelo komme zwar aufgrund seines Arbeitsgebietes für das für Bernstein in Aussicht genommene Extraordinariat nicht in Betracht, die Angelegenheit werde aber dadurch „eigentümlich" kompliziert,

> dass bisher Bernsteins wissenschaftliche Leistungen vorwiegend und seine Vorlesungen teilweise rein mathematischer Art gewesen sind. Nicht nur das! Sondern die Arbeiten beider Gelehrter berühren sich in dem Gebiete, in welchem jeder derselben seine Hauptleistung aufzuweisen hat, in der *Mengenlehre*.

Ihrer Ansicht nach sei aber Zermelo nicht nur dem jüngeren Kollegen Bernstein in der Mathematik weit überlegen, sondern sie rechnen ihn auch zu den bedeutendsten jüngeren deutschen Mathematikern überhaupt. Die Tatsache, daß Zermelo bislang noch keinen Ruf erhalten habe, erkläre sich wenigstens zum Teil aus den Reaktionen auf seinen Wohlordnungssatz:

> Er hatte durch sein Hauptergebnis, den sogenannten Wohlordnungssatz, eines der zwei von Cantor, dem Begründer der Mengenlehre, vergebens erstrebten Hauptziele erreicht; er hatte damit die Vergleichbarkeit zweier beliebige[r] Mengen sichergestellt und dadurch der Mengentheorie dasjenige feste Fundament gegeben, welches man vordem vermisst hatte. Und gerade an diese Arbeit Zermelos schlossen sich nun einige *Kritiken*, die nach Ansicht der Sachverständigen unter uns *unberechtigt* sind. Unter jenen Kritikern, die ihm unbeabsichtigt geschadet haben, kommt nun gerade der Kollege *Bernstein* vor, und *wir bitten daher ehrerbietigst, damit kein unrichtiger Schein entsteht, den Anlass der Beförderung Bernsteins zu benutzen, um Zermelo eine Anerkennung zu erweisen, die er lange verdient hat, und ihn auch zum Extraordinarius zu befördern.*

Diese Eingabe hatte keine Konsequenzen mehr, da Zermelo im Frühjahr 1910 als ordentlicher Professor an die Universität Zürich berufen wurde,[339] eine Berufung, die übrigens ebenfalls von Hilbert unterstützt worden war. In seinem

[339] Vgl. Kurator an Ministerium v. 19.10.1910, UA Göttingen, 4/Vc 229.

Gutachten vom 16. Januar 1910[340] hob Hilbert u.a. Zermelos mengentheoretische Arbeiten hervor:

> In der Mengenlehre ist es Zermelo gelungen, das eine der beiden schwierigen Hauptprobleme zu lösen, die sich Georg Cantor vor fast 40 Jahren beim Aufbau der Mengenlehre aufdrängten[. I]ndem er damit die Vergleichbarkeit zweier beliebiger Mengen sicherstellte, gab er der Mengentheorie dasjenige feste Fundament, welches man vor ihm vermisst hatte.

Zermelo zeige sich in allen seinen Publikationen als ein moderner Mathematiker, „der in seltener Weise Vielseitigkeit mit Tiefe verbindet". Voigt, Carl Runge, Sommerfeld und Nernst hätten Hilbert bestätigt, daß Zermelo ein gründlicher Kenner der mathematischen Physik sei, zugleich sei er „*die* Autorität in der mathematischen Logik" und vereine in sich damit „das Verständnis der am weitesten von einander entfernt liegenden Teile in dem gewaltigen Gebiete des mathematischen Wissens". In seinen Vorlesungen vertrete er

> den modernsten Standpunkt des betreffenden Wissenszweiges; sie gehören zu den besten, die hier gelesen werden. Eine stattliche Zahl von heutigen Privatdozenten und Professoren haben aus ihnen Belehrung geschöpft. Noch eben rühmt mir Kollege Landau, der zur Zeit die Vorlesung Zermelos über die logischen Grundlagen der Mathematik[341] regelmäßig hört, wie klar und fesselnd sein Vortrag ist.

4.5 Hilbert und Zermelo

Am 1. Oktober 1941 antwortet Zermelo auf Glückwünsche, die er zu seinem 70. Geburtstag am 27. Juli 1941 von seinem ehemaligen Schüler und Mitarbeiter Paul Bernays, damals Privatdozent an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich, erhalten hat:[342]

> Ich freue mich sehr darüber, daß immer noch einige meiner früheren Kollegen und Mitarbeiter sich meiner erinnern, während ich schon so manche meiner Freunde durch den Tod verloren habe. Man wird eben immer einsamer, ist aber umso dankbarer für jedes freundliche

[340] Entwurf in SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 492, Bll. 4/1 *f*.

[341] Zermelos Vorlesung „Logische Grundlagen der Mathematik" war für das WS 1909/10 in Göttingen angekündigt.

[342] Brief Zermelos an Paul Bernays, dat. Freiburg i.Br., 1.10.1941, ETH-Bibliothek Zürich, Nachlaß Bernays, Hs. 975.5259.

> Gedenken. Wenn ich auch immer noch wissenschaftlich interessiert und beschäftigt bin, so vermisse ich doch allzu sehr jeden wissenschaftlichen Gedankenaustausch, der mir früher, namentlich in meiner Göttinger Zeit so reichlich zuteil geworden war. [...] Über die Auswirkung meiner eigentlichen Lebensarbeit, soweit sie die „Grundlagen" und die Mengenlehre betrifft, mache ich mir freilich keine Illusionen mehr. Wo mein Name noch genannt wird, geschieht es immer *nur* in Verbindung mit dem „Auswahlprinzip"[,] auf das ich *niemals* Prioritätsansprüche gestellt habe. So war das auch bei dem Grundlagen-Kongress in Zürich, zu dem ich nicht eingeladen wurde, dessen Bericht Sie mir aber freundlicherweise zugesandt haben.[343] In *keinem* der Vorträge oder Diskussionen, soweit ich mich bisher überzeugte, wurde eine meiner seit 1904 erschienenen Arbeiten (namentlich die beiden Annalen-Noten von 1908[344] und die beiden in den „Fundamenta" erschienenen[345] im letzten Jahrzehnt) angeführt oder berücksichtigt, während die fragwürdigen Verdienste eines Skolem oder Gödel reichlich breitgetreten wurden. Dabei erinnere ich mich, daß schon bei der Mathematiker-Tagung in Bad Elster mein Vortrag über Satz-Systeme[346] durch eine Intrige der von Hahn und Gödel vertretenen Wiener Schule von der Diskussion ausgeschlossen wurde,[347] und habe seitdem die Lust verloren, über Grundlagen vorzutragen. So geht es augenscheinlich jedem, der keine „Schule" oder Klique hinter sich hat. Aber vielleicht kommt noch eine Zeit, wo auch meine Arbeiten wieder entdeckt und gelesen werden.

In diesem Dokument drückt sich die Resignation eines Mannes aus, der seine Arbeiten immer auch als Medium polemischer wissenschaftlicher Kontroverse verstanden hatte, nun aber nicht mehr in der vordersten Linie der Forschung stand und nahezu aufgehört hatte zu publizieren, u.a. auch deshalb, weil er, wie sich Zermelos Freund Erhard Schmidt einmal gegenüber Abraham

[343] Zermelo spricht hier möglicherweise den Zürcher Kongreß über „Les fondements et la méthode des sciences mathématiques" im Dezember 1938 an; vgl. Gonseth *1941*.

[344] Zermelo *1908a*, *1908b*.

[345] Zermelo *1930*, *1935*.

[346] Zermelo *1931*.

[347] Über das Zusammentreffen von Kurt Gödel und Ernst Zermelo bei der Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Bad Elster im September 1931 berichtet Olga Taussky-Todd in *1987* aus eigener Anschauung. Dort ist im Anhang ein Brief Zermelos an Reinhold Baer vom 7.10.1931 ediert, in dem Zermelo sich über die Ablehnung der gemeinsamen Diskussion seines Vortrages mit dem von Gödel („Über die Existenz unentscheidbarer arithmetischer Sätze in den formalen Systemen der Mathematik") beklagt. Den durch die Tagung in Bad Elster ausgelösten Briefwechsel zwischen Gödel und Zermelo hat Ivor Grattan-Guinness *1979* ediert. Diese Ausgabe wurde *1985* von John W. Dawson durch einen Brief Zermelos aus dem Gödel-Nachlaß ergänzt, zu dem Grattan-Guinness seinerzeit keinen Zugang hatte.

A. Fraenkel geäußert hat, „mit seinen Veröffentlichungen niemand mehr zu ärgern erwarten könne.“[348]

Das Dokument ist aber für den hier betrachteten Kontext noch aus weiteren Gründen interessant. Aus einem Abstand von mehr als dreißig Jahren sieht Zermelo die Zeit in Göttingen als seine produktivste Periode an, seine Arbeiten zu den Grundlagen der Mengenlehre als seine „Lebensarbeit“. Darüber hinaus drücken sich auch hier seine Vorbehalte gegenüber wissenschaftlichen Schulen oder „Kliquen“ aus. Die eigene damit behauptete Schul-Unabhängigkeit war nicht Ergebnis einer schicksalhaften Fügung, sondern eines jedweden Opportunismus verachtenden Dranges nach wissenschaftlicher Handlungsfreiheit. Diesem Drang nach Unabhängigkeit hatte er ja schon im März 1908 Ausdruck gegeben, als er sich bei Nelson über den „schulmäßigen“ Titel von dessen *Abhandlungen der Fries'schen Schule* beklagte und Bedenken äußerte, sich auf ein spezielles philosophisches System festzulegen.[349]

Zermelos Schaffen war aber durchaus nicht unbeeinflußt von wissenschaftlichen Schulen. Ob er es nun selbst so sah oder nicht: Er war Schüler von David Hilbert in dem Sinne, daß er seine eigenen Forschungen an dessen Ideen ausrichtete, dessen Ansätze aufnahm und ausführte. Diese Ideen waren aber alles andere als dogmatische Vorgaben, vielmehr programmatisch formulierte Hinweise auf Forschungsdesiderate, deren mögliche Einlösungen allenfalls skizziert wurden.[350] Zermelo zeigt sich damit durchaus abhängig von den Personen und Diskussionen um ihn herum, seine eigenen Arbeiten sind geprägt von der wissenschaftlichen Atmosphäre, in der sie entstanden sind. Dies gilt sowohl für den Beweis des Wohlordnungssatzes als auch für die Axiomatik der Mengenlehre. Die Zermeloschen Arbeiten sind also nicht unabhängige eigene Schöpfungen, durch die ein neues Forschungsgebiet allererst eröffnet wird. Hierin fehlt es ihnen an Originalität. Mit dieser Deutung soll natürlich noch kein Urteil über die Originalität spezifischer Lösungsansätze getroffen werden. Die Antwort auf die Frage nach den auslösenden Motivationen für Zermelos Axiomatik der Mengenlehre muß also auch außerhalb seiner Person gesucht werden. Es war eben jener „wissenschaftliche Gedankenaustausch“, der Zermelos Arbeiten befruchtete. Und der war in Göttingen geprägt von den Ideen Hilberts.

[348]Fraenkel *1967*, 149, Anm. 55.

[349]Zermelo an Nelson, dat. Glion, 14.3.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Bad Godesberg, Nachlaß Nelson, Box 26.

[350]Ähnliches läßt sich auch über Zermelos Berliner Assistentenzeit bei Max Planck sagen. Zermelos Kontroverse mit Boltzmann stand im Zusammenhang mit Differenzen zwischen Planck und Boltzmann, die zwischen den letztgenannten allerdings erst in einer späteren Debatte (1897–1900) kontrovers ausgetragen wurden (vgl. Hollinger/Zenzen *1985*, 19–28).

Hilbert dankte Zermelo die enge Anbindung seiner Arbeiten an diese Ideen mit seinem Engagement für die Sicherstellung seiner akademischen Existenz. Dieser Einsatz war, bedingt durch Zermelos langwierige Erkrankung und die damit verbundene Einschränkung seiner Arbeitsfähigkeit, nicht ohne Schwierigkeiten. Hilbert soll mit Bezug auf Zermelo gesagt haben:

> Althoff thut alles für die Privatdozenten. Die Fakultäten thun nichts. Kennen Sie eine Fakultät oder glauben Sie, daß es eine giebt, die Zermelo demnächst beruft? Aus Göttingen, ja, aber aus Arosa nicht.[351]

Daß Zermelos Lobby auch in Göttingen keine Berufung durchsetzen konnte, zeigte sich nach dem unerwarteten Tod von Hilberts Freund, Hermann Minkowski, am 12.1.1909.[352] Nicht Zermelo wurde Minkowskis Nachfolger, sondern der Berliner Privatdozent Edmund Landau.[353] Man konnte sich allerdings z.B. im Jahr 1907 auch fragen, wie die Eignung eines Mathematikers für die Mathematische Logik begründet werden konnte, dessen einzige Leistung auf diesem Gebiet bis dahin die *Ankündigung* einer für die Thematik einschlägigen Vorlesung war. Der Anknüpfungspunkt ergab sich aus Hilberts nach 1903 revidiertem Grundlegungsprogramm, durch das die Probleme der Mengenlehre zu Problemen der mathematischen Logik erhoben wurden. Dadurch erst wurden im Rahmen des Hilbertschen Programms mengentheoretische Arbeiten relevant für die mathematische Logik. Im Jahre 1904 hatte Hilbert in seinem Heidelberger Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik“ (*1905a*) die philosophischen, logischen und mathematischen Implikationen der mathematischen Grundlagenforschung aufgewiesen, wobei die Forderung nach einem Widerspruchsfreiheitsbeweis für die arithmetischen Axiome als uneingelöstes Desiderat die weitere Forschung begleiten sollte. Hilberts organisatorische Förderung der Bearbeitung dieser Ge-

[351]Hessenberg an Nelson, dat. Straßburg, 31.7.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[352]Zu diesem die Göttinger Mathematiker erschütternden Ereignis siehe Reid *1970*, 114–117.

[353]Gerhard Hessenberg hatte diese Wahl schon vorhergesehen. Er berichtete Nelson zwei Wochen nach Minkowskis Tod, daß man schon offen über die Neubesetzung des Lehrstuhles rede. „Das beste wäre, man liesse jetzt endlich Zermelo anstellen. Die Vernachlässigung eines unserer hervorragendsten Köpfe ist bereits ein öffentliches Ärgernis und eine böse Schattenseite des an und für sich ja recht erfolgreichen Regiments Felix des Einzigen [gemeint ist Felix Klein]. Noch jeder Ausländer, dem diese Sache ein Novum ist, ist empört, wenn er erfährt, daß Zermelo noch immer Privatdozent ist. — In Betracht kommen, wie ich fürchte[,] *vor* Zermelo, Landau und Blumenthal. Letzterem mis[s]gönne ich es direkt; Landau hätte sich einen solchen Erfolg redlich verdient, aber Berlin würde wieder um einen seiner sehr spärlichen guten Lehrer ärmer ohne Aussicht auf Ersatz“ (Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 27.01.1909, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

genstände durch jüngere Forscher drückte sich in besonderem Maße in seinem Einsatz für Zermelo aus, insbesondere bei der Beschaffung des Lehrauftrages für mathematische Logik. Dieser Lehrauftrag war aber ursprünglich und auch später primär durch die Notwendigkeit geprägt, Zermelo eine Existenz als Forscher und akademischer Lehrer zu ermöglichen. Dieser erste Institutionalisierungsschritt der mathematischen Logik kann damit als Fallbeispiel für den Einfluß eines sozialen Faktums (Privatdozentenmisere) auf die akademische Institutionalisierung einer wissenschaftlichen Disziplin angesehen werden. Unabhängig von den persönlich-sozialen Motiven war Hilberts Einsatz auch eingebunden in eine längerfristige Forschungsstrategie. Bei der Planung des Lehrauftrages spielten somit auch systematische Motive, die sich aus der Einordnung der wertvollen Zermeloschen Forschungen in das Hilbertsche Programm ergaben, eine Rolle. Dazu kamen das forschungspolitische Motiv der Institutionalisierung und ministeriellen Legitimierung eines neuen akademischen Faches mit den Folgen für die Ausbildung des wissenschaftlichen Nachwuchses und das institutspolitische Motiv der Stärkung der eigenen Position innerhalb der Institution durch faktische Anerkennung der im eigenen Organisationsbereich durchgeführten Arbeit.

5 Leonard Nelson und die „Kritische Mathematik"

Auf den 29. Dezember 1916 ist ein Brief von Leonard Nelson an David Hilbert datiert,[354] in dem Nelson Hilberts Wunsch entsprechend seine Gedanken über den Stand des Faches Philosophie in Deutschland, seinen eigenen Werdegang als Philosoph und akademischer Lehrer, die grundlegenden Prinzipien seines philosophischen Systems und seine Pläne zu dessen weiterer Ausgestaltung zusammenfaßt. Dieses bemerkenswerte, 47 Seiten umfassende Dokument trägt auf der zweiten Seite den Schriftzug „Mein Glaubensbekenntnis". Es ist ein Manifest über die Möglichkeit einer „wissenschaftlichen Philosophie", Nelsons Beitrag zu deren Verwirklichung und über die Hindernisse, die ihm dabei in den Weg gelegt worden sind.

„Ich wähle die Form eines Briefes an Sie", schreibt Nelson gleich zu Beginn,

> nicht nur, weil dies der einfachste Weg ist, sondern auch, um zum Ausdruck zu bringen, dass es mir eine besondere Freude und Genugtuung ist, meine Ausführungen in Ihre Hände legen zu dürfen, da ich mir ja keinen verständnisvolleren Beurteiler und besseren Schutzgeist meiner wissenschaftlichen Bestrebungen denken kann.[355]

Diese Bestrebungen galten der Rehabilitierung der Philosophie gegenüber dem Dogma der Unmöglichkeit von „Philosophie als Wissenschaft" und damit der Schaffung einer Disziplin, die durch ihre Methoden Mathematik und Naturwissenschaften ebenbürtig sein sollte. Sein Ziel versuchte Nelson in Wiederaufnahme und enger Anlehnung an das Werk von Jakob Friedrich Fries (1773–1843), Zeitgenosse und Kritiker Hegels,[356] zu erreichen, der mit seiner Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung,[357] seiner *Mathematischen Naturphilosophie*[358] und seiner kritischen *Logik*[359] bewiesen habe,

> zu welcher Fruchtbarkeit die durch ihn dargestellte Personalunion von Philosophie, Mathematik und Physik diesen verschiedenen Disziplinen hätte gereichen können.[360]

[354]Nelson *1916*. Der Brief ist in einem kurzen Auszug zitiert in Eichler/Hart *1938a*, 24–27.

[355]Nelson *1916*, 1.

[356]Vgl. zu Fries z.B. die aus Nachlaßmaterial gearbeitete Biographie des Schwiegersohnes von Fries, Ernst Ludwig Theodor Henke (*1867*), sowie die schon unter dem Eindruck der Wiederaufnahme der Friesschen Philosophie durch Nelson gearbeitete Darstellung von Hasselblatt *1922*.

[357]Fries *1842*, Repr. in Fries *1974*.

[358]Fries *1822*, Repr. in Fries *1979*.

[359]Fries *1837*, Repr. in Fries *1971*.

[360]Nelson *1916*, 9.

Abbildung 5: Leonard Nelson (1882–1927)
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

Nelsons eigene philosophische Systembildung begann mit erkenntnistheoretischen Studien zur Grundlegung der exakten Wissenschaften, die unter dem Einfluß seines Freundes Gerhard Hessenberg in einem besonderen Schwerpunkt Grundlagenfragen der Mathematik betrafen. Dazu schrieb Nelson *1916* retrospektiv in seinem *Glaubensbekenntnis* an Hilbert (S. 14 *f.*):

> Ich darf vielleicht hier den Umstand erwähnen, dem ich die erste Bekanntschaft mit Ihrem Namen verdanke, und den ich als eine der glücklichsten Fügungen meines Lebens betrachte. In meiner Primanerzeit gab mir Hessenberg, der damals selbst noch junger Assistent an der technischen Hochschule in Charlottenburg war, Privatunterricht, den wir sehr bald durch mathematisch-philosophische Unterhaltungen in

> die Sphären unserer beiderseitigen Interessen rückten. Bei dieser Gelegenheit — wir hatten gerade über den Entwurf eines geometrischen Axiomensystems gesprochen, den ich ihm vorgelegt hatte, — wies mich Hessenberg, mit Ausdrücken begeisterter Verehrung für den Verfasser, auf Ihr eben erschienenes Buch über die Grundlagen der Geometrie hin und machte mich zum ersten Mal mit der Tatsache bekannt, dass Göttingen, wie vor 100 Jahren durch Gauss, zum Mittelpunkt der mathematischen Forschung geworden war.

Seine Entscheidung für Göttingen habe er nicht bereut (15 *f.*):

> Nicht nur, dass alle tüchtigen Schüler, die ich gehabt habe, fast ausschliesslich Mathematiker und mathematische Physiker aus Ihrer Schule waren, sondern ich selbst habe unter den Lebenden keinen Lehrer gefunden ausser Ihnen.

„Ein Milieu, wie es sich in Göttingen bietet", sei für ihn sehr wertvoll (17), denn seine Arbeit könne nur von solchen gewürdigt und verstanden werden, die durch die Schule der Mathematik gegangen seien (16). „Es wäre für mich eine trostlose Aussicht, auf ein Schülermaterial verzichten zu müssen, wie es mir allein durch Ihren Einfluss geliefert werden kann" (17).

Die Ausstrahlung Nelsons, seine schulbildende Kraft und die Gegenstände seiner Philosophie führten zu einer ungemein wirkungsvollen, wenn auch nicht immer spannungsfreien Zusammenarbeit zwischen den Mathematikern um Hilbert und dem Kreis um Nelson,[361] die Richard Courant, 1907 als Student nach Göttingen gekommen, in seinen Erinnerungen an „Hilberts Göttingen" (*1981*, 157) wie folgt beschreibt:

> The very interesting personality of Nelson played a very great role, and there was very much interaction between groups of mathematicians and groups of philosophers. It was really an extremely colorful and

[361] Max Born berichtet in seinen Erinnerungen (*1975*), daß er als Privatdozent an Nelsons Privatseminaren teilgenommen habe. Nach kritischen Diskussionsbeiträgen sei er aber von Nelson gebeten worden, auf eine weitere Teilnahme zu verzichten. Daraufhin hätten er und sein Freund v. Kármán die ganze Friessche Schule zu einer Diskussion über die Grundprinzipien ihrer Philosophie herausgefordert. Diese Diskussion endete mit einer Niederlage Borns und v. Kármáns, weil sie gegen das rhetorische Geschick Nelsons nicht ankamen, aber auch, weil sie ihren empiristischen Standpunkt in systematischer Hinsicht nicht als Alternative zum idealistischen System Nelsons darzustellen vermochten. „Ich finde", so schreibt Born (*1975*, 144), „es war ganz richtig, daß er für seine idealistischen Ansichten mit allen möglichen Mitteln kämpfte. Denn wir hatten nichts Besseres anzubieten. Ich fühlte dies in meinem tiefsten Herzen, überwand meine anfängliche Abneigung und verkehrte anschließend mit Nelson und seinen Anhängern auf freundschaftlichem Fuß."

> intense group of people, all in more or less close contact with each other.

Eines der Ziele dieses und des folgenden Kapitels besteht darin, die von Courant angesprochene Interaktion zwischen Mathematikern und Philosophen in Göttingen aufzuarbeiten. In der hier vorrangig betrachteten frühen Phase der Göttinger mathematischen Grundlagenforschung fand dieser Austausch vor allem zwischen dem Kreis um Hilbert auf der mathematischen und Nelson und seinen Anhängern auf philosophischer Seite statt. Die phänomenologische Diskussion mathematischer Grundlagenfragen übte dagegen in dieser Phase nur wenig Einfluß aus. Sie bleibt deshalb hier außer Betracht. Husserl selbst hatte sich nur in seinem ersten Göttinger Semester mit dem zweiteiligen Vortrag in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft über „Durchgang durch das Unmögliche und die Vollständigkeit eines Axiomensystems“ hervorgetan.[362] Die Diskussion dieser Themen unter seinen Schülern im Kreis um Adolf Reinach, der sich 1909 bei Husserl habilitiert hatte, erhielt erst in den zwanziger und dreißiger Jahren dieses Jahrhunderts über Philosophen und Mathematiker wie Hans Lipps und nicht zuletzt Hermann Weyl Eingang in die Grundlagendiskussion auch der Mathematiker.[363]

Für Nelson gehörte es zu den Aufgaben des Philosophen, nicht nur eine Lehre zu entwickeln und gegenüber Fachleuten zu vertreten, sondern auch zu deren Verbreitung beizutragen. Diese Aufgabe versuchte er bis zu seinem frühen Tode am 29. Oktober 1927 in Göttingen in konsequenter Weise umzusetzen. Die Breitenwirkung von Nelsons systematischem Ansatz sollte durch die Gründung einer wissenschaftlichen Schule gesteigert werden. Dabei war die Friessche Philosophie das einigende Band der von ihm ins Leben gerufenen Gemeinschaften, von den philosophischen Diskussionskreisen, die Nelson schon während seiner Berliner Zeit gründete, über die Neue Fries'sche Schule

[362]Husserl hielt diesen Vortrag, in dem er Vorarbeiten zum geplanten 2. Band seiner *Philosophie der Arithmetik* (1. Band *1891*) wieder aufnahm, in den Sitzungen am 26.11. und 10.12.1901 (*JDMV* **11** [1901], 72, 147). Es handelt sich dabei um den von Husserl mehrfach erwähnten „Göttinger Doppelvortrag“, zu dem sich im Husserl-Nachlaß unter dem Umschlagtitel „Das Imaginäre: ad Vortrag Göttingen 1901“ Notizen finden, deren Haupttext unter dem Titel „Das Imaginäre in der Mathematik“ von Lothar Eley ediert worden ist: Husserl *1970*, 430–444. Die von Eley offengelassene Datierung dürfte mit dem Nachweis der Berichte in den *Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* geklärt sein. Der Husserlschen Diktion folgend müßte der in *JDMV* genannte Titel „Durchgang durch das Unmögliche“ wohl in „Durchgang durch das Imaginäre“ geändert werden. Husserl faßt „den Titel ‚imaginär‘ möglichst weit, wonach auch das Negative, ja selbst Brüche, die Irrational-Zahl und dgl. als imaginär gelten kann“ (Husserl *1970*, 432 *f.*).

[363]Einblicke in die phänomenologische Grundlagendiskussion im Reinach-Kreis gibt Schuhmann *1987* und *1989*, dort unter Konzentration auf die Rolle von Hans Lipps. Zum Verhältnis zwischen Weyl und Husserl vgl. Tonietti *1988*.

bis zur Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft, mit der eine Institutionalisierung der Förderung Friesscher Philosophie erreicht wurde. Die Fries-Nelsonsche Philosophie erhielt über Wilhelm Bousset und Rudolf Otto sogar Einfluß auf die Göttinger Religionsgeschichtliche Schule.[364]

Bei diesen Bemühungen war der schleppende Verlauf von Nelsons akademischer Karriere sehr hinderlich: zwei Anläufe zur Promotion, fünf Jahre bis zur Habilitation, weitere 10 Jahre bis zur Ernennung zum Professor. *1916* (18 *f.*) beklagt er sich bei Hilbert, daß es ihm nicht gelinge,

> trotz vieler schönen [sic!] Erfolge, die ich habe, und trotz der reichen und lebendigen Beteiligung, die meine Vorlesungen und Uebungen finden, Schüler festzuhalten. Denn da es meinen Schülern nicht möglich ist, bei mir, als einem Privatdozenten, zu promovieren, so muss ich die von mir Ausgebildeten in einen anderen Beruf entlassen als in den, für den ich sie ausgebildet habe. Ein Fachphilosoph muss sich ja an einen Lehrer halten, durch den er in den Besitz von Prüfungsurkunden gelangen kann. Und darum bleiben mir als Schüler nur solche, die Philosophie lediglich im Nebenfach betreiben. Es haben sich tatsächlich schon eine ganze Reihe meiner Schüler habilitiert, in Mathematik, Physik, Physiologie, gelegentlich auch in Theologie, aber noch keiner in Philosophie. [...] Dies alles beeinträchtigt meine Wirksamkeit natürlich sehr. Denn es fehlen mir unter diesen Umständen gerade die Schüler, auf die [es] für die Bildung der Schule und die Ausbreitung der Lehre am meisten ankommt, nämlich die, welche sowohl der Form als auch dem Stoff mit gleichem Interesse entgegenkommen, und das können nur die Philosophen von Fach sein.

Schulen sollten Nelson nicht nur zur Schaffung von Allianzen bei der Propagierung seines philosophischen Systems dienen, sondern auch der pädagogischen Vorbereitung und tatsächlichen Umsetzung praktisch-philosophischer Normen. In diesem Sinne waren der 1918 von ihm gegründete Internationale Jugend-Bund (IJB) und der 1925 darauf aufbauende Internationale Sozialistische Kampf-Bund (ISK) als internationale Sammlungsbewegungen konzipiert, mit denen die „kompromißlose Übersetzung eines in sich geschlossenen

[364]Nelson schrieb an Hilbert (*1916*, 20): „Dass es mir trotz alledem gelungen ist, eine Theologenschule (durch Otto und Bousset) ins Leben zu rufen, beweist nichts gegen die Ungunst der Verhältnisse, sondern ich sehe darin nur ein Zeichen dafür, dass mir die Wirksamkeit im Grossen nicht versagt zu bleiben braucht, wenn es mir erspart bliebe, meine Kräfte im Kampf mit den aus meiner schwierigen äusseren Stellung erwachsenden Widerwärtigkeiten aufzureiben.“ In der Literatur werden Rudolf Otto (1869–1937) und Wilhelm Bousset (1865–1920) allerdings nicht als Exponenten einer eigenen Schule behandelt, sondern der Göttinger Religionsgeschichtlichen Schule zugeordnet, die um 1890 ihren Ausgang nahm. Vgl. Lüdemann/Schröder *1987*, dort auch tabellarische Lebensläufe von Otto (75–77) und Bousset (55–63).

Werkes in die politische Praxis" angestrebt wurde (Meyer *1982*, 585). Obwohl diese Institutionen im Dritten Reich zerschlagen wurden, überlebte deren Gedankengut im Widerstand und hat heute in der Philosophisch-Politischen Akademie in Frankfurt a.M. eine Heimstatt gefunden.

5.1 Der Philosoph und seine Schule

Das Andenken an Nelson wurde vor allem durch biographische Beiträge und Erinnerungen aus seinem Schülerkreis der letzten Jahre aufrechterhalten.[365] Auch die erste aus den Quellen gearbeitete institutionengeschichtliche Untersuchung behandelt mit der Geschichte von IJB und ISK die Spätphase Nelsonschen Wirkens.[366] In dieser Spätphase arbeitete Nelson seine politische Philosophie, Rechtsphilosophie und Ethik aus, Konzepte, die über seine Schüler Willi Eichler, Gerhard Weisser und Grete Henry-Hermann prägenden Einfluß auf das Godesberger Programm der SPD von 1959 gewannen.[367]

Für eine Aufarbeitung der Biographie Nelsons stehen umfangreiche Materialien aus seinem allerdings geteilten Nachlaß zur Verfügung. Dessen kleinerer Teil gelangte über die Philosophisch-Politische Akademie, Frankfurt a.M., in das Archiv der sozialen Demokratie in Bad Godesberg, der „Hauptnachlaß" in das Zentrale Staatsarchiv der DDR, Dienststelle Potsdam, wo die Bestände inzwischen zwar der Forschung zugänglich sind, bisher offenbar aber noch kaum genutzt wurden.[368] Teile des erstgenannten Nachlaßbestandes, insbesondere der umfangreiche Briefwechsel Nelsons mit seinen Eltern, sind von Erna Blencke *1960* und *1983* in detailreichen Studien über die Zeit von 1891 bis 1916 verarbeitet worden. Die Materialien des erstgenannten Aufsatzes und weitere nachgelassene Dokumente wurden von Ekkehard Hieronimus *1964* für eine geschlossene, wenn auch knappe Biographie Nelsons verwendet. Von Erna Blencke stammt die erste und bisher einzige Darstellung zur Geschichte der Neuen Fries'schen Schule und der Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft (*1978*).

Trotz der an sich guten Quellenlage fehlt bis heute eine umfassende Darstellung von Biographie und Werk Nelsons auf der Grundlage des gesamten verfügbaren Quellenmaterials. Insbesondere ist eine Einbettung von Nelsons erkenntnis- und grundlagentheoretischen Arbeiten in ihren Entstehungskontext bisher noch nicht durchgeführt worden.[369] Dazu tritt der Umstand, daß sich eine systematische Auseinandersetzung mit Nelsons Philosophie der Mathematik im Rahmen seiner Erkenntnistheorie bisher nur in wenigen Studien niedergeschlagen hat,[370] die zudem meist ausschließlich auf das Werk Nelsons zentriert sind und zeitgenössische Einflüsse und Diskussionskontexte außer acht lassen. Dies gilt auch für die tiefgehenden Analysen, die anläßlich von Nelsons 50. Todestag auf dem Leonard-Nelson-Symposium im Oktober 1977 in Göttingen vorgestellt wurden. Der Kongreßband (Schröder *1979*) enthält u.a. Beiträge von Stephan Körner über den philosophischen Kritizismus Nelsons (*1979*), von Paul Lorenzen über die methodischen Parallelen bei der Behandlung von Geometrie und Ethik[371] und von Klaus Mainzer (*1979*) über Nelsons Philosophie der Geometrie.

Auch die vorliegende Arbeit wird nur ein Schritt hin zu einer aus den Quellen gearbeiteten wissenschaftlichen Biographie Nelsons sein. Es soll versucht werden, das von Gerhard Hessenberg und Leonard Nelson unter Aufnahme Friesscher Gedanken entwickelte Konzept einer Kritischen Mathematik in den Kontext der neofriesschen Erkenntnistheorie und des Hilbertprogramms einzuordnen. Diese nur skizzenhafte Darstellung wird durch eine ausführliche Untersuchung der Arbeiten der Neuen Fries'schen Schule über die Antinomien der Mengenlehre ergänzt. Im Mittelpunkt stehen Entstehungskontext und Entstehungsgeschichte der von Kurt Grelling und Leonard Nelson *1908* vorgelegten Arbeit „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti". Darüber hinaus sollen in einem gesonderten Kapitel die Wechselfälle von Nelsons akademischer Karriere unter Konzentration auf Hilberts Engagement für seinen philosophischen Protegé behandelt werden. Dabei soll deutlich werden, wie eng Hilberts wissenschafts-, instituts- und personalpolitische Maßnahmen mit seinen grundlagentheoretischen Überlegungen verbunden waren.

[365] Vgl. z.B. Eichler/Hart *1938b*, Eichler *1972*, Henry-Hermann *1985b*, sowie einzelne Beiträge in Specht/Eichler *1953*. Vgl. zur Biographie auch Miller *1982*, Meyer *1989* und den Ausstellungskatalog ***Wie Vernunft praktisch werden kann***, der die Weiterentwicklung Nelsonscher Philosophie in diesem Schülerkreis eindrucksvoll dokumentiert.

[366] Link *1961*; die Arbeit wurde von Klär *1982* anhand neuen Quellenmaterials ergänzt.

[367] Meyer *1982*, 585: „In einem bestimmten Sinne ist Nelsons Lehre damit zu einer Hintergrundtheorie des geltenden sozialdemokratischen Grundsatzprogramms geworden".

[368] Zur Überlieferungsgeschichte der Nachlaßteile s. Klär *1982*, Schubring *1986* und Blencke *1978*, 203 *f.*, Fußnote 24.

[369] Ansätze bietet allerdings Heinz-Joachim Heydorns „Einführung" zu der von ihm herausgegebenen Auswahlsammlung Nelsonscher Schriften (*1974*).

[370] Dies trifft weniger auf die Würdigungen zu, die aus Anlaß von Nelsons Tod veröffentlicht worden sind, z.B. Meyerhof *1928*, Bernays *1928*, vgl. auch Falkenfeld *1928*. Vgl. an neueren Studien Acero Fernández *1974*.

[371] Lorenzen *1979a*; der Beitrag erschien darüber hinaus in der deutsch- und in der englischsprachigen Ausgabe von *Ratio* (*1979b,c*).

5.2 Auf dem Weg zur Institutionalisierung Friesscher Philosophie

Leonard Nelson wurde am 11. Juli 1882 in Berlin geboren.[372] Sein Vater Heinrich Nelson war ein erfolgreicher jüdischer Rechtsanwalt, seine Mutter Elisabeth war eine geborene Lejeune-Dirichlet, verwandt mit den Familien von Felix Mendelssohn-Bartholdy und Du Bois-Reymond und mit dem Philosophen Paul Hensel. Im Jahr 1896 hatte Nelson den ersten richtungsweisenden Kontakt zur Friesschen Philosophie, als ihm zur Konfirmation Ernst Halliers *Kulturgeschichte des neunzehnten Jahrhunderts*[373] geschenkt wurde.[374]

Noch während seiner Schulzeit am Französischen Gymnasium in Berlin gründete Nelson einen philosophischen Diskussionskreis, dem neben dem Rumänen Marcel T. Djuvara[375] auch Otto Meyerhof und nicht zuletzt der damalige Assistent für Mathematik Gerhard Hessenberg angehörten. Bei Hessenberg nahm Nelson als Primaner private Mathematikstunden.[376]

Im Sommersemester 1901 nahm Nelson sein Studium in Heidelberg auf. Er hörte u.a. Vorlesungen bei Kuno Fischer, Logikvorlesungen bei seinem Onkel Paul Hensel und das mathematische Kolleg von Leo Königsberger, das ihn außerordentlich beeindruckte. Nach der ersten besuchten Vorlesung berichtete er den Eltern:

> Dann Königsberger, war prachtvoll, wenn auch sehr anfechtbar. Er „bewies", daß die ganze Mathematik Sache der mehr oder weniger guten Beobachtung wäre und deshalb auch die ersten Sätze nie bewiesen, also auch nie sichergestellt werden können. Deshalb sollten wir auch nicht glauben, daß er mit dem, was er uns sagte, endgültig recht hätte. Wir könnten überhaupt nichts a priori wissen, nur das könnten wir a priori sagen, daß wir nichts a priori sagen können. Diese Vorlesung werde ich sicher belegen.[377]

Vom Wintersemester 1901/02 bis zum Sommersemester 1903 studierte Nelson in Berlin. Anfang des Jahres 1903 arbeitete er an einer ersten größeren

[372] Die Darstellung folgt vor allem Hieronimus *1964*.

[373] Hallier *1889*. Das vierte Buch ist überschrieben: „Fortschritte und Rückschritte der Philosophie nach Kant." Es enthält zwei Paragraphen über die „mathematisch-naturwissenschaftliche Schule", in denen vor allem Fries und Apelt behandelt werden (145–186).

[374] Eichler/Hart *1938b*, XVII, Fußnote. Nelson hielt später engen Kontakt zu Hallier und seiner Familie. Aus seiner Feder stammt auch der Nachruf auf Hallier in den *Kant-Studien* (Nelson *1906b*).

[375] Vgl. Blencke *1978*, 199, Anm. 1.

[376] Nelson *1916*, 15; Blencke *1960*, 10.

[377] Nelson an die Eltern, Ende April 1901, zit. nach Blencke *1960*, 11.

wissenschaftlichen Arbeit, möglicherweise an der Abhandlung „Die kritische Methode und das Verhältnis der Psychologie zur Philosophie".[378] Mit Hilfe dieser Arbeit versuchte Nelson, zu einer der Übungen des Psychologen Carl Stumpf zugelassen zu werden, ohne eine größere Vorlesung über Psychologie gehört zu haben. Stumpf lehnte ab.[379]

Zum Wintersemester 1903/04 wechselte Nelson nach Göttingen. Er reichte gleich, gerade im 6. Semester stehend, seine Schrift über die „Kritische Methode" bei Julius Baumann als Dissertation ein. Baumann wies die Arbeit vor allem deshalb zurück, weil sie, wie er in einem Gutachten schrieb, keine selbständige Arbeit sei, sondern vor allem Friessche Gedanken vertrete.[380] Nelson widmete sich daraufhin der Ausarbeitung der Studie *Jakob Friedrich Fries und seine jüngsten Kritiker* (*1904a*, *1905a*), die er ein halbes Jahr später als Dissertation einreichte und die von Julius Baumann sehr wohlwollend aufgenommen wurde. Die Doktorprüfung bestand Nelson Ende Juli 1904 in den Fächern Philosophie (bei Baumann), Theoretische Physik (bei Emil Wiechert) und Psychologie (bei Georg Elias Müller).

In Göttingen schritt Nelson zur Gründung eines festen philosophischen Kreises. Alexander Rüstow erinnerte sich an die Gründungsphase der „Neuen Fries'schen Schule":

> Ich kam zum Wintersemester 1903 gleichzeitig mit Nelson nach Göttingen, er als Doktorand, ich als erstes Semester. Wir waren dort drei Semester lang zusammen, und mit der ihm eigenen pädagogischen Penetranz bekehrte er mich sogleich zur Fries'schen Philosophie. Ich war dann zusammen mit Carl Brinkmann[381] und Heinrich Goesch (gestorben 1930 als [richtig: ehemaliger] Professor an der Kunstakademie [richtig: Akademie für Kunstgewerbe], Dresden. Käthe Kollwitz, mit

[378] Nelson *1904b*, wieder in Nelson *1970*, 9–78. Vermutung von Blencke *1960*, 16; Hieronimus *1964*, 95, bezeichnet dies als unklar.

[379] Vgl. die Karte Stumpfs an Nelsons Schwester Lotte, dat. (Berlin) 27.8.1903 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26). Vgl. auch Blencke *1960*, 16.

[380] Baumann erwähnt die Ablehnung der ersten Schrift in seinem Gutachten über die zweite eingereichte Dissertation in der Promotionsakte, UA Göttingen, Az. Philos. Nr. 1904 b I, Nr. 30. In seinem Brief an Hilbert (*1906*, 20 *f.*) schreibt Nelson über seinen ersten Promotionsversuch: „Meine Schrift über die „kritische Methode", die ich als Dissertation eingereicht hatte, wurde zurückgewiesen, weil man erstens nicht eine Darstellung eigener Ueberzeugungen von mir wünschte, es zweitens überhaupt übel nahm, dass ich eine eigene Ueberzeugung hatte, und weil drittens die Arbeit kein so dickes Buch darstellte, dass man ihr wissenschaftliches Gewicht hätte zuerkennen können."

[381] Carl Brinkmann (* 19.3.1885 in Tilsit, † 30.5.1954 in Oberstdorf), Historiker, Soziologe und Volkswirtschaftler, seit 1947 o. Prof. in Tübingen; s. Blencke *1978*, 200, Fußnote 6.

deren Nichte er verheiratet war, hat ihm eine Grabrede gehalten) eines der drei Gründungsmitglieder der Neuen Fries'schen Schule.[382]

Zu den ersten Mitgliedern gehörte wohl auch der Medizinstudent Ernst Blumenthal.[383] Erna Blencke (*1960*, 18) nennt als weitere Diskussionspartner Nelsons den Theologen Rudolf Otto und den Studenten der Psychologie Walter Baade.[384]

5.2.1 Die ersten Weggenossen: Gerhard Hessenberg, Otto Meyerhof, Heinrich Goesch, Alexander Rüstow, Kurt Grelling

Die Entwicklung der neofriesschen Philosophie war in hohem Maße von der Diskussion philosophischer Gegenstände in der Neuen Fries'schen Schule geprägt, und ihre Wirkung war von dem Einsatz abhängig, den Nelson und seine Mitarbeiter zu ihrer Durchsetzung zeigten. In Fragen der Philosophie der Mathematik gehörten zu diesen Mitstreitern vor allem Gerhard Hessenberg, Otto Meyerhof, Heinrich Goesch, Alexander Rüstow und Kurt Grelling. Die erstgenannten waren Gründungsmitglieder der Neuen Fries'schen Schule. Kurt Grelling kam zwar erst zum Wintersemester 1905/06 nach Göttingen, wurde aber einer der engsten Mitarbeiter Nelsons bei der Behandlung von mathematischen Grundlagenfragen, aber auch in politischen Dingen.

Gerhard Hessenberg Gerhard Wilhelm Hessenberg wurde am 16. August 1874 als Sohn des Juweliers Friedrich August Hessenberg und der Kaufmannstochter Marie Julie, geb. Lindheimer, in Frankfurt a.M. geboren.[385]

[382] Alexander Rüstow an Martin H. Schaefer, dat. Heidelberg, 19.9.1958, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson (Martin H. Schaefer), Box 6; mit einigen Abweichungen zit. auch in Blencke *1978*, 199 *f*.

[383] Vgl. Goesch an Nelson, undat. Postkarte, Poststempel Berlin, 31.12.1903 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27). Goesch wollte einen weiteren Philosophen in den Kreis einführen: „in diesem Falle könnte vielleicht die Gesellschaft auch ohne mich und Blumenthal, der ja Examen macht, fortbestehen." Ernst Blumenthal starb im Januar 1911 an einer Scharlachinfektion, die er sich als Kinderarzt im Kinderkrankenhaus Breslau zugezogen hatte.

[384] Walter Baade aus Elsterwerda war von 1903 bis 1906 als Student der Naturwissenschaften und Philosophie (Psychologie) in Göttingen eingeschrieben.

[385] Zur Biographie vgl. vor allem die Nachrufe von Hessenbergs Studienkollegen und Freund Rudolf Rothe (*1926*, *1927*), den Artikel von Hessenbergs Schulkameraden Wilhelm Lorey (*1926*) und von Hellmuth Falkenfeld über „Gerhard Hessenberg als Philosoph" (*1925*). Vgl. auch die kurzen Notizen „Gerhard Hessenberg †" in der *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* und von Christian Hermann in den *Sozialistischen Monatsheften* (*1925*) sowie den Artikel in der *Neuen Deutschen Biographie* (Benz *1972*) und die Einträge im *Poggendorff*, Bd. 5.1 (1926), 533; 6.2 (1937), 1104.

Abbildung 6: Gerhard Hessenberg (1874–1925)
Archiv der sozialen Demokratie, Bad Godesberg,
Nachlaß Nelson

Nach dem Schulbesuch in Frankfurt studierte er zunächst in Straßburg unter Friedrich Kohlrausch Physik, vom dritten Semester an widmete er sich in Berlin ganz dem Studium der Mathematik, das er zuvor schon begonnen hatte. Unter den Berliner Mathematikern machte Hermann Amandus Schwarz den größten Eindruck auf Hessenberg. Hessenberg war in dessen Haus ein häufiger und gern gesehener Gast (Rothe *1926*, 28). Bei einem dieser Besuche dürfte er auch mit Ernst Zermelo bekannt geworden sein. Hessenberg promovierte 1899 (*1900*) und habilitierte sich auf Anregung seines

Lehrers, des Geometers Guido Hauck, 1901 an der Technischen Hochschule Charlottenburg für Darstellende Geometrie. Seine Lehrbefugnis wurde später auf reine Mathematik erweitert. Im Herbst 1901 gehörte Hessenberg zu den 38 Gründungsmitgliedern der Berliner Mathematischen Gesellschaft (Rothe *1926*, 30). 1904 erhielt er die Dozentenstelle für Mathematik an der Militärtechnischen Akademie in Charlottenburg, und kurze Zeit später wurde ihm der Titel Professor verliehen. 1907 wurde er an die Landwirtschaftliche Akademie in Bonn-Poppelsdorf berufen, in eine Atmosphäre, die ihn nach dem Zeugnis Rothes (*1926*, 30) nur wenig befriedigte. Er habilitierte sich zusätzlich an der Universität Bonn und übte dort von 1908 bis 1910 einen Lehrauftrag für höhere Geodäsie und technische Mechanik aus. Im Sommer 1910 folgte er einem Ruf als Professor für Darstellende Geometrie und graphische Statistik an die neugegründete Technische Hochschule in Breslau. Dort wurde er 1914 zum Rektor gewählt. Dieses Amt hatte er zwei Jahre inne. 1918 erhielt Hessenberg Berufungen auf einen neuzuschaffenden Lehrstuhl für angewandte Mathematik in Tübingen und an die Berliner Universität. Daß er den Ruf nach Berlin ablehnte und nach Tübingen ging, hatte familiäre Gründe, denn in der schwäbischen Stadt hatten Hessenbergs Schwiegereltern nach ihrer Vertreibung aus Straßburg Zuflucht gefunden. Politisch bekannte sich Hessenberg zum Liberalismus. Er gehörte der Ortsgruppe Tübingen der Deutschen Demokratischen Partei an.[386] 1925 nahm er einen Ruf an die TH Charlottenburg an, starb aber, kurz nachdem er sein Amt angetreten hatte, in der Nacht vom 15. auf den 16. November 1925 in Berlin.[387]

In die Zeit seiner Tätigkeit an der Militärtechnischen Akademie in Charlottenburg fällt eine von Hessenbergs größten mathematischen Leistungen, der Beweis des Desarguesschen Satzes aus dem Pascalschen (*1905*), „ein Meilenstein in den Grundlagen der Geometrie" (Benz *1972*, 24). Dabei handelt es sich um die Umkehrung eines Beweises in Hilberts „Grundlagen der Geometrie" (*1899*). Die Beschäftigung mit Hilberts Grundlagenbuch hatte ihn aber schon vorher auf methodische Fragen in den Grundlagen der Mathematik geführt, die er zusammen mit Leonard Nelson diskutierte. Sein Vortrag „Über die kritische Mathematik" vom November 1903 (*1904a*) stellte erstmals eine Verbindung zwischen Hilberts axiomatischem Programm und der Friesschen kritischen Methode in der Mathematik her. Von Nelson als Mitherausgeber der Neuen Folge der *Abhandlungen der Fries'schen Schule* gewonnen, behandelte Hessenberg gleich im ersten Heft „Das Unendliche in der Mathematik"

[386]Vgl. den Nachruf „Professor Hessenberg †" im „Organ der Deutschen Demokratischen Partei Württembergs" *Der Beobachter* vom 28.11.1925.

[387]Die Todesanzeige nennt den 16.11.1925 (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 151/Beilage).

(*1904b*), eine Arbeit, die zwei Jahre später in dem großen Werk „Grundbegriffe der Mengenlehre" ihre Fortsetzung fand. Die letztgenannte Arbeit enthält erstmals eine Gesamtdarstellung der Cantorschen Mengenlehre.[388] Hessenberg untersuchte darüber hinaus einige Spezialprobleme in der Mengenlehre (*1907b*), auch im Anschluß an Zermelos Axiomatisierung (Hessenberg *1909b*). Ein Schwerpunkt von Hessenbergs mathematisch-philosophischen Untersuchungen waren Arbeiten über die Natur der mathematischen Anschauung, u.a. zur Widerlegung des v. Helmholtzschen Schlusses vom nicht-logischen auf den empirischen Ursprung mathematischer Gewißheit. Diese Kritik hatte er schon in dem Aufsatz „Über die kritische Mathematik" (*1904a*) angedeutet und in der großen Arbeit „Kritik und System in Mathematik und Philosophie" ausgeführt.[389] Hessenberg war von Anbeginn an in die Antinomiendiskussion der Neuen Fries'schen Schule involviert. Zur gemeinsamen Arbeit von Grelling und Nelson (*1908*) steuerte er einen Anhang bei (Hessenberg *1908a*), und noch im selben Jahr veröffentlichte er in den *Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* den Aufsatz „Willkürliche Schöpfungen des Verstandes" (*1908b*), der der Widerlegung einiger Lösungsversuche der Antinomien galt, in seinem Schlußteil aber auch eine Kontroverse um Philipp Franks These von der Konventionalität des Kausalgesetzes eröffnete.[390]

Otto Meyerhof Otto Fritz Meyerhof wurde am 12. April 1884 in Hannover geboren.[391] 1888 siedelte seine Familie nach Berlin über, wo Meyerhof die Schule besuchte. Vom WS 1903/04 an studierte er Medizin an den Universitäten in Berlin, Freiburg i.Br., Straßburg und Heidelberg. Nach dem Staatsexamen 1908 promovierte er 1910 in Heidelberg mit der in strenger Anlehnung an Fries und Nelson (Hieronimus *1964*, 69) durchgeführten Untersuchung „Beiträge zur psychologischen Theorie der Geistesstörungen", die zwei Jahre später in den *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. erschien (Meyerhof *1912*). Danach trat Meyerhof als Assistent in die Klinik

[388]Der Bericht von Arthur Schoenflies für die Deutsche Mathematiker-Vereinigung über *Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten* (*1900*, *1908*) war noch nicht vollendet.

[389]Hessenberg *1907*; vgl. auch seinen Beitrag für den Mathematiker-Kongreß 1908 in Rom über „Zaehlen und Anschauung" (*1909a*).

[390]Frank vertrat diese These in dem Aufsatz „Kausalgesetz und Erfahrung" (*1907*) und arbeitete sie in seinem großen Werk *Das Kausalgesetz und seine Grenzen* (*1932*) unter Berücksichtigung der Hessenbergschen Einwände aus. Vgl. Franks Reaktion auf Hessenbergs Kritik (*1908a*) sowie die Repliken Hessenberg *1908c*, Frank *1908b*.

[391]Zur Biographie vgl. Hieronimus *1964*, 57–84, der den Briefwechsel zwischen Meyerhof und Nelson ausgewertet hat (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 29); Strauss/Röder *1983*, 814; Schweiger *1985*; Drüll *1986*, 180; Nachmansohn *1988*, 264–288.

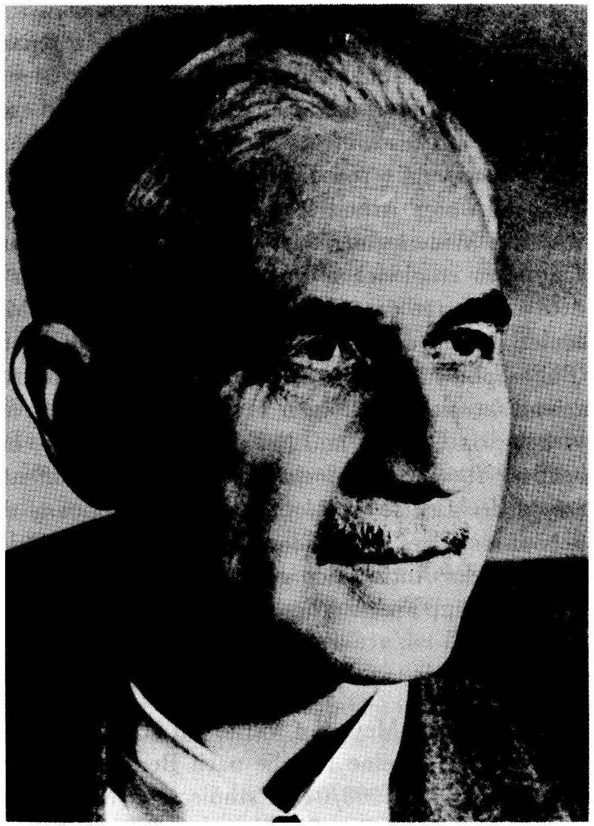

Abbildung 7: Otto Fritz Meyerhof (1884–1951)
Universitätsarchiv Heidelberg

von Professor Ludolf Krehl ein, in der „vorzugsweise die Grenzgebiete zwischen Medizin und Physiologie erforscht wurden".[392] In Heidelberg und bei einem Forschungsaufenthalt an der Zoologischen Station in Neapel arbeitete er mit dem Physiologen Otto Warburg zusammen. 1912 ging Meyerhof nach Kiel, wo er sich 1913 habilitierte. Sein Habilitationsvortrag „Zur Energetik der Zellvorgänge" erschien *1914* in den *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. Von 1913 bis 1924 gehörte er der Physiologischen Abteilung der Universität Kiel an. 1918 wurde er zum Titularprofessor, 1921 zum außerordentlichen Professor ernannt. 1923 erhielt er zusammen mit dem Briten Archibald Vivian Hill den Nobelpreis für Medizin und Physiologie für das

[392] Hieronimus *1964*, 70; vgl. zu Krehl und seiner Klinik Schettler *1985*.

Jahr 1922. Von 1924 bis 1930 leitete er die eigens für ihn eingerichtete Forschungsstelle für Physiologie im Kaiser-Wilhelm-Institut für Biologie in Berlin. Von 1929 bis 1938 war er ordentlicher Professor in der Physiologischen Abteilung des neu eingerichteten Kaiser-Wilhelm-Instituts für Medizinische Forschung an der Universität Heidelberg. Aus „rassischen Gründen" wurde ihm am 31.12.1933 die Lehrbefugnis an der Universität Heidelberg entzogen. Er emigrierte 1938 nach Frankreich und leitete von 1938 bis 1940 das *Institut de Biologie Physico-Chimique*. Ende 1940 floh er über die nicht besetzten Teile Frankreichs in die USA,[393] wo er durch den *Rockefeller Found* und das *Emergency Rescue Committee* unterstützt wurde. Von 1940 an war Meyerhof *Visiting Professor of Physiological Chemistry* an der *School of Medicine* der *University of Pennsylvania* in Philadelphia. Er starb am 6. Oktober 1951 in Philadelphia.

Heinrich Goesch Heinrich Goesch wurde am 2. Juli 1880 in Rostock als Sohn des Landgerichtsrates Dr. Carl Goesch und seiner Ehefrau Dorothea, geb. Thierfelder, geboren.[394] Nach Schulbesuch in Friedenau und Schöneberg erhielt er Ostern 1897 das Zeugnis der Reife. Danach studierte er an den Universitäten Berlin, Heidelberg und Jena Jura, bestand im Jahr 1900 in Berlin das Referendarexamen und promovierte im gleichen Jahr mit einer Arbeit aus dem Gesellschaftsrecht (*1900*) in Göttingen zum Dr. jur. Nach kurzer Tätigkeit als Referendar am Amtsgericht in St. Goarshausen nahm Goesch ein philosophisches Studium auf, das ihn an die Universitäten in Berlin, München und Erlangen führte und das er mit der Promotion bei dem inzwischen in Erlangen lehrenden Paul Hensel, dem Onkel Nelsons, unter Vorlage der geschichtsphilosophischen Dissertation *Untersuchungen über das Wesen der Geschichte* (*1904*) abschloß.[395] Goesch plante danach, sich für Philosophie zu habilitieren. Er arbeitete an einer *Kritischen Logik* und reichte Habilitationsgesuche bei den Universitäten in Tübingen und Königsberg

[393] Er war u.a. im Lager Les Milles interniert (vgl. Fontaine *1981*). Die Ausreise gelang ihm mit Hilfe der Fluchthilfeorganisation Varian Frys (s. Fry *1986*).

[394] Vgl. zur Biographie den „Lebenslauf" in Goeschs philosophischer Dissertation (*1904*), den Nachruf von Paul Fechter (*1930*) und Fechters Erinnerungen (*1948*), in denen ein Kapitel mit „Kaethe Kollwitz und Heinrich Goesch" (248–261) überschrieben ist.

[395] Goesch wurde mit der Gesamtnote „magna cum laude" promoviert. Der Historiker Richard Fester konnte allerdings nicht sein „Erstaunen verhehlen, daß ein Mann, der uns über das Wesen der Geschichte belehrt[,] nach Ausweis seines curriculum vitae und seiner Universitäts-Zeugnisse sich mit Geschichte selbst nie befaßt hat. Man wird es daher auch dem Historiker nicht verübeln, wenn er principiell von solchen Belehrungen keine Notiz nimmt" (Universität Erlangen-Nürnberg, Philosophische Fakultät, Promotionsakte Heinrich Goesch, Dekanat Geiger 1903/04, 2669).

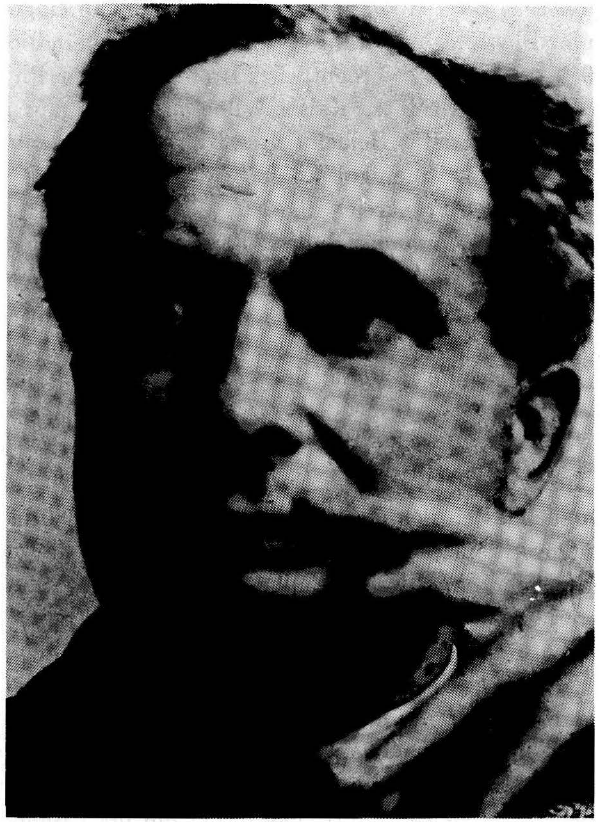

Abbildung 8: Heinrich Goesch (1880–1930)
Heinrich v. Stietencron, Tübingen

und schließlich auch bei Karl Joël in Basel ein.[396] Am 30. April 1906 schrieb Goesch an Nelson:

> Von mir möchte ich Dir erzählen, daß ich nicht[,] wie es den Anschein haben möchte[,] von der Philosophie[,] besonders eben der Friesschen abgefallen bin, sondern daß ich nur für die nächsten Jahre von einer Habilitation [...] absehen will. [...] Da ich schließlich auch verdienen muß und meine künstlerischen Triebe irgendwo Befriedigung finden wollen, so bin ich Architekt geworden.[397]

[396] Vgl. den Briefwechsel zwischen Goesch und Nelson zwischen Juli und Dezember 1904, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.
[397] Goesch an Nelson, dat. München, 30.4.1906, ebd.

Nachdem er 1906 von den logischen Antinomien erfahren hatte, versuchte er in intensiven Studien eine Lösung zu finden. Das Manuskript mit der vermeintlichen Lösung der Russellschen Imprädikabilitätsantinomie diskutierte er mit Nelson und Hessenberg, die schließlich von einer ursprünglich geplanten Aufnahme der Arbeit in die *Abhandlungen der Fries'schen Schule* Abstand nahmen, da sie Goeschs Lösung nicht akzeptierten. Goesch gab aber mit seinem Versuch den entscheidenden Anstoß für den von Grelling und Nelson gemeinsam verfaßten Artikel „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti" (*1908*), in dem einige Ansätze Goeschs ausführlich diskutiert werden und in dessen Anhängen eine Stellungnahme von ihm veröffentlicht wird (Goesch *1908*).

Im Kreis um Nelson hatte Goesch seine zukünftige Frau Gertrud Prengel kennengelernt, die er 1906 heiratete. Sie war eine Kusine von Käthe Kollwitz, zu der die Goeschs lebenslang ein freundschaftliches Verhältnis unterhielten. Goesch siedelte mit seiner Familie nach München über, begann dort ein Architekturstudium und nahm Kontakte zum Münchner Phänomenologen-Kreis um Johannes Daubert und Moritz Geiger auf.[398] 1909 kam Goesch erstmals nach Ascona, wo er sich in der Künstlerkolonie auf dem Monte Verità bewegte. 1917 erwarb er in Ronco nahe Ascona ein Haus.[399]

Goesch zog schließlich mit seiner Familie nach Niederpoyritz bei Dresden, wo er zusammen mit seinem jüngeren Bruder, dem Künstler und Architekten Paul Goesch, die obere Etage der sogenannten Schloßvilla bezog. Wie der Journalist, Schriftsteller und Literaturhistoriker Paul Fechter in seinen Erinnerungen schrieb (*1948*, 248), „begann nun ein Leben, wie es nur zu jener Zeit so frei und allein von geistig Sinnvollem bestimmt bei uns möglich war":

> Neben der Architektur, an der sich Heinrich Goesch ebenfalls sehr aktiv beteiligte, arbeiteten beide Brüder damals gemeinsam an der Grundlegung einer Ästhetik, die die Allgemeinverbindlichkeit der Mathematik beanspruchen konnte.[400]

Goeschs Interessen waren aber noch breiter gestreut. Er gehörte zu den frühesten Verehrern Stefan Georges, über dessen Lyrik er zusammen mit Hermann Kantorowicz unter dem Pseudonym Kuno Zwymann ein Buch veröffentlichte.[401] Goesch beschäftigte sich intensiv mit Psychoanalyse, Anthro-

[398] Vgl. Goesch an Nelson, dat. München, 31.12.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.
[399] Hurwitz *1978*, 107. Vgl. Glauser *1976*, 81 *f.*; Goetz *1960*, 204.
[400] Fechter *1948*, 250 *f.*
[401] Zwymann *1902*, neue Ausgabe *1904*.

posophie[402] und nach dem Kriege mit Volkswirtschaftslehre. 1921 bezog er in Lichtenrade bei Berlin ein Siedlungshaus, in dem er zusammen mit Paul Fechter und Hans Kollwitz, einem Sohn von Käthe Kollwitz, wohnte (Fechter *1948*, 255 *f.*). Mitte der Zwanziger Jahre ging Goesch wieder nach Dresden, „die bürgerliche Seite der Welt war auch für ihn stärker geworden", wie Paul Fechter schrieb (*1948*, 258):

> [Der Künstler] Carl Rade hatte mit Karl Groß, dem Leiter der Dresdener Kunstgewerbeakademie gesprochen, und dieser ausgezeichnete Mann schuf allein auf unsere Zusicherungen hin für Heinrich Goesch einen Lehrstuhl an seiner Akademie, gab ihm eine Professur, bei der er wesentlich junge Architekten auf die Probleme ihres Berufs vorzubereiten hatte. Goesch hat diese Aufgabe großartig gelöst: die Vorlesungen, die er hielt, brachten eine Fülle von wertvollsten Einsichten und Erkenntnisse, die noch heute nicht ausgeschöpft sind.

Nach knapp fünf Jahren legte Goesch die Professur nieder, um seine Tochter Fides im Filmunternehmen seines Schwiegersohnes Eduard v. Stietencron zu unterstützen.[403] Am 16. Februar 1930 starb er in Konstanz nach kurzer Krankheit.[404] Die Grabrede hielt Käthe Kollwitz.[405]

Alexander Rüstow Alexander Rüstow wurde am 8. April 1885 in Wiesbaden als Sohn des Berufsoffiziers Hans Rüstow und seiner Ehefrau Berta, geb. Spangenberg, geboren.[406] Er besuchte Schulen in Wiesbaden, Schöneberg und Berlin. Nach der Reifeprüfung im Jahre 1903 studierte er Philosophie,

[402]Goesch lebte während des Krieges in Dornach in der Schweiz, dem Hauptsitz der Anthroposophen. Seine Trennung von der Anthroposophie machte er *1921* in einem polemischen Artikel in der *Vossischen Zeitung* über den „Ordensgroßmeister Rudolf Steiner" öffentlich. Vgl. auch Glauser *1976*.

[403]Vgl. Käthe Kollwitz' Tagebucheintragungen vom 17.2. und 15.3.1930, in: Kollwitz *1989*, 647 *f.*

[404]Käthe Kollwitz gibt als Todesursache eine Diphtherie an, mit der sich Goesch auf einer seiner Reisen infiziert haben soll (Kollwitz *1989*, 647).

[405]Käthe Kollwitz' „Worte bei der Einäscherung des Freundes Heinrich Goesch" finden sich in älteren Tagebucheditionen unter dem 17. Februar 1930, s. Kollwitz *1971*, 138 *f.*; auch in *1948*, 104 *f.* Die Grabrede ist aber wohl nicht Bestandteil des Tagebuches. In der neuen Edition von Jutta Bohnke-Kollwitz (Kollwitz *1989*) ist sie auf S. 904 *f.* gedruckt. Sie erschien in leicht geänderter Fassung als Nachruf in den *Sozialistischen Monatsheften* (Kollwitz *1930*).

[406]Zur Biographie vgl. *Hochschullehrer der Wirtschaftswissenschaften*, 381–384; Röpke *1955*, *1963*; Thielicke *1961*; Neumark *1980*, bes. 75–77; Strauss/Röder *1983*, 1003. Eine Bibliographie seiner Schriften ohne die in türkischer Sprache geschriebenen findet sich in Rüstow *1963*, 356–365.

Abbildung 9: Alexander Rüstow (1885–1963)
Jutta Bohnke-Kollwitz, Köln

klassische Philologie, Mathematik und Naturwissenschaften in Göttingen (WS 1903/04 bis WS 1904/05) und München (SS 1905 bis SS 1906) und anschließend noch bis SS 1908 Jura in Berlin.[407] Im Sommer 1908 legte Rüstow der Philosophischen Fakultät in Erlangen seine Dissertation *Der Lügner. Theorie, Geschichte und Auflösung des Russellschen Paradoxons* vor, in der die Geschichte der Lügnerantinomie von der Antike an philologisch orientiert nachgezeichnet, ihre Beziehungen zu den seinerzeit aktuellen mengentheoretischen Antinomien aufgezeigt und eine Lösung dieser

[407]Die Angaben folgen dem handschriftlichen „Lebenslauf" in der Promotionsakte Alexander Rüstow, Universität Erlangen, Philosophische Fakultät, Dekanat Hensel 1907/08, Nr. 3062. Die Daten in der gedruckten Fassung der Dissertation (Rüstow *1910*) weichen teilweise ab.

Antinomien versucht wurde.[408] Die Dissertation wurde von dem Erlanger Philosophen Richard Falckenberg begutachtet, der ihre Annahme empfahl, obwohl ihn Rüstows Lösung der Antinomien nicht überzeugte.[409] Rüstow bestand am 28. Juli 1908 das Rigorosum, mußte dann aber den Abgabetermin für die gedruckte Fassung der Dissertation zweimal verlängern lassen. Die grundlegende Überarbeitung des Manuskriptes kam nur langsam voran, u.a. auch wegen Rüstows beruflicher Belastung als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Verlagsbuchhandlung B.G. Teubner in Leipzig. Die Dissertation wurde erst im Herbst 1910 unter dem Titel *Der Lügner. Theorie, Geschichte und Auflösung* veröffentlicht, der Titelzusatz „des Russellschen Paradoxons" war gestrichen worden.

Bei Teubner war Rüstow von 1908 bis 1911 als Leiter der geisteswissenschaftlich-philologischen Abteilung angestellt. Danach bereitete er sich auf seine Habilitation an der Universität München vor. Nach dem Kriegsdienst 1914 bis 1918 war Rüstow Grundsatzreferent im Reichswirtschaftsministerium und als Experte für Wirtschaft und Wirtschaftspolitik u.a. mit der Ausarbeitung des ersten deutschen Kartellgesetzes beschäftigt (Neumark *1980*, 76). Von 1924 bis 1933 arbeitete er als wirtschaftswissenschaftlicher und wirtschaftspolitischer Berater des Vereins deutscher Maschinenbau-Anstalten und lehrte gleichzeitig als Dozent u.a. an der Handelshochschule in Berlin. Er wurde in jener Zeit zu einem der Wegbereiter des sogenannten „Neoliberalismus" (Röpke *1963*, 349). 1933 emigrierte Rüstow aus politischen Gründen. Er erhielt einen eigens für ihn gegründeten Lehrstuhl für „Wirtschaftsgeographie und Wirtschafts- und Sozialgeschichte" an der Universität Istanbul, deren Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät er zusammen mit Wilhelm Röpke, Fritz Neumark und anderen begründete.[410] 1949 kehrte er nach Deutschland zurück. Er erhielt ein Ordinariat für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften an der Universität Heidelberg und begann mit der Veröffentlichung seines in der Emigration geschriebenen, dreibändigen Hauptwerkes *Ortsbestimmung der Gegenwart* (*1950*, *1952*, *1957*). Während jener Zeit wuchs er „rasch in die Stellung eines ‚getreuen Eckarts' der ‚sozialen Marktwirtschaft' hinein" (Röpke *1963*, 349). Alexander Rüstow starb am 30. Juni 1963 in Heidelberg.

Kurt Grelling Leonard Nelson traf mit Kurt Grelling möglicherweise erst im Wintersemester 1905/06 zusammen, als jener sein Studium an der Universität Göttingen aufnahm. Grelling avancierte aber rasch zu seinem engsten Mitarbeiter in philosophischen wie auch in politischen Dingen. Nach dem

[408] Vgl. zur Thematik neuerdings Rivetti Barbò *1986*.
[409] Gutachten v. 15.7.1908, Promotionsakte Rüstow.
[410] Vgl. Neumark *1980*.

Ersten Weltkrieg löste sich Grelling vom Friesianismus und wandte sich dem aufstrebenden logischen Empirismus zu. Er wurde schließlich ein führendes Mitglied der Berliner Gesellschaft für empirische Philosophie. Trotz der ihm heute zu Recht attestierten Vielseitigkeit (Burkhardt *1988*, 306) und obwohl die von ihm formulierte „Grellingsche Antinomie" immer noch als Standardbeispiel für semantische Antinomien genannt wird, ist über sein Leben kaum etwas bekannt.[411]

Kurt Grelling wurde am 2. März 1886 in Berlin geboren als Sohn des Rechtsanwaltes Richard Grelling und seiner Frau Margarete, geb. Simon, die aus einer der reichsten Familien Berlins stammte. Der zum evangelischen Glauben konvertierte Jude Richard Grelling (∗ 11.6.1853 in Berlin, † 15.1.1929 in Berlin),[412] selbst Verfasser sozialer Dramen (*1892*, *1893*), war u.a. Syndikus des „Deutschen Schriftstellerverbandes".[413] Er war 1892 Mitbegründer der Deutschen Friedensgesellschaft[414] und leitete bis 1898 als Vizepräsident deren Geschäfte.[415] *1915* veröffentlichte Richard Grelling anonym das aufsehenerregende Anklagebuch *J'accuse!*, mit dem er die Diskussion der Kriegsschuldfrage in der Friedensbewegung entscheidend beeinflußte.[416] Einer der

[411] Vgl. zur Biographie Schroeder-Heister *1980*, Thiel *1984a*, bes. 233, sowie die Erinnerungen von Gerhard Weisser (*1972*) an Grellings Rolle im Kreis um Nelson. Im *Handbook of Metaphysics and Ontology* wird ein Artikel über Grelling von Heinrich Kehl erscheinen (*1990?*). Vgl. auch den Lebenslauf in Grellings Dissertation (*1910a*), die „Bibliographie" zum Bericht über die 1. Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften in Prag 1929, in: *Erkenntnis* **1** (1930/31), zu Grelling 319 *f.*, und die „Biblio-Biographischen Notizen" zum Bericht über die Prager Vorkonferenz der Internationalen Kongresse für Einheit der Wissenschaft 1934, in: *Erkenntnis* **5** (1935), zu Grelling 188. Der Verfasser baut am Interdisziplinären Institut für Wissenschaftstheorie und Wissenschaftsgeschichte der Universität Erlangen-Nürnberg ein Grelling-Archiv auf. Eine ausführliche biographische Untersuchung ist geplant.
[412] Vgl. zur Biographie vor allem Donat *1983* sowie die Artikel aus Anlaß von Grellings 75. Geburtstag: Utsch *1928*, Ströbel *1928*, „Dem 75jährigen Richard Grelling"; und aus Anlaß seines Todes: Wehberg *1929*, Ströbel *1929*, Bloh *1929* und den anonym veröffentlichten Artikel „Pazifist".
[413] Richard Grelling machte sich 1892/93 einen Namen als erfolgreicher Verteidiger in den Berliner Verbotsprozessen gegen Gerhart Hauptmanns *Die Weber* und Otto Erich Hartlebens *Hanna Jagert*. Vgl. zu den „Weber"-Prozessen: Houben *1924*, 337–358, und Schwab-Felisch *1963*; dort auch Richard Grellings „Glossen zum Weberprozeß" (*1963*); zu den Prozessen gegen Hartleben: Houben *1928*, 255–267. Richard Grelling schreibt selbst über die Theaterprozesse in seiner Aufsatzsammlung *1894a*.
[414] Vgl. Scheer *1981* und auch Lütgemeier-Davin *1982* (dort S. 386, Anm. 24, eine Aufstellung der biographischen Literatur zu Richard Grelling).
[415] Mit seinem *Quousque tandem!* (*1894b*) schrieb Grelling während jener Zeit eine vielbeachtete Schrift gegen die Hochrüstung.
[416] Vgl. zum Welterfolg und zur enormen Propagandawirkung Thimme *1932*, 68–72. Die Aktualität des Bandes noch kurz vor der nationalsozialistischen Machtergreifung betont v. Gerlach *1932*. Richard Grelling gab sich erst nach Ende des Krieges als Autor zu

Abbildung 10: Kurt Grelling (1886–1942)
Karin Gimple-Grelling, Zürich

Opponenten gegen die Hauptthese des Buches, das Deutsche Kaiserreich habe absichtlich einen Präventivkrieg entfesselt, war Richard Grellings Sohn Kurt, der 1916 einen *Anti-J'accuse* veröffentlichte.[417] Kurt Grelling, der 1914 die

erkennen (in Grelling *1918*), über die Identität des Autors wurde allerdings schon vorher durchaus zutreffend spekuliert (vgl. z.B. das Tagebuch von Romain Rolland *1954*). Richard Grelling fehlte nach dem Urteil des prominenten Pazifisten Hans Wehberg die Fähigkeit, „ein Problem von einem höheren Standpunkt aus gerecht zu würdigen". Grellings Schriften wären „Arbeit *gegen* Völkerverständigung" (Wehberg *1929*, 50).

[417]Grelling *1916a*. Es erschienen Übersetzungen ins Schwedische (Grelling *1916b*) und ins Französische (*1917*). Unter den Rezensionen sei die von Franz Oppenheimer (*1916*) auf der ersten Seite der Sonntagsbeilage der *Vossischen Zeitung* vom 9.7.1916 genannt. Vgl. zur Vater-Sohn-Kontroverse den denunziatorischen Artikel über Richard Grelling im *Semi-Kürschner* (Ekkehard *1929*, 813 *f.*).

Göttinger Ortsgruppe der Deutschen Friedensgesellschaft mitbegründete und bis 1918 Mitglied, zuletzt Vorsitzender ihres Vorstandes war,[418] lehnte die „Alleinschuldthese" des *J'accuse!* ebenso ab wie die „Überfallthese" der offiziellen deutschen Kriegspropaganda. Er betrachtete den Ersten Weltkrieg als durch innen- und außenpolitische Gegebenheiten geradezu zwangsläufig verursacht, wies aber dem Deutschen Reich ein gehöriges Maß an *Mit*schuld zu.[419]

Kurt Grelling besuchte von 1893 bis 1902 das französische Gymnasium in Berlin, dieselbe Schule, auf die auch Nelson gegangen war, wechselte dann auf das Gymnasium Ernestinum in Gotha, wo er im Frühjahr 1904 die Reifeprüfung ablegte. Er studierte Mathematik, Physik und Philosophie in Freiburg i.Br., Berlin und Lausanne. Im WS 1905/06 begann er sein Studium in Göttingen. Dort hörte er u.a. im SS 1908 Zermelos Vorlesung über „Mathematische Logik" (Zermelo *1908d*). Im Mai 1910 reichte Grelling bei der Philosophischen Falkultät in Göttingen sein Promotionsgesuch unter Vorlage der Dissertation *Die Axiome der Arithmetik unter besonderer Berücksichtigung der Beziehungen zur Mengenlehre* (*1910a*) ein, die auf eine Anregung von Zermelo hin entstanden war. In dieser Arbeit erweiterte Grelling Vorarbeiten Zermelos zum Übergang von der axiomatisierten Mengenlehre auf Axiomensysteme für die Arithmetik.[420] Der mit der Begutachtung betraute David Hilbert bat den inzwischen in Zürich lehrenden Ernst Zermelo um sein Urteil und schloß sich dessen Gutachten an. Das Rigorosum fand am 6. Juni 1910 statt. Prüfer waren David Hilbert für Mathematik, Woldemar Voigt für Physik und Edmund Husserl für Philosophie, der dem Kandidaten

[418]Stadtarchiv Göttingen, Bestand Pol.Dir. Göttingen XXV C, F 148, Nr. 34 betr. „Ortsgruppe Göttingen der Deutschen Friedensgesellschaft". Die Gründungsanzeige datiert vom 18.12.1914. Eine erste Versammlung hat offenbar erst im Februar 1915 stattgefunden. Darauf beruht wohl die Angabe Quiddes (*1979*, 99), die Ortsgruppe Göttingen sei Anfang 1915 entstanden. Nachdem Grelling Mitte 1916 zum Heeresdienst eingezogen worden war, kam die Arbeit der Ortsgruppe fast zum Erliegen (vgl. Dahms/Halfmann *1988*, 62).

[419]Grelling *1916a*, 114. Richard Grelling nahm die Auseinandersetzung mit seinem Sohn lediglich im ersten Band seines monumentalen Werkes *Das Verbrechen* (*1917*) auf. Er nennt den *Anti-J'accuse* eine „blutige Dilettantenarbeit eines politischen Klippschülers" (24, Anm. 1): „Ein solcher Gegner verdiente keine ernsthafte Behandlung: daher mein Entschluss, ihn aus diesem bitter-ernsten Buche zu verbannen und ihm bei anderer Gelegenheit im Hinterkämmerchen die Strafe zu applizieren, die solchen ‚frühverdorbenen' Burschen zukommt" (349). In seiner Familie wurde Kurt Grelling der *Anti-J'accuse* sehr übelgenommen. Richard Grelling sei der Politiker der Familie gewesen (Mitteilung von Werner Sachs, Neffe von Kurt Grelling, v. 19.1.1987).

[420]Vgl. zur Themenstellung Zermelos „Gutachten über die Arbeit des Herrn K. Grelling ‚Die Axiome der Arithmetik mit besonderer Berücksichtigung der Beziehungen zur Mengenlehre'", UA Göttingen, Promotionsakte Kurt Grelling, Az. Phil. Fak., 1908–1914, G. Vol. II, sowie die Einleitung zu Grelling *1910a*. Grellings Überlegungen werden von Parsons in *1987*, 203–207, analysiert.

„ungewöhnliche philosophische Kenntnisse“ und ein „über den Durchschnitt hinausgehendes Verständnis“ attestierte.[421]

Nach seiner Promotion ging Grelling nach München, wo er u.a. Nationalökonomie studierte. Grelling beabsichtigte, sich in Göttingen für Philosophie zu habilitieren, wurde aber wegen eines informellen *numerus clausus* für Privatdozenten der Philosophie, der zwischen den Göttinger Philosophieordinarien verabredet war, abgewiesen. Auch ein neuer Versuch kurz vor Ende des Ersten Weltkrieges, die Zulassung zur Habilitation über die Fürsprache Hilberts zu erlangen, führte zu keinem Ergebnis.[422] Grelling ging in den Schuldienst, arbeitete nach der Referendarzeit aber zunächst als Archivar der Freigewerkschaftlichen Betriebsrätezentrale für den Wirtschaftsbezirk Groß-Berlin.[423] Von 1923 an war er als Studienrat, später in der Stellung eines Oberlehrers, an verschiedenen Berliner Realgymnasien beschäftigt. Er wurde am 3. April 1933 aufgrund seiner „jüdischen Abstammung“ beurlaubt und schließlich mit Wirkung vom 28. März 1933 in den Ruhestand versetzt.[424] Grelling flüchtete 1938 nach Belgien, wo er zeitweise im Brüsseler Haus seines Freundes Paul Oppenheim wohnte. Am 10. Mai 1940, dem Tag, an dem die deutsche Armee den Westfeldzug mit dem Angriff auf die Niederlande und Belgien eröffnete, wurde Grelling inhaftiert und wenige Tage später nach Frankreich abgeschoben.[425] Dort war er in den südfranzösischen Lagern St. Cyprien, Gurs, Les Milles und Rivesaltes interniert.[426] Aufgrund der Bemühungen von Paul Oppenheim und Eva Hempel, der Frau von Carl Gustav Hempel, konnte erreicht werden, daß Grelling einen Ruf an die *New School for Social Research* in New York erhielt.[427] Grelling sollte zum *Assistant Professor* („professeur

[421]Promotionsakte Grelling.

[422]Vgl. Grelling an Hilbert v. 24.4.1918, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 118a. Vgl. auch Dahms/Halfmann *1988*, 62. Auf seiner Karte in der Mitgliederkartei des IJB notierte Grelling, der seinerzeit (März 1920) als Archivar der Betriebsrätezentrale in Berlin tätig war, unter der Rubrik „Motive der Berufswahl“: „Sollte eigentlich Universitätslehrer werden“ (Kartei des IJB, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 264, Bl. 113).

[423]Vgl. Grelling *1921*.

[424]Personalblatt A, Kurt Grelling, Pädagogisches Zentrum, Berlin.

[425]Zur belgischen Judenpolitik in der Zeit kurz vor und während der deutschen Besetzung vgl. Klarsfeld/Steinberg *1980*.

[426]Vgl. die Grelling-Dossiers in den Archivalien der Lager St. Cyprien (Archives des Pyrénées Atlantique, Pau, Bündel GA–GN, St. Cyprien, mitgeteilt von Claude Laharie am 5.5.1987) und Gurs (ebd., Bestand Gurs). Zu den Internierungslagern in der unbesetzten Zone Frankreichs vgl. *Les camps en Provence*; zum Lager Gurs vgl. Laharie *1979*, und besonders *1985* (zu Grelling 226); zum Lager Les Milles vgl. Fontaine *1981* (zu Grelling 295, 316), *1984* (zu Grelling 118), Titz *1985*.

[427]Vgl. Carl Gustav Hempel an Uuno Saarnio, dat. Flushing, N.Y., 21.10.1947, Nachlaß Uuno Saarnio, Reino Saarnio, Helsinki. Mit Schreiben vom 24.9.1940 bat Alvin Johnson, der Gründer und Leiter der *New School*, Hans Reichenbach um ein Gutachten

adjoint“) für Philosophie ernannt werden und dafür ein jährliches Gehalt von $ 2000,– erhalten.[428] Am 1. März 1941 wurde ihm ein Visum für die Ausreise in die USA über Spanien und Portugal ausgestellt.[429] Inzwischen war Grellings zweite Ehefrau Greta illegal aus Belgien nach Frankreich eingereist. Sie wohnte zunächst in Aix-en-Provence, in der Nähe des Lagers Les Milles. Eine Ausreise von Kurt Grelling und seiner Frau über die von Varian Fry im Auftrag des *Emergency Rescue Committee* geleitete Fluchthilfeorganisation in Marseille[430] scheiterte, möglicherweise aufgrund von Verzögerungen, die vom *U.S. State Department* ausgingen.[431] Im August 1942 wurde im Zuge der „Endlösung der Judenfrage“ mit der Deportation von Juden begonnen, die in französischen Lagern interniert worden waren.[432] Damals wurde auch Greta Grelling in ein Lager eingewiesen. Trotz des Einsatzes von Henri Manen, Pastor von Aix-en-Provence, wurden Kurt Grelling und seine „arische“ Frau Anfang September 1942 von Les Milles über das Lager Rivesaltes in das Durchgangslager Drancy bei Paris gebracht.[433] Von Drancy aus[434] wurden Kurt und Greta Grelling mit dem Konvoi Nr. 33 am 16. September 1942 nach Auschwitz deportiert. Von den 1003 Deportierten überstanden nur 147 Frauen die Selektion nach der Ankunft in Auschwitz am 18. Sep-

über Grelling, da dieser für eine Berufung an die *New School* in Aussicht genommen worden sei (Hans Reichenbach Collection, University of Pittsburgh Libraries, Special Collection Department, HR-037-025-40). Das Gutachten Reichenbachs datiert v. 3.10.1940 (ebd., HR-037-28-10). Offenbar lehnte aber die *New School* eine Aufnahme Grellings in den Johnson-Plan ab. Daraufhin versuchte Paul Oppenheim, durch die Einwerbung von *Testimonials* diese Entscheidung rückgängig zu machen (vgl. Eva und C.G. Hempel an Reichenbach, dat. Flushing, N.Y., 17.12.1940, ebd., HR-037-25-40). Das für diese Aktion angefertigte neue Gutachten Reichenbachs datiert v. 29.12.1940. Vgl. zur Geschichte der *New School for Social Research* Plessner *1964*, Rutkoff/Scott *1986*, *1988* und Krohn *1987*.

[428]Telegramm Alvin Johnsons an die Kommandantur des Camp de Gurs v. 20.1.1941, eingegangen 22.1.1941, Archives des Pyrenées-Atlantiques, Pau, Dossier Kurt Grelling.

[429]Ebd.

[430]Vgl. u.a. die Erinnerungen der aktiven Fluchthelfer Varian Fry (*1945*, dt. *1986*), Lisa Fittko (*1985*) und Daniel Bénédite *1984*.

[431]Hempel an Saarnio, dat. Flushing, 21.10.1947, Nachlaß Saarnio, Reino Saarnio, Helsinki.

[432]Vgl. Vormeier *1980*.

[433]Manen hatte frühere Versuche, Grelling zu deportieren, verhindern können. Vgl. die Schreiben des Mitinternierten W. Traumann, dat. Bern, 18.6.1946 und Zürich, 24.7.1946, an Grellings Tochter Karin (mitgeteilt von Karin Gimple-Grelling, Zürich). Der dort auch erwähnte Pastor Manen hat über den Fall „G.“ *1945* selbst berichtet (zu Grelling: 101 *f.*), auszugsweise wieder in Manen *1984* (zu Grelling: 211 *f.*), dort auch die Auflösung der Initiale. Manens Bericht von den Deportationen in Les Milles wurde in einem kurzen Auszug anonym schon *1942* in der New Yorker Emigrantenzeitung *Aufbau* veröffentlicht (dort allerdings mit Bezug auf das Lager Gurs), wieder in Manen *1969*.

[434]Zum Lager Drancy vgl. Wellers *1946*.

tember 1942.[435] Es kann davon ausgegangen werden, daß Grelling und seine Frau noch am Tag ihrer Ankunft in den Gaskammern umgekommen sind, da sie in den Akten des Konzentrationslagers nicht registriert worden sind.[436]

Ein Arbeitsschwerpunkt Grellings war die Philosophie der Mathematik. So trug er z.B. den Hauptanteil der Arbeiten an den mit Nelson verfaßten „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti", die er noch vor seiner Dissertation gemeinsam mit Nelson veröffentlicht hatte (Grelling/Nelson *1908*). Nach seiner grundlagentheoretischen Dissertation (*1910a*) schrieb er auf Basis der Friesschen Philosophie der Mathematik einen Aufsatz über die philosophischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Grelling *1910b*).

Als es 1922 aufgrund von Streitigkeiten bei der Organisation einer Veranstaltung des Internationalen Jugend-Bundes zum Bruch zwischen Nelson und Grelling kam, hatte sich Grelling in philosophischer Hinsicht schon vom Friesianismus getrennt. Dies wurde deutlich, als er bei einer Tagung der Fries-Gesellschaft am 16. August 1921 ein Referat über „Relativitätstheorie und kritische Philosophie" hielt, in dem er sich an Gedanken Hans Reichenbachs anschloß. Im Protokoll zu diesem Vortrag wird Grellings scharfer Gegensatz zur kritischen Philosophie gerügt.[437] *1924* trat er mit einer zusammenfassenden Darstellung zur Mengenlehre hervor, in der er auch die Zermelosche Axiomatik eingehend besprach.[438] Spätere Veröffentlichungen behandelten u.a. die Antinomienproblematik,[439] wissenschaftstheoretische Fragen[440] und die Gestalttheorie.[441] Darüber hinaus machte sich Grelling einen Namen als

[435]Klarsfeld *1978*, s. auch Schroeder-Heister *1980*.

[436]Auskunft von Kazimierz Smoleń, Direktor des *Państwowe Muzeum Oświęcim Brzezinka* vom 3.3.1987.

[437]Protokoll der Tagung der Fries-Gesellschaft am 15. und 16. August 1921, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 243–253. Diese Trennung machte Grelling selbst einige Jahre später deutlich. In der „Diskussion über Wahrscheinlichkeit" auf der 1. Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften in Prag 1929 bemerkte Grelling zum nicht-tautologischen, nicht-empirischen Charakter des Induktionsprinzips: „Wäre ich noch Friesianer, so würde ich aus diesen Tatsachen den Schluß ziehen: also ist das fragliche Prinzip ein synthetisches Urteil *a priori*. Heute sage ich: [...] ich glaube nicht, daß wir irgend etwas, was keine Tautologie ist, a priori erkennen können. Jedenfalls aber können wir daraus, daß ein für die Wissenschaft unentbehrliches Prinzip weder logisch noch empirisch begründbar ist, nicht schließen, daß es eine Erkenntnis *a priori* darstellt" (Grelling *1930b*, 278).

[438]Grelling *1924*. Der Band wurde noch *1943* in spanischer Übersetzung in Mexiko veröffentlicht.

[439]Grelling *1936a*, *1937a*, *1937b*, *1938*.

[440]Grelling *1928a* (wieder abgedruckt als *1928b*), *1930a*, *1932b*, *1935*.

[441]U.a. Grelling *1936b*, Grelling/Oppenheim *1937* (engl. Übersetzung *1988a*), Grelling/Oppenheim *1939* (engl. Übersetzung *1988b*).

Übersetzer wissenschaftstheoretischer Werke von Federigo Enriques[442] und Émile Meyerson (*1930*), vor allem aber als Übersetzer und Propagator von Bertrand Russell.[443]

Neben diesem schriftstellerischen Schaffen, von dem nur ein kleiner Teil hier vorgestellt werden konnte, wirkte Grelling auch als Organisator philosophischer Arbeitskreise. Schon während der Zeit seiner Freundschaft mit Nelson führte er Kolloquien durch, wobei Nelsons Philosophie „einen Richtungsweiser" für die Diskussionen bildete, wie sich Max Hermann Maier erinnerte.[444] Im Jahr 1936 versuchte er die Arbeit der Berliner Gesellschaft für empirische Philosophie, die unter der Emigration Reichenbachs in die Türkei und der Nervenerkrankung Walter Dubislavs litt, mit der Durchführung von Arbeitsgemeinschaften, u.a. eines logistischen Arbeitskreises, aufrechtzuerhalten.[445] Selbst in der Internierung suchte Grelling noch die Gemeinschaft von Gelehrten, mit denen er vor allem mathematisch-logische Bücher studierte.[446]

[442]Enriques *1910*. Die Übersetzung kam auf Vermittlung von Hessenberg und Nelson zustande. Hessenberg hatte im Oktober 1907 eine Anfrage von Teubner erhalten, ob er die *Problemi della scienza* von Enriques übersetzen wolle. Sollte er es nicht selbst machen können, möge er einen Übersetzer empfehlen. Vgl. die Briefe Hessenbergs an Nelson, dat. Bonn, 11.10.1907, 27.10.1907, 8.11.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[443]Grelling übersetzte Russell *1927*, *1928*, *1929*. Vgl. auch die Darstellungen Grellings über Russells Philosophie *1929*, *1930c*, *1932a*.

[444]Maier *1973*, 44 *f*. Maier berichtet von einem philosophischen Kolloquium in München, das Grelling etwa 1911 außerhalb der Universität eingerichtet hatte. 1920 sollte Grelling in Göttingen einen Einführungskurs für neue Hörer von Nelsons Vorlesung über die Fortschritte der Metaphysik leiten, für den Nelson die Zuweisung eines Hörsaales beantragte (Nelson an Dekan, dat. Göttingen, 16.1.1920, Universitätsarchiv Göttingen, Akten der Phil. Fak., Privatdozent Dr. Nelson, 1909–1927, Bl. 81). Der Antrag wurde aufgrund eines Fakultätsbeschlusses vom 29.1.1920 abgelehnt, in dem festgelegt worden war, die „Lehrtätigkeit nicht habilitierter Personen (soweit sie nicht behördlich zugelassene Assistenten sind) nicht zu gestatten" (Bericht des Rektors an den Minister v. 21.2.1920, ebd.)

[445]Vgl. Grelling an Reichenbach, dat. Berlin-Lichterfelde-Ost, 14.3.1937 (Hans Reichenbach Collection, Pittsburgh, HR-013-14-02) und den Bericht Carl Gustav Hempels an Uuno Saarnio, dat. Brüssel, 21.1.1937, über eine Berlin-Reise (Nachlaß Saarnio, Helsinki): „Wir waren auch mehrfach mit Dr. Grelling zusammen, der jetzt in Berlin eine Art logistisches Zentrum zu schaffen sucht; er hat 2 Seminare u[nd] ein Kolloquium. In dem letzteren ist auch [Leopold] Löwenheim, der Vater der Skolem-L[öwenheim]schen Paradoxie, den Grelling in Lichterfelde sozusagen ‚wiederentdeckt' hat. L[öwenheim] war höchst erstaunt, von Gr[elling] zu hören, dass er und seine Arbeiten inzwischen berühmt geworden seien."

[446]Grelling an Paul Bernays, dat. Camp de Gurs, 19.1.1941 (Nachlaß Bernays, Wissenschaftshistorische Sammlungen, ETH-Bibliothek Zürich, Hs. 975: 1900): „In meiner traurigen Lage versuche ich mich durch wissenschaftliche Arbeit aufrecht zu erhalten, was mir auch bisher gut gelungen ist. Ich habe hier im Lager 2 jüngere Freunde gewonnen, von denen der eine ein sehr tüchtiger Mathematiker, der andere ein philosophisch interessierter Schriftsteller, mit denen zusammen ich philosophische u[nd] math[ematische] Probleme

5.2.2 Die Neue Folge der „Abhandlungen der Fries'schen Schule"

Die Bemühungen der Mitglieder der Neuen Fries'schen Schule um eine Renaissance der Friesschen Philosophie beschränkten sich nicht nur auf Versuche, durch persönliche Ansprache neue Anhänger zu finden. Schon bald wurde durch die Herausgabe einer Zeitschrift ein eigenes Forum für den Neofriesianismus geschaffen. Mit den *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. nahm Nelson ein verunglücktes Zeitschriftenprojekt aus den Jahren 1847–1849 wieder auf. Diese Vorgängerzeitschrift wurde von den Fries-Schülern Ernst Friedrich Apelt (1812–1859), Matthias Jakob Schleiden (1804–1881), Oscar Xavier Schlömilch (1823–1901) und Oscar Schmidt (1823–1886) in nur zwei Heften publiziert, bevor politische Streitigkeiten die Herausgeber trennten.[447] Nelsons Zeitschrift stellte sich den zeitgenössischen neukantianischen Richtungen entgegen, indem sie sich die Friessche Kantinterpretation als erkenntnistheoretische Grundlage ihres Projektes einer „Philosophie als Wissenschaft" auserkor. Als Mitherausgeber seiner *Abhandlungen* konnte Nelson Gerhard Hessenberg gewinnen. Dritter im Bunde war der Physiologe Karl Kaiser.[448] Die Zusammensetzung des Herausgeberkollegiums mit einem Philosophen, einem Mathematiker und einem Physiologen war Programm, denn die Philosophie der Mathematik und die Naturphilosophie sollten thematische Schwerpunkte der Zeitschrift sein. Das Renommee der Mitherausgeber hatte darüber hinaus den ganz praktischen Nutzeffekt, daß der Verlag Vandenhoeck & Ruprecht das Projekt übernahm. Verleger Wilhelm Ruprecht erinnerte sich (*1935*, 232):

diskutiere." Der Schriftsteller war Jean Améry, der in seinen *1971* erschienenen Erinnerungen *Unmeisterliche Wanderjahre* in dem Kapitel „Debakel" von der Begegnung mit Grelling (er nennt als Vornamen: Georg) in Gurs berichtete. Grelling soll mit ihm gemeinsam an der Niederschrift eines Werkes über die neopositivistische Philosophie gearbeitet haben, das Grelling als Antrittsgeschenk mit nach New York nehmen wollte (Améry *1971*, 55). In den Angaben zur Biographie Grellings finden allerdings auch Amérys eigene Erfahrungen in der Emigration ihren Ausdruck, vgl. dazu auch den autobiographischen Band *Örtlichkeiten* (Améry *1980*).

[447] Eine nützliche Bibliographie der Primär- und Sekundärliteratur von und über Fries, Apelt und Schleiden hat Thomas Glasmacher *1989* vorgelegt.

[448] Karl Kaiser (* 19.12.1861 in Heidelberg, † etwa 1933) studierte Medizin in Leipzig und Heidelberg, promovierte 1888 zum Dr. med., habilitierte sich 1893 in Heidelberg für Physiologie und wurde dort 1897 zum a.o. Professor ernannt. Nach Drülls Angaben (*1986*, 130), wechselte Kaiser zum WS 1902/03 als a.o. Professor nach Berlin. Nach der Übersiedlung gab Kaiser aber seine akademische Laufbahn auf — im Universitätsarchiv der Humboldt-Universität, Berlin, lassen sich keine Zeugnisse einer Tätigkeit Kaisers an dieser Universität finden (Mitteilung v. 21.11.1989) —, zugunsten einer Karriere als Erfinder (Karl Kaisers Sohn Hellmuth Kaiser an Martin H. Schaefer, dat. Los Angeles, 21.12.1958, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson [Martin H. Schaefer], Box 4). Vgl. zur Biographie Pagel *1901*, Sp. 836.

> Mit einem ungewöhnlichen *philosophischen* Unternehmen trat ein kaum zwanzigjähriger Göttinger Student, Leonhard [sic!] Nelson, an den Verlag heran: einer neuen Folge der „Abhandlungen der Fries'schen Schule" [...] Es war nicht möglich, ihm den abenteuerlich erscheinenden Plan auszureden, und da er zweifellos ein außergewöhnlich fähiger Mensch war und auch zwei schon ältere Gelehrte, den Mathematiker G. Hessenberg und den Physiologen K. Kaiser gewonnen hatte, wurde das Unternehmen 1904 begonnen, noch ehe der geistige Vater das Doktorexamen bestanden hatte.

Die Verlagsverhandlungen waren im April 1904 abgeschlossen.[449] Die treibende Kraft unter den Herausgebern war Leonard Nelson, wenn auch Hessenberg und Kaiser vor allem in der ersten Zeit auf einem moderateren Ton in den polemischen Beiträgen bestanden. „Dieser Ton", so schreibt Hessenberg mit Bezug auf den Schlußpassus von Nelsons Dissertation (*1905a*), der einen scharfen Angriff gegen Theodor Elsenhans enthielt, „darf nicht dauernd vorherrschen, wenn anders Kaiser & ich weiter die Sache mit unseren Namen decken helfen sollen."[450]

Im Vorwort zum ersten Heft der Neuen Folge der *Abhandlungen der Fries'schen Schule* (Hessenberg/Kaiser/Nelson *1904*) betonen die Herausgeber, nicht „Neuerungs- oder Streitsucht" habe sie dazu getrieben, das Wort zu ergreifen, sondern das Bestreben, „*Wissenschaft* an die Stelle der Parteimeinungen, und schulgemäße Ausbildung an die Stelle des zügellosen Spiels der Originalitätssucht zu setzen" (VII). Orientiert an der von Kant begründeten und von Fries und Apelt fortgebildeten Tradition wollen sie den Beweis antreten, daß „unsere Philosophie auf ebenso strenger wissenschaftlicher Methode beruht wie die Mathematik und wie die Naturwissenschaften" (IX). Fries und Apelt seien die wahren Schüler Kants, da sie „das von Kant begonnene Werk der wissenschaftlichen Einsicht auf dem von ihm eingeschlagenen Wege fortgebildet haben". In der Traditionslinie Kant, Fichte, Schelling, Hegel, Schopenhauer, Nietzsche sei dagegen Kants kritische Methode verlassen

[449] Vgl. Rüstow an Nelson, dat. Suhl, 10.4.1904, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 29.

[450] Hessenberg an Nelson vom 28.11.1904, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28. Heftig umstritten war Ernst Blumenthals Streitschrift gegen Heinrich Rickerts *Der Gegenstand der Erkenntnis* (2. Aufl. *1904*). Hessenberg wie Kaiser waren gegen eine Aufnahme. Hessenberg bestand darauf, daß alle Beiträge, besonders die der „jugendlichen Mitarbeiter" der ganzen Redaktion vorgelegt werden sollten (Hessenberg an Nelson v. 11.11.1904). „Dir selbst würde die Arbeit kolossal geschadet haben, wenn sie zum Druck gelangt wäre. Aber ein Diplomat warst Du nie und möchtest immer gern mit dem Kopf durch die Wand" (Hessenberg an Nelson v. 19.11.1904). Blumenthals Arbeit erschien *1905*, wohl in entschärfter Form.

worden. Diese Autoren hätten „durch Bildung eigener ‚Systeme' ihre Zeitgenossen geblendet" (XII).

5.2.3 Die Gründung der Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft

Die Neue Fries'sche Schule[451] war eine eher informelle Gemeinschaft, deren einigendes Band die Friessche Philosophie war und deren institutionelle Basis in philosophischen Diskussionsrunden bestand, die in Göttingen, Berlin, Heidelberg und andernorts von dort ansässigen Friesianern der ersten Stunde durchgeführt wurden. Nelson war sich darüber im klaren, daß diese Organisationsform auf die Dauer zu einer Zersplitterung der Bewegung führen mußte. Um dem entgegenzuwirken, plante er die Gründung eines Vereines, durch den der institutionelle Zusammenhalt gestärkt werden sollte. Erste Überlegungen dazu stellte Nelson Weihnachten 1907 an. Von diesen Plänen unterrichtete er Gerhard Hessenberg im März 1908.[452] Ihm schwebte die Gründung einer „Gesellschaft für kritische Philosophie" vor, deren Arbeitsgrundlage er in einem 10-Punkte-Programm zusammenstellte:

1) Anerkennung der Unterscheidung analytischer und synthetischer Urteile und der Unveränderlichkeit dieses Unterschiedes.
2) Anerkennung der Unselbständigkeit der gedachten Erkenntnis oder der Leerheit der Reflexion.
3) Verwerfung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Empirismus. D.h. Anerkennung synthetischer Urteile a priori in Mathematik und Naturwissenschaft. Bei letzterer in dem Sinne, daß jede Induktion gewisse leitende Grundsätze voraussetzt, die selbst unabhängig von induktorischer Begründung gelten; also Anerkennung der Abhängigkeit des induktorischen Verfahrens von einer Metaphysik der Natur.
4) Verwerfung des Mystizismus, d.h. Anerkennung der ursprünglichen Dunkelheit der metaphysischen Erkenntnis oder der Unmöglichkeit, die Metaphysik auf intellektuelle Anschauung zu gründen.
5) Anerkennung des Postulats einer Kritik der Vernunft, in allgemeinster Bedeutung des Worts, d.h. der Forderung, synthetische Urteile a priori nicht ohne Aufweisung eines Grundes ihrer Gültigkeit zuzulassen.

[451] Vgl. Blencke *1978*.
[452] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 29.3.1908, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 170 *f*.

6) Anerkennung der logischen Unabhängigkeit des Systems der Philosophie von Psychologie und Biologie. D.h. Verwerfung des Versuchs, den nach (5) aufzuweisenden Grund in der Erfahrung (insbesondere auch der inneren) zu suchen.
7) Anerkennung des Postulats einer Metaphysik der Sitten und ihrer grundlegenden Bedeutung für Pädagogik und Politik. D.h. Verwerfung des ethischen Empirismus.
8) Anerkennung der Autonomie der Moral. D.h. Verwerfung jeder Begründung der Moral durch Glückseligkeitslehre oder Religion.
9) Anerkennung der Naturform aller menschlichen Erkenntnis, d.h. der Unmöglichkeit einer Wissenschaft aus Ideen.
10) Anerkennung eines reinen Vernunftglaubens neben der wissenschaftlichen Erkenntnis.

Durch (1) und (2) würden die Neukantianer wie auch Kant-Historiker und -Philologen ausgeschlossen; durch (2) und (4) wäre der Übergang zu Fichte, Hegel und Schelling versperrt; mit (5) könnten Dogmatiker wie Meinong, Husserl, Itelson und Couturat ausgeschlossen werden; (6) sei notwendig, um den Verdacht des Psychologismus von den Friesianern abzuwehren; (9) richte sich gegen Neovitalisten; (3) sei so lang geraten, damit Frege zugelassen werden könne.

Diese Pläne wurden zunächst *ad acta* gelegt. Noch im Jahre 1908 wurde allerdings der regionalen Zersplitterung der Fries'schen Bewegung dadurch entgegengewirkt, daß beschlossen wurde, alljährlich eine Versammlung der Neuen Fries'schen Schule durchzuführen. Die konstituierende Versammlung fand auf Nelsons Veranlassung am 5. September 1908 während des 3. Internationalen Philosophie-Kongresses in Heidelberg statt.[453] Bis zum Ausbruch des Ersten Weltkrieges wurden die Tagungen regelmäßig durchgeführt.[454] Erst 1912/13 nahm Nelson den Plan von Weihnachten 1907 wieder auf und gründete als zusätzliche Organisation die Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft. In einem zunächst provisorischen Kreis wurden Statuten ausgearbeitet, durch die Gründung eines Kuratoriums, dem Otto Apelt, Paul Bernays, Marcel T. Djuvara, Gerhard Hessenberg und Otto Meyerhof angehörten, wurde der Bestand der Gesellschaft abgesichert und schließlich wurde die auf den 1. März 1913 datierte Satzung auf der Mitgliederversammlung vom 3. bis 7. März

[453] Vgl. Kurt Grelling, „Bericht über die erste Versammlung der Friesschen Schule in Heidelberg am 5. September 1908", Protokoll, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 176–179.
[454] Vgl. Blencke *1978*, 203 *f*. Protokolle der Jahrestagungen 1911 (4.), 1912 (5.) und 1913 (6.) im ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 372.

1913 beraten und beschlossen.[455] Der Zweck der Gesellschaft war

> die Förderung der von Kant und Fries begründeten kritischen Philosophie durch den Ausbau einer Gemeinschaft zu intensiver Arbeit innerhalb der Fries'schen Schule, sowie durch Verbreitung dieser Philosophie nach außen und die Unterstützung solcher Bestrebungen, die sich ihre Anwendung auf bestimmte theoretische und praktische Einzelfragen zur Aufgabe machen.[456]

1917 trat David Hilbert dem Verein als unterstützendes Mitglied bei.[457]

5.3 Kritische Philosophie und Grundlegung der Mathematik

5.3.1 Erkenntnistheoretische Grundlagen

Nelson entwickelt die methodischen Teile seines Konzeptes einer kritischen Philosophie in zusammenhängender Form bereits in der 1904 erschienenen Schrift „Die kritische Methode und das Verhältnis der Psychologie zur Philosophie",[458] die den Auftakt der Neuen Folge der *Abhandlungen der Fries'schen Schule* bildet und damit eine programmatische Funktion erfüllt. Die Nelsonsche Methodik lehnt sich eng an die Philosophie von Jakob Friedrich Fries an, eine Verbindung, die Nelson selbst in der ebenfalls 1904 abgeschlossenen und als Dissertation angenommenen Schrift *Jakob Friedrich Fries und seine jüngsten Kritiker*[459] weiter verdeutlicht. In der Dissertation setzt sich Nelson polemisch-kritisch mit der philosophischen Habilitationsschrift *Das Kant-Friesische Problem* von Theodor Elsenhans (*1902*) auseinander. Dabei verteidigt er Fries vor allem gegen den auch in der älteren Literatur vertretenen Psychologismus-Vorwurf.[460]

[455]Blencke *1978*, 205. Vgl. das Protokoll des ersten Schriftführers Arthur Kronfeld vom 16.3.1913, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 213–215, sowie den gedruckten „Bericht über die Mitgliedsversammlung der Jakob Friedrich Fries Gesellschaft. Göttingen, 3.-7. März 1913", ebd., Nr. 371, Bll. 5–8.

[456]Satzung der Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft vom 1.3.1913, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 371, Bll. 1 *f.*, Zit. Bl. 1; vgl. Blencke *1978*, 205.

[457]3. Kriegsrundschreiben der Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 388, Bll. 262–269.

[458]Nelson *1904b*, wieder in Nelson *1970*, 9–78.

[459]Nelson *1904a*; separat vorab erschienen als Sonderdruck der um ein Nachwort ergänzten Aufsatzveröffentlichung Nelson *1905a*, Neudruck in Nelson *1970*, 79–150.

[460]Die beiden Schriften führten zu einer Kontroverse mit Paul Stern, der sich „Gegen den Versuch einer Erneuerung der Fries'schen Philosophie" gewandt hatte (*1906a*). Der Berliner Stern wurde *1897* mit einem „Beitrag zur psychologischen Analyse der ästhetischen Anschauung" in München promoviert. Stern, „ein älterer Junggeselle und Privatgelehrter" (Goesch an Nelson, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27) lebte auch 1906 noch in München. Der Schlagabtausch mit den Arbeiten Nelson *1906a* und Stern *1906b* wurde von Nelson mit der Schrift „Inhalt und Gegenstand. Grund und Begründung" (*1907a*) beschlossen, dazu Stern *1907a*. Elsenhans nahm zu Nelsons Einwänden gegen seine Habilitationsschrift in dem zweibändigen Werk *Fries und Kant* (*1906*) Stellung. Diese Stellungnahme wurde von Nelsons Freund und Mitarbeiter Kurt Grelling *1906* kritisiert. Die Kontroverse zwischen Stern und Nelson ist auch Gegenstand des Briefwechsels zwischen Grelling und Nelson aus dem Jahre 1906 (Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27). Beim 3. Internationalen Kongreß für Philosophie in Heidelberg im September 1908 kam es zu einem Zusammentreffen zwischen Nelson und Elsenhans, bei dem sich Nelson offenbar für seinen scharfen Ton entschuldigte (vgl. Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 26.10.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

In Nelsons Erkenntnistheorie nimmt der Begriff der „regressiven Methode" eine zentrale Rolle ein. Die regressive Methode steht im Gegensatz zur progressiven, dogmatischen Methode, die das System der Philosophie *ausgehend* von gesetzten Prinzipien entwickelt. Sie besteht in der Zergliederung von Urteilen über Alltagserfahrungen und dient der Herausarbeitung philosophischer Prinzipien.

> Greifen wir nämlich aus den Erfahrungen des Lebens solche Urteile und Beurteilungen heraus, über die Einigkeit herrscht, so können wir diese zergliedern und so durch ein *regressives* Verfahren den philosophischen Principien nachspüren, die in den vorliegenden Urteilen und Beurteilungen zur Anwendung kommen und gemeinsam vorausgesetzt werden.[461]

Durch fortgesetzte Regression und durch Abstraktion von den besonderen Anwendungen „müssen wir schließlich auf irgendwelche letzte und höchste Voraussetzungen kommen, und diese werden wir dann für sich herausheben können" (5). Dadurch wird der gewöhnliche Gedankengang der „objektiven Beweisführung" gerade umgekehrt. Es werden nicht die Folgen aus den Gründen abgeleitet, sondern man „steigt von den Folgen aufwärts zu den Gründen zurück" (5). Dabei kann es sich nicht um ein Beweisverfahren handeln:

> Beweise sind nur notwendig und möglich für mittelbare, abgeleitete Sätze, aber ebenso unnötig wie unmöglich für Grundsätze. Solange die Prämissen irgend welcher Sätze keine Grundsätze sind, kann ich sie bezweifeln, so lange erreiche ich keine vollständige Gewißheit. Will ich zu dieser gelangen, so muß ich bis zu den höchsten Principien, den Grundsätzen hinaufsteigen.[462]

[461]Nelson *1904b*, 4 *f.*

[462]Nelson *1904b*, 5 *f.*

Die Aufgabe einer Philosophie als Wissenschaft ist danach (6):

> die Grundsätze, soweit sie sich nicht auf Anschauung gründen, sondern rein aus Begriffen entspringen, ausfindig zu machen und von ihrer ursprünglichen Dunkelheit zur Klarheit des Bewußtseins zu erheben.

Das Ziel muß dabei sein, ein vollständiges System von Grundsätzen aufzustellen. Dann würde sich die Möglichkeit der prinzipiellen Entscheidung aller überhaupt möglichen Probleme ergeben, die Philosophie wäre nicht mehr den „Willkürlichkeiten dogmatischer Metaphysik" preisgegeben (6).

> Denn die Unbeweisbarkeit haben die Grundsätze mit allen *falschen* Sätzen, mit allen Irrtümern gemein. Nur mit dem Unterschied, daß letztere sich widerlegen und durch Vergleichen mit den Grundsätzen in ihrem Irrtum bloßstellen lassen. Der Dogmatiker braucht daher nur seine Sätze für Grundsätze auszugeben, sobald er nicht im stande ist, sie zu beweisen, und wir werden uns nur dann vor seinen unrechtmäßigen Ansprüchen schützen können, wenn wir im Besitz des Systems aller wirklichen Grundsätze sind und ihm so die Nichtigkeit seiner Sätze durch den Nachweis ihrer Mittelbarkeit geradezu gleichsam handgreiflich zu machen vermögen.[463]

Dogmatisch heißt das Verfahren einer Wissenschaft, lediglich die Prinzipien aufzustellen, *kritisch* das Verfahren, auch die Prinzipien einer Prüfung zu unterziehen (7).

Nelson unterscheidet mit Induktion und Abstraktion zwei regressive Verfahren. Schon bei Fries findet sich eine Unterscheidung empirisch-induktiver und spekulativ-abstrahierender Verfahren der Regression.[464] Die Naturwissenschaften bedienen sich der Induktion, um von Tatsachen auf zugrundeliegende Gesetze schließen und den Zusammenhang dieser Gesetze in der

[463] Nelson *1904b*, 6 *f*.

[464] Vgl. Nelson *1905a*, 254–255; *1970*, 93–99. Nelson sieht in dieser Unterscheidung einen Beleg für Fries' klare Trennung der (empirischen) Psychologie von der Philosophie. Damit ist noch nichts über eine Berechtigung empirisch-induktiver psychologischer Verfahren im Rahmen einer Vernunftkritik gesagt. Nelson kritisiert Elsenhans' Bezugnahme auf Kant, der gefordert hatte, die empirische Psychologie aus der Metaphysik zu verbannen. Kant hatte geschrieben: „Also muß empirische Psychologie aus der Metaphysik gänzlich verbannet sein, und ist schon durch die Idee derselben davon gänzlich ausgeschlossen. [...] Es ist also bloß ein so lange aufgenommener Fremdling, dem man auf einige Zeit einen Aufenthalt vergönnt, bis er in einer ausführlichen Anthropologie (dem Pendant zu der empirischen Naturlehre) seine eigene Behausung wird beziehen können" (Kant, *Kritik der reinen Vernunft* [*1787*] B 876 *f*.; zitiert nach der Akademie-Ausgabe Kant *1911*). Elsenhans verkenne, so Nelson, daß die Metaphysik als System der Erkenntnisse aus reiner Vernunft nicht mit der Kritik der Vernunft verwechselt werden darf: „Die Kritik der Vernunft soll [...] allererst die Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Metaphysik entscheiden, wird also unter

Systemform der Theorie darstellen zu können. „Aber die Induktion führt niemals auf Grundsätze, sondern immer nur auf Lehrsätze" (Nelson *1904b*, 7), denn gewisse allgemeine Gesetze müssen immer vorausgesetzt werden. Es ist die Abstraktion, die auf diese allgemeinen, notwendigen Wahrheiten durch den fortgesetzten Nachweis logischer Abhängigkeiten und Bedingtheiten zwischen Sätzen führt. Daher wird vorausgesetzt: „Sofern wir faktisch gewisse Sätze anerkennen, müssen wir auch die logischen Bedingungen ihrer Möglichkeit einräumen" (13). Diese werden durch Zergliederung aus der Erfahrung abgeleitet.

Wodurch kann aber ein Grundsatz als solcher identifiziert werden, d.h. durch welche Verfahren kann das Ende einer regressiven Zergliederung bestimmt werden? Es muß ja doch erst feststehen, daß ein Satz ein Grundsatz ist, bevor mit Fug und Recht auf seinen Beweis verzichtet werden kann (14). Es bedarf also zusätzlich eines Verfahrens zur Begründung von Urteilen. In der Nelsonschen Erkenntnistheorie muß der Grund oberster Urteile unabhängig von jeder Reflexion in einer unmittelbaren Erkenntnis liegen (17 *f*.). Nelson zählt zwei Arten unmittelbarer Erkenntnisse auf:

- die Anschauung (empirische Anschauung als Grund empirischer Urteile, mathematische Anschauung als Grund aller mathematischen Urteile);
- nichtanschauliche *unmittelbare Erkenntnis der reinen Vernunft* als Grund metaphysischer Urteile (18).

Die Begründung der Grundurteile erfolgt durch Aufweisung der unmittelbaren Erkenntnisse, die ihnen zu Grunde liegen. Dabei werden die folgenden Verfahren angewendet:

- *Beweise* beziehen sich nur auf unmittelbare Urteile und sind nur unter Voraussetzung der Grundsätze möglich;
- *Demonstrationen* in empirischen und mathematischen Wissenschaften zeigen die (empirischen) Anschauungen auf, die den Grundurteilen zugrunde liegen;
- *Deduktionen* begründen die metaphysischen Grundurteile.[465]

allen Umständen eine von der Metaphysik verschiedene Wissenschaft sein müssen, weshalb *Kant* sie auch oft als die Propädeutik zur Metaphysik bezeichnet. Muß also gleich empirische Psychologie gänzlich aus der *Metaphysik* verbannt sein, so muß sie doch darum noch keineswegs aus der *Kritik der Vernunft* verbannt sein" (Nelson *1905a*, 278).

[465] Nelson *1904b*, 21 *f*. Zur transzendentalen Deduktion bei Kant und Fries vgl. Nelson *1905a*, 276–301; *1970*, 114–135.

Wie die Demonstration führt auch die Deduktion auf die unmittelbaren Erkenntnisse, die den Grundurteilen zugrundeliegen.

> Die nur deducierbaren Urteile aber haben ihren Grund nicht, wie die demonstrierbaren, in der Anschauung; d.h. die ihnen zugrunde liegende unmittelbare Erkenntnis kommt uns nicht unmittelbar, sondern *nur* durch Vermittelung der Reflexion, *nur* durch das Urteil zum Bewußtsein.[466]

Die Deduktion ist die wichtigste Aufgabe der Kritik. Die Kritik ist Wissenschaft aus innerer Erfahrung, sie kann also nur psychologisch verfahren (24). „*Die Deduktion der metaphysischen Grundsätze ist also ein Geschäft der Psychologie*" (24), wobei der Name „Psychologie" durchaus gegen „Erkenntnistheorie", „Transzendentalpsychologie" oder „philosophische Anthropologie" ausgetauscht werden könnte (26).

Das Geschäft der Deduktion und damit der Anwendungsbereich des Kritizismus beschränkt sich nicht nur auf die Metaphysik, auch in der reinen Mathematik kommen synthetische Urteile a priori vor. Daraus folgt,

> daß das Gebiet des Deducierbaren in unserer Erkenntnis auch mit der Philosophie nicht abgeschlossen ist. Es muß — außer der die Evidenz schon mit sich führenden und darum dem Interesse des Mathematikers allein genügenden Begründung durch Demonstration — auch eine *kritische Deduktion der Axiome der Mathematik*, ihrem ganzen Umfange nach, möglich sein. Diese Übertragung der Kritik auf die Axiomsysteme der Mathematik konstituiert eine eigene wissenschaftliche Disciplin: die Philosophie der Mathematik oder, nach besserer Bezeichnung, die *kritische Mathematik*.[467]

5.3.2 Kritische Mathematik

Auch das Konzept der Kritischen Mathematik läßt sich auf Schriften von Jakob Friedrich Fries, insbesondere auf seine *Mathematische Naturphilosophie* von *1822* zurückführen. Entscheidende Anstöße für die Aufnahme dieser Ansätze durch Hessenberg und Nelson gingen von der geometrischen Grundlagenforschung in der Zeit um die Jahrhundertwende aus, vor allem von Hilberts *Grundlagen der Geometrie*. Es läßt sich zeigen, daß die Hilbertsche geometrische Axiomatik als Vorbild für die *mathematische* Komponente der Kritischen Mathematik diente, die im Rahmen der *philosophischen*

[466] Nelson *1904b*, 22 *f*.
[467] Nelson *1904b*, 37.

Bemühungen der Neofriesianer mit einem „philosophischen Unterbau" versehen werden sollte.

Bereits im November 1903 trug Gerhard Hessenberg in der Berliner Mathematischen Gesellschaft „Über die kritische Mathematik" vor.[468] Hessenberg versteht darunter eine „kritische Voruntersuchung" der mathematischen Axiome, ein Gebiet, das, so Hessenberg, auf Kants Vernunftkritik und auf Gauß zurückgehe. Es sei „in jüngster Zeit bedeutend erweitert worden und hat sich als selbständiger, eigener Wissenszweig dem Arbeitsfelde der Mathematiker angegliedert" (Hessenberg *1904*, 21). Hessenberg unterteilt das Arbeitsgebiet der Kritischen Mathematik in drei Teilbereiche: Die Untersuchung der logischen Zusammenhänge der mathematischen Axiome, das Problem der Deduktion der mathematischen Axiome und das Problem der Erkenntnisquelle.

Axiome sind für Hessenberg dadurch charakterisiert, daß auf ihren Beweis verzichtet wird. Den Hinweis auf ihre unmittelbare Evidenz akzeptiert er aber nicht als hinreichendes Kriterium für den Status dieser Sätze, denn auch einige Lehrsätze seien unmittelbar evident. Hinreichende Kriterien für die Gültigkeit von Axiomensystemen sind für Hessenberg wie schon in der Hilbertschen Axiomatik Unabhängigkeit, Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit der Axiome. Als „erstes Problem der kritischen Mathematik" bleibt die Aufgabe, „die logische Widerspruchslosigkeit eines Axiomsystems zu erweisen" (Hessenberg *1904*, 22). Ein wesentliches Charakteristikum von Widerspruchsfreiheitsbeweisen ist ihr logischer Formalismus. Mit seiner Hilfe wird es möglich, „die Frage nach der logischen Unabhängigkeit eines Axiomsystems auf Gebiete von Begriffen hinüberzuleiten, wo sie bequemer zu entscheiden sind" (Hessenberg *1904*, 23). Zur Anwendung kann hier das Verfahren der Arithmetisierung kommen, d.h. die Zurückführung der bearbeiteten Gebiete auf die Analysis, „das Gebiet der Zahlen, weil auf diesem nur wenige Axiome gelten und die meisten Begriffe durch Definition gebildet werden können" (Hessenberg *1904*, 23). Hessenberg bezieht sich hier offensichtlich auf Hilberts Rückführung der Widerspruchsfreiheit der geometrischen Axiome auf die vorausgesetzte Widerspruchsfreiheit der arithmetischen Axiome. Auch Hessenberg gesteht ein:

> Ein Nachweis für die Widerspruchslosigkeit der analytischen Grundvoraussetzungen ist zwar noch nicht erbracht. Hier sind wir aber derselben am ehesten gewiß, und die Durchführung des Nachweises hat daselbst die besten Aussichten.[469]

[468] In der Sitzung am 25.11.1903, veröffentlicht als Hessenberg *1904a*.
[469] Hessenberg *1904a*, 23.

Hessenberg teilt also den Hilbertschen Optimismus. Daß sich Hessenberg an den meta-axiomatischen Überlegungen Hilberts in den „Grundlagen der Geometrie“ orientiert, wird auch aus den von ihm gewählten Beispielen deutlich. Hilbert wird somit als Vertreter der Kritischen Mathematik vorgestellt, wenn auch sein Name nur im Zusammenhang mit Einwänden erwähnt wird, die der Kritischen Mathematik (damit ist an jener Stelle Hilberts Axiomatik gemeint) entgegengebracht worden sind.[470] Eine Kritik an der Arithmetisierung der Mathematik könnte allenfalls mit pädagogischen Rücksichten motiviert werden:

> Die Arithmetisierung der Mathematik kann also als schädlich nur aus der Befürchtung heraus bezeichnet werden, daß sie durch Unterdrückung der phantasiereichen geometrischen Forschungsweise den Fortschritt der Mathematik hemme und durch schwierige Exaktheitsprüfungen zu viel Zeitvergeudung veranlasse. Das *rein wissenschaftliche* Bestreben der „Arithmetisierung“ läuft aber gerade auf eine klare und präzise Formulierung der geometrischen Anschauung hinaus und muß darum zu einer späteren Rückkehr zu der unrechtmäßig verdächtigten Geliebten „Geometrie“ führen.[471]

Hessenbergs Ausführungen zu den beiden anderen genannten Arbeitsgebieten bleiben im dunklen. Hessenberg verweist für die Deduktion der mathematischen Axiome auf Apelts Versuch, die Dreidimensionalität des Raumes psychologisch zu deduzieren.[472] Er bemerkt:

> Ich habe den Sinn seiner skizzenhaften Ausführungen bisher nicht verstanden und habe auch unter philosophisch gebildeten Freunden niemanden gefunden, der es vermocht hätte. Da aber *Apelt* eine wissenschaftlich durchaus ernst zu nehmende Persönlichkeit war, so ist anzunehmen, daß diese Fußnote nur als vorläufiger Hinweis zu betrachten ist, und daß er durch seinen frühzeitigen Tod an einer ausführlichen Darstellung gehindert wurde.[473]

[470] „Die Hilbertschen ‚Grundlagen der Geometrie‘ “, so Hessenberg, „sind vielfach als eine ‚*Grundlegung* der Geometrie‘ aufgefaßt, ja angeblich sogar als Lehrbuch für den Schulunterricht empfohlen worden. Daraus hat man dann für eine spätere Untersuchung Herrn Hilberts einen Vorwurf abgeleitet, weil sie *nicht* für den Schulunterricht brauchbar ist“ (Hessenberg *1904a*, 24).

[471] Hessenberg *1904a*, 25.

[472] In Apelts *Metaphysik* (*1857*), Fußnote 199–201. Apelt versucht eine Deduktion der drei Dimensionen des Raumes ausgehend von den Grundverhältnissen der menschlichen Erkenntnis. Darunter versteht er „das Verhältniss der reinen Vernunft (der formalen Apperception) zu den Sinnen (der materialen Apperception) und zur Selbsterkenntnis (dem Bewusstsein)“ (Zit. *1857*, 199, Fußnote).

[473] Hessenberg *1904a*, 25.

Auch bei der Behandlung der Erkenntnisquelle der mathematischen Axiome beschränkt sich Hessenberg auf Andeutungen zur Kantschen „reinen Anschauung“ und zum Helmholtzschen Mißverständnis dieser Lehre.

Hessenberg schließt seinen Vortrag mit dem Hinweis, daß der Mathematiker bei seiner „kritischen Minierarbeit“ in Bereiche kommt, wo er sich mit dem Philosophen trifft. Es sei „vielleicht kein frommer Wunsch“, daß der Philosophie, „die sich vielfach resigniert auf historische Studien zurückgezogen hat, neues Material zu produktiver Betätigung zugeführt wird“ (Hessenberg *1904*, 28). Im „Nachtrag“ (28) läßt Hessenberg einen seiner „philosophischen Freunde“ zu Wort kommen. Er zitiert aus einem Brief des Herrn „cand. phil. Leonard Nelson in Göttingen“, in dem dieser eine Einordnung der Kritischen Mathematik in das Werk von Jakob Friedrich Fries vornimmt:

> Fries hat auf die Möglichkeit einer Übertragung der Kritik auf die Mathematik zuerst 1798 hingewiesen, die Aufgabe der Deduktion ihrer Axiome in der „Logik“ (§ 112)[474] präzisiert und die Kritische Mathematik selbst ausgeführt in der „Mathematischen Naturphilosophie“, deren ganze erste Hälfte sie einnimmt. Hier tritt sie also schon als „selbständiger eigener Wissenszweig“ auf (1822).[475]

Nelson war es auch, der sich recht bald an die Ausarbeitung der bei Hessenberg nur angedeuteten Teile der Kritischen Mathematik machte. In seinem zweiteiligen, 1905 und 1906 erschienenen Aufsatz „Bemerkungen über die Nicht-Euklidische Geometrie und den Ursprung der mathematischen Gewißheit“[476] nimmt Nelson die Grundlagendiskussion in der Geometrie, die durch die Entdeckung nicht-euklidischer Geometrien ausgelöst wurde, zum Anlaß, allgemein die Frage nach dem „Ursprung der mathematischen Gewißheit“ zu untersuchen und im Sinne der Kritischen Mathematik zu beantworten. Die

[474] Nelson bezieht sich auf das Friessche *System der Logik*, 3. Aufl. (letzter Hand) *1837* (Repr. in Fries *1971*), § 112, 377–378 „Vollständige Begründung aller systematischen Erkenntnis“. Die Erstauflage erschien in Heidelberg 1811.

[475] Hessenberg zitiert aus einem Brief Nelsons, dat. Göttingen, 16.1.1904 (ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bll. 19–24, Zit. 19). In seiner *Mathematischen Naturphilosophie* (*1822*, Repr. in *1979*) behandelt Fries im ersten Teil (33–395) die „Philosophie der Mathematik“. Er faßt diese „Mathesis prima“ als „eigene Wissenschaft“ auf, deren Frage ist: „woher kommt uns die mathematische Erkenntniß und welche Ansprüche hat sie im ganzen System der menschlichen Ueberzeugungen zu machen“ (35). Der Terminus „Kritische Mathematik“ fällt nicht. „Die Lehrmethode in der Mathematik ist immer die dogmatische, aber dieser liegt im Großen für die Erfindung der Theorien eine Untersuchung nach speculativer kritischer Methode zu Grunde“ (47).

[476] Nelson *1905b*, wieder in Nelson *1959*, 9–54, und Nelson *1974a*, 3–52. Unter dem Titel „Kant und die Nicht-Euklidische Geometrie“ veröffentlichte Nelson eine populäre Fassung dieser Arbeit (*1906c*, wieder in *1974a*, 53–93).

Geometrie ist ihm dabei nur ein Beispiel. Seine Ausführungen lassen sich auch auf die Arithmetik übertragen.[477] Ausgangspunkt ist Kants Unterscheidung analytischer und synthetischer Urteile. Liegt der Grund für die Notwendigkeit eines Urteils im Subjektbegriff, so heißt das Urteil analytisch. Urteilen besteht dann in einer Zergliederung des Subjektbegriffs. Alle Definitionen oder aus Definitionen folgenden Sätze sind analytische Urteile, denn

> die Definition enthält die vollständige Zergliederung eines Begriffs und dient als Kriterium dafür, ob ein Gegenstand (oder eine Klasse von Gegenständen) unter den Begriff fällt oder nicht.[478]

Ein Urteil, dessen Prädikat nicht zu den definierenden Prädikaten des Subjektbegriffes gehört, ist dagegen synthetisch (Nelson *1905b*, 377). „Alle mathematischen Axiome und alle auf ihnen beruhenden Theoreme sind synthetische Urteile" (378). Ganz im Kantschen Sinne identifiziert Nelson mathematische Urteile als synthetische Urteile a priori. Dabei ist die nicht-sinnliche, nicht-empirische reine Anschauung die Erkenntnisquelle der Mathematik (386).

Mathematische Axiome sind unmittelbar evidente Wahrheiten. Aber nur diejenigen evidenten Sätze sind mathematische Axiome, die nicht bewiesen werden können. Als beweisbar gelten jene Sätze, die durch eine endliche Anzahl rein syllogistischer Operationen aus unmittelbar evidenten Sätzen hergeleitet werden. Dabei muß der logischen Forderung an jede Wissenschaft Rechnung getragen werden, mit möglichst wenigen Voraussetzungen möglichst viel zu beweisen, d.h. die Anzahl der unbeweisbaren bzw. unbewiesenen Axiome muß auf ein Minimum reduziert werden. Axiomensysteme müssen folgende Kriterien erfüllen: Ihre Axiome müssen voneinander unabhängig sein, und sie müssen vollständig sein, aus den Axiomen des Systems müssen also alle Lehrsätze der Wissenschaft, für die das System aufgestellt worden ist, ohne Zuhilfenahme anderer Sätze hergeleitet werden können (381 *f.*). Als Beweis für die logische Unabhängigkeit von Axiomen sieht Nelson den Nachweis an, daß Axiomensysteme widerspruchsfrei bleiben, wenn statt des auf Unabhängigkeit zu prüfenden Axioms ein ihm widersprechendes zugrunde gelegt wird. Als Beispiel nennt er den Parallelensatz in der Geometrie, auf den in der Nicht-Euklidischen Geometrie verzichtet wird (382–385). Ein weiteres Beispiel ist die Konsistenz „komplexer Zahlensysteme", in denen nicht das vollständige System der arithmetischen Axiome erfüllt ist. Nelsons Polemik gilt dem Fehler, von der Geltung mathematischer Axiome, die von jeder Erfahrung unabhängig sind wie die der Euklidischen Geometrie, auf die

[477]Vgl. Nelson *1905b*, 386, Anm. 1.
[478]Nelson *1905b*, 377.

Unmöglichkeit von Gegenständen zu schließen, für die diese Axiome nicht vollständig erfüllt sind. Die Nicht-Euklidische Geometrie z.B. bedürfe nur der logischen Möglichkeit ihres Systems, also ihrer inneren Widerspruchsfreiheit, damit sei aber die Gültigkeit des Euklidischen Axiomensystems noch nicht umgestoßen (388). Aus der Möglichkeit der Nicht-Euklidischen Geometrie schließt Nelson auf den nicht-logischen Ursprung der Axiome. Diese Möglichkeit bestätige Kants Philosophie der Mathematik (392). Ausführlich setzt sich Nelson mit dem Fehlschluß von dem nicht-logischen Ursprung der Axiome auf deren empirischen Ursprung auseinander (395–398). Zu den Grundbegriffen und Grundsätzen könne man nur durch Abstraktion von der Erfahrung gelangen (402).

Auch die Mathematik unterliege wie jede Wissenschaft den Gesetzen der Logik. „Aber die Logik vermag nur *negative* Bedingungen der mathematischen Wahrheit aufzustellen, insofern sie den Widerspruch ausschließt" (416). Logische Widerspruchsfreiheit bedeute aber noch nicht mathematische Existenz, dafür müsse man über die Logik hinausgehen (416 *f.*). Die logische Möglichkeit eines Begriffs ist für Nelson also nicht das Kriterium seiner Existenz.[479] Eine Ersetzung der Axiome durch Definitionen der in ihnen auftretenden Begriffe führt nicht auf Aussagen über die Existenz der definierten Begriffe. Zu jeder Definition müßte dann wieder ein synthetisches Axiom über die Existenz des definierten Begriffes oder der definierten Operation hinzutreten.

> Diese Existentialaxiome lassen sich allerdings durch eine geeignete Methode auf ein minimales Maß einschränken. Dadurch nämlich, daß man die Zahlen von vornherein nur dadurch definiert, daß sie ein System von Dingen bilden, welches die in den arithmetischen Axiomen formulierten Bedingungen erfüllt. [...] Allein, so fruchtbar sich diese [...] „axiomatische" Methode für gewisse mathematische Untersuchungen erweist, so ist doch geltend zu machen, daß den auf solche Weise definierten Dingen zwar, sofern die definierenden Bedingungen ein in sich widerspruchsloses System bilden, logische Möglichkeit, an und für sich aber noch keineswegs mathematische Existenz zukommt.[480]

[479]Nelson schreibt dazu (*1905b*, 417, Anm. 1): „Wer es freilich vorzieht, das, was wir, dem Sprachgebrauch gemäß, als logische Möglichkeit bezeichnen, ‚Existenz' zu nennen, der mag in der Widerspruchslosigkeit eines Begriffs einen hinreichenden Beweis seiner Existenz erblicken. Es dürfte sich jedoch empfehlen, wesentlich verschiedene Begriffe auch durch verschiedene Worte zu bezeichnen, statt ihre Verschiedenheit durch willkürliche Verletzung des Sprachgebrauchs ohne Not unkenntlich zu machen." Nelson polemisiert hier möglicherweise gegen Hilberts Behauptung, daß mit einem Konsistenzbeweis für die arithmetischen Axiome die Existenz des Inbegriffs der reellen Zahlen bewiesen sei (Hilbert *1900a*, 184; *1900b*, 264–266).
[480]Nelson *1905b*, 418.

Nelson verweist hier auf die Schriften Hilberts zur Grundlegung der Arithmetik (Hilbert *1900a*, *1905a*) und bemerkt: „Es scheint daher die Durchführung der neuerdings von *Hilbert* ausgehenden Bestrebungen rücksichtlich der Grundlagen der Arithmetik unvermeidlich gerade zu der von uns vertretenen kritischen Auffassung zu drängen" (Nelson *1905b*, 418, Anm. 1).

In der populären Fassung des Aufsatzes, die in der „Illustrierten Zeitschrift für Astronomie und verwandte Gebiete" *Das Weltall* veröffentlicht wurde, geht Nelson in einem Vorspann auf die kritische Methode zur Prüfung der Voraussetzungen der Axiome als synthetischer Urteile *a priori* ein. Die Kritische Mathematik hat danach eine doppelte Aufgabe. Sie hat erstens regressiv die Grundsätze aufzusuchen, die als logische Prinzipien den mathematischen Theorien zugrunde liegen:

> Es ist dies die Aufgabe der von *Hilbert* „axiomatisch" genannten Untersuchungsweise, die er dahin definiert, daß sie eine mathematische Wahrheit nicht mit Rücksicht auf neue, aus ihr abzuleitende Sätze zu erforschen habe, sondern, „daß sie vielmehr die Stellung eines Satzes innerhalb des Systems der bekannten Wahrheiten in der Weise klarzulegen habe, daß sich sicher angeben läßt, welche Voraussetzungen zur Begründung jener Wahrheit notwendig und hinreichend sind".[481] Diese axiomatische Untersuchung erschöpft indessen nicht die Aufgabe der Kritischen Mathematik. Wir können nämlich den regressiven Gedankengang noch weiter fortsetzen, indem wir die Frage aufwerfen: Welches ist der Ursprung der Axiome, und worauf beruht ihre Geltung? Die Untersuchung dieser Frage ist die zweite Aufgabe der Kritischen Mathematik. Den Gegenstand dieser Aufgabe bildet die Erkenntnisquelle der mathematischen Axiome und somit der mathematischen Wahrheiten überhaupt. Während also die erste Aufgabe wesentlich logischer Natur ist, ist die zweite Aufgabe erkenntnistheoretischer Natur.[482]

Auch die späteren grundlagentheoretischen Arbeiten Nelsons haben die gleiche Zielrichtung: Nelson betont den synthetischen und apriorischen Charakter mathematischer Axiome, durch den alle nicht-kritischen Konzepte zur Begründung der Mathematik (gemeint sind Logizismus, Konventionalismus und Empirismus) *ad absurdum* geführt werden.[483] Die erste Teilaufgabe der

[481]Hilbert *1903*, 88.

[482]Nelson *1906c*, 149.

[483]Als Beispiel sei Nelsons Vortrag „Des fondements de la géométrie" aus dem Jahre 1914 genannt (*1918*, wieder in *1974a*, 129–157, dort auch mit deutscher Übersetzung, 157–185). Nelson setzt sich darin mit der Kritik auseinander, die gegen die Theorie der reinen Anschauung in der Geometrie vorgebracht worden ist. Diese betreffe, soweit sie stichhaltig

Kritischen Mathematik liegt in der regressiven Aufweisung der Axiome, eine Teilaufgabe, die Nelson durch Arbeiten im Anschluß an Hilberts axiomatisches Programm als weitgehend bewältigt ansieht. Die zweite Teilaufgabe besteht in der Deduktion dieser Axiome selbst.

Die paradigmatische Funktion von Hilberts axiomatischem Programm wird besonders deutlich in Nelsons Vortrag „Kritische Philosophie und mathematische Axiomatik", den er kurz vor seinem Tod auf der 56. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner am 28. September 1927 in Göttingen gehalten hat.[484] Auch in diesem Vortrag stellt Nelson heraus, daß Jakob Friedrich Fries mit der Kritischen Mathematik die „Philosophie der Mathematik" als eigene Disziplin begründet hat. Aufgabe dieser Kritischen Mathematik sei die klare Trennung des logisch Beweisbaren von den Voraussetzungen der Beweise. Diese Voraussetzungen müßten auf die zum Aufbau der Theorie notwendigen beschränkt werden. Die Anzahl der Axiome müsse also dadurch auf ein Minimum beschränkt werden, daß alle beweisbaren Voraussetzungen auch tatsächlich bewiesen werden. Andererseits müsse die Anzahl der Axiome aber hinreichend sein, es müssen also „alle Anleihen, die im Verlauf eines Beweises bei der Anschauung gemacht werden, als besondere Voraussetzungen formuliert" werden (Nelson *1928*, 110). „Man sieht, diese ‚Kritische Mathematik' oder ‚Philosophie der Mathematik' ist nichts anderes als die dem modernen Mathematiker wohl vertraute *Axiomatik*" (110). Eigentlicher Gegenstand dieses Vortrages ist aber die Herausarbeitung einer Analogie zwischen der Friesschen Methode der Deduktion und dem von Hilbert ausgearbeiteten beweistheoretischen Programm, den Widerspruchsfreiheitsbeweis von mathematischen Axiomensystemen mittels finiter Methoden zu führen. Hilberts Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik (in Hilbert *1922*) hält Nelson für gelungen (Nelson *1928*, 112–113).[485]

sei, entweder nur die sinnliche Anschauung und bestätige damit den apriorischen Charakter geometrischer Erkenntnis, oder sie betreffe deren logische oder diskursive Apriorität und bestätige damit deren synthetischen Charakter (*1918*, 117 *f.*).

[484]Nelson *1928*, wieder in Nelson *1959*, 89–124, und Nelson *1974a*, 187–220.

[485]Der Nelsonschen Interpretation von Hilberts metamathematischem Programm sind in der Diskussion des Vortrages Einwände von Richard Courant und Paul Bernays entgegengebracht worden, die damals ihre engen Bindungen an Nelson schon gelockert hatten. Nelsons Erwiderung ist in erweiterter Form im zweiten Teil des Vortrages (*1928*, 136–142) abgedruckt. Dazu schreibt Wilhelm Ackermann in seinem Geleitwort zur Ausgabe von *1959* (Zit. nach *1974a*, 188): „Die nicht ausdrücklich ausgesprochene, aber doch durchscheinende Ansicht [Nelsons], daß *Hilbert* (wenigstens für die Arithmetik) seinen Standpunkt insgesamt teile, dürfte sich allerdings nicht aufrechterhalten lassen. *Hilbert* ist zwar der Ansicht, daß ein Teil der Mathematik (nicht nur die Metamathematik) auf eine anschaulich-finite Erkenntnisquelle zurückgeht [...], daß aber zu diesen finiten Schlußweisen die transfiniten als ‚ideale Elemente' hinzukommen müssen, um der Mathematik ihre systematische Abgeschlossenheit und Vereinfachung zu geben, die sie über das intuitionistische Torso

Nelsons Überzeugung von der Übereinstimmung seiner Philosophie mit Hilberts philosophisch-mathematischen Konzepten hat sich erst im Laufe des Sommers 1905 entwickelt. Am Anfang der Ausarbeitung der „Kritischen Mathematik" in der Neuen Fries'schen Schule stand die Rezeption von Hilberts Schriften zur Axiomatik der Geometrie. Auf dieser Grundlage verfaßte Nelson auch die erste Fassung seiner „Bemerkungen über die Nicht-Euklidische Geometrie und den Ursprung der mathematischen Gewißheit". Das Manuskript schickte er im Februar 1905 mit der Bitte an Hessenberg,[486] er möge ihm zu einem Titel raten. „Das Verhältnis der Nicht-Euklidischen Geometrie zur transzendentalen Ästhetik" klinge zu anspruchsvoll, für den Titel „Über den Ursprung der mathematischen Gewißheit" sei das Thema nicht erschöpfend genug behandelt.

Einge Zeit später machte Hessenberg Nelson auf die philosophische Schriften Hilberts aufmerksam. Nelson antwortete ihm Mitte Juni 1905:[487]

> Von Hilberts philosophischen „Resultaten" mach' Dir nur lieber keine großen Hoffnungen. Ich bin bereits durch das, was er bisher davon produziert hat, recht enttäuscht. So lange er mit rein mathematischen Mitteln operiert, ist er zwar oft schwer verständlich, aber was er bringt, ist natürlich bewunderungswürdig. Daß er das Bedürfnis nach mehr fühlt, ist ja auch sehr schön, aber so wie er das rein Mathematische verläßt, wird er einfach albern. Von der ganzen kritischen Auffassung der Ursprungsfrage hat er offenbar niemals gehört, soviel er auch über das Thema redet, erwähnt er doch nicht einmal ihre Möglichkeit, geschweige denn ihre Existenz. Ein von andern Sätzen unabhängiges Axiom ist für ihn von vornherein identisch mit einer neuen Beobachtung. [...] Um den Widerspruch in der Mengenlehre zu beseitigen, will er (nicht etwa die Mengenlehre sondern) die Logik reformieren. Nun, wir wollen sehen, wie er es macht.

Diese Einschätzung wollte Hessenberg nicht teilen.[488] „Von Hilberts philosoph[ischen] Sachen mache ich mir trotz Deines absprechenden Urteils sehr viele Hoffnungen." Er verwies auf Hilberts Heidelberger Vortrag „Über die

hinaushebt, obwohl diese transfiniten Schlußweisen nun nicht mehr auf eine anschauliche Erkenntnisquelle zurückgehen. Das Entstehungsjahr (1927) der vorliegenden Abhandlung ist insofern ungünstig, als in der Zeit von 1930–1936 besonders wichtige Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung erzielt wurden."

[486] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 7.2.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 48 *f*.

[487] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 16.6.1905, ebd., Bll. 50–53.

[488] Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 26.6.1905, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

Grundlagen der Logik und der Arithmetik" (*1905a*), von dem er einen Sonderdruck erhalten hatte. Hessenberg fand Hilberts Methoden und Resultate hervorragend, obwohl alles nur flüchtig dargestellt sei.

> Daß man, um die Mengenlehre widerspruchsfrei zu machen, die Logik reformieren muss, halte ich durchaus nicht für paradox. Erstens einmal ist die Logik bisher überhaupt noch nicht scharf von arithmetischen Betrachtungen zu trennen. Zweitens aber: wenn in der Mengenlehre Paradoxieen stecken, so sind entweder die Schlüsse unkorrekt, oder die gebildeten Begriffe sind widerspruchsvoll. In beiden Fällen ist es eine logische Aufgabe, entweder den Schlussfehler oder den der Begriffsbildung aufzudecken. Und mit Recht, meines Erachtens, wird der Fehler in der Begriffsbildung gesucht. Nach den Gesetzen der Logik aber fällt ein Ding *a* entweder unter den Begriff *b* oder nicht. Ein anderes Princip wird beim Mengenbegriff nicht gebraucht. Hilbert stellt nun für die Arithmetik in dem betreffenden Vortrag viel schärfere Anforderungen an die Begriffsbildung. Dadurch wird z.B. der paradoxe Begriff der Menge aller Mengen oder der Menge aller Dinge von vornherein hinfällig, ebenso wird es von vornherein unzulässig[,] den Begriff der Menge aller Mengen[,] die sich selbst enthalten, zu bilden.

Zu den erkenntnistheoretischen Implikationen von Hilberts revidiertem axiomatischem Programm schreibt Hessenberg nur: „Das Problem des Ursprungs der Erkenntnis mag Hilbert wohl nicht bekannt sein. Es gehört ja aber auch nicht in die Logik sondern in die Psychologie". Nelson sah sich daraufhin diesen Vortrag, wenn auch nur flüchtig, an:

> Der Grundmangel des Ganzen scheint mir darin zu liegen, daß er [Hilbert] kein Princip zur Scheidung analytischer u[nd] synthetischer Urteile hat u[nd] diesen ganzen Unterschied nicht kennt. Daher das gänzliche Durcheinander von Logik u[nd] Arithmetik. Der Begriff der Menge ist zweifellos *kein* arithmetischer, sondern ein rein philosophischer. Die Frage kann nur sein, ob er metaphysisch (als Kategorie der Vielheit, nämlich der Dinge, die unter einen Begriff fallen) oder irgend wie rein logisch unterzubringen ist, was ich nicht glaube.[489]

Im August hatte Nelson die Arbeit genauer gelesen, war aber vielleicht auch von Hilberts Vorlesung „Über die logischen Principien des mathematischen Denkens" beeinflußt: „Ich glaube damit", schrieb er an Hessenberg,[490]

[489] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 7.7.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 56 *f*.

[490] Nelson an Hessenberg, undat. Postkarte, Poststempel Berlin, 16.8.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 60.

was die Sache betrifft, ganz mit Hilbert übereinzustimmen u[nd] nur seine unbeholfene Sprache ins Philosophische zu übersetzen. Was ich damals gegen seine scheinbare Ineinssetzung von Logik u[nd] Arithmetik schrieb, muß ich ganz zurücknehmen, er stellt nur den Sprachgebrauch vielfach auf den Kopf, steht aber im Wesentlichen auf dem von mir angegebenen Standpunkt. Er fügt jedesmal einem aufgestellten Axiomensystem das allgemeine Axiom hinzu: Es *giebt* Dinge, die etc.

Nelson sieht auch das höchste Ziel von Hilberts grundlagentheoretischen Arbeiten, den Nachweis der Lösbarkeit eines jeden mathematischen Problems, durch die Kritische Mathematik erfüllt: Hilbert habe in der Vorlesung wiederholt gesagt,

> es sei sein höchstes Ziel bei all' diesen Untersuchungen, zu beweisen, daß jedes mathematische Problem lösbar sei, ein Ziel, von dem er noch gar nicht absehen könne, wie es zu erreichen sei. Nach meiner Ansicht ist dies Ziel für die kritische Auffassung eo ipso erreicht. Dies Beispiel kann zeigen, daß man mit rein mathematischen u[nd] logischen Methoden bei diesen Fragen nicht auskommt, daß vielmehr die Kritik (die Frage des Ursprungs) nicht zu umgehen ist.[491]

5.4 Die Antinomiendiskussion in der Neuen Fries'schen Schule

5.4.1 Die „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti" von Grelling und Nelson

Im Jahre 1908 veröffentlichten Kurt Grelling und Leonard Nelson einen gemeinsam verfaßten Aufsatz mit dem Titel „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti",[492] in dem erstmals eine Analyse verschiedener „Lösungs"versuche der mengentheoretischen Antinomien gegeben wurde. Die Autoren legten dabei einen Katalog von Kriterien zugrunde, die erfüllt sein müssen, damit von einer *Lösung* der Antinomien überhaupt gesprochen werden kann. Zugleich fand sich dort erstmals die Formulierung der „Grellingschen Antinomie".

[491] Nelson an Hessenberg, dat. Westend, 14.8.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 58 *f*.

[492] Grelling/Nelson *1908*, wieder in Nelson *1959*, 55–87, Nelson *1974*, 95–127. Vgl. zu dieser Arbeit Bernays *1928*, bes. 144; Bernays' Geleitwort zur Ausgabe von 1959 (Bernays *1959a*, auch in Nelson *1974*, 96–97) und seinen dort neu hinzugefügten Anhang IV „Anmerkungen zur Neuausgabe der vorstehenden Abhandlung" (Bernays *1959b*, in der Ausgabe in Nelson *1974* in die Fußnoten eingearbeitet).

Es geht Grelling und Nelson nicht darum, „die zahlreich vorliegenden Lösungsversuche um einen neuen zu vermehren", ihre Bemerkungen sollen vielmehr dazu beitragen, „vorliegende Scheinlösungen zu beseitigen" und „zukünftigen vorzubeugen" (303). Als wichtigstes Analyseinstrument dient ihnen die Unterscheidung zwischen „Auflösung" und „Berichtigung" der Antinomien (314):

> Wir unterscheiden hierbei die Aufgabe einer eigentlichen „Auflösung" der Paradoxie, d.h. die Aufgabe, den zu Grunde liegenden Schein aufzudecken, von der Aufgabe einer „Berichtigung", d.h. der Aufgabe, die Paradoxie durch Einführung neuer, widerspruchsfreier Begriffe zu vermeiden. Eine solche Berichtigung kann nämlich desha[l]b nicht als Lösung angesprochen werden, weil die paradoxen Gegenstände, sofern sie überhaupt existieren, dadurch nicht aus der Welt geschafft werden, daß man aufhört, sich mit ihnen zu beschäftigen.

Die Analyse der Autoren gilt vor allem der Russellschen Antinomie der „Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten", der Burali-Fortischen Antinomie „der Menge W aller Ordinalzahlen" sowie der nicht mengentheoretischen, ebenfalls von Russell formulierten Imprädikabilitätsantinomie: Ein Begriff kommt sich entweder selbst als Merkmal zu oder nicht. Im ersten Fall heiße der Begriff „prädikabel", im anderen „imprädikabel". Nach der Voraussetzung ist der Begriff „imprädikabel" selbst entweder prädikabel oder imprädikabel, kommt sich also selbst als Merkmal zu oder nicht. Angenommen, er ist prädikabel, so ist er nach der Definition imprädikabel; angenommen, er kommt sich nicht als Merkmal zu, ist also imprädikabel, so wäre er prädikabel. Beide Annahmen führen gemeinsam auf einen Widerspruch (303–305). Für diese Antinomien geben Grelling und Nelson eine allgemeine Form an (306):

> Sei M die Menge aller Mengen, M' eine ihrer Teilmengen und Φ eine zu M' äquivalente Menge. Wir wollen die Zuordnung, durch welche die Elemente von Φ denen von M' zugeordnet sind, mit φ bezeichnen. Da die Elemente von M' selbst Mengen sind, so sind folgende Fälle möglich. Wenn M ein Element von M' ist, so ist $\varphi(M)$ entweder Element von M, dann wollen wir $\varphi(M)$ in die Teilmenge X von Φ rechnen, oder $\varphi(M)$ ist nicht Element von M, dann rechnen wir es in die zu X komplementäre Teilmenge Y von Φ. Wenn nun Y selbst Element von M' ist, so existiert in Φ ein Element $\varphi(Y)$. Angenommen nun, $\varphi(Y)$ sei Element von Y, dann wäre es Element von X, nach der Definition von X, was mit der Annahme in Widerspruch steht.

> Angenommen aber, $\varphi(Y)$ sei nicht Element von Y, dann wäre es Element von Y, nach der Definition von Y, was wiederum der Annahme widerspricht.

Aus dieser allgemeinen Form lassen sich weitere Widersprüche ableiten. Als Beispiel werden zwei von Kurt Grelling formulierte Antinomien genannt,[493] darunter die später so genannte „Grellingsche Antinomie", die wegen der Einfachheit ihrer Konstruktion als „Standardbeispiel für semantische Antinomien" angesehen wird:[494]

> Jedem Wort kommt der Begriff, den es bezeichnet, entweder als Merkmal zu oder nicht. Im ersten Falle nennen wir es autologisch, im zweiten heterologisch. Das Wort „heterologisch" ist nun selbst entweder autologisch oder heterologisch. Angenommen, es sei autologisch; dann kommt ihm der Begriff, den es bezeichnet, als Merkmal zu, es ist also heterologisch. Angenommen, es sei heterologisch; dann kommt ihm der Begriff, den es bezeichnet, nicht als Merkmal zu, es ist also nicht heterologisch.[495]

In einer näher an die Normalform angelehnten Formulierung lautet die Antinomie (307):

> Sei $\varphi(M)$ dasjenige Wort, das den Begriff bezeichnet, durch den M definiert ist. Dieses Wort ist entweder Element von M oder nicht. Im ersten Falle wollen wir es „autologisch" nennen, im anderen „heterologisch". Das Wort *„heterologisch"* ist nun seinerseits entweder autologisch oder heterologisch. Angenommen, es sei autologisch; dann ist es Element der durch denjenigen Begriff definierten Menge, den es selbst bezeichnet, es ist mithin heterologisch, entgegen der Annahme. Angenommen aber, es sei heterologisch; dann ist es nicht Element der durch denjenigen Begriff definierten Menge, den es selbst bezeichnet, es ist mithin nicht heterologisch, wiederum entgegen der Annahme.[496]

493 Prioritätszuweisung Grelling/Nelson *1908*, Anm. 2.

494 Haas *1980b*, 813. In Textsammlungen zur Geschichte der formalen Logik hat die Antinomie einen Stammplatz, z.B. in den ***Logik-Texten*** von Karel Berka und Lothar Kreiser, dort allerdings „Grelling-Nelsonsche Antinomie" genannt (letzte Aufl. *1986*).

495 Grelling/Nelson *1908*, 307 *f.*

496 Aus der Fülle der Literatur zur Grellingschen Antinomie sei nur auf Uuno Saarnios Lösung verwiesen, mittels einer worttheoretischen linguistischen Analyse der Bezeichnungsrelationen Graphem und das durch das Graphem Bezeichnete zu trennen, insbesondere in den problematischen reflexiven Fällen transitiver Relationen (Saarnio *1937*). Dieser Weg ist von Grelling selbst in einem Schreiben an Saarnio als Lösung seiner Antinomie bezeichnet worden (Ahokallio *1977*, 170, Anm. 8). Das Originalschreiben ist im Nachlaß Uuno Saarnios (Reino Saarnio, Helsinki) nicht mehr auffindbar. Vgl. auch die weiteren Arbeiten Saarnios, in denen zur Lösung der Antiomien bedeutungstheoretische Hierarchien entwickelt werden (*1938*, *1949*, *1974*); dazu Enders *1977*. Eine Lösung über die Konstruktion von Ordnungshierarchien von Aussagefunktionen hat Frank Plumpton Ramsey schon *1926* vorgelegt (Ramsey *1926*, bes. 369–373; wieder in Ramsey *1931*, 1–61, bes. 42–47, und Ramsey *1978*, 152–232, bes. 193–198). Ramsey schreibt die heterologische Antinomie fälschlich Hermann Weyl zu, der sie *1918* in seiner Schrift ***Das Kontinuum*** als „eine bekannte, im wesentlichen von Russell herrührende ‚Paradoxie'" bezeichnet und als „Scholastik schlimmster Sorte" abgetan hat (2). Vgl. auch Georg Henrik von Wrights Studie über "The Heterological Paradox" (*1960*, wieder in *1983*, 1–24). Die von Rheinwald *1988* vorgelegte Analyse der Grellingschen Antinomie ist unzureichend, da sie diese Antinomie nicht sauber von der Russellschen Imprädikabilitätsantinomie trennt.

Als zweite Antinomie formuliert Grelling eine Antinomie der Menge aller endlichen Buchstabenkombinationen (308):

> Die Menge aller endlichen Kombinationen aus den 25 Buchstaben des Alphabets ist abzählbar, es hat also jedes ihrer Elemente ein unmittelbar folgendes, und jedes mit Ausnahme des ersten ein unmittelbar vorhergehendes. Wir teilen nun diese Menge ein in die Menge I aller Elemente, denen die Bedeutung des nächstfolgenden Elements (der durch dasselbe bezeichnete Begriff) als Merkmal zukommt, und die Menge R aller übrigen Elemente. Nun findet sich in der Gesamtmenge die Kombination „Element von R". Das dieser Kombination *unmittelbar vorhergehende Element* ist nun entweder Element von I oder Element von R. Angenommen, es sei Element von I, so kommt ihm die Bedeutung des ihm unmittelbar folgenden Elements als Merkmal zu, es ist also Element von R, was der Annahme widerspricht. Angenommen, es sei Element von R, so kommt ihm die Bedeutung des ihm unmittelbar folgenden Elements nicht als Merkmal zu, es ist also nicht Element von R, wiederum entgegen der Annahme.

Für Grelling und Nelson kann eine Lösung der Antinomien nur durch den Nachweis erbracht werden, daß mindestens eine der Voraussetzungen, die der allgemeinen Formulierung P zugrundeliegen, falsch ist. Grelling und Nelson zählen drei „allgemeine", logische Voraussetzungen auf (310 *f.*):

1. Jedem Ding kommt von zwei widersprechenden Merkmalen wenigstens eines zu.

2. Jedem Ding kommt von zwei widersprechenden Merkmalen höchstens eines zu.

3. Das Prinzip der Subsumption *dictum de omni et nullo.*

Dazu treten spezielle Voraussetzungen, die von der Wahl der Zuordnung φ abhängen.

4. Wenn M ein Element von M' ist, so gibt es in Φ immer ein Element φ, so daß $\varphi = \varphi(M)$ ist.
5. Wenn $\varphi(M) = \varphi(M')$ und Element von M ist, so ist es auch Element von M'.
6. Y ist Element von M'.

Es hat nun wenig Sinn, die allgemeinen Voraussetzungen zu kritisieren, da sie allererst das Kriterium für das Auftreten eines Widerspruches liefern (312):

> Durch ein solches Verfahren würden zwar die vorliegenden, und nicht nur diese, sondern alle überhaupt möglichen Paradoxieen beseitigt werden, es wäre aber zugleich jedes Kriterium für die Wahrheit analytischer Urteile aufgehoben.

Eine Lösung würde also nur dann gefunden sein, wenn nachgewiesen werden könnte, daß eine der Bedingungen 4 bis 6 „in Wahrheit" nicht erfüllt ist.

Grelling und Nelson besprechen die Lösungsversuche von Gottlob Frege im Nachwort zum zweiten Band seiner *Grundgesetze der Arithmethik* (*1903*) und Bertrand Russells "No class theory", die Russell in seiner Kontroverse mit Poincaré formulierte (Russell *1906*) und zumindest zeitweise als Alternative zur Typentheorie ansah. Grelling und Nelson gehen auf Poincarés gegen Russell vertretene Forderung ein, alle Sätze über nicht endliche Mengen als unzulässig zu erklären (Poincaré *1906a*). Sie besprechen darüber hinaus ausführlich Lösungsvorschläge, die Heinrich Goesch gemacht hat.

Grelling und Nelson zeigen, daß Freges Lösungsversuch auf die Behauptung der Falschheit des Satzes 5 hinausläuft. Da in Freges Darstellung als Argument für φ keine Menge, sondern ein Begriff auftritt, muß die Voraussetzung 5 wie folgt modifiziert werden: „Wenn zwei Begriffe den gleichen Umfang haben und dieser Umfang unter den einen von ihnen fällt, so fällt er auch unter den anderen" (315). Frege zeigt, daß die Antinomien auf dieser Definition der Umfangsgleichheit beruhen und verwirft sie folgerichtig in ihrer ursprünglichen Formulierung. Das Ergebnis seiner Untersuchung ist eine Modifikation dieser Definition:

> Der Umfang eines ersten Begriffes fällt zusammen mit dem eines zweiten, wenn jeder Gegenstand mit Ausnahme des Umfanges des ersten

> Begriffes, der unter den ersten Begriff fällt, auch unter den zweiten Begriff fällt, und wenn umgekehrt jeder Gegenstand mit Ausnahme des Umfanges des zweiten Begriffes, der unter den zweiten Begriff fällt, auch unter den ersten fällt.[497]

Grelling und Nelson gestehen Frege die Freiheit zu, die Worte „Umfang" und „Umfangsgleicheit" im angegebenen Sinn zu verwenden, sie halten es auch für wahrscheinlich, daß damit die Russellsche Antinomie vermieden werden könne. Dies ändere aber nichts daran (317),

> daß zwei Gegenstände, die wir vorher mit dem Worte „Umfang" bezeichnet haben, in dem vorher definierten Sinne nach wie vor entweder gleich oder ungleich sind und daß diese beiden Möglichkeiten in dem bekannten Falle auf einen Widerspruch führen.

Darüber hinaus könnten mit dem Fregeschen Verfahren Antinomien vom Typ der Imprädikabilitätsantinomie nicht gelöst werden.

Ähnliche Vorbehalte treffen auch Russells "no class theory", wonach alle Sätze über Mengen sinnlos sind, wenn sie sich nicht in Sätze über die Elemente der Mengen verwandeln lassen. Da Mengen im Rahmen dieser Theorie nicht als Dinge aufgefaßt werden, gelten für sie die logischen Voraussetzungen 1 und 2 nicht. Ohne nun Russells Behauptung zu prüfen, daß mit dieser Modifikation des Mengenbegriffes die gesamte Mengenlehre aufrechterhalten werden könne, untersuchen Grelling und Nelson, ob alle Antinomien mit einem solchen Verfahren berichtigt werden können. Schon zur Lösung der Imprädikabilitätsantinomie wäre eine Ergänzung durch eine „Nicht-Begriffs-Theorie" notwendig, die einem Begriff nur dann Sinn zugesteht, wenn er sich in eine Aussage über die Gegenstände verwandeln läßt, die unter ihn fallen. Beim Übergang von Begriffen auf Worte, wie bei den semantischen Antinomien vom Typ der Grellingschen, wird Russells Ansatz absurd (318):

> Denn Worte sind Gegenstände der Sinnesanschauung, und wenn der Satz der Bestimmbarkeit [Voraussetzungen 1 und 2] nicht wenigstens für diese allgemeine Geltung hätte, so wäre damit die Anwendbarkeit der Logik überhaupt aufgehoben.[498]

[497] Frege *1903*, 262.

[498] Dazu bemerkt Bernays *1959b*, 87, treffend: „[...] die zunächst sehr ansprechende Berufung auf den Charakter der Worte als Gegenstände der Sinnesanschauung im vorliegenden Zusammenhang [ist] anfechtbar; denn die in Frage stehenden Eigenschaften von Worten, autologisch bzw. heterologisch zu sein, kommen diesen gewiß nicht als Gegenständen der Sinneswahrnehmung zu."

Ausführlich setzten sich Grelling und Nelson mit dem Berichtigungsversuch von Heinrich Goesch auseinander (320–324), der darauf hinausläuft, daß an Stelle reflexiver Begriffe wie „sich selbst nicht enhalten" oder „imprädikabel" Begriffe eingeführt werden, die denselben Umfang haben, paradoxe Gegenstände aber vermeiden. Goesch teilt die Menge Φ in zwei Teilmengen X und Y ein, durch die das paradoxe Element $\varphi(Y)$ bestimmt ist. Aus der Zweiteilung wird $\varphi(Y)$ ausgeschlossen, so daß die ursprüngliche Menge Φ nun in X_1, Y_1 und Z_1 geteilt ist, wobei Z_1 nur das Element $\varphi(Y)$ enthält. Die so definierte Menge Y_1 führt weiterhin zu Widersprüchen. Daran ändert auch ein iteriertes Ausschließungsverfahren nichts. Durch ein solches Ausschließungsverfahren wird aber eine Reihe paradoxer Elemente definiert, so daß eine Dreiteilung von Φ in die Teilmengen X_α, Y_α und Z_α möglich ist, wobei Z_α alle Glieder der Reihe paradoxer Elemente enthält. Da das Bildungsgesetz der Reihe Z_α bekannt ist, läßt sich für jedes Element von Φ entscheiden, in welche der drei Teilmengen es gehört. Der so definierte Begriff $\varphi(Y_\alpha)$ ist nach Ansicht Goeschs widerspruchsfrei, hat abgesehen von den paradoxen Gegenständen den Umfang von $\varphi(Y)$, ist zirkelfrei definiert und gestattet, von jedem beliebigen Element zu entscheiden, ob es unter ihn fällt oder nicht.[499] Grelling und Nelson schließen sich dieser Argumentation nur unter der Voraussetzung an, daß tatsächlich außerhalb von Z_α keine paradoxen Elemente von Φ vorkommen. Da dies aber nicht der Fall ist, kann das Goeschsche Verfahren nicht in allen Fällen angewendet werden.

Dem Aufsatz von Grelling und Nelson sind drei Anhänge angeschlossen. Im Anhang I sieht Heinrich Goesch (*1908*) die Ursache der Antinomien in der unbeschränkten Zulassung der Anwendung reflexiver Begriffe auf sich selbst. Bei diesen Begriffen sei das Kriterium dafür, ob ein Gegenstand unter sie falle oder nicht, von der Natur dieses Gegenstandes abhängig. Goesch vermutet, daß mit der Veränderlichkeit der Kriterien Sinnlosigkeiten zusammenhängen.

> Muß also jeder [rechtmäßig gebildete] Begriff als solcher alle Bestimmungsstücke seines Umfanges enthalten und versagt ein bestimmter Begriff bei der Entscheidung gewisser Disjunktionen, so scheint dieses Versagen nur dadurch erklärlich zu sein, daß das *Zeichen*, welches den Begriff bezeichnet, infolge der besonderen Zusammensetzung des Begriffes, bei den Operationen, die in dem Versuch der Unterordnung gewisser Gegenstände unter ihn bestehen, *seinen Sinn verliert*.[500]

[499] So die Formulierung von Goesch in seinem eigenhändigen Entwurf zu Teilen dieses Abschnittes in ZStA Potdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 93, Bll. 91 *f*.
[500] Goesch *1908*, 327.

Der Aufweis dieser Sinnlosigkeiten würde zu einer „klaren Lösung" der Antinomien führen.

Im Anhang II „Bemerkungen zur vorstehenden Abhandlung" fragt Gerhard Hessenberg (*1908*) nach dem Grund für die damals rege Diskussion der Antinomien, wo doch vor Begründung der Mengenlehre Paradoxien des Unendlichen in weit größerer Anzahl bekannt waren, ja die meisten von ihnen gerade durch die mathematische Mengenlehre beseitigt worden seien. Ein Grund für das Interesse sei die Tatsache, daß sich das Russellsche Paradoxon auf eine rein logische Form bringen lasse, in der „jede Unendlichkeitsbetrachtung zum mindesten formal" ausscheidet: „die ganze Unerbittlichkeit seiner Konsequenz richtet sich gegen die Grundlagen der Logik." Als zweiten Grund nennt Hessenberg die Entdeckung der Menge W aller Ordnungszahlen, die der Tendenz der Mengenlehre, den Begriff der unendlichen Menge von Widersprüchen zu reinigen, das Todesurteil zu sprechen scheine. Hessenberg weist darauf hin, daß der traditionelle Unterschied zwischen widerspruchsfreien und paradoxen Mengen durch die Mengenlehre hinfällig geworden sei. Der ganze Vorwurf, der der Mengenlehre gemacht werden könne, sei, „daß sie ein neues Kriterium der Paradoxie bisher nicht an die Stelle des alten zu setzen vermocht hat" (329). Man habe aber keinen Grund, „die Lehre von den transfiniten Ordnungszahlen darum über Bord zu werfen, weil die Zusammenfassung aller dieser Zahlen zu einem einheitlichen Gebilde unmöglich ist" (330). Das fehlende Kriterium für paradoxe Mengen könne möglicherweise in Cantors Vermutung liegen, daß jede Menge, deren Mächtigkeit ein Alef ist, sich widerspruchsfrei denken läßt, daß also der Typus (der Menge aller Ordnungszahlen) als „erster" oder „kleinster" paradoxer Typus bezeichnet werden kann.

Im Anhang III „Über zwei das Paradoxon betreffende Abhandlungen des Herrn E. Zermelo" (328–334) besprechen Grelling und Nelson die beiden mengentheoretischen Schriften Zermelos aus dem Jahre *1908* (*a*,*b*), die ihnen nach Abschluß des Manuskriptes in Korrekturbögen zugingen. Sie heben hervor, daß Zermelo in seinem Axiomensystem die Erzeugung neuer Mengen wesentlich eingeschränkt habe. Insbesondere falle bei Zermelo das wichtige Prinzip der klassischen Mengenlehre weg, wonach (332),

> wenn *irgend welche Dinge* existieren, auch die Menge existiert, die diese und nur diese Dinge als Elemente enthält, oder daß — was auf dasselbe hinausläuft — eine Menge existiert, wenn sie als Umfang eines Begriffs definiert ist, d.h. wenn von jedem Dinge feststeht, ob es zu ihr gehört oder nicht.

Dieses Prinzip hatten Grelling und Nelson nicht unter ihre sechs Voraussetzungen aufgenommen, aber, wie sie zugeben, bei Anwendung der allgemeinen Form auf spezielle Fälle stillschweigend vorausgesetzt. Zermelo habe nicht den Anspruch erhoben, mit der Ausschließung dieses Prinzips auch dessen Ungültigkeit dargetan zu haben. Zermelo selbst habe aber auch sein Axiomensystem nicht als Lösung der Antinomien aufgefaßt, sondern als Berichtigung. „Und da wollen wir hervorheben", schreiben Grelling und Nelson, „daß ihm diese in vollstem Maße gelungen ist" (332).

Grelling und Nelson untersuchen die Gültigkeit dieses Prinzips, indem sie die Frage nach einem Kriterium für die Existenz mathematischer Gegenstände stellen. Die Übereinstimmung z.B. eines arithmetischen Existenzsatzes mit den zugrundeliegenden Axiomen verschiebe nur das Problem, denn auch in einem Axiomensystem für die Arithmetik gebe es Existenzsätze. Es bliebe die Möglichkeit, sich entweder „auf eine ‚reine Anschauung', d.h. auf eine unmittelbar evidente Erkenntnis nicht empirischer Art", zu beziehen oder der Rückgang auf die Axiome der Mengenlehre. Dann stelle sich das Existenzproblem allerdings erneut. Eine Berufung auf die Evidenz wie bei Zermelos Begründung des Auswahlaxioms sei möglich, doch habe auch das verworfene Prinzip Anspruch auf Evidenz.

> Auf jeden Fall aber darf nicht außer Acht gelassen werden, daß wenn auch eine widerspruchsfreie Mengentheorie, wie es scheint, mit diesem Prinzip nicht möglich ist, doch dies allein noch nicht für die Ungültigkeit des Prinzips entscheidet.[501]

Zermelos Berufung auf die Evidenz hatte allerdings andere Gründe. „Die ‚Evidenz' ist für mich nur maßgebend," so schreibt er an Nelson, nachdem er die Fahnen des Grelling/Nelson-Artikels erhalten hatte, „wo die logischen Argumente (und Gegenargumente) *versagen*, sie soll also keineswegs die Widerspruchslosigkeit verbürgen."[502]

5.4.2 Gerhard Hessenberg und die „ultrafiniten Paradoxien"

Grelling und Nelson heben selbst hervor, daß es sich bei ihrer Arbeit lediglich um „einige Ergebnisse der mündlichen Diskussion über diesen Gegenstand" handele (*1908*, 304). Auch die ausführliche Auseinandersetzung

[501] Grelling/Nelson *1908*, 333 *f*.

[502] Zermelo an Nelson v. 22.12.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26.

mit dem Goeschschen Lösungsversuch deutet an, daß der Antinomienaufsatz das Produkt einer gemeinschaftlichen Anstrengung der Mitglieder der Neuen Fries'schen Schule ist. Die Geschichte dieser intensiven Beschäftigung mit den Antinomien der Mengenlehre läßt sich bis auf das Jahr 1905 zurückverfolgen. Der Gegenstand war für die damalige Grundlagendiskussion in der Neuen Fries'schen Schule durchaus aktuell. Gerhard Hessenberg hatte für das erste Heft der *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. eine Darstellung über „Das Unendliche in der Mathematik" verfaßt (*1904b*), in der er sich mit dem Unendlichkeitsbegriff in Geometrie und Analysis auseinandersetzte. Die Manuskriptfassung hatte von Nelson eine Kritik erfahren,[503] die Hessenberg als Ausdruck fehlender Mathematikkenntnisse interpretierte. „Vor allem sollte jeder", so schrieb er Nelson am 1. Juli 1904, „der über das Unendliche redet, Mengenlehre getrieben haben."[504] Der augenfällige Bedarf an einer auch für Philosophen lesbaren Darstellung über die Mengenlehre ließ Hessenberg den Plan fassen, über dieses Gebiet in den *Abhandlungen* zu referieren. Im Juni 1905 kündigte er Nelson eine solche Arbeit an.[505] Er wolle darin

> auch das Paradoxon von der Abzählbarkeit des Kontinuums besprechen,[506] das nach meiner Ansicht einen rein philosophischen Hintergrund hat. Ich glaube, wir haben darüber gesprochen, als Du das Hilbertsche Paradoxon von der Menge der Mengen, die sich selbst enthalten,[507] erzähltest. — Ein Referat über Mengenlehre würde sich ausserdem günstig an mein erstes über das Unendliche anschliessen, evtl. unter demselben Titel erscheinen können.

[503] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 3.6.1904, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 36 *f*., und sein Schreiben dat. Göttingen, 27.6.1904, Bll. 41 *f*. Nelson kritisierte vor allem Hessenbergs Ausführungen über den Limes-Begriff (vgl. Hessenberg *1906*, 148–153).

[504] Hessenberg an Nelson, dat. Charlottenburg, 1.7.1904, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[505] Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 26.6.1905, ebd.

[506] Hessenberg behandelt die Abzählbarkeit bzw. Nichtabzählbarkeit des Kontinuums in seiner *Mengenlehre* unter der Überschrift „Die Paradoxie der endlichen Bezeichnung" (Hessenberg *1906*, § 93, 621–627).

[507] Die Angabe ist mißverständlich. Nelson besuchte im Sommersemester 1905 die Hilbertsche Vorlesung „Logische Principien des mathematischen Denkens", in deren erster Sitzung am 2. Mai 1905 Hilbert summarisch die Widersprüche in der Mengenlehre erwähnte (die Vorlesungstermine gehen aus der Hellinger-Mitschrift, Hilbert *1905b*, hervor). Daß dabei die Zermelo-Russellsche Antinomie der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten, als Beispiel genannt wurde, ist anzunehmen, läßt sich anhand der vorhandenen Mitschriften aber nicht belegen. Diese von Hessenberg erwähnte, im damaligen Göttinger Sprachgebrauch „Zermelosche" Antinomie wurde von Hilbert ausführlich erst später, am 11. Juli, besprochen. Die „Hilbertsche Antinomie" der Menge aller durch Selbstbelegung und Addition entstehenden Mengen war Gegenstand der Sitzungen vom 10. und 11. Juli 1905.

Die Antinomien-Diskussion in der Neuen Fries'schen Schule erhielt eine neue Qualität durch die Rezeption der Quellentexte, insbesondere Russells *Principles of Mathematics* (*1903*). Schon im Juni 1905 hatte Nelson Hessenberg auf das Erscheinen dieses Buches aufmerksam gemacht, in dem die Grundlagen aller mathematischen Disziplinen, besonders auch die Mengenlehre besprochen würden.[508] Im Februar 1906 schickte Nelson dann „den Russell" an Hessenberg mit der Bemerkung, „seine [Russells] Hauptansichten über die erkenntnistheoretische Frage scheinen recht unerfreulich zu sein", und dem Hinweis, daß Russell von Poincaré treffend kritisiert worden sei.[509] In seinem Antwortbrief bedankte sich Hessenberg und bemerkte:[510]

> Ich habe mich bisher nur mit den mengentheoretischen Sachen beschäftigt und dabei so gut wie nichts gefunden, was mir irgendwie Eindruck gemacht hätte. Sein logicistischer Standpunkt ist m[eines] Erachtens geradezu lächerlich[,][511] und es soll mich freuen, wenn Poincaré ihn nicht nur treffend sondern auch recht ironisch kritisiert hat. Den gänzlich verschwommenen Widerspruch von der Menge aller Mengen[,] die sich nicht selbst enthalten, tritt er ein ganzes Kapitel lang breit, nimmt ihn also ernst, über den sehr bedenklichen Widerspruch der Menge aller Ordnungszahlen macht er eine halbe Seite lang ganz belanglose Anmerkungen. — Dedekinds Standpunkt ist ja auch logizistisch, aber durchaus vornehm und nirgends unverfroren dogmatisch.

[508]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 18.6.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 54 *f*.

[509]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 3.2.1906, ebd., Bll. 66–70.

[510]Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 7.2.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[511]Hessenbergs Vorbehalt ergibt sich aus Russells Definition der reinen Mathematik: "Pure Mathematics is the class of all propositions of the form 'p implies q', where p and q are propositions, and neither p nor q contains any constants except logical constants" (Russell *1903*, 3). "The fact that all Mathematics is Symbolic Logic is one of the greatest discoveries of our age" (5). Auch später hat sich Hessenberg mehrfach polemisch gegen den Logizismus geäußert. Im Schlußwort seiner *Mengenlehre* schreibt er u.a.: „Wenn die Mathematik nur ein Teil des Logikkalkuls sein soll, so ist sie doch jedenfalls ein widerspruchsloser Teil eines nicht widerspruchslosen Gebietes, und in diesem Gegensatz steht sofort wieder das alte Problem des Unterschiedes zwischen Mathematik und Logik vor uns" (Hessenberg *1906*, 706). Ähnlich äußert er sich auch *1912* in einer Besprechung von Louis Couturats *Die philosophischen Prinzipien der Mathematik* (Couturat *1908*, dt. Übersetzung von Couturat *1905* durch Carl Siegel): „Der wundeste Punkt der formalen Logik freilich, die Russellsche Antinomie, wird nirgends auch nur gestreift, nicht einmal bei Besprechung der Kantischen Antinomien. Solange aber die Grundlagen der formalen Logik von inneren Widersprüchen nicht befreit sind, bleibt diese ein höchst zweifelhafter Ersatz für Kants reine Anschauung, und die angebliche rein logische Begründung der Arithmetik kann noch nicht als vollendete Tatsache gelten." Nach Mitteilung von Paul Bernays (*1928*, 144) hielt sich auch Nelson „in kritischer Reserve" gegenüber „den Bemühungen, die Mathematik durch reine Logik zu begründen."

> Man sieht und fühlt überall den kämpfenden ernsten Menschen. Aber bei den Oberflächlichkeiten, die ich bis jetzt im Russell gefunden habe, kann ich kaum annehmen, daß er mehr als geistreiches [sic!] bringt.

Später schreibt Hessenberg über den Genuß, den ihm Poincarés Reaktion auf Russell bereitet habe.[512] Der Ton, in dem Couturat behandelt werde, erfülle ihn mit inniger Schadenfreude, und daß Russell den Mengenbegriff aufgeben wolle, beweise die Unreife der *Principles*. Poincaré sehe ganz richtig, daß der einzige Weg zur Lösung der Paradoxien darin liege, den *circulus vitiosus* in den Definitionen aufzudecken. Poincarés Arbeit scheine eine neue Aera in der Logistik einzuleiten, wenn Hessenberg auch glaubt, daß Poincaré die Vernichtung der ganzen Richtung nicht gelingen werde. Hessenberg denkt, daß es bald eine brauchbare Definition der Menge geben werde, und er ist gespannt, ob Zermelos Axiome dann standhalten können.[513]

Die anhaltende Diskussion der Antinomien, insbesondere aber Arthur Schoenflies' Aufsatz „Über die logischen Paradoxien der Mengenlehre" in den *Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*,[514] ließ es Hessenberg geraten erscheinen, das Kapitel seiner *Mengenlehre* über „Ultrafinite Paradoxieen" noch einmal zu überarbeiten. Größere Schärfe sei notwendig, sonst klinge die Sache veraltet.

In diesem Kapitel (Hessenberg *1906*, 627–635) kennzeichnet Hessenberg „ultrafinite Paradoxien" als Antinomien, die Mengen betreffen, deren Mächtigkeit größer als jedes Alef ist. Diese „ultrafiniten Mengen" will er von „transfiniten Mengen" unterschieden wissen, also solchen Mengen, auf die die Lehre vom Transfiniten anwendbar ist (628). Das Russellsche Paradoxon der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten, sei nicht speziell mathematisch

[512]Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 22.6.1906, ebd. Hessenberg spricht hier Poincaré *1906a* an. Diese Arbeit ist Teil einer Kontroverse über die Grundlagen der Mathematik in der *Revue de Métaphysique et de Morale*, an der Pierre Boutroux, Louis Couturat, Bertrand Russell und Henri Poincaré beteiligt waren (Beiträge in der Abfolge der Veröffentlichung): Boutroux *1905*, Poincaré *1905*, Russell *1905*, Couturat *1906*, Poincaré *1906a*, Russell *1906*, Poincaré *1906b*.

[513]Zermelo hatte im Sommersemester 1906 in der Vorlesung „Mengenlehre und Zahlbegriff" sein erstes Axiomensystem vorgestellt. In seiner *Mengenlehre* (*1906*, 501) beklagt Hessenberg den Mangel einer einwandfreien Definition des Mengenbegriffs: „Wahrscheinlich darf auch hier eine Definition nicht verlangt werden, sondern nur ein Axiomensystem. Aber selbst das fehlt bis jetzt noch." Eine richtige Definition oder ein korrektes Axiomensystem müsse paradoxe Bildungen ausschließen, um Grundlage für ein brauchbares System von Folgerungen sein zu können.

[514]Schoenflies *1906*. Hessenberg schreibt dazu: Schoenflies „murrt [...] an den logischen Paradoxieen herum; beweist aber nur seine Altersschwäche. Solch klägliches Gewäsch sollte nicht gedruckt werden" (Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 6.5.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

und zugleich ungefährlich für den Mathematiker, der ja mit der Menge aller Dinge nichts zu tun habe (630). Anders sei dies bei der Burali-Fortischen Paradoxie, die die rein mathematisch definierte Menge W aller Ordnungszahlen betreffe. Diese Paradoxie sei noch nicht gelöst. Auch Hessenberg will keinen Versuch zu ihrer Lösung machen. Die Schwierigkeiten könnten durch eine tiefgehende Kritik des Mengenbegriffs behoben werden, durch die paradoxe Bildungen ausgeschlossen würden.

> Wenn wir [...] konstatieren, daß eine Zusammenfassung *aller* Ordnungszahlen zu einer Menge unzulässig ist, so sind wir nicht in der Lage, diese Unzulässigkeit aus den Begriffen „Menge“ und „Ordnungszahl“ zu beweisen, wir müssen uns lediglich mit dem Faktum des Widerspruchs begnügen.[515]

Aus Hessenbergs Vorbehalten gegenüber der Russellschen Antinomie wird deutlich, daß er die Pointe des Kapitels "The Contradiction" in Russells *Principles of Mathematics* noch nicht verstanden hat. Denn dort erscheinen die mengentheoretischen, logischen und semantischen Antinomien als derivierte Formen der allgemeinen Formulierung für "class concepts". Es ist eines der Verdienste der Arbeit von Grelling und Nelson, die Rückführbarkeit verschiedener Spielarten der Antinomien auf eine Normalform deutlich gemacht zu haben. Aus Hessenbergs Ausführungen wird die Skepsis spürbar, ob eine Lösung der Antinomien mittels logischer Mittel überhaupt möglich sei; die Antinomien lenkten darüber hinaus von produktiver mengentheoretischer Arbeit ab.[516] Als Hessenberg von Nelson hört, daß der dänische Mathematiker Johannes Mollerup vor der Göttinger Mathematischen Gesellschaft über Grundlagenprobleme der Mengenlehre vortragen werde,[517] schreibt er:

> Auf Mollerupp [sic!] bin ich gespannt; die Paradox[ien] sind mächtige Kinderspielzeuge: Wenn de denkst, du hasten, springt er aus'n Kasten. So wird es wohl auch M[ollerup] gehen. Schade, daß ich nicht in Göttingen bin, es scheint dort mächtig aktuell herzugehen.[518]

[515] Hessenberg *1906*, 634.

[516] Hessenberg berichtet von der Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1907 in Dresden: „Ausgezeichnet hat mir [...] Hausdorff gefallen. Er ist der einzige produktive Mengentheoretiker, der sich von den Paradoxieen so wenig irritieren lässt, wie Newton etc. von den eleatischen Witzchen“ (Hessenberg an Nelson, Postkarte, undat., Poststempel Grunewald, 20.9.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

[517] Nach dem Bericht von Nelson (Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 8.6.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 81) war für die Sitzung der Göttinger Mathematischen Gesellschaft vom 12.6.1906 ursprünglich ein Vortrag von Hugo Dingler, der damals in Göttingen studierte, über die Abzählbarkeit des Kontinuums vorgesehen. Dingler zog den Vortrag zurück. Der gebliebene Rest, schreibt Nelson, sei aber auch nicht übel: Mollerup „will erstens die sämtlichen mengentheoretischen Paradoxien auflösen und zweitens auch die Widerspruchslosigkeit der Arithmetik beweisen“.

5.4.3 Goesch, Rüstow und die „Lösung“ der Antinomien

Wenn auch Russells *Principles of Mathematics* in ihrer Art der Darstellung Mathematiker wie Hessenberg nicht überzeugen konnten, hinterließ Russells Übertragung der mengentheoretischen Antinomien auf außermathematische Kontexte einen tiefen Eindruck auf eher philosophisch gesonnene Grundlagenforscher, in der Neuen Fries'schen Schule insbesondere auf Nelson selbst, auf Kurt Grelling, Heinrich Goesch und Alexander Rüstow.

In einem Kartenbrief berichtet Heinrich Goesch im Juni 1906 seinem Freund Leonard Nelson:[519]

> Grelling teilte mir das Russel[l]sche Paradoxon aus der Logik den Begriff imprädikabel betreffend mit. Es ist mir gelungen, dasselbe zu lösen, und ich erfuhr dann von Berkowski[520] noch ein anderes gleichfalls Russel[l]sches Paradoxon aus der Mengenlehre, betreffend den Begriff der sich selbst nichtenthaltenden Menge. Auch für dieses Paradoxon gilt meine Lösung, so daß Berkowski, der mir sagte, daß die Mathematiker in der Mengenlehre bisher keine Lösung für das Paradoxon hätten, meinte, die Sache wäre nicht unwichtig. Ich möchte daher gerne einen kleinen Aufsatz darüber schreiben und bitte Dich, mir anzugeben, in welchem Russel[l]schen Buch diese Paradoxa zu finden sind und auf welche deutsche Ausformungen dazu etwa Bezug zu nehmen ist. Ich denke, daß die Sache in ein paar Tagen gemacht ist.

[518] Hessenberg an Nelson, Postkarte v. 11.6.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28. In seinem Vortrag am 12.6.1906 gab Mollerup unter Aufnahme von Gedanken Hilberts zur Grundlegung der Arithmetik eine Modifikation des Mengenbegriffs, die auf dem Nachweis beruhte, daß die Annahme einer Menge aller Zahlen, die einem System arithmetisch widerspruchsfreier Axiome genügen, zu Widersprüchen führt. Vgl. den Bericht zu Mollerups Vortrag in *JDMV* **15** (1906), 406 *f*. Die Ergebnisse hat er in seinem Aufsatz „Die Definition des Mengenbegriffs“ in den *Mathematischen Annalen* (*1907*) veröffentlicht. Vgl. auch den Kommentar von Hessenberg über die gedruckte Fassung in seinem Schreiben an Nelson, dat. Berlin, 29.9.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[519] Goesch an Nelson, undat., Poststempel München, 14.6.1906, ebd., Box 27.

[520] Nelson hatte Hermann Berkowski 1904 in Göttingen kennengelernt. Der in Galbuhnen bei Kastenburg in der Provinz Preußen geborene Berkowski kam aus Königsberg und war von WS 1902/03 bis WS 1905/06 als Mathematikstudent an der Universität Göttingen eingeschrieben (vgl. Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 22.5.1904, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 33; UA Göttingen, Matrikel, Nr. 442 v. 25.11.1902; Abgangszeugnis Nr. 710 v. 9.11.1906). Weitere biographische Daten konnten bisher nicht ermittelt werden.

Zwei Wochen später kommt Goesch noch einmal auf die Antinomien zu sprechen:[521]

> Er [Berkowski] hat mir aber auch einige der Widersprüche, die sich in der Mengenlehre herausgestellt haben, auseinandergesetzt und alle Friesianer aufgefordert, sie zu lösen. Das wäre ja schön[,] wenn Hessenberg darüber etwas ordentliches [sic!] zu sagen wüßte. Nach dem Wenigen, was ich bisher gesehen habe, scheint mir da z.B. eine unberechtigte Anwendung der Kategorie der Allheit am Anfang des Raisonnements später zu den Widersprüchen zu führen, es also im Grunde der Widerstreit zwischen der Anschauung und dem Denken zu sein, der zu Grunde liegt. Es wäre ja sehr erwünscht für unsere Philosophie, wenn sie da sich betätigen könnte.

Mit der Lösung der Russellschen Antinomie ging es dann doch nicht so schnell voran, wie Goesch es sich vorgestellt hatte. Silvester 1906 entschuldigte er sich für die späte Zusendung von Glückwünschen zu Nelsons Verlobung. Er hätte früher geschrieben, „wenn ich nicht noch immer gehofft hätte, die Auflösung der Russel[l]schen und Buralifortischen [sic!] Paradoxien gleich mitschicken zu können".[522] Erst im Frühjahr 1907 hat Goesch das Manuskript abgeschlossen, das in die *Abhandlungen der Fries'schen Schule* aufgenommen werden sollte.[523]

Seine Versuche, die Antinomien zu lösen, hatte Goesch zuvor auch Hessenberg vorgelegt, der sich zunächst sehr angetan zeigte. Goeschs Untersuchungen, so schrieb er im November 1906 an Nelson,[524]

> enthalten folgende ganz präcise Formulierung, die anscheinend neu ist: Es sei f eine logische Funktion und c ein Begriff, der folgendermassen *definiert* wird: Wenn a ein $f(a)$ ist, so heisse a ein c. Dann kann es eintreten, daß $f(c)$ und c sich ausschliessen und der Widerspruch ist da. Es darf also schlechthin ein Begriff, der durch solche Disjunktion gebildet wird, der Disjunktion nur unter gewissen Bedingungen unterworfen werden, die sich praecis formulieren lassen: Unter den möglichen Werten von $f(a)$ darf die Negation von c nicht vorkommen.

[521] Goesch an Nelson, dat. München, 29.6.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.

[522] Goesch an Nelson, dat. München, 31.12.1906, ebd.

[523] Der Briefwechsel mit Nelson (ebd.) enthält einen auf den 23.4.1907 datierten Einlieferungsschein einer Postsendung, mit dem Goesch ein nicht näher bezeichnetes Manuskript an Nelson geschickt hat. Das nächste Stück des Briefwechsels ist eine auf den 17.6.1907 datierte Postkarte Goeschs mit der Frage „Was macht das Russellsche Paradoxon?"

[524] Hessenberg an Nelson, dat. 13.11.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

Der wesentliche Fortschritt sei der Nachweis, daß Aussagen wie „impraedicabel ist impraedicabel" gar keinen Sinn haben. Die Darstellung sei noch mangelhaft und die Anwendung auf die Ordnungszahlen sei falsch, der Goeschsche Ansatz gehe aber weit über Poincarés Lösung hinaus.

> Nach Poincaré darf der durch $\big(a \in f(a)\big) = (a \in c)$ definierte Begriff *überhaupt* der Disjunktion nicht unterworfen werden, nach Goesch jedoch immer dann, wenn unter den Werten von $f(a)$ die Negation von c nicht vorkommt. Dies wäre entschieden ein Fortschritt.

Für Nelson war damit allerdings nicht viel gewonnen. In seiner Antwort schreibt er:[525]

> Wenn ich recht verstehe, schließt er einfach aus der Tatsache, daß die Anwendung des Satzes der Bestimmbarkeit auf einen Widerspruch führt, auf die Nicht-Anwendbarkeit des Satzes der Bestimmbarkeit in solchen Fällen, wo seine Anwendung auf einen Widerspruch führt. Damit ist nichts zur Lösung getan.

Zugleich legt er einen zusammen mit Grelling ausgearbeiteten ersten eigenen Versuch vor, eine Liste der grundlegenden Voraussetzungen der Antinomien zusammenzustellen.[526] Dazu gehört der „Satz der Bestimmbarkeit" (*tertium non datur*), den Grelling und Nelson in zwei voneinander unabhängige Grundsätze teilen:

(A) Von zwei widersprechenden Eigenschaften kommt jedem Ding *wenigstens* eine zu;

(B) von zwei widersprechenden Eigenschaften kommt jedem Ding *höchstens* eine zu.

Das Russellsche Paradoxon scheine nun auf einer Anwendung von (A) auf (B) zu beruhen. Es sei aber zu berücksichtigen, daß wenigstens noch drei weitere Voraussetzungen dem Paradoxon zugrundeliegen:

[525] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 16.11.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 86. Hessenberg war sich nicht sicher, ob die Lösung wirklich trivial oder doch falsch sei. Auch Frege hätte ja behauptet, daß es Begriffe verschiedener Stufe gebe und ebenso behaupte Goesch, der Begriff c, der durch $(c \in a) = \big(f(a) \in a\big)$ definiert werde, sei von besonderer Art (Hessenberg an Nelson, dat. 18.11.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28).

[526] Das beigelegte Blatt „Zum Russel[l]schen Paradoxon", dat. 16.11.1906, befindet sich ebd., Bl. 131.

(1) Das *dictum de omni et nullo*;

(2) ein Begriff ist sicher widerspruchsfrei, wenn es einen Gegenstand gibt, der unter ihn fällt;

(3) es gibt Gegenstände, die unter den Begriff imprädikabel fallen.

Wenn nun der Widerspruch im Paradoxon scheinbar wäre, müsse einer der vorausgesetzten Sätze eingeschränkt werden. Goesch habe (A) gewählt. Dies erscheine willkürlich, aber es sei auch zweifelhaft, „ob überhaupt eine derartige Einschränkung als Lösung des Paradoxons bezeichnet werden darf."

Später ändern Grelling und Nelson ihre Liste dahingehend, daß sie statt der Voraussetzungen (2) und (3) den Satz aufnehmen, daß jedes Prädikat auch als Subjekt eines Urteils auftreten kann, oder daß dies wenigstens für das Prädikat „imprädikabel" gilt.[527]

Im Mai 1907, nachdem Goesch die erste Fassung seines Manuskriptes fertiggestellt hatte, diskutierte Hessenberg die von Goesch modifizierte Fassung einer allgemeinen Form der Antinomien:[528]

> Es sei f eine logische Funktion, dann zerfallen ihre Werte in zwei Classen, s und t. Wenn nämlich $f(a)$ unter den Begriff a fällt, so sagen wir, $f(a)$ sei s; wenn $f(a)$ *nicht* unter a fällt, so sei $f(a)$ ein t. Fällt jetzt $f(t)$ unter t, so ist es ein s, und fällt es unter s, also nicht unter t, so ist es ein t.

Goesch übersehe zwei Dinge: erstens müsse $f(a)$ für alle Begriffe a existieren, zweitens müsse f eine umkehrbar eindeutige Funktion sein, damit s und t eindeutig definiert seien. Bei der Russellschen Paradoxie sei a irgend ein Begriff als Prädikat, $f(a)$ der Begriff als Subjekt. Damit sei die eindeutige Umkehrbarkeit von $f(a)$ gesichert. Dagegen sei fraglich, ob jeder als Prädikat definierte Begriff auch Subjekt sein könne, d.h. ob $f(a)$ immer existiere. Analog lägen die Fälle Menge als Umfang, Menge als Einheit. Die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten, ebenso die Menge aller Ordnungszahlen seien durch ihren Umfang definiert.

> Man kann daher nach Goesch auch so schliessen: Gäbe es eine logische Funktion, die umkehrbar eindeutig und für alle Begriffe definiert

[527] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 28.5.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 127–129.

[528] Hessenberg an Nelson, dat. 25.5.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

> wäre, so würde das zu dem oben geschilderten Widerspruch führen. Demnach giebt es solche Funktionen nicht, sie haben mindestens eine „singuläre Stelle." Eine solche wäre z.B. der Begriff impraedicabel etc. — Anscheinend macht die Sache Goesch viel Kopfzerbrechen, da er sonst wohl — flink wie er ist — bereits eine Widerlegung geschickt hätte.

Der Hessenbergsche Rekonstruktionsversuch befriedigt Nelson nicht. „Aus alledem geht hervor," schreibt er in seiner Antwort an Hessenberg, „daß das Mengenparadoxon auch nach Deiner Zergliederung keine weiteren Voraussetzungen einschließt als die seinerzeit von uns angegebenen A, B, 1." Es bleibe dabei: Goeschs Weg bestehe darin, einen dieser Sätze aufzugeben.[529] Wenige Tage später schickt Hessenberg seine Korrespondenz mit Goesch an Nelson und bemerkt, daß er die Anwendung von Goeschs Verfahren auf die Paradoxie der Menge W aller Ordnungszahlen für verfehlt halte, seine Ausführungen seien so unklar wie seine Schrift.[530]

Aufgrund der Einwendungen von Nelson und Hessenberg zog Goesch seine Arbeit zurück, obwohl er weiterhin von der Möglichkeit seiner Lösung überzeugt war. Seiner schlechten Darstellung schrieb er es zu, daß er sich mit Nelson und Hessenberg nicht geeinigt habe. Immerhin hätte er seinerzeit auch eine Woche tagtäglicher Überredung gebraucht, bis Berkowski seiner Lösung zugestimmt habe.[531] Nelson berichtete Hessenberg:[532]

> Nun wollen wir sehen, ob wir von der zweiten [Fassung] mehr verstehen. Wenn uns das nicht gelingt, hat eine Aufnahme in den Abhandlungen nach meiner Ansicht keinen Wert, denn dann wird es auch sonst niemand verstehen, selbst wenn wirklich etwas daran sein sollte.

Im September des Jahres 1907 reichte Goesch eine revidierte Fassung ein. Hessenberg befürwortete noch im Oktober 1907 eine Aufnahme des Goeschschen Artikels, eventuell mit einem Schlußwort von seiner Hand, wenn er auch meinte, den Aufsatz noch nicht verstanden zu haben.[533] Bei Nelson fand auch dieser neuerliche Versuch keine Gnade. Auf seine dringende Bitte

[529] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 28.5.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 127–129.

[530] Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 30.5.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28. Der Brief enthält eine weitere Deutung von Goeschs Verfahren.

[531] Goesch an Nelson, undat. (Vermerk Nelsons: 8.7.1907), ebd., Box 27.

[532] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 13.7.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 133.

[533] Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 11.10.1907, ebd., Box 28.

hin, so berichtete Nelson Hessenberg, kam Goesch im November nach Göttingen. In einer sechstägigen, nur durch die Nachtruhe unterbrochenen Diskussion sei man sich über die Unzulänglichkeiten von Goeschs Lösungsversuch einig geworden. „Er ist gestern wieder abgereist, und wir alle atmeten auf, daß uns endlich die Befreiung von diesem ominösen Streitobjekt zuteil geworden ist."[534] Zwei konstruktive Ergebnisse hatte diese Debatte mit Goesch. In Diskussionen zwischen Grelling und Goesch erwies sich dessen Zurückführung der Burali-Fortischen auf die Russellsche Antinomie als korrekt.[535] Darüber hinaus legte man sich mit Goesch auf eine gemeinsame Formulierung der Form fest, „die seine Gedanken nach vielfacher Metamorphose und Beschneidung durch unsere Kritik angenommen hat."[536] Nelson schlug vor, diese Passagen als Anhang I unter Goeschs Namen seiner eigenen gemeinsamen Arbeit mit Grelling anzuschließen.

In die Bemühungen um eine *Lösung* der Antinomien waren noch zwei weitere Mitglieder der Neuen Fries'schen Schule involviert, deren Beiträge allerdings weniger Einfluß auf den Artikel von Grelling und Nelson hatten. Im August 1907 diskutierte Grelling die Antinomien in Gesprächen und Briefen mit Otto Meyerhof, der aber schließlich die Waffen streckte. Grelling schrieb: „Er hat zwar das Gefühl, daß das Paradoxon lösbar ist, ist aber vorläufig außer stande, es zu tun."[537]

Anders als Meyerhof veröffentlichte Alexander Rüstow seinen Lösungsversuch. Rüstow promovierte im Sommer 1908 an der Universität Erlangen mit der Dissertation *Der Lügner. Theorie, Geschichte und Auflösung des Russellschen Paradoxons*. Sein Verhältnis zu Nelson war seit Frühjahr 1905 nach einer ergebnislosen, brieflich ausgetragenen Kontroverse um die Anschaulichkeit des Raumes getrübt,[538] er pflegte aber auch enge Kontakte zu Grelling,

[534]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 17.11.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 139 *f*.

[535]Vgl. das unsign. und undat. Manuskript von Goeschs Hand „Zurückführung des Burali-Fortischen auf das Russellsche Paradoxon", möglicherweise ebenfalls im November 1907 entstanden (ebd., Nr. 93, Bl. 93.)

[536]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 19.11.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 141. Die Mappe „Zum Russellschen Paradoxon" im Potsdamer Teilnachlaß Nelsons enthält zwei Manuskripte von Goeschs Hand: Das Manuskript „Gedanken darüber, in welcher Richtung die Auflösung des Russel[l]schen Paradoxons zu suchen sei oder liegen möge" (ebd., Nr. 93, Bll. 85–90) wurde Grundlage für den Anhang I von Grelling/Nelson *1908*, Goeschs Darstellung seines revidierten Lösungsversuchs (ebd., Bll. 91–92) wurde in geänderter Form an den Beginn des § 13 gesetzt, der Grelling und Nelsons Auseinandersetzung mit Goesch enthält.

[537]Grelling an Nelson, dat. Göttingen, 28.8.1907, vgl. auch Grellings Brief v. 17.8.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.

[538]Vgl. den Briefwechsel zwischen Nelson und Rüstow in März und April 1905 im Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 29, und im Bundesarchiv Koblenz, NL 169,

Hessenberg und Goesch. Anfang 1908 suchte Rüstow mit seinem Manuskript über die Auflösung der Paradoxien Nelson in Göttingen auf und versuchte ihn in mündlichen Diskussionen von seiner Methode zu überzeugen. Da nach Ansicht Nelsons die Rüstowsche Lösung der Goeschschen entsprach, lehnte er auch diesen Ansatz ab.[539] Am 21. Januar erbat Rüstow sich das Manuskript zurück, da er inzwischen weiter daran gearbeitet habe und glaube, seine Lösung „nicht unwesentlich vertieft und verschärft darstellen zu können". Seine nunmehrige Lösung bestehe

> 1) in der Reduktion von P und der Paradoxie von der Form des lügenden Kreters gleichzeitig auf eine gemeinsame rein logische Grundform, und 2) in dem Nachweis, daß das Paradoxon versteckt eine unvollständige Disjunktion als vollständig voraussetzt, also nicht stringent ist.

Rüstow bemerkt:

> Es läge mir daran[,] meine Arbeit bald gedruckt zu haben, und womöglich in den Abhandlungen. Wenn es nicht anders ginge, würde ich sie auch Hessenberg vorlegen, ohne damit natürlich seiner Kompetenz als Beurteiler rein philosophisch-logischer Fragen präjudizieren zu wollen.[540]

Nelson lehnt eine Aufnahme in die *Abhandlungen der Fries'schen Schule* ab.[541] Der erste und einfachste Grund sei, daß das dritte Heft des zweiten Bandes (mit Grelling/Nelson *1908*) bereits abgeschlossen sei, für das vierte Heft sei eine längst schon fertiggestellte größere Arbeit von ihm selbst

Rüstow, 224. Rüstow vermerkte auf der Rückseite des Umschlages eines Briefes von Nelson (dat. Westend, 9.4.1905, Bundesarchiv Koblenz) resigniert: „Ich beneide Nelson, dem alles bisherige klar und ausgemacht ist, der in dem großen Bau der Apeltschen Metaphysik als in seiner festen Burg ruhig und gemächlich sitzt, und nur auf gelegentlichen Gängen hier und da etwas rückt, verstärkt, oder eine Kleinigkeit aufsetzt, und übrigens auf das Treiben, Wirken und Bauen um und unter ihm mit mitleidiger Verachtung herablächelt." Ein mit Suhl, 15.4.1905 datiertes Schreiben an Nelson schickte er nicht mehr ab. Es trägt den Hinweis: „Diesen Briefwechsel sehr höflich und etwas komisch [?] abgebrochen. Seitdem nicht mehr gehabt" (Bundesarchiv Koblenz; das Schreiben, mit dem der Briefwechsel abgebrochen wurde, dat. Suhl, 20.4.1905, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 29).

[539]Vgl. Nelson an Hessenberg, dat. Westend, 23.1.1908, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 155–157.

[540]Rüstow an Nelson, dat. 21.1.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 29.

[541]Nelson an Rüstow, dat. Göttingen, 9.2.1908, Bundesarchiv Koblenz, NL 169, Rüstow.

vorgesehen (gemeint ist Nelson *1908b*). Dieses Heft sei aber „nach der gegenwärtigen Stimmung des Verlegers für absehbare Zeit das letzte". Gegen eine Aufnahme sprächen aber auch inhaltliche Gründe:

> Deine Lösung ist, soweit ich urteilen kann, in der vorliegenden Form dem Inhalt nach mit der seinerzeit von Goesch versuchten völlig identisch, wenn sie sich auch in der Darstellung sehr vorteilhaft von der seinigen unterscheidet. Da ich nun damals eine Publikation der Goeschschen Arbeit abgelehnt habe, wäre es, auch wenn ich sonst keinen Hinderungsgrund hätte, unrecht von mir, jetzt eine ihr inhaltlich gleiche Arbeit in unseren Heften zu publizieren. Du kennst übrigens meine Gründe, aus denen ich diese von Euch beiden versuchte Lösung für verfehlt halte. Ich finde auch in Deiner neuen Fassung nichts was meine Bedenken zerstreuen könnte. Das einzige, was sich in ihr *wesentlich* von der ersten Darstellung, die Du mir vorlegtest, unterscheidet, ist der Gedanke der Unvollständigkeit einer dem Paradoxon zu Grunde liegenden Disjunktion. Da aber der Sinn dieser Disjunktion auf eine Definition zurückgeht, so bleibt mir dieser Gedanke nach wie vor unverständlich.[542]

Nelsons Ablehnung und vor allem der Umstand, daß kurze Zeit später der gemeinsame Aufsatz von Grelling und Nelson erschien, der den gleichen Gegenstand behandelte und ausführlich den Goeschschen Lösungsversuch kritisierte, waren wohl mit verantwortlich dafür, daß Rüstows Dissertation erst zwei Jahre später bei B.G. Teubner in Leipzig veröffentlicht wurde (Rüstow *1910*) und daß der explizite Bezug auf die Russellsche Antinomie in der Druckfassung gestrichen worden war.

Die veröffentlichte Arbeit hat drei Teile. Unter der Überschrift „Theorie" werden die logischen und mengentheoretischen Antinomien analysiert. Im zweiten Teil wird die „Geschichte" der Antinomien behandelt mit einem deutlichen Schwerpunkt auf den Spielarten der Lügner-Antinomie in der antiken Philosophie. Der dritte Teil bringt die vermeintliche „Auflösung" der Antinomien.

Die Analyse der Antinomien baut in wesentlichen Teilen auf den Vorarbeiten von Grelling und Nelson auf. Anders als diese benutzt Rüstow allerdings

[542] Hessenberg gegenüber äußerte sich Nelson wesentlich schärfer (dat. Westend, 23.1.1908, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 155–157): „Nächstens bekommst Du ein Ms. von Rüstow: Die Auflösung der Paradoxieen. Nach meiner Ansicht absoluter Blödsinn. Er will unter den Prämissen eine unvollständige Disjunktion aufweisen, greift aber unglücklicherweise dafür eine *Definition* heraus!"

einen zum Teil selbst entwickelten Formalismus. Die Rüstowsche Normalform läßt sich mit folgendem „Reduktionsschema" veranschaulichen (Rüstow *1910*, 10):

$$\text{P: (I)} \qquad Z - x + non\ x \qquad \text{(log.)}^{543}$$

$$\text{(II)} \qquad \text{a)}\frac{Z - x}{Z - a} \qquad \text{b)}\frac{Z - non\ x}{Z - non\ a} \qquad \text{(def.)}$$

$$\text{(III)} \qquad \overline{Z - x \cdot a + non\ x \cdot non\ a} \qquad \text{(I + II)}$$

$$\text{(IV)} \qquad x \equiv non\ a \qquad \text{(in I, II)}$$

$$\text{(V)} \qquad \overline{Z - non\ a \cdot a + a \cdot non\ a} \qquad \text{(III + IV)}$$

$$\text{(V}'\text{)} \qquad \text{a)}\frac{Z - non\ a}{Z - a} \qquad \text{b)}\frac{Z - a}{Z - non\ a} \qquad \text{(V)}$$

Es bedeuten „Z" das Subjekt eines Urteils, „—" die Kopula „ist", „·" konjunktive und „+" adjunktive Verknüpfung. Die Überstriche deuten an, daß die darunter stehenden Aussagen Untersätze in hypothetischen Urteilen sind. Rüstow geht vom „Satz der Bestimmbarkeit", dem *tertium non datur*, aus (I). Dieser Satz sei der „einzige nicht hypothetische Grundsatz der Logik, der über das Verhältnis zwischen Subjekt und Prädikat nichts voraussetzt" (8). Er besteht aus zwei Teilen, zwischen denen disjungiert wird. In einem Definitionsschritt werden diese Teile als Obersätze von hypothetischen Sätzen gefaßt, in denen von der Gültigkeit der Sätze für Variable auf die Gültigkeit für Konstanten übergegangen wird (II). Nach dem Substitutionsprinzip können (I) und (II) zu (III) zusammengefaßt werden. Von den widerspruchsfrei möglichen Ersetzungen für x ($x \equiv b$, d.h. $x \not\equiv a$ und $x \not\equiv non\ a$; $x \equiv a$; $x \not\equiv non\ a$) wird $x \not\equiv non\ a$ (IV) in (III) eingesetzt. Die dann entstehende Aussage (V) ist widerspruchsvoll. Rüstow gibt eine Reduktionstabelle an, mit deren Hilfe die von Grelling und Nelson angeführten Antinomien P_1 bis P_7, aber auch die Antinomie des lügenden Kreters auf die Normalform zurückgeführt werden können (11).

Rüstows Lösungsversuch setzt an der definitorischen Bestimmung (II) an, da diese die einzige nicht-logische hypothetische Voraussetzung sei, und daher eines Widerspruchsfreiheitsbeweises bedürfe. Für Definitionen sei es ein hinreichendes Kriterium für ihre Widerspruchsfreiheit, wenn die Existenz mindestens eines unter sie fallenden Gegenstandes nachgewiesen werde (138). Für Rüstow stellt sich damit die Frage, „ob sich die beiden Disjunktionen

[543] Rüstow schreibt in Zeile (I) fälschlich „$Z - x \cdot non\ x$".

zwischen widerspruchsfreien und widersprechenden Definitionen und zwischen solchen, unter die Gegenstände fallen können oder nicht, vollständig decken" (139). Angenommen, eine Definition sei so beschaffen, daß ein Gegenstand unter sie falle, sie aber zugleich nicht widerspruchsfrei sei, dann müßte mindestens ein unter die Definition fallendes Prädikat „variabel und in der angegebenen Weise verschiedener distincter Werte fähig sein" (139). Solche Definitionen, die mindestens ein variables Prädikat besitzen, nennt Rüstow „mehrdeutige Definitionen".[544] Bei der Definition (II) handele es sich um eine solche, da in der Konstruktion x gegenüber a als Variable angesehen werde. Das Fallen eines Gegenstandes unter eine Definition dieser Art sei nur dann ein hinreichendes Kriterium für ihre Widerspruchsfreiheit, wenn für jeden Wert der Variablen ein solcher Gegenstand aufgewiesen werde. Für die Widerspruchsfreiheit mehrdeutiger Definitionen sei es darüber hinaus ein notwendiges und hinreichendes Kriterium der Widerspruchsfreiheit, daß die Variable keiner Konstanten der Definition widerspreche. Diesen beiden Kriterien genüge die Definition (II) nicht. Zur Auflösung der Antinomien ist nach Ansicht Rüstows eine Modifikation der herkömmlichen Logik durch Unterscheidung eindeutiger und mehrdeutiger Definitionen notwendig.

Eine Kritik an diesem Lösungsversuch muß an der Berechtigung von Rüstows Definition (II) ansetzen. Da nach dem Diktum von Grelling und Nelson eine Lösung der Antinomien nur dann vorliegt, wenn die Ungültigkeit einer der unbeweisbaren Voraussetzungen nachgewiesen worden ist, kann es sich bei dem an einer Definition ansetzenden Rüstowschen Versuch nicht um eine Lösung handeln. Die Unzulänglichkeit des Rüstowschen Reduktionsschemas kritisiert konsequenterweise auch Nelson, nachdem er die gedruckte Fassung der Dissertation von Rüstow erhalten hat.[545] Er bedauert, daß Rüstows Lösungsversuch faktisch dem von Goesch entspreche.

> Dein Lösungsversuch ist faktisch der ursprüngliche von Goesch. Wenn Goesch ihn nicht so publiziert hat und in seinem späteren Nachtrag zu meiner und Grellings Abhandlung nicht mehr so weit geht, so liegt das nur daran, daß er durch meine Kritik irre geworden war. Eine „falsche Beschreibung" kann ich bei ihm nicht finden, der Widerspruch in den fraglichen Fällen ist in der Tat nur die eine Seite der Paradoxie, die andre ist die Unentscheidbarkeit der Disjunktion, jenes ist das Eigentümliche des negativen Begriffs (Menge der sich *nicht* enthaltenden Mengen, Imprädikabel u.s.w.), dieses das Eigentümliche des entsprechenden positiven (Menge der sich selbst enthaltenden Mengen), Prädikabel u.s.w.). Beides bedingt sich gegenseitig. [...]
> Daß eine Definition „für" eine Bestimmung widerspruchsvoll ist, ist doch ein unklarer Ausdruck. Die Definition ändert sich ja nicht durch solche „Bestimmung", sondern ich erhalte einen Widerspruch nur durch Subsumtion eines Falles unter den definierten Begriff. Der Widerspruch ist eben der des Paradoxons, nicht aber einer der ihm zu Grunde liegenden Definition. [...]
> Der deinem Lösungsversuch zu Grunde liegende Gedanke liegt allerdings sehr nahe. Er ist mir inzwischen von verschiedenen anderen Seiten mitgeteilt worden, unter anderm auch von Berkowski.[546] Ich habe immer nur dasselbe antworten können wie Goesch und dir. Das Richtige, das alledem zu Grunde liegt, bleibt immer nur die Konstatierung des in der Veränderlichkeit des Kriteriums vorliegenden Sachverhalts, dessen Übersehen eigentlich die Quelle des Überraschenden an der Paradoxie ist, so daß bei hinreichender Gewöhnung an diesen Sachverhalt der Widerspruch den Charakter des eigentlich „Paradoxen" mehr und mehr abstreift, weshalb ich auch bereits zweifle, ob es begründet ist, über diese Konstatierung hinaus noch nach einer tieferen „Lösung" zu suchen.

In gleichem Tenor beurteilt auch ein anderer berufener Kritiker, Heinrich Scholz, die Rüstowsche „Lösung". Bei allem Lob für die philologischen Qualitäten der Arbeit meint er: „Die angekündigte ‚Auflösung' verdient diesen Namen allerdings nur insofern, als sie den Verfasser befriedigt hat."[547]

5.4.4 Die Entstehung des Antinomien-Aufsatzes von Grelling und Nelson

Die „Bemerkungen über die Paradoxieen von Russell und Burali-Forti" sind in Auseinandersetzung mit dem Lösungsversuch von Heinrich Goesch entstanden. Als Ergebnis des Bestrebens, sich selbst Klarheit über dessen Lösungsversuch zu verschaffen, war Nelson von seiner ursprünglichen Absicht abgekommen, den Goeschschen Aufsatz zu veröffentlichen. Vom 16. November 1906 datiert ein erster Versuch, die logischen und speziellen Vorausset-

[544] Rüstow stellt eine deutliche Analogie zu dem Lösungsversuch von Goesch fest (140, Anm. 2), der als ausschlaggebend für die Entstehung paradoxer Resultate das Auftreten einer „Veränderlichkeit des Kriteriums" für das Fallen eines Gegenstandes unter einen Begriff ansah. Er gewinne den Eindruck, so Rüstow, „als ob Goesch nur durch diese falsche Beschreibung noch von der Auffindung der richtigen Lösung zurückgehalten worden sei."

[545] Nelson an Rüstow, dat. Göttingen, 28.8.1910, Bundesarchiv Koblenz, NL 169, Rüstow.

[546] Vgl. das undat. Schreiben Berkowskis an Nelson (etwa Jahresende 1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26). Berkowski will darin den Widerspruch auflösen, „der zwischen dem Beweis von der Nichtabzählbarkeit der transzendenten Zahlen und der Annahme besteht, daß jede Zahl durch eine endliche Anzahl von Wörtern definiert werden kann," indem er die Annahme bezweifelt.

[547] Scholz *1937*, Zit. nach Scholz *1961*, 265, Anm. 54.

zungen der Russellschen Imprädikabilitätsantinomie aufzulisten,[548] der durch Goeschs Zweifel am Satz der Bestimmbarkeit ausgelöst worden war. Der Eingang seiner revidierten Fassung im Mai 1907 führte zu einer erneuten Beschäftigung mit dem Gegenstand, als deren herausragendes Ergebnis Grelling die beiden neuen Antinomien fand. Einem Schreiben an Hessenberg legte Nelson ein auf den 22. Mai 1907 datiertes Blatt „Zum Russel[l]schen Paradoxon" bei,[549] auf dem unter der Überschrift „Grellingsches Paradoxon" eine Vorform der späteren Antinomie der Menge aller endlichen Buchstabenkombinationen notiert war:

> Es sei gegeben eine diskrete Reihe von Dingen, unter denen der Begriff „Nicht-*G*" vorkommt, aber nicht an erster Stelle. Der Begriff „Nicht-*G*" sei folgendermaßen definiert: Unter den Begriff *G* fallen alle Dinge der Reihe, denen das nächstfolgende als Merkmal zukommt. Das dem Begriff „Nicht-*G*" in der Reihe vorhergehende Ding heiße x. Dann ist x entweder *G* oder Nicht-*G*. Angenommen, es sei *G*. Diese Annahme bedeutet, daß ihm das auf x folgende Ding — also Nicht-*G* — als Merkmal zukommt. Also wäre x Nicht-*G*. Angenommen, x sei Nicht-*G*. Dann kommt ihm das auf x folgende Ding als Merkmal zu. x wäre also *G*.

In seinem Begleitschreiben vom 28. Mai 1907[550] erwähnte Nelson eine weitere Grellingsche Antinomie:

> Für f wird das Wort gesetzt, das den Begriff a bezeichnet. Worte, die unter den durch sie bezeichneten Begriff fallen, mögen autologisch heißen. Das Paradoxon ergiebt sich nach dem Schema. In diesem Paradoxon ist die Voraussetzung IIa[551] und die Voraussetzung III[552] *nicht* erfüllt. Man könnte also versuchen, auf diesen Umstand eine Lösung zu gründen. Man kann sich aber eine Idealsprache denken, in der jedes Wort nur einen Begriff bezeichnet, das Paradoxon bliebe nichtsdestoweniger.

Hessenberg war begeistert. Ende Mai 1907 schrieb er an Nelson:[553] „Die beiden neuen Paradoxieen von Grelling gefallen mir ausgezeichnet. Die P[aradoxie] von ‚nicht-autologisch' ist so herrlich formal". An der anderen Antinomie gefalle ihm besonders

> die Beschränkung auf eine abzählbare Reihe von Dingen, — im Gegensatz zu den unkontrollierbaren Mengen *aller* Begriffe, Mengen etc. Gerade auf solchem Wege wird man den Paradoxieen am ersten beikommen. [...] Durch das Aufstellen neuer Paradoxieen macht sich übrigens Gr[elling] ein grosses Verdienst. Man sieht daraus doch, daß sie nicht so singulär sind und keineswegs nur den von Russell als "*The* Contradiction" bezeichneten Ursprung haben.

[548]„Zum Russellschen Paradoxon", dat. 16.11.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 131, mit Schreiben vom gleichen Datum an Hessenberg übersandt (ebd. Bl. 86).
[549]Ebd., Nr. 389, Bl. 130.
[550]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 28.5.1907, Bll. 127–129.
[551]Wenn $f(a) = f(b)$ ist, und $f(a)$ unter a fällt, so fällt es auch unter b.
[552]Wenn $a = b$ ist, so ist $f(a) = f(b)$.
[553]Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 30.5.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

Später diskutierte Hessenberg die Grellingschen Antinomien mit Erhard Schmidt, dem sie ebenfalls sehr gut gefielen,[554] und er stellte sie auch bei der Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Dresden vor, wo sie viel Beifall fanden. Hessenberg schlug Nelson vor: „Könnte nicht Grelling im Anschluß an Goesch, seine Paradoxa mitteilen?"[555] Es kann vermutet werden, daß der große Erfolg von Grellings Antinomien mit ausschlaggebend für den Entschluß von Nelson und Grelling war, einen eigenen Aufsatz über diesen Gegenstand zu schreiben.

Die Grellingsche „nicht-autologisch"-Antinomie wurde auch zwischen Grelling und Meyerhof diskutiert. Meyerhof berichtete Nelson im August 1907, er habe Grelling

> eine längere ‚Lösung des autologischen Paradoxons' geschickt, die damit endet, daß das Wort autologisch heterologisch ist (wie ich für nicht-autologisch sage) u[nd] das Wort heterologisch autologisch.[556]

Diese Bemerkung läßt vermuten, daß die in der Endfassung der Grellingschen Antinomie verwendete Bezeichnung „heterologisch" von Meyerhof stammt.

Die erste Fassung des Aufsatzes von Grelling und Nelson war Ende Oktober 1907 fertiggestellt. Nelson schickte sie Hessenberg mit der Bitte, er möge sie mit kritischen Augen lesen,[557]

> und schreibe mir möglichst bald, ob Du sie der Publikation für wert hältst. Wir beide sind davon nicht so ganz durchdrungen. Sie enthält ein demütigendes Zeugnis unserer logischen Ohnmacht, und wenn sie einen Wert hat, so ist es nur der, daß sie dazu dient, Scheinlösungen aus dem Wege zu räumen.

[554]Hessenberg an Nelson, dat. Straßburg, 31.7.1907, ebd.
[555]Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 20.9.1907, ebd.
[556]Meyerhof an Nelson, dat. Homburg, 19.8.1907, Beilage, ebd., Box 29.
[557]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 1.11.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 138.

Hessenberg möge die Arbeit anschließend an Zermelo schicken, der etwaige Fehler noch am schnellsten finde. Nelson gab zu, daß Kurt Grelling den größten Anteil an der Arbeit hatte:

> Den Paradoxon-Artikel könnte man ja unter Grellings Namen allein bringen, zumal er wirklich mehr dabei getan hat als ich. Ich halte es aber aus rein utilitaristischen Gründen (Habilitation) für zweckmäßiger, meinen Namen unter dieser etwas mathematisch angehauchten Arbeit stehen zu lassen. Hilbert kann dann eher ein Wort mitsprechen.

Grelling und Nelsons Analyse galt bis dahin den von Russell formulierten Antinomien der Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten, und der Imprädikabilität. Als Titel hatten sie offenbar „Bemerkungen zu den Russel[l]schen Paradoxien" vorgesehen.[558] Nach der Diskussion mit Goesch sollte aber noch die Burali-Fortische Antinomie hinzukommen, da ja in den Gesprächen die Korrektheit von Goeschs Zurückführung dieser Antinomie auf die Russellsche erwiesen worden war. Darüber hinaus wurde Goesch die Möglichkeit eingeräumt, in einem Anhang I eine weitere Lösungsskizze vorzustellen. Der Zusatz von Hessenberg, den dieser „in der Absicht, Cantor noch etwas herauszustreichen", geschrieben hatte,[559] wurde als Anhang II hinzugefügt.

Korrekturabzüge der Antinomien-Arbeit hatte Nelson u.a. Ernst Hellinger vorgelegt. Hellinger regte an, auch die Hilbertsche Antinomie aller durch Selbstbelegung und Addition entstehenden Mengen aufzunehmen und unter die Normalform zu bringen,[560] ein Versuch, der dann tatsächlich auch von Grelling unternommen wurde, aber scheiterte. Das Hilbertsche Paradoxon, so schrieb Grelling,[561] könne er noch nicht auf P zurückführen. Es sei aber auch nicht so wichtig, daß man den Druck der Arbeit aufschieben müsse.

[558] Ein undatiertes Manuskript diesen Titels, möglicherweise von Grellings Hand, enthält eine Gliederung des Aufsatzes und führt nur die genannten Antinomien auf (ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 93, Bll. 97–99).

[559] Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 15.11.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[560] Hellinger schrieb: „Es wäre vielleicht nicht unzweckmäßig, es [das Hilbertsche Paradoxon] zu erwähnen, da es mathematischer aussieht als die andern, und vielleicht auch dem nicht-mengentheoretischen Mathematiker sympathischer aussieht, als das W-Paradoxon." Außerdem regte er an, den „idealen Berichtigungsversuch" der Zermeloschen Axiomatik genauer zu analysieren: „Es muß doch sehr amüsant sein, genau zu sehen, wieso nach Zermelos Axiomen Ihre φ-Zuordnung unzulässig ist" (Hellinger an Nelson, dat. Breslau, 28.12.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 26).

[561] Grelling an Nelson, dat. Göttingen, 18.1.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.

Die Antinomien-Arbeit als „demütigendes Zeugnis" von Grellings und Nelsons „logischer Ohnmacht" ist zugleich ein Zeugnis für Nelsons Stellung zur Philosophie der Mathematik. Denn im Rahmen der Kritischen Mathematik war die befürchtete prinzipielle Unlösbarkeit der Antinomien kein Problem. Das Scheitern der Lösungsversuche war für Nelson vielmehr ein weiterer Beleg dafür, daß ein logizistischer Aufbau der Mathematik zum Scheitern verurteilt war. In dieser Ablehnung des Logizismus, die wohl mehr war als „kritische Reserve" gegenüber „den Bemühungen, die Mathematik durch reine Logik zu begründen" (Bernays *1928*, 144), war er sich mit Hessenberg einig. Einen Ausweg aus den Problemen sahen beide in einem axiomatischen Aufbau der Mathematik nach Hilbert-Zermeloschem Vorbild, der allerdings zur Begründung der Axiome selbst in den Rahmen der Kritischen Philosophie eingebunden sein müsse. Ein naiv-formalistisches Freiheitsdiktum lehnten beide ab. Diese Ablehnung drückte sich schon 1904 in einer Kritik Nelson an Zermelo aus. Nelson schrieb damals an Hessenberg, auch Zermelo setze die Logik als alleiniges Kriterium der Wahrheit voraus,[562]

> u[nd] indem er so den Ast absägt, auf dem er sitzt, bleibt ihm die ganze Mathematik nichts als ein logisches Spiel mit analytischen Sätzen, nämlich der Ableitung der Lehrsätze aus *beliebigen*, durch Gewohnheit oder Bequemlichkeit bestimmten Axiomen, ohne den Gesichtspunkt der Wahrheit dieser Axiome.

Die Alternative sei eine Rückführung der Axiome auf synthetische Urteile a priori, die der kritischen Begründung bedürften. In einem solchen System der Mathematik könnten die Antinomien vermieden werden.

[562] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 30.5.1904, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 34–35.

6 Hilbert und die Philosophie: Sein Engagement für Leonard Nelson

6.1 Nelsons Habilitation

> Sie selbst wissen am besten, welche Hindernisse überwunden werden mussten, um mir auch nur meine jetzige Stellung [als Privatdozent] zu erkämpfen. Unter dem Vorwand, ich sei zu jung, ist meine Habilitation um Jahre aufgehalten worden, und ich hätte auch später nicht einmal dies Ziel erreicht, wenn nicht Sie mir damals Ihre Hilfe hätten zu Teil werden lassen. In Wahrheit wollte man mich nicht zulassen, weil ich mir erlaubt hatte, an einigen viel bewunderten Würdenträgern freimütig Kritik zu üben.

Dies ist Leonard Nelsons eigene Einschätzung der Vorgänge um seine Habilitation, die er Hilbert in seinem „Glaubensbekenntnis" (*1916*, 20) mitteilte.[563]

Schon seit dem Beginn der Auseinandersetzungen um seine Zulassung zu den Habilitationsleistungen, die sich von 1906 bis 1909 hinzogen, wurde Nelson von den Göttinger Mathematikern gefördert. Der zu Anfang engagierteste Unterstützer war Felix Klein. Sein Interesse an Nelson und der neofriesschen Philosophie rührte von dem Plan her, in die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*[564] „ein philosophisches Paradigma-Heft" aufzunehmen. Schon bei einer „Encyklopädisten-Konferenz" im Juni 1905 war dieses Vorhaben erörtert worden, und Klein hatte die anwesenden Mathematiker auf die Neue Fries'sche Schule aufmerksam gemacht. Nelson hatte diese Nachricht von Karl Schwarzschild erfahren, und er berichtete gleich Hessenberg:

> Wenn er [Klein] sich wirklich deswegen — mit Übergehung Husserls u[nd] all der andern — an uns wenden sollte, so wäre ein solcher Achtungsbeweis doch das Erfreulichste, was unsrer Philosophie vorläufig passieren könnte.[565]

Als Bearbeiter für diesen Band, der nie zustande kam, hatte Klein tatsächlich Hessenberg und Nelson ausersehen.[566]

[563]Zu den Vorgängen um Nelsons Habilitation vgl. auch Hoffmann *1989*.

[564]Vgl. zum Enzyklopädie-Projekt neuerdings Rowe *1989*, 204–210.

[565]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 18.6.1905, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 54 *f*.

[566]Vgl. Hessenberg an Nelson, begonnen Grunewald, 17.5.1906, beendet Dresden, 2.6.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28. Hessenberg berichtet von einem Besuch Kleins, bei dem dieser Plan besprochen worden sei.

Nelson reichte sein Habilitationsgesuch auf dem Höhepunkt seiner zweiten wissenschaftlichen Kontroverse mit den Neukantianern ein, die auch Einfluß auf die Argumentation seiner Gegner haben sollte. Die Auseinandersetzung war durch Nelsons polemische Besprechung von Hermann Cohens *Logik der reinen Erkenntnis* (*1902*) provoziert worden, die 1905 in den *Göttingischen gelehrten Anzeigen* erschienen war.[567] Die Kontroverse wurde von neukantianischer Seite mit Ernst Cassirers Schrift *Der kritische Idealismus und die Philosophie des „gesunden Menschenverstandes"* (*1906*) eröffnet, die als erstes Heft des ersten Bandes der von Hermann Cohen und Paul Natorp herausgegebenen *Philosophischen Studien* erschien. In die Auseinandersetzungen waren auf seiten Nelsons mit Hessenberg, Grelling und Meyerhof weitere Mitglieder der Neuen Fries'schen Schule involviert.[568] Bei den Göttinger Mathematikern kam Nelsons Rezension der Cohenschen *Logik* dagegen gut an. Felix Klein beauftragte Nelson nach der Lektüre, einen Vortrag über die Geschichte der Infinitesimalrechnung in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft zu halten. Dies lag insofern nahe, als Cohen in seiner *Logik der reinen Erkenntnis* (*1902*) wie schon zuvor in seiner Schrift *Das Princip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* (*1883*) dem Begriff des Infinitesimalen und der „Infinitesimalmethode" (-rechnung) eine zentrale Rolle in der Logik zudachte.[569] Auch Hilbert hatte die Rezension gelesen und die Angelegenheit so ernst genommen, daß er sich von Nelson Cohens *Logik* auslieh,

[567]Nelson *1905c*, wieder in Nelson *1973*, 1–27. Nelson schreibt in seinem „Glaubensbekenntnis" (*1920*, 20): „Meine Totsünde [sic!] war das Kuckucksei, das ich mit der Rezension von Cohens ‚Logik' den ‚Göttingischen gelehrten Anzeigen' in ihr Nest gelegt habe, eine Arbeit, von der ich auch heute kein Wort zurückzunehmen habe."

[568]Hermann Holzhey schreibt in der Einleitung zur 4. Aufl. von Cohens *Logik der reinen Erkenntnis* (Holzhey *1977*, XX*): „Unter den ablehnenden Reaktionen [auf Cohens *Logik*] muß der denkbar scharfe Verriß des Buches durch Leonard Nelson [...] erwähnt werden, der vermutlich in weiten Kreisen das Interesse an einer sachlichen Auseinandersetzung mit den Cohenschen Thesen erheblich geschwächt hat." Auf Cassirers Arbeit (*1906*) reagierten Hessenberg (*1907a*), Meyerhof (*1907*) und Grelling (*1907a*). Grelling verfaßte über seine Arbeit „Das gute klare Recht der Freunde der anthropologischen Vernunftkritik, verteidigt gegen Ernst Cassirer" ein Autoreferat, das in der *Philosophischen Wochenschrift und Literatur-Zeitung* (*1907b*) erschien und das Berichtigungen von Artur Buchenau (*1907*) und Paul Stern (*1907*) provozierte, auf die Grelling noch einmal entgegnete (*1907c*). Zu den gegen ihn erhobenen Einwürfen nahm Cassirer Stellung (*1907*), worauf Hessenberg konterte (*1908d*). Eine ausführliche Darlegung der unterschiedlichen Standpunkte von Nelson und Cassirer brachte abschließend Otto Meyerhof in der Arbeit „Erkenntnistheorie und Vernunftkritik (Das Kant-Friessche Problem)" (*1909*).

[569]Nelson schrieb an Hessenberg (dat. Göttingen, 5.5.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 66–70): „Klein hat übrigens meine Cohen-Rezension gelesen u[nd] daraus den sehr voreiligen Schluß gezogen, daß ich besonders geeignet dazu bin, über Prinzip u[nd] Geschichte der Infinitesimalrechnung in der math[ematischen] Gesellschaft einen Vortrag zu machen". Nelson hielt diesen Vortrag über Geschichte und Philosophie des Infinitesimalbegriffs am 17.7.1906, vgl. *JDMV* **15** (1906), 447.

um sich ein eigenes Urteil bilden zu können. „Das ist ihm denn allerdings nicht schwer geworden", teilte Nelson Hessenberg mit, „und es dauerte nicht lange, bis er das Buch für eine Bierzeitung erklärte."[570] Hilbert hatte aus Anlaß von Nelsons Habilitationsgesuch Interesse für die neofriessche Philosophie geäußert und ihn zu einem Gespräch eingeladen.[571] Erst bei dieser Gelegenheit war Nelson mit Hilbert persönlich näher bekannt geworden.

Am 12. Januar 1906 erkundigte sich Nelson in einem Schreiben an Julius Baumann über die Möglichkeit einer Zulassung zur Habilitation in Göttingen.[572] Eine Zulassung war insofern nicht unproblematisch, als seit Beendigung von Nelsons Studium die vorgeschriebene Zweijahresfrist noch nicht vergangen war. Von Dekan Max Lehmann wurde dann auch eine Habilitation zum damaligen Zeitpunkt abgelehnt. Nelson berichtete darüber Hessenberg:[573]

> Meine Aussichten auf Habilitation stehen nicht so günstig, wie es geschienen hatte. Der Dekan hat mein Gesuch zurückgewiesen, durch eine willkürliche Auslegung der ganz unzweideutigen Bestimmungen, die die Absolvierung von 2 Jahren nach dem Triennium vom Bewerber fordern, indem er Triennium mit Erhaltung des Doktordiploms übersetzte. Der Mann gehört zur philologisch-historischen Abteilung, also mußte ich als Laie zu dieser Übersetzung schweigen.

Nach dem Bericht Nelsons hatte Julius Baumann einen Antrag auf Dispens gestellt,[574] war dann aber in der entscheidenden Fakultätssitzung nicht anwesend. Georg Elias Müller, der einzige Fachvertreter in dieser Sitzung, erklärte, er kenne Nelson nicht und könne daher die Verantwortung nicht übernehmen.[575] Auf Antrag Kleins wurde die Angelegenheit vertagt. Nelson

[570]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 4.6.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 79 *f*.

[571]Nelsons Urteil über Hilbert lautete nach diesem Gespräch: „Er ist ein rührend guter und liebenswürdiger Mensch und so frei von Eitelkeit, daß man ihn liebgewinnen muß, wenn man mit ihm umzugehen weiß", Nelson an Hessenberg v. 4.6.1906, ebd.

[572]In einem Schreiben an Julius Baumann, UA Göttingen, Phil. Fak., Personalakte Nelson, Bll. 4 *f*.

[573]Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 3.2.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 66–70.

[574]Nelson hatte in seinem Schreiben an Baumann die Fristenfrage selbst angesprochen und als Präzedenzfall auf die Habilitation des Mathematikers Constantin Carathéodory verwiesen. In seinem Begleitschreiben an die Fakultät bestätigte Baumann, daß der genannte Fall ganz ähnlich gelegen habe, und votierte für eine Annahme des Gesuchs (UA Göttingen, Phil. Fak., Personalakte Nelson).

[575]Dazu Nelson an Hessenberg: „Du weißt, daß ich bei ihm im Institut gearbeitet u[nd] seine Vorlesungen gehört habe, bei ihm Examen gemacht u[nd] im Hause verkehrt habe" (dat. Göttingen, 3.2.1906, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 75 *f*.).

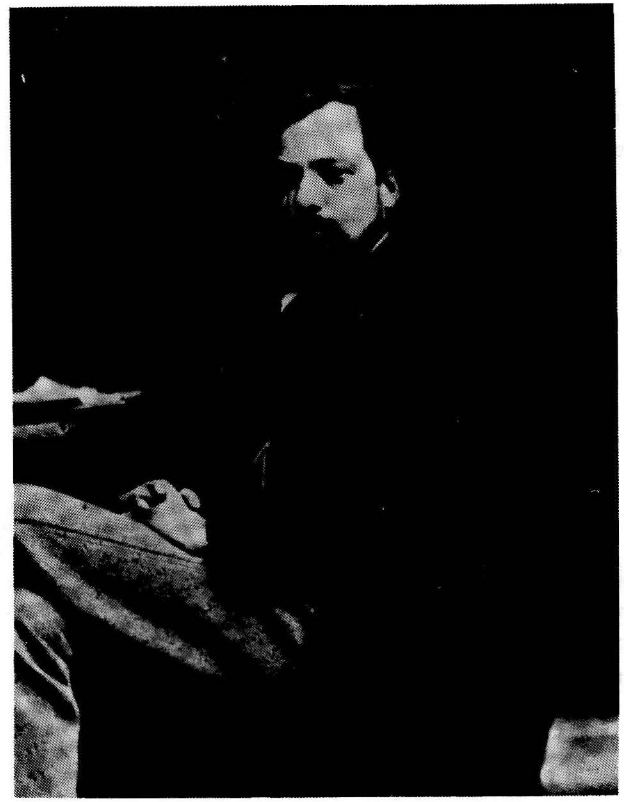

Abbildung 11: Julius Baumann (1837–1916) im WS 1876/77
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

machte sich aber auch für einen neuerlichen Anlauf im nächsten Semester bei „einem schwächlichen und einem boshaften Fachvertreter" nur wenig Hoffnung.

Mitte April 1906 reichte Nelson den Antrag auf Zulassung zur Habilitation ein.[576] Als Habilitationsschrift legte er seinen in den *Abhandlungen der Fries'schen Schule* erschienenen Aufsatz „Die kritische Methode und das Verhältnis der Psychologie zur Philosophie" (*1904b*) bei, den er seinerzeit

[576]Habilitationsgesuch v. 16.4.1906, UA Göttingen, Phil. Fak., Personalakte Nelson, Bll. 7 *f*.

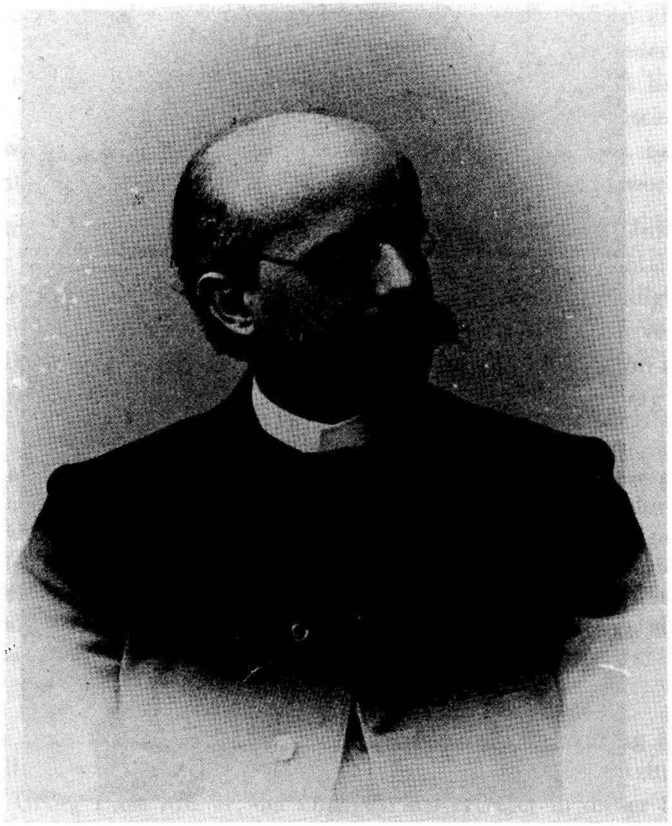

Abbildung 12: Georg Elias Müller (1850–1934) im Jahr 1912
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

Baumann erfolglos als erste Dissertation vorgelegt hatte. Die Ende April gebildete Kommission kam am 5. Mai 1906 zu ihrer einzigen Sitzung zusammen, bei der Julius Baumann sein Gutachten über die eingereichte Arbeit vorlegte.[577] Die weiteren Verhandlungen wurden auf dem Umlaufwege geführt. Baumann teilte zwar den Standpunkt Nelsons nicht, votierte aber dennoch für Nelsons Zulassung zum Habilitationskolloquium, da die Abhandlung „grosse Kenntnisse, energisches Denken" beweise und, „obwohl Friesisch, nicht blos nachgesprochen" sei. Baumann erwähnte Nelsons Cohen-Rezension, die seine vielseitigen Kenntnisse offenbare und „eine gewisse Indignation über die Wegwendung Cohen's vom Kriticismus beweise". Aus-

[577]Ebd., Bll. 13 *f*.

schlaggebend für die letztlich ablehnende Haltung der Kommission war ein umfangreiches Separatvotum von Georg Elias Müller.[578] Müller kam nach ausführlicher Kritik an der eingereichten Schrift zu dem Schluß, daß sie zu wenig vollständig, oberflächlich und nicht selbständig sei, sie enthalte keinen Gedanken von Belang, der nicht schon bei Fries zu finden sei. Er vergaß nicht, auf die Geschichte der Arbeit hinzuweisen:

> Wie Kollege Baumann in der Kommission mitteilt, ist ihm diese Arbeit in der vorliegenden Fassung bereits vor 2 Jahren vom Verf[asser], der damals soeben eine Studienzeit von 6 Semestern hinter sich hatte, überreicht worden, damit er sie als Doktordissertation annehme. Kollege Baumann hat die Arbeit damals zurückgewiesen, weil es nicht angehe, daß eine Arbeit mit solchen persönlichen Ausfällen [...] als Doktordissertation unter der Firma unserer Fakultät erscheine.

Diese Arbeit nun hier noch einmal vorzulegen, sei kein Beweis höheren Strebens, sondern von befremdlicher Selbstüberschätzung. Auf die Cohen-Rezension ging Müller nur am Rande ein, er lehnte aber die Form des Angriffs gegen Cohen ab. Müller erklärte sich mit Bestimmtheit gegen eine Zulassung Nelsons zum Kolloquium. Sollte die Kommission zu einem anderslautenden Beschluß kommen, würde er seine Mitwirkung an dem weiteren Verfahren einstellen und auf anderem Wege kundtun, daß er an dieser Zulassung keine Verantwortung trage.

Mit diesem Votum brachte Müller die Mehrheit der Kommission hinter sich. Auch Dekan Lehmann schloß sich an, insbesondere deshalb, „weil unerträgliche Zustände sich ausbilden müßten, wenn ein Privatdocent gegen den Willen eines Fachvertreters der Facultät zugelassen würde."[579] Klein und Hilbert dagegen setzten sich für Nelson ein. In Reaktion auf die vorstehenden negativen Voten auf dem Umlaufbogen legten sie kein eigenes Gutachten über Nelsons Schriften vor, sondern begründeten in einem gemeinsam unterzeichneten Schreiben vom 29.5.1906[580] ihren Antrag, die Kommission möge zusammentreten und das Habilitationsgesuch mündlich verhandeln. In ihrem Schreiben heißt es zugunsten Nelsons:

> Die Fragen nach der philosophischen (psychologischen, logischen, erkenntnistheoretischen) Grundlegung der Mathematik stehen in den letzten Jahren bekanntlich wieder im Vordergrunde der öffentlichen Diskussion. Während der extreme Empirismus früherer Jahre dabei

[578]Dat. 23.6.1906, ebd., Bll. 15–18.
[579]Ebd., Bl. 14.
[580]Ebd., Bll. 19 *f*.

ziemlich zurücktritt, kommt um so mehr die entgegengesetzte Auffassung hervor, welche die mathematischen Sätze als [ein Wort unleserlich] logische Folgerungen aus den an die Spitze gestellten Begriffen fassen will. Dr. Nelson verficht den Tendenzen von rechts und links gegenüber mit Eifer die Kantische Ansicht, dass der letzte Erkenntnisgrund der mathematischen Urteile weder empirischer noch logischer Natur sei, sondern in einer besonderen Tätigkeit unseres Geistes ruhe.

Klein und Hilbert betonen,

dass Dr. Nelson eine erfreuliche und gerade bei den jüngeren Philosophen keineswegs immer vorhandene Kenntnis der neueren Mathematik besitzt [...]
Da wir überdies wissen, dass Dr. Nelson fortgesetzt bestrebt ist, in enger Bezugnahme mit mathematischen Kreisen seine Kenntniss unserer Wissenschaft zu erweitern und zu vertiefen, so sind wir ihm von vorn herein günstig gesinnt. Wir neigen zu der Auffassung, dass sich die Einseitigkeit und die schroffe Art, mit der er sich in die Wissenschaft eingeführt hat, unter den gegebenen Umständen immer mehr mildern werden, und dass man in dem Eifer und dem Erfolg, mit dem er in jungen Jahren Gesinnungsgenossen um sich gesammelt hat, die Garantie für eine weitausgreifende Lehrtätigkeit des späteren Docenten erblicken darf.

Der Antrag auf mündliche Verhandlung der Angelegenheit wurde vom Dekan unter Angabe formaler Gründe abgelehnt. In einer empörten Stellungnahme schrieb Hilbert in den Bogen:[581]

Das von der Kommission befolgte Verfahren, insbesondere dass dieselbe abstimmt, ohne mein Urteil überhaupt zu hören empfinde ich als eine Rücksichtslosigkeit. Die Institution einer Kommission, die trotz des Wunsches ihrer Mitglieder keine Sitzungen abhalten darf, ist eine Farce. Auf eine Anrufung der Fakultät in welcher Form auch immer verzichte ich.

Weniger scharf reagierte Klein.[582] Er kündigte aber an, die Angelegenheit vor die Fakultät zu bringen. Zwischenzeitlich hatte Nelson vom Dekan die

[581] Dat. 21.6.1906, ebd., Bl. 22.
[582] Dat. 20.6.1906, ebd.

Empfehlung erhalten, sein Habilitationsgesuch zurückzuziehen. Mit Schreiben vom 21. Juni 1906 kam er dieser Empfehlung nach.[583]

Die unerwartete Ablehnung seiner Habilitation traf Nelson tief und erschütterte seine Planungen. Er begann zu zweifeln, ob er überhaupt eine akademische Laufbahn anstreben sollte. Seine Freunde waren sich sicher, daß seine polemischen Schriften für die Ablehnung ausschlaggebend waren. Ernst Blumenthal z.B. sah Nelsons Leistungen auf die verdienstliche Wiederbelebung der Friesschen Philosophie und die vielleicht noch notwendigere Kritik beschränkt. Dies seien zwar erfreuliche, aber sicher auch nur bescheidene Ansätze positiver Leistungen. „Aber Kritik, und hauptsächlich Deine Kritik, ist doch etwas so Negatives, ja Destructives, daß es kühn war, daraufhin die Habilitation zu versuchen." Blumenthal riet Nelson, mit seiner ganzen Kraft „das ja noch ziemlich jungfräuliche Gebiet der Philosophie der Mathematik zu beackern".[584] Nelsons Eltern schlugen vor, er solle sich an der Technischen Hochschule in Charlottenburg habilitieren, wovon ihm Hessenberg abriet.[585] Andere Überlegungen gingen dahin, eine Habilitation für Mathematik anzustreben, wie dies Meyerhof vorgeschlagen hatte.[586]

Im Juli 1907 riet Hilbert zu einer Erneuerung des Habilitationsgesuchs. Nelson wollte diesem Vorschlag auch nachkommen, hatte dann aber eine persönliche Unterredung mit Husserl, der ihm „wieder eine kalte Brause über den Kopf goß", wie Nelson Hessenberg berichtete.[587] In diesem Gespräch riet Husserl Nelson von einer Habilitation mit der Begründung ab, er habe zwar eine hervorragende Begabung, ihm fehle aber der wissenschaftliche Ernst. Die Geschichte lehre, daß es mit der Systemphilosophie „nun einmal nichts sei". Man müsse vielmehr rein phänomenologisch verfahren. Nelson habe sich vom Reiz der klassischen Stilphilosophie blenden lassen. Nelson befragte daraufhin Hessenberg zu den Aussichten für eine Habilitation in Bonn, fügte aber hinzu, Hilbert wolle ihn in Göttingen halten, und auch er wolle nicht gern von Göttingen weggehen, wo die Anregungen von mathematischer Seite so

[583] Ebd., Bl. 24. Nach Nelsons Darstellung in seinem Bericht an Hessenberg, dat. Göttingen, 8.6.1906 (ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bl. 82), wollten Hilbert und Klein nach der Weigerung des Dekans, die Kommission zusammentreten zu lassen, ihre Gutachten verzögern, um Zeit zu gewinnen, bis zum 1.7. ein neuer Dekan gewählt werde. Darauf habe Lehmann Nelson zur Zurückziehung seines Antrages aufgefordert, mit dem Hinweis, *alle* Mitglieder der Kommission außer Baumann hätten mit Müller gegen seine Zulassung votiert.
[584] Blumenthal an Nelson, dat. Breslau, 9.7.1906, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 27.
[585] Vgl. Hessenberg an Nelson, dat. Grunewald, 30.6.1906, ebd., Box 28.
[586] Vgl. Brinkmann an Nelson, dat. Berlin, 5.7.1906, ebd., Box 26.
[587] Dat. Göttingen, 29.7.1907, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 134 *f*.

günstig seien. Hessenberg war empört[588] und bezeichnete Husserl als einen „von Grund aus verlogenen Menschen“, der im „Unterbewusstsein“ anders denke als im „wissenschaftlichen Bewusstsein“: „Thatsache ist, daß Du ihm unbequem bist und daß er Dich nicht als Kollegen haben will.“ Er riet zu einer Erneuerung des Habilitationsgesuchs in Göttingen. Nelsons Chancen stiegen, so Hessenberg, durch das Aufsehen, das die *Abhandlungen* erregten, und durch die Diskussion mit Cassirer, aber auch das durch seine Heirat gewachsene gesellschaftliche Ansehen würde sich positiv auswirken.[589] Nelson solle aber nichts überstürzen, sondern bis zum Frühjahr warten:

> Wichtiger scheint mir Hilberts Wohlwollen. Und da er mit Husserl befreundet ist, und da er gerade die Wichtigkeit von Husserls Argumenten bestreitet, kann er in der Fakultät durch seine Persönlichkeit leicht Husserl an die Wand drücken.

Ende September 1908 drängt Hessenberg Nelson, die Habilitation ungesäumt anzugehen, da nicht ausgeschlossen werden könne, daß einer von Nelsons Gegnern auf das neue für Göttingen vorgesehene Philosophie-Ordinariat berufen werde. Zermelo habe geschrieben, daß eventuell Cassirer in Betracht komme. Nach den Erfolgen der Friesianer beim Heidelberger Philosophie-Kongreß hält Hessenberg den Zeitpunkt für günstig.[590] Nelson Zweifel haben inzwischen aber zugenommen. Er brauche materielle Sicherheit, antwortet er Hessenberg, außerdem brauche er die Gelegenheit, auch außerhalb der Wissenschaft in liberalem Sinne tätig zu werden. Für die Sache sei es viel wertvoller, wenn sich Hessenberg für Philosophie habilitiere.[591] In einem ausführlichen Brief spricht Hessenberg Nelson Mut zu,[592] wenn er auch dessen Befürchtung teilt, nach der Habilitation weniger veröffentlichen zu können, aber:

> Du hast wirklich so enorm viel geleistet in diesen Jahren, hast auch in Meyerhof, Grelling, Kronfeld Schildknappen gezüchtet, die bereits für Dich einspringen, wenn es polemisch nötig ist, daß Du einige Jahre getrost dem Schweben über den Wassern, der Erweiterung Deiner Kenntnisse und der Eingewöhnung in die Lehrthätigkeit widmen kannst.

[588]Hessenberg an Nelson, dat. Straßburg, 31.7.1907, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[589]Im August 1907 heiratete Nelson Elisabeth Schemmann (vgl. Blencke *1960*, 24 *f.*).

[590]Hessenberg an Nelson, dat. Frankfurt a.M., 27.9.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

[591]Nelson an Hessenberg, dat. Westend, 8.10.1908, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nr. 389, Bll. 174 *f.*

[592]Hessenberg an Nelson, dat. Bonn, 16.10.1908, Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson, Box 28.

Am 18. November 1908 stellte Nelson ein erneutes Habilitationsgesuch[593] unter Vorlage der ungedruckten Habilitationsschrift „Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Kantischen Erkenntnistheorie“.[594] Die Arbeit wurde wieder von Baumann begutachtet, der dieses Mal eine Zulassung Nelsons zum Kolloquium empfahl.[595] Er hob besonders seine Rezension von Ernst Machs *Erkenntnis und Irrtum* (Nelson *1907b*) hervor, die die gründlichen Kenntnisse Nelsons in Mathematik und Naturwissenschaften belege. Auch Georg Elias Müller votierte nun für eine Zulassung.[596] Er blieb zwar in systematischer Hinsicht bei seinem früheren Urteil, lobte aber die historischen Seiten der eingereichten Habilitationsschrift. Kritisch äußerte sich nur Husserl,[597] wobei er vor allem auf die polemischen Arbeiten Nelsons Bezug nahm: „Im Ton der Überlegenheit ertheilt der jugendliche Autor den bedeutendsten Vertretern der zeitgenössischen Philosophie seine verletzenden Censuren.“ Dies war natürlich auf Nelsons Streit mit den Neukantianern gemünzt. Husserl bemerkt:

> Ich muß nun daran erinnern, daß die Facultät für das neue philosophische Ordinariat zwei Hauptvertreter dieser Schule, P. Natorp und E. Cassirer vorgeschlagen hat, und daß diese Art, absprechende literarische Allgemeinurtheile auszugeben anstatt sich in den Sinnen rein fachlicher Polemik zu halten, mit Rücksicht auf ein akademisches Zusammenwirken des Kritikers mit den so Angegriffenen zu rechten Bedenken Anlaß gibt.

Es sprächen aber auch gewichtige Gründe für Nelson, z.B. seine fundierten Kenntnisse in Mathematik und Naturwissenschaften.

> Einem Mann von so ungewöhnlichen Gaben die Stätte der Wirksamkeit zu verweigern ist schwer. Ich bin trotz der oben begründeten ernsten Bedenken geneigt, meine Stimme für seine Zulassung zu geben, jedoch unter dem Vorbehalt, daß genauere Kenner der Persönlichkeit N[elson]s, an denen es unter den Mitgliedern unserer Facultät nicht fehlen dürfte, dafür glauben eintreten zu können, daß N[elson] in seinen Vorlesungen u[nd] ferneren Schriften diejenige tactvolle Zurückhaltung üben werde, die schon zu Zwecken der Erziehung der akademischen Jugend unerläßlich erscheint.

[593]UA Göttingen, Phil. Fak., Personalakte Nelson, Bl. 30., vgl. Blencke *1960*, 29 *f.*, mit Berichten Nelsons an seine Eltern.

[594]Nelson *1909*, wieder in Nelson *1973*, 405–457.

[595]Dat. 30.11.1908, UA Göttingen, Phil. Fak., Personalakte Nelson, Bl. 33.

[596]Dat. 22.1.1909, ebd., Bl. 35.

[597]Dat. 22.1.1909, ebd., Bll. 33–35.

Eine solche Versicherung gibt der Dekan Carl Runge ab:[598]

> Auch ich stimme für Zulassung zu den Habilitationsleistungen. Ich halte Dr. Nelson nach meiner persönlichen Kenntnis von ihm im Grunde für einen bescheidenen Menschen und glaube dafür eintreten zu können, daß er sich seine Hörner ablaufen wird.

Aufgrund der diesmal breiten Zustimmung wird Nelson am 6. März 1909 die *venia legendi* für Philosophie erteilt.[599]

6.2 Nelsons Extraordinariat für systematische Philosophie der exakten Wissenschaften

Nachdem Edmund Husserl einen Ruf an die Universität Freiburg i.Br. zum Sommersemester 1916 angenommen hatte,[600] versuchte Hilbert die Gelegenheit zu nutzen, um Nelson eine feste Stellung an der Universität zu verschaffen. Die dadurch hervorgerufenen Streitigkeiten mit der historisch-philologischen Abteilung waren in Hilberts Anspruch begründet, auf Angelegenheiten des Faches Philosophie Einfluß zu nehmen, da es auch sein eigenes Arbeitsgebiet tangiere. Diesen Anspruch versuchte er nicht erst mit seinem Einsatz für Nelsons Habilitation und dessen Berufung auf das Extraordinariat umzusetzen, sondern er hatte schon zuvor in seinem Engagement für Husserl Ausdruck gefunden.

6.2.1 Vorgeschichte: Hilberts Engagement für Husserl

Im Jahre 1900 bekundete das Preußische Kultusministerium die Absicht, Husserl auf ein in Göttingen neuzugründendes Extraordinariat für Philosophie zu berufen. Diese Absicht war auf den hinhaltenden Widerstand der Fakultät gestoßen. Georg Elias Müller, neben Julius Baumann der zweite Ordinarius für Philosophie in Göttingen, hielt eine stärkere Unterstützung seiner experimentalpsychologischen Forschungen für vordringlich.[601] Unter den Extraordinarien für Philosophie Eduard Rehnisch und David Peipers sei die Stimmung ohnehin schon schlecht, ließ der Universitätskurator in einem

[598]Dat. 6.2.1909, ebd.
[599]Ebd.
[600]Schuhmann *1977*, 199.
[601]Vgl. Baumann an Minister v. 29.5.1900, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 17, Bll. 434 *f.*, beigelegt ein Brief Müllers an Baumann vom gleichen Tag, ebd., Bll. 436 *f.*

Abbildung 13: Edmund Husserl (1859–1938) im Jahr 1904
SUB Göttingen, Voit'sche Sammlung

Gutachten für das Ministerium wissen, da sie keine Aussichten mehr hätten, auf ein Ordinariat berufen zu werden. Die Stimmung werde sicher noch schlechter, wenn ihnen ein weiterer Extraordinarius beigesellt werde, zumal, wie der Kurator annahm, „eigentliche Zukunft dieser Gelehrte doch wohl nicht haben wird, wenigstens kaum an streng wissenschaftlichen Hochschulen".[602] Im Juni 1901 erließ das Ministerium erneut eine Aufforderung an die Fakultät, sich zu einer Berufung Husserls zu äußern.[603] Dieser Aufforderung kam die Fakultät durch die Mitteilung nach, daß ihr „zur Zeit ein Bedürfniss

[602]Kurator an Ministerium v. 30.8.1900, ebd., Bll. 431–433. Das Gutachten war am 27.8.1900 vom Ministerium angefordert worden, ebd., Bl. 350.
[603]Erlaß v. 13.6.1901, ebd., Bd. 18, Bl. 53.

für die Errichtung eines dritten Extraordinariats für Philosophie an hiesiger Universität nicht vorzuliegen scheint".[604] Auf das Drängen des Ministeriums, zumindest überzeugende Alternativen zu Husserl anzugeben,[605] antwortete die Fakultät, man wünsche einen Forscher, der in Gebieten arbeite, die an der Fakultät noch nicht vertreten seien. Müller arbeite in Psychologie, Logik und Naturphilosophie. Baumanns Forschungen umfaßten ein breites Feld, wobei auch er naturwissenschaftliche Resultate berücksichtige. Es fehle ein Vertreter für die philologisch-historischen Bedürfnisse. Die Fakultät schlug deshalb an erster Stelle Heinrich Maier, an zweiter Paul Barth vor. Von Husserl als Mathematiker von Haus aus und als mathematisch orientiertem Logiker könne die angestrebte ergänzende Funktion nicht erwartet werden.[606] Die Berufung Husserls konnte schließlich gegen den Widerstand der Fakultät durchgesetzt werden, da Eduard Rehnisch, einer der beiden Extraordinarien, am 4. Juli 1901 gestorben war.[607]

Ähnliche Widerstände gab es, als das Ministerium im April 1905 die Absicht bekundete, Husserl zum persönlichen Ordinarius zu befördern.[608] Die Fakultät befürchtete, daß mit der Ernennung Husserls eine Vorentscheidung für die in absehbarer Zeit anstehende Nachfolge Baumanns getroffen werde.[609] Wieder waren es vor allem die Philosophieordinarien Julius Baumann und Georg Elias Müller, die die Beförderung Husserls zu verhindern suchten. Schon damals engagierte sich Hilbert für Husserl. Er holte aus freien Stücken sieben Gutachten über dessen wissenschaftliche Leistungen ein, weil er den Eindruck hatte, daß Baumann und Müller „Husserl nicht gerecht werden", wie er am 25. Mai 1905 an Carl Stumpf schrieb.[610] Wie schon bei der Ernennung zum Extraordinarius setzte sich das Ministerium auch diesmal über die Bedenken der Fakultät hinweg. Husserl wurde am 28. Juni 1906 vom Preußischen König zum persönlichen Ordinarius für Philosophie bestallt.[611]

[604]Bericht der Fakultät v. 25.6.1901, Bl. 64.

[605]Erlaß v. 17.7.1901, Bl. 65.

[606]Dat. 27.7.1901, Bl. 129 *f*.

[607]Zum Tod von Rehnisch vgl. Schultz *1901*. In seinem Gutachten vom 29.7.1901 (ZStA Merseburg Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 18, Bl. 128) berichtet der Kurator, daß die Vorschlagsliste „mehr principielle Bedeutung" habe. Nach dem Tod von Rehnisch werde die Versetzung von Husserl allgemein ruhiger beurteilt. Wenn die Ernennung Anfang der Ferien erfolge, werde sie am Ende der Ferien kaum noch als minder erwünscht angesehen werden.

[608]Erlaß v. 15.4.1905, ebd., Bd. 20, Bl. 131.

[609]So das Urteil des Kurators im Gutachten vom 22.5.1905, ebd., Bll. 238–240. Die Fakultät äußerte ohne weitere Begründung lediglich Bedenken gegen die Beförderung (ebd., Bl. 241). Der Kurator meint, daß dies ein Indiz dafür sei, daß bei der Ablehnung auch „unberechtigte und unangebrachte" Beweggründe eine Rolle spielten.

[610]Schuhmann *1988*, 124, Anm. 70. Dieser Einsatz für Husserl brachte Hilbert die persönliche Gegnerschaft von Georg Elias Müller ein, die sich später auch negativ auf die Berufungsanlegenheit Nelsons auswirken mußte. Hilbert erwähnt im Entwurf eines Briefes an Rudolf Otto (November 1918), daß er in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung Müller zum „fanatischen, persönlichen Gegner" habe, eine Gegnerschaft, die noch aus der Zeit seines Einsatzes für Husserl herrühre (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 15).

Husserls Name kam wieder ins Spiel, als im Sommer 1908 in Göttingen ein zusätzliches Philosophie-Ordinariat zu besetzen war. Wieder konzentrierte sich die Fakultät in ihrer Vorschlagsliste auf Gelehrte, deren Arbeitsschwerpunkt Philosophiegeschichte war. Experimentelle Psychologie und systematische Philosophie seien schon in bewährten Händen, andererseits sei aber (der auch historisch arbeitende) Baumann schon in vorgerücktem Alter. Die Fakultät schlug auf Platz 1 Paul Natorp, auf Platz 2 Heinrich Maier und auf Platz 3 Ernst Cassirer vor.[612] Gegen diese Liste nun reichte Hilbert am 30. Juli 1908 ein Separatvotum ein,[613] in dem er die zentrale Bedeutung der systematischen Philosophie hervorhob, die von Husserl vertreten werde. Angesichts von Husserls Leistungen und seiner schulbildenden Kraft sei es dringend geboten, ihn dauerhaft an Göttingen zu binden. Er stellte den Antrag, Husserl auf das etatmäßige Ordinariat zu berufen. Die Geschichte der Philosophie könne dann auf dem freiwerdenden persönlichen Ordinariat vertreten werden, für das er Ernst Cassirer und Georg Misch vorschlug. Die Angelegenheit wurde vom Ministerium vertagt. Erst im November 1910 wurde die Fakultät erneut zur Abgabe einer Liste aufgefordert, und schließlich wurde zum Beginn des Wintersemesters 1911/12 der nun an erster Stelle genannte Heinrich Maier berufen.[614]

6.2.2 Der Streit um die Nachfolge Edmund Husserls 1916/17

Nachdem Husserl den Ruf nach Freiburg erhalten hatte, plante die Philosophische Fakultät ursprünglich (Februar 1916), die Verhandlungen über seine Nachfolge bis zum Ende des Krieges auszusetzen.[615] Dennoch nahm sie einige Monate später Beratungen auf, die im Frühjahr 1917 vorläufig abgeschlossen wurden, ohne daß eine Einigung erzielt werden konnte. Der Vorschlag der Fakultätsmehrheit sah auf Platz 1 den Dilthey-Schüler Georg Misch vor, mit einigem Abstand dann gleichrangig Max Frischeisen-Köhler und Richard

[611]ZStA Merseburg Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 20, Bl. 207.

[612]Fakultätsvorschlag vom 1.8.1908, ebd., Bd. 22, Bl. 229–231.

[613]Ebd., Bll. 234–236.

[614]Vgl. Erlaß v. 28.11.1910, ebd., Bl. 314; Liste v. 29.12.1910, ebd., Bll. 315–318.

[615]Fakultät an Ministerium, dat. Göttingen, 26.2.1916, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 25, Bll. 139 *f*.

Hönigswald.[616] Gegen diesen Bericht richteten die Mathematiker David Hilbert und Carl Runge, der Physiker Peter Debye, der Historiker Max Lehmann und der Physiko-Chemiker Gustav Tammann ein Minoritätsgutachten,[617] in dem vorgeschlagen wurde, Nelson *primo loco* für das Extraordinariat zu setzen. Die Unterzeichner stellten fest, daß die wissenschaftliche Behandlung der erkenntnistheoretischen Probleme unter den Fachphilosophen seit Kant nur geringe Fortschritte gemacht habe. In der Gegenwart seien aber aus dem Bedürfnis der mathematischen Wissenschaften heraus tiefe erkenntnistheoretische Probleme erwachsen, die zu Untersuchungen gezwungen hätten, die eine direkte Aufnahme der Kantschen Vernunftkritik darstellten.

> Angesichts der Bedeutung der grossen philosophischen Probleme — deren einige, scharf zu nennende, die moderne Mathematik blossgelegt hat — ist es unserer Meinung nach eine *bescheidene Forderung*, dass *wenigstens hier in Göttingen ein Extraordinariat* einem Mann eingeräumt werde, der ausschliesslich dieser früher allein herrschenden Richtung in der Philosophie seine Arbeitskraft widmet und wegen der parallelen Entwickelung der Mathematik nirgends einen besseren Boden zur Verwirklichung seiner Bestrebungen findet als hier.

Der vorgeschlagene Georg Misch könne diesen Ansprüchen noch am wenigsten genügen; anders dagegen Nelson:

> Durch Nelson können wir im Zusammenwirken mit dem hiesigen mathematischen Unterricht, dies ist unsere Ueberzeugung, eine ausschlaggebende, diese besondere *philosophische Richtung vertretende Schule für Deutschland in Göttingen* aufrichten.

Dadurch würde die Möglichkeit eröffnet, gleichen Schritt mit Bestrebungen außerhalb Deutschlands zu halten, die sich z.B. in Bologna (Federigo Enriques), Paris (Léon Xavier) und Cambridge (Bertrand Russell) seit langem zeigten. Die Unterzeichner vergaßen nicht, als Indiz für die Geringschätzung der Erkenntnistheorie in Göttingen darauf hinzuweisen, „dass man einen Mann wie Husserl nicht hielt, weil man seine Bedeutung nicht erkannte."

In einer „Gegenerklärung der Fakultätsmajorität" vom 8. März 1917,[618] unterzeichnet auch von den Mathematikern Edmund Landau und Constantin Carathéodory, wurde Befremden über die negative Charakterisierung der

[616]Dat. 1.3.1917, ebd., Bll. 161 *f*. Vgl. die Darstellung bei Dahms *1987*, 171.

[617]Dat. 3.3.1917, ebd., Bll. 159 *f*.

[618]Ebd., Bll. 155–158. Eine auszugsweise Abschrift der Erklärung mit Marginalien Hilberts findet sich in der SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bll. 3/1–6. Die Akte im Hilbert-Nachlaß enthält auch einen Kommentar zur Gegenerklärung, möglicherweise von Hessenbergs Hand (ebd., Bll. 4/1–2).

deutschen Gegenwartsphilosophie in dem Minoritätsgutachten bekundet. Die Verfasser hätten die philosophische Literatur der letzten 50 Jahre nicht zur Kenntnis genommen, insbesondere die seit den 60er Jahren des 19. Jahrhunderts sich ausbreitende „Kantbewegung", die gerade auf dem Gebiet der Erkenntnistheorie Bedeutendes geleistet hätte.

> Die Verfasser des Minoritätsgutachtens scheinen nun freilich die produktive Philosophie im wesentlichen mit derjenigen philosophischen Arbeit zu identifizieren, die darauf ausgeht, die axiomatischen Grundlagen der mathematischen Wissenschaften aufzudecken. Allein die Logik der Mathematik ist ein zwar wichtiger, aber doch nur kleiner Ausschnitt aus dem ungeheuer umfassenden Kreis der Aufgaben, die die philosophische Methodenlehre zu lösen hat.

Dem Minoritätsgutachten scheine das Vorurteil zugrundezuliegen, daß nur rationalistisch-aprioristische Philosophien und nicht auch die empiristischen Richtungen wissenschaftlichen Wert hätten. Nelson selbst spiele mit seinem Versuch, „die rationalistisch-absolutistische Logik psychologisch zu fundieren", eine „recht untergeordnete Rolle" in der Kant-Bewegung. Darüber hinaus würde seine Methodologie auch von den Rationalisten aufs schärfste abgelehnt,[619] sein Werk sei vor allem in der *Kritik der praktischen Vernunft* (*1917*) von einem „abstossenden Formalismus". Nelsons Versuch, die Ethik nach dem Vorbild der Geometrie auf unbeweisbare Axiome zu gründen, müsse scheitern, da die Ethik eine Geisteswissenschaft sei, die sich „nicht einfach nach einer der Mathematik oder der Naturwissenschaft abgeborgten Schablone behandeln lässt." Bei der Art, wie Nelson arbeite, sei seine Fähigkeit zur wissenschaftlichen Arbeit in Gefahr, in formalistischer Einseitigkeit zu erstarren.[620] In diffamierender Form geißelte die Fakultätsmehrheit Nelsons „in seiner äusseren Art recht reklamehaftes Vorgehen", das sie „als Dokument einer starken Selbstüberschätzung" beurteilte. Schon als junger Mann, „der eben den Knabenjahren entwachsen war", habe er es geliebt, „sich in masslosen Angriffen gegen verdienstvolle zeitgenössische Philosophen zu ergehen." Der bedeutende Einfluß Nelsons auf die Studenten wurde zwar zugestanden, aber auf sein agitatorisches Werben zurückgeführt. Auch fehlte

[619]Hilbert stellt in einer Marginalie fest, daß damit noch nichts darüber gesagt sei, ob Nelson unrecht habe (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bll. 3/4).

[620]Marginalie Hilberts: „wenn gründlich und wissenschaftlich! N[elson] i[st] Gegner des Formalismus!" (ebd., Bl. 3/4). In gleichem Tenor reagiert auch Hessenberg: „Wenn die Form der Wissenschaft abstossend ist, dann muss natürlich auch der N[elson]sche ‚Formalismus' abstossend sein. Hier eine neue Bestätigung für die Unfähigkeit, wissenschaftliche Arbeit zu würdigen: Macht einer einmal etwas Wissenschaftliches[,] so wird es gleich als ‚Formalismus' abgetan" (ebd., Bl. 4/1).

nicht der Hinweis, daß vielen der Unterzeichner Nelsons ausgeübte und angestrebte erzieherische Einwirkung auf die Studierenden „— insbesondere auch in vaterländischer Hinsicht — als eine sehr wenig erfreuliche“ erscheine.[621]

Ergänzende Informationen zu Nelson legte der Universitätskurator in seinem Begleitschreiben zur Übersendung des Fakultätsgutachtens und der beiden Voten dem Minister vor.[622] In Gesprächen mit Professoren auch nichtbeteiligter Fakultäten habe er den Eindruck gewonnen, daß die Mehrheit Nelson entschieden ablehne. An der Spitze der Unterstützer stehe Hilbert, Nelsons alter Freund und Lehrer, vor allem wegen der sich auf der Mathematik aufbauenden philosophischen Richtung Nelsons. Gegen ihn spreche sich aber Felix Klein aus, der zwar Nelsons Leistungen anerkenne, wegen dessen polemischer Art aber gegen seine Aufnahme in die Fakultät sei.[623] Klein schlage vielmehr eine Ernennung Nelsons zum Titularprofessor vor, um seiner Tüchtigkeit und dem Minderheitsvotum Rechnung zu tragen. Die Ausführungen des Kurators wurden Mitte Juni durch ein Schreiben Heinrich Maiers an den Minister bekräftigt.[624] Maier trat für eine Berufung Mischs ein und polemisierte gegen die Versuche der „pazifistischen Minderheit“ und der Gruppe um Hilbert, ihren Schützling Nelson durchzusetzen.

Die Initiative für Nelson führte nicht zum Erfolg. Misch nahm schon im August 1917 die Verhandlungen mit dem Ministerium auf, und zum Beginn des Wintersemesters 1917/18 wurde ihm das Extraordinariat übertragen.[625] Da er noch im Feld war, trat er seine Lehrtätigkeit aber erst nach Beendigung des Krieges an.

[621] Dies quittiert Hessenberg (ebd., Bl. 4/2) mit der Bemerkung, daß Nelson Kurt Grellings *Anti-j'accuse* (*1916a*) angeregt habe. Die Fakultät bezieht sich hier auf Ermittlungen, die im Mai 1915 gegen Nelson geführt wurden. Nelson hatte in seinem Seminar die Frage behandelt, ob der Durchmarsch deutscher Truppen durch Belgien bei Beginn des Ersten Weltkrieges ethisch gerechtfertigt gewesen sei. Er wurde von dem Indogermanisten Jakob Wackernagel denunziert (Ermittlungsakten im UA Göttingen, Phil. Fak., Privatdozent Nelson; vgl. Dahms/Halfmann *1988*, 61 *f.*).

[622] Dat. Göttingen, 29.3.1917, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 25, Bll. 152–154.

[623] Der Kurator spricht hier ein vertrauliches Gutachten Kleins für die Fakultät vom März 1917 an, das Klein 1918 auch den Initiatoren der Nelson-Denkschrift in Abschrift zur Verfügung stellte (ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 25, Bl. 476). Dort heißt es abschließend: „Aber in unser Kollegium passt Nelson zur Zeit allerdings nicht hinein. Zum Glück bietet unsere Universitätsverfassung ja genügende Möglichkeiten, um ein Vorwärtskommen auch in anderer Weise zu gestatten. Hiervon würde ich also raten, in geeigneter Weise Gebrauch zu machen.“

[624] Dat. Göttingen, 16.6.1917, ebd., Bll. 123–126.

[625] Vgl. ebd., Bll. 163 *ff.*

6.2.3 Der Streit um die Nachfolge Heinrich Maiers 1918/19

Neue Bewegung kam in die Berufungsstreitigkeiten der Philosophischen Fakultät, als Heinrich Maier am 4. Juli 1918 nach Heidelberg berufen wurde.[626] Am 25. Juli reichte die Fakultät eine Vorschlagsliste für die Wiederbesetzung seines Ordinariates ein. Der Bericht beginnt mit dem verfahrenstechnischen Hinweis, daß gemäß § 2, Abs. 2 des Normativs der Philosophischen Fakultät die beiden damals bestehenden Philosophie-Ordinariate auf die beiden Abteilungen der Fakultät verteilt werden sollten. Da Georg Elias Müller der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung angehöre und Maier der historisch-philologischen Abteilung angehört habe, werde auch die neue Professur für die letztgenannte Abteilung beansprucht. Die Fakultät schlägt Eduard Spranger an erster Stelle, Ernst Cassirer auf Platz 2 und Georg Simmel auf Platz 3 vor. Zusätzlich wird die Ernennung Mischs zum persönlichen Ordinarius beantragt. Er stehe nicht auf der Liste, da er wegen des geringeren Umfanges seiner bisherigen Leistungen den Vorgeschlagenen nicht gleichkomme.[627]

Gegen diese Vorschläge ist ein von Carl Runge, David Hilbert, Felix Klein, dem Physiker Woldemar Voigt, dem Historiker Max Lehmann, dem Chemiker Adolf Windaus und dem Physiker Ludwig Prandtl, aber auch von Edmund Landau und Constantin Carathéodory unterzeichnetes Separatvotum gerichtet,[628] das mit der Klage beginnt, die Listenvorschläge seien von der historisch-philologischen Abteilung lediglich unter Hinzuziehung des Dekans Conrad v. Seelhorst (Agrarwissenschaft) und des „Psychophysikers“ Georg Elias Müller ausgearbeitet worden. Die Vorschläge seien den Mitgliedern der naturwissenschaftlichen Abteilung erst bei der entscheidenden Fakultätssitzung zur Kenntnis gebracht worden, so daß diese ihre Wünsche nicht mehr hätten einbringen können. Bei dem großen Interesse, das die naturwissenschaftliche Abteilung, insbesondere die Vertreter der mathematisch-physikalischen Fächer, der Philosophie entgegenbrächten, hätte sich nach Ansicht der Unterzeichner eine andere Vorbereitung der Vorschläge empfohlen. Das große Interesse dieser Abteilung für Philosophie werde u.a. belegt durch

> eine Reihe von Dissertationen und Arbeiten über die Prinzipien der Logik und über die axiomatischen Methoden, die aus dem mathematischen Unterricht hervorgegangen sind, sowie zahlreiche Vorträge über

[626] Zu Maier vgl. Drüll *1986*, 171.

[627] ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bll. 304–306.

[628] Dat. 29.7.1918, ebd., Bll. 307–309.

philosophische Themata, die von Mathematikern und für Mathematiker hier gehalten worden sind.[629]

In anderen Ländern habe es seit jeher eine enge Verbindung zwischen Philosophie und exakten Wissenschaften gegeben, deren „fruchtbarster Vertreter“ Henri Poincaré gewesen sei. In England sei es dem „genialen englischen Logiker Russell“ gelungen, „mit Hilfe von Methoden, die denjenigen der Mathematik nahe stehen, auf uralte philosophische Probleme neues Licht zu werfen und die Wege zu ihrer Lösung zu bereiten.“

Auch die Umwälzungen in der zeitgenössischen theoretischen Physik wurden als Beispiel für die Fruchtbarkeit des Arbeitsfeldes genannt. Für eine solche Verbindung von Philosophie und exakten Wissenschaften sei Göttingen prädestiniert. Die Unterzeichner beantragten aus diesem Grund, „eine eigene Stelle für systematische Philosophie der exakten Wissenschaften“ einzurichten. Sollte dies nicht möglich sein, so befürworteten sie eine Berufung

[629]Dieses Argument hat Hilbert in dem Entwurf eines Antrages „Die Fakult[ät] wolle die Angelegenheit der Neubes[etzung] an eine aus Mitgl[iedern] beider Abt[eilungen] bestehende neue zu wählende Kommission zurückverweisen“ weiter ausgeführt (undat. Entwurf in SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 11, Anl. 1). Mit diesem Antrag versuchte Hilbert, die Fakultät zu einer Rücknahme der Vorschlagsliste und zu der gemeinsamen Ausarbeitung einer neuen Liste für die Nachfolge Maier zu bewegen. Hilbert schrieb: „Ich möchte wohl jemand wissen, der behauptet, dass die Philosophie mein Fach nichts angeht — in Vergangenheit, Gegenwart u[nd] Zukunft. Die Hälfte meiner Vorlesungen des vorigen Semesters war mit Logik von Aristoteles erfüllt. Auf Einladung der Wolfskehlstiftung sollte 1914 ein internationaler Vortragscyk[lus] über die Principien der Logik stattfinden. Noch während des Krieges hat mir der hervorragendste Logiker Englands sein Herkommen versprochen. Der greise Frege-Jena, europ[äische] Berühmtheit auf dem Gebiete der Principien der Logik[,] wird im Herbst kommen, um uns u.A. über Satz, Gedanke, Wahrheit, Urteil, Behaupt[ung,] Sinn u[nd] Bedeutung, Idealism[us], Realismus, vorzutragen. Dissertation Behmann Antinomie der transf[initen] Zahl. Ferner in unserer math[ematischen] Ges[ellschaft] beständig Vorträge über alle möglichen philos[ophischen] Themata: z.B. Kantische Antinomieen (v. Kowalewski [sic!]) — ganz zu schweigen von Philos[ophie] der Physik, die Theorie von Raum, Zeit u. Substanz, die heute die Welt erfüllt, u[nd] die wir ständig[,] zeitweise ausschliesslich betreiben.“ Mit dem „hervorragendsten Logiker Englands“ ist Bertrand Russell gemeint, der auch für eine Göttinger Gastprofessur im Gespräch war. Gottlob Frege hat *1918* mit „Der Gedanke“ eine einschlägige Schrift vorgelegt. Es sind bisher keine Belege dafür gefunden worden, daß Frege der Vortragseinladung gefolgt ist. Die angesprochene Dissertation von Heinrich Behmann „Die Antinomie der transfiniten Zahl und ihre Auflösung durch die Theorie von Russell und Whitehead“ von 1918 wurde auszugsweise erst *1922* veröffentlicht. Der Bericht über die Sitzung der Göttinger Mathematischen Gesellschaft vom 3.6.1913 verzeichnet einen Vortrag von Michael Kowalewsky „Über den Beweis des transzendentalen Idealismus“, *JDMV* **22** (1913), 2. Abt., 124. Es handelt sich sehr wahrscheinlich um einen Bericht über die Ergebnisse der Dissertation dieses Nelson-Schülers (*1914*), der Professor für reine Mathematik in Rußland wurde und dort 1919 starb (vgl. Nelson *1929*).

Mischs auf das Maier-Ordinariat. Die Fakultät sollte dann aufgefordert werden, Vorschläge für das damit freigewordene Extraordinariat zu unterbreiten. Da auch der im Fakultätsvorschlag genannte Ernst Cassirer in dem propagierten Gebiet arbeitete, sahen sich die Unterzeichner genötigt, auf seine Verbindung zur Marburger Schule hinzuweisen und zu bemerken, „dass diese Schule aber wegen der oberflächlichen und laienhaften Behandlung mathematisch-physikalischer Probleme in unseren Kreisen bekannt ist.“ Der Name Nelsons fiel in diesem Votum nicht, ein Zeichen dafür, daß es den Unterstützern Nelsons hier zunächst darum ging, eine möglichst breite Front gegen den Alleingang der historisch-philologischen Abteilung zu bilden. Diese Taktik ging insofern auf, als mit Klein, Landau und Carathéodory Mathematiker unterzeichneten, die sich im Jahr zuvor noch gegen Nelson ausgesprochen hatten.[630]

Dieses Separatvotum beantwortete die Fakultätsmehrheit mit einem Gegengutachten,[631] in dem der Anspruch der Minorität zurückgewiesen wurde, Einfluß auf die Besetzung von drei Stellen (das zur mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung gehörende, von Müller besetzte Ordinariat, das zweite Ordinariat und das bislang frei besetzbare Extraordinariat) zu gewinnen. Ein solcher Anspruch widerspräche dem Geist des Normativs, wonach jeder Abteilung ein Ordinariat zustehe, das Extraordinariat aber nicht festgelegt sei. Der Antrag auf Errichtung einer Professur für systematische Philosophie der Naturwissenschaften hätte in der Fakultät besprochen werden müssen, was nicht geschehen sei. Darüber hinaus warnen die Verfasser erneut vor einer einseitigen Bevorzugung der Philosophie der Mathematik. Sie würden es bedauern, wenn das Extraordinariat auf ein Spezialgebiet festgelegt würde. Selbst die Minorität wolle die Einwände gegen die Marburger Schule nicht auch auf die Person Cassirers ausgedehnt sehen. Er sei ihnen darüber hinaus auch von mathematisch-physikalisch geschulten Philosophen wie Alois Riehl, Benno Erdmann und Edmund Husserl empfohlen worden. Der Kurator teilte in seinem Begleitschreiben zur Übersendung dieser Voten an das Ministerium[632] ergänzend mit, daß Heinrich Maier bereit sei, interessante

[630]Klein hatte vorher noch seine Tochter Elisabeth („Putti“ Staiger) um ihr Urteil gebeten. Sie hatte während ihrer Studienzeit an Seminaren Nelsons teilgenommen. In ihrer Antwort (dat. Essen, 12.7.1918, SUB Göttingen, Cod. Ms. F. Klein IIg, Bll. 39–42) hebt sie die suggestive Wirkung von Nelsons Persönlichkeit hervor, die „in vielen Fällen geradezu unheilvoll gewesen ist“. Andererseits glaubt sie dennoch, „dass seine Gewinnung für die Universität ‚ein Plus‘ bedeuten würde, wie Du schreibst,“ zumal die negativen Wirkungen möglicherweise in dem neuen größeren Amt zurückgehen werden, da „doch vieles bei ihm auch von der Opposition[,] in der er sich andauernd befindet“, komme.

[631]Dat. Göttingen, 3.8.1918, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bll. 310–313.

[632]Dat. Göttingen, 2.9.1918, ebd., Bl. 314.

Aufschlüsse über die „auffällige Stellungnahme“ der Unterzeichner des Sondervotums zu geben, insbesondere über die „teils politische Bedeutung der Separatisten oder des leitenden Teils derselben“.

Diese Streitigkeiten führten fast zur endgültigen Spaltung der Fakultät. In einem an den Minister gerichteten Beschwerdebrief vom 10. August 1918,[633] der auf einen Beschluß der Fakultät vom 1. August zurückging, betonte die historisch-philologische Abteilung, daß bei den drei seit 1910 durchgeführten Besetzungen „die Seele eines jedesmal einsetzenden Widerstandes“ Hilbert gewesen sei. Verdienste auf dem Berührungsgebiet zwischen Philosophie und Mathematik wurden ihm zwar nicht abgesprochen, aber doch die Kompetenz bei der Beurteilung der Philosophie insgesamt. Die Gruppe um Hilbert zeige in ihrem Engagement „rücksichtslose Entschlossenheit“, starkes Mißtrauen und große Nichtachtung der Andersdenkenden. Auch außerhalb von Berufungsfragen habe es Konfliktstoffe gegeben, sei es bei Fragen des Ausländerstudiums, bei der Vorbildung von Studierenden, vor allem aber bei der Zulassung von Frauen zur Habilitation.[634] Die historisch-philologische Abteilung stellte den Antrag, die beiden Abteilungen der Fakultät vollständig zu trennen. Dieser Antrag wurde aufgrund von Mißverständnissen erst knapp zwei Monate später an das Ministerium weitergeleitet. Wegen der Entwicklung der weltgeschichtlichen Ereignisse, so schrieb der Abteilungsvorsteher, der Philologe und Religionshistoriker Richard Reitzenstein, werde die Forderung nach einer restlosen Durchführung der Teilung der Philosophischen Fakultät zunächst einmal aufgeschoben.[635]

[633]Ebd., Bll. 400–402. Der Konflikt schwelte schon lange. Der Religionshistoriker Rudolf Smend schrieb z.B. am 2.8.1908 in einer Äußerung zu Fakultätsvorschlägen über die Besetzung des neuen Ordinariats für Philosophie (Ersatzordinariat Baumann): „Der tiefgehende Gegensatz der historisch-philologischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Interessen, der unsere Fakultät seit länger als einem Jahrzehnt zerreißt, wartet immer noch auf seine einzig mögliche Lösung, nämlich die von der überwiegenden Majorität der historisch-philologischen Abteilung wiederholt erbetene Teilung der Geschäfte“ (ebd., Bd. 22, Bll. 222 *f.*, Zit. 222).

[634]Dies liest sich in einer Materialsammlung Hilberts mit Argumenten zugunsten Nelsons wie folgt (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bll. 5/1–2, Zit. 5/2): „Während der 23 Jahre, wo ich die Ehre habe[, der Fakultät anzugehören], hat die Fakultät als solche nie meinem Wort oder meiner Ablehnung einen Wert beigelegt, *Realschüler*, *Habilitation*, *Frauenimmatrikulation*, *Privatdozentenstellung*. Ausnahmslos hat mir nachher die tatsächliche Entwicklung *Recht* gegeben.“ Die von der historisch-philologischen Abteilung erwähnten Konflikte um das Habilitationsrecht für Frauen betreffen Hilberts Bemühungen im Jahre 1915, Emmy Noether die Habilitation zu ermöglichen.

[635]Dat. Göttingen, 6.10.1918, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bl. 399.

6.2.4 Einrichtung eines besonderen Extraordinariats für Nelson

Es ist nicht ganz sicher, ob sich der Antrag der historisch-philologischen Abteilung auf vollständige Teilung der Fakultät noch auf den am 10. Oktober 1918 ergangenen Erlaß des Ministeriums an den Kurator der Universität Göttingen ausgewirkt hat.[636] Dieser Erlaß stellte gleichwohl die Weichen für eine letztlich gütliche Einigung der Fraktionen. Der Minister bedauerte, daß sich die Fakultät nicht habe einigen können. Er erwarte eine neue Liste, da Georg Simmel zwischenzeitlich verstorben sei und da er einer Berufung von Spranger oder Cassirer nach Lage der Dinge nicht nahezutreten vermöge. Unter allen Umständen müsse aber daran festgehalten werden, daß das Ordinariat mit einem reinen Geisteswissenschaftler besetzt werde. Auch bei den Grundsätzen für die Besetzung des Extraordinariats trat er der Majorität bei, war also gegen eine Festlegung des Lehrauftrages auf eine bestimmte Richtung. Um den Wünschen der Vertreter der naturwissenschaftlichen Fächer entgegenzukommen, wolle er aber die Einrichtung eines *besonderen* Extraordinariats für Philosophie der exakten Wissenschaften in Erwägung ziehen, für das die Planungen nach dem Friedensschluß in Angriff genommen werden könnten. Möglich sei ein nichtplanmäßiges Extraordinariat. Dann müsse aber das bestehende Extraordinariat ausschließlich einem Vertreter der „geisteswissenschaftlichen Philosophie“ vorbehalten bleiben.

Die Fakultätsvorschläge für die Besetzung der Nachfolge Heinrich Maiers vom 22. Dezember 1918[637] sahen an erster Stelle Georg Misch und an zweiter Stelle Karl Groos vor. Außer der Reihe wurde aber auch noch Ernst Cassirer genannt, da das Ministerium dessen Ablehnung nicht begründet hatte. Aufgrund dieser Vorschläge wurde Georg Misch zum Beginn des Sommersemesters 1919 zum ordentlichen Professor ernannt. Unter gleichem Datum brachte Hilbert in einem Schreiben an den Minister das in Aussicht gestellte Extraordinariat in Erinnerung.[638] Hilbert gibt darin seiner großen Freude und Genugtuung Ausdruck, daß auf der Grundlage, die durch das Entgegenkommen des Ministers geschaffen worden sei, in der Fakultät eine alle Teile befriedigende Lösung gefunden werden konnte. Offenbar war in der entscheidenden Fakultätssitzung am 21. Dezember 1918 auch der Text der Vorschlagsliste für das Extraordinariat beschlossen worden. Hilbert betont, daß dieser Text keineswegs seine Auffassung wiedergebe, „indem darin die hohe Bedeutung nicht genügend zum Ausdruck kommt, die die Berufung Nelsons für unsere Fakultät und Universität meiner Meinung nach haben würde.“ Aus takti-

[636]Ebd., Bd. 25, Bll. 314–316.

[637]Ebd., Bll. 403 *f.*

[638]Ebd., Bl. 452, Entwurf SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 18.

schen Gründen habe er zwar keinerlei Einwände gegen die Vorschläge der Fakultät unterbreitet, er erlaube sich aber einige Ergänzungen zu Nelson. In dem beigelegten, fünfseitigen maschinenschriftlichen Gutachten[639] werden die bekannten Argumente, die für eine Besetzung des Extraordinariats mit Nelson vorgebracht worden waren, noch einmal ausführlich dargelegt. Das Manuskript trägt auf der letzten Seite den handschriftlichen Zusatz:

> Mit einer Berufung Nelsons würden wir Göttingen zur *ersten Stelle für wissenschaftliche systematische Philosophie* durch Errichtung einer methodisch arbeitenden ausschlaggebenden Schule [machen].

Bereits am 9. Januar 1919 unterbreitete die Fakultät den Vorschlag für die Besetzung des Extraordinariats für systematische Philosophie der exakten Wissenschaften mit Leonard Nelson an erster Stelle und Moritz Schlick auf Platz 2.[640] In dem ziemlich reservierten Kommentar zur Liste erwähnt Dekan Reitzenstein Nelsons didaktische Fähigkeiten und seine Vorbildung, weist aber darauf hin, daß Nelson sich derzeit vor allem der Ethik, Rechts- und Staatsphilosophie zugewandt habe, also Gegenständen, die nicht von dem Lehrauftrag abgedeckt wurden. Reitzenstein hofft aber, daß Nelson dem Lehrauftrag in befriedigender Weise entsprechen könne, falls er sich entschlösse, seine Lehrtätigkeit auch den durch den Lehrauftrag gekennzeichneten Gebieten zuzuwenden.

Den Hinweis auf Nelsons aktuelle Arbeitsgebiete nahm das Ministerium offenbar zum Anlaß, der Berliner Philosophischen Fakultät die Errichtung eines mit Nelson zu besetzenden Extraordinariats für die Verbindung von exakten Wissenschaften und Staatswissenschaften vorzuschlagen. In ihrer Rückäußerung vom 17. März 1919[641] gab die Philosophische Fakultät der Universität Berlin zu bedenken, daß ein neues Fach an dieser Hochschule nicht lediglich zur Beförderung oder Versorgung von Wissenschaftlern eingerichtet werden sollte. Eine solche Stelle bedeute immer eine besondere Betonung des Faches und der dafür bestimmten Persönlichkeit. Eine Besetzung der Stelle mit Nelson werde abgelehnt, da seine mathematischen, rechtsphilosophischen und ethischen Werke der Kritik der Fakultät nicht standhielten. Außerdem würde es auffallen, so die Fakultät, wenn Cassirer übergangen werde.

Nicht nur in Berlin stieß das Vorhaben des Ministeriums auf Ablehnung. Auch Hilbert war sehr beunruhigt. Als er im Februar 1919 durch Carathéodory von dem Plan hörte, schrieb er gleich an das Ministerium in Berlin:[642]

[639] ZStA Merseburg Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 25, Bll. 453–457.
[640] Ebd., Bll. 445 *f*.
[641] Ebd., Bll. 477 *f*.
[642] Dat. Göttingen, 26.2.1919, SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 19.

> Nelson ist meiner Meinung nach augenblicklich der einzige wirkliche Philosoph im alten universellen Sinne, der für uns hier passt[,] und es war seit langen Jahren mein unausgesetztes Bemühen, ihm hier in Göttingen zur Begründung einer philosophischen Schule behilflich zu sein[,] und gerade jetzt war es hier gelungen, die Widerstände in unserer Fakultät zu überwinden. Ich glaube nach wie vor, dass für Nelsons Tätigkeit allein hier in Göttingen der richtige Boden ist, und dass er hier am besten und auch seinen Gesundheitsverhältnissen am meisten entsprechend, die Wirksamkeit als Forscher und Lehrer entfalten kann.

Am 28. Juni 1919 schließlich wurde Nelson mit Wirkung vom 1. April des Jahres zum Extraordinarius an der Universität Göttingen ernannt.

6.2.5 Die „Nelson-Kampagne" 1918

Mit der Berufung Nelsons auf das Extraordinariat wurde die völlige Trennung der Göttinger Philosophischen Fakultät zunächst noch einmal abgewendet.[643] Dabei hatte man sich zumindest teilweise der „rücksichtslosen Entschlossenheit" der Hilbert-Gruppe gebeugt, die sich in besonderem Maße in der „Nelson-Kampagne" des Jahres 1918 zeigte. Die Planungen für dieses geschlossene Vorgehen zur Förderung Nelsons gingen mindestens auf das Jahr 1916 zurück. Nach einem Gespräch über die Stellung der Philosophie unter den Wissenschaften sandte Nelson Hilbert auf dessen Anforderung hin im Dezember jenes Jahres das nun schon mehrfach zitierte „Glaubensbekenntnis" (Nelson *1916*). Dieses Dokument enthält ausführliche Betrachtungen zur Lage der zeitgenössischen Philosophie in Deutschland, die offenbar Hilberts eigene Diagnose, die er auch in den von ihm initiierten Gutachten und Denkschriften zum Ausdruck brachte, entscheidend prägten. „Im heutigen Deutschland", so die Meinung Nelsons,

> befindet sich die Philosophie in tiefster Not, verachtet und von ihrem Sitz verstossen, seitdem ihr die Experimental-Psychologen einerseits und die Historiker andererseits mit wachsendem Erfolge den Platz streitig machen und ihr Erbe unter sich aufzuteilen begonnen haben.[644]

Paradigmatisch sei dabei der Fall Königsberg:

[643] Die Spaltung der Fakultät in eine Philosophische und eine Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät wurde erst 1922 aufgrund eines Antrages der historisch-philologischen Abteilung vollzogen (vgl. Dahms *1987*, 172; Wittram *1962*, 24–26).
[644] Nelson *1916*, 3.

Kants Lehrstuhl, von dem aus die Welt einst mit den gewaltigsten wissenschaftlichen Entdeckungen beschenkt wurde, ist nun die Stätte der Wirksamkeit eines Experimentalpsychologen (Ach[645]) und eines Historikers (Goedeckemeyer[646]) geworden, eine Tatsache, die deutlicher als alles andere beweist, wie wenig noch verstanden wird, was Kant für die Wissenschaft bedeutet, und welche erschreckende Unreife in unserem Zeitalter herrscht, das nicht müde wird, seine Fortgeschrittenheit und Ueberlegenheit immer und immer wieder mit Worten zu beteuern, da es im Gebiete der Philosophie an völliger Impotenz zur wissenschaftlichen Tat darniederliegt.[647]

Schuld an diesem Niedergang sei die Philosophie selbst, sie habe es versäumt, ihren Wert gegenüber den Äußerlichkeiten des Lebens zu betonen.

Sie hat es sich auch selbst zuzuschreiben, dass die Vertreter der exakten Wissenschaften ihr die Achtung als einer der Mathematik und der Naturwissenschaft durch ihre Methoden ebenbürtigen Disziplin verweigern.[648]

Der „übermächtige Einfluss Hegels" habe die Philosophie „in die Bahn der Selbstzerstörung" gedrängt (6). Man habe

[...] mit der grössten Hartnäckigkeit an dem Dogma der Unmöglichkeit einer Philosophie als Wissenschaft fest[gehalten], statt sich zu sagen, dass einerseits ein Unmöglichkeitsbeweis nicht durch den Hinweis auf das tatsächliche Fehlen der in Frage stehenden Sache erbracht wird und dass andererseits in Fällen, wo es sich um eine durch Menschen zu schaffende Sache handelt, diese erst wirklich werden kann, wenn der Glaube an ihre Möglichkeit besteht. Denn nur Wahnsinnige würden sich mit einem Werk abmühen, von dessen Unmöglichkeit sie von vornherein überzeugt sind.[649]

[645] Narziss Kaspar Ach (* 29.10.1871 in Emershausen, † 25.7.1946 in München) war von 1901–1904 Assistent Müllers und Privatdozent in Göttingen, von 1907–1922 o. Professor auf dem Kant-Lehrstuhl in Königsberg und von 1922–1937 o. Professor wieder in Göttingen; Nelson hatte im WS 1903/04 an seinen experimentell-psychologischen Übungen teilgenommen (Blencke *1960*, 18). Vgl. Dolch *1953*; Ziegenfuß/Jung *1949*, I, 5.; Paul *1987*.

[646] Albert Goedeckemeyer (* 2.2.1873 in Springe [Deister], † 7.8.1945) war von 1908 bis zu seiner Emeritierung 1938 Professor für Philosophie in Königsberg. Vgl. Gause *1975*; Ziegenfuß/Jung *1949*, I, 394; Ebel *1962*, 146. Goedeckemeyer war vor Erhalt des Rufes nach Königsberg lange Jahre Privatdozent für Philosophie in Göttingen gewesen. Nelson kannte ihn also ebenfalls persönlich.

[647] Nelson *1916*, 2.

[648] Nelson *1916*, 3.

[649] Nelson *1916*, 7.

Die alternativen Auffassungen von Jakob Friedrich Fries und Ernst Friedrich Apelt seien ungehört geblieben.

Es gibt hervorragend begabte Männer unter unseren Fachphilosophen, aber selbst die enzyklopädische Gelehrsamkeit eines Wundt und der überaus geistreiche Relativismus eines Simmel vermögen nicht, aus einem aller Wissenschaftlichkeit baren Menschen einen Philosophen zu machen. Denn wer den Glauben nicht hat, dass Philosophie als Wissenschaft betrieben werden kann und soll, der ist kein Philosoph, weil er keiner sein kann.[650]

Diese Darstellung der Lage des Faches Philosophie in der Zeit vor dem Ersten Weltkrieg ist sicher sehr einseitig und, wie es scheint, auf die Situation des Faches in Göttingen zugeschnitten. Nicht zuletzt dienen Nelson mit Ach und Goedeckemeyer zwei Philosophen als Beispiele, die lange Jahre in Göttingen gelehrt haben. Auch die historisch-philologisch orientierten Vertreter der Philosophischen Fakultät hoben selbst immer wieder experimentelle Psychologie und Geschichte der Philosophie als Schwerpunkte der philosophischen Arbeit in Göttingen hervor. Diese Schwerpunkte wurden damals von Georg Elias Müller und Heinrich Maier vertreten. Auch Georg Misch, der ja für die Ende 1916 noch vakante Nachfolge Edmund Husserls im Gespräch war, hatte sich einschlägig qualifiziert. Der erste Band seines Hauptwerkes, der *Geschichte der Autobiographie*, war *1907* erschienen. Nelsons und damit auch Hilberts Einschätzung der Lage der Philosophie mußte gerade wegen ihrer Einseitigkeit natürlich den Protest der Vertreter dieses Faches in Göttingen hervorrufen. Hilberts Propaganda für eine wissenschaftliche Philosophie im Nelsonschen Sinne, also einer am Exaktheitsideal der Mathematik orientierten systematischen Philosophie, mußte als Versuch fachfremder und damit auch nicht kompetenter Kollegen erscheinen, durch Hervorhebung des Grenzgebietes zwischen ihrem Fach und der Philosophie Einfluß auf den Betrieb in der Philosophie zu gewinnen.

Die Sorge um die Lage der Philosophie, gemünzt auf die speziellen Göttinger Verhältnisse, blieb das wesentliche Argument im Kampf um eine Berufung Nelsons, einem Kampf, der mit der Nelson-Denkschrift des Jahres 1918 eine neue Dimension erhielt. Die Initiative ging von Hilbert aus, seine wichtigsten Gehilfen waren Gerhard Hessenberg und Otto Meyerhof. Die Vorabsprachen wurden 1917 getroffen, wobei Nelson selbst möglicherweise nicht

[650] Nelson *1916*, 12.

in alle Einzelheiten eingeweiht war.[651] Das fünfzehnseitige Memorandum[652] stellte nicht nur ausführlich Nelsons Leistungen in Lehre und Forschung dar, sondern ging auch auf sein (wissenschaftliches) Verhältnis zu Husserl ein. Die Denkschrift war mit einem Begleitbrief versehen, der von 37 Wissenschaftlern unterzeichnet war,[653] darunter auch Personen, die nicht zum Kreis der Friesianer gehörten, wie z.B. der Berliner Astronom Wilhelm Julius Förster oder der Chemie-Nobelpreisträger des Jahres 1909, Wilhelm Ostwald, um nur die seinerzeit Renommiertesten zu nennen. Beigelegt war u.a. eine Abschrift des Kleinschen Fakultätsgutachtens vom März 1917, in dem die Leistungen Nelsons betont, eine Hebung seiner Stellung begrüßt, seine Aufnahme in die Göttinger Fakultät aber nicht befürwortet wurde. Klein unterzeichnete folgerichtig die Eingabe nicht.[654] Hermann Weyl, damals Professor für Mathematik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich,[655] hatte unterzeichnet, erklärte sich aber nur teilweise mit der Denkschrift einverstanden. Er stimme mit den grundlegenden Intentionen der Nelsonschen Philosophie nicht überein, ihre Exaktheit halte er für formalen Schein und ihre Deduktionen für leerlaufend. Er glaube, daß Husserl und seine Schule, so langsam und zögernd sie sich auch eigentlich philosophischen Problemen näherten, einen hoffnungsvolleren Weg einschlügen. Trotz dieser Einwände trat er aber der Denkschrift bei, weil er Nelson für den bedeutendsten systematischen Philosophen nach Husserl hielt.

Die Denkschrift wurde am 25. September 1918 persönlich von Hessenberg in Berlin überbracht.[656] Sie hat möglicherweise den kurze Zeit später ver-

[651] Vgl. die Briefe Hessenbergs an Hilbert, dat. Breslau 16.10.1917 und 9.12.1917 (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 151, Bll. 3 und 4). Hessenberg schreibt am 16.10., er glaube, daß es wohl kein Schaden wäre, wenn Nelson persönlich nicht mitarbeite. „Es hat doch auch seine Vorzüge, wenn Nelson nicht in alle Schritte hineinsieht, die zu seinen Gunsten unternommen werden. Bei seinem ethischen Rigorismus könnte ich mir denken, daß er sich manches verbitten würde, was wir für angebracht halten".

[652] ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bll. 458–465.

[653] Ebd., Bl. 466.

[654] ZStA Merseburg Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bl. 476. Klein hatte auf eine Rückfrage Hessenbergs vom 23.8.1918 am 29.8.1918 geantwortet: „Es war in der Tat nicht meine Absicht, die Eingabe zu gunsten Nelson's zu unterzeichnen, wohl aber Ihnen frei zu lassen, in welcher Form Sie mein Gutachten, das übrigens wohl an die Fakultät gerichtet war, vertraulich verwenden wollen. Das Für und Wider in dieser Sache liegt für mich in der Tat so kompliziert, dass ich nicht anders kann, als meinen eigenen Weg nehmen" (Schreiben Hessenbergs und Entwurf einer Antwort Kleins, SUB Göttingen, Cod. Ms. F. Klein IIg, 43).

[655] Dat. Degersheim, 13.8.1918, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bl. 469.

[656] Vgl. Hessenberg an Ministerium, dat. Breslau, 16.9.1918, ebd., Bll. 302 *f.*, und dat. Breslau, 27.9.1918, ebd., Bl. 450.

abschiedeten Kompromißerlaß des Ministeriums vom 10.10.1918[657] entscheidend beeinflußt.

Beeindruckt hat sicherlich aber auch Hilberts starkes persönliches Engagement, seine wiederholte Betonung persönlicher Betroffenheit. Seinen Anspruch, auf Angelegenheiten des Faches Philosophie Einfluß nehmen zu wollen, hat er dem Ministerium gegenüber offen vertreten, so z.B. auch in einem Privatbrief an Ministerialrat Carl Heinrich Becker vom 30. Juli 1918,[658] in dem er die Argumentation des Separatvotums vom 29. Juli noch einmal unterstützt und auch erkennen läßt, daß hinter dem Antrag auf Errichtung eines Lehrauftrages für systematische Philosophie der exakten Wissenschaften das Bestreben stand, Nelson eine feste Stellung an der Universität Göttingen zu verschaffen. Nach Hilberts Überzeugung bilden Mathematik, Physik und Philosophie einen zusammenhängenden Wissenschaftskomplex, „und insbesondere den Zusammenhang zwischen Mathematik und Philosophie zu pflegen", so Hilbert,

> darin habe ich von jeher einen Teil meiner Lebensaufgabe erblickt. Unter den Philosophen, die nicht vorwiegend Historiker oder Experimentalpsychologen sind, erscheinen mir Husserl und Nelson als die markantesten Persönlichkeiten, und es ist für mich kein Zufall, dass sich diese beiden auf dem mathematischen Boden Göttingens eingefunden hatten.[659]

Hilbert weist auf sein Separatvotum vom 30. Juli 1908 hin, in dem er gefordert hatte, Husserl durch Übernahme auf ein etatmäßiges Ordinariat dauerhaft an Göttingen zu binden. Er erinnert daran, daß seine damals ausgesprochene Befürchtung, die Universität Göttingen könne Husserl verlieren, sich inzwischen bewahrheitet habe. Seine Sorge sei nun, „zu verhindern, dass der Fall Husserl sich noch einmal wiederhole." Nach seiner Überzeugung werde sich Nelson zu einer dominierenden Stellung innerhalb der Philosophie durchringen. Göttingen könnte bei dem vortrefflichen mathematisch-naturwissen-

[657] Ebd., Bll. 315 *f.*

[658] Ebd., Bl. 451.

[659] In einer Materialsammlung gegen das Gutachten der Fakultätsmehrheit vom 3.8.1918 (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 6/1–9, Zit. 6/1) schreibt Hilbert: „Nur eine Minderheit hat in dem Streben nach nat[ur-]philos[ophischer] Erkenntniss nicht resigniert. Unter diesen sind die markantesten Persönlichkeiten Husserl u[nd] N[elson] Es ist kein Zufall, dass diese sich auf dem Göttinger Boden zusammengefunden[.] Göttingen's Studenten- und Dozentenmaterial. Es ist auch kein Zufall, dass ich hier dazu in dieser Sache das Wort ergreife. H[usserl] wäre uns ohne mich schon früher genommen[,] N[elson] ohne mich nie hier. Göttingen ist für diese Aufgabe — gewaltige Kulturaufgabe — praedestiniert."

schaftlichen Studentenmaterial durch Nelson „eine Centralstelle für systematische Philosophie" werden.[660]

In der Schaffung dieser Zentralstelle sah Hilbert einen Teil seiner wissenschaftlichen Lebensaufgabe. Dies wird besonders deutlich in einer Sammlung von Argumenten für Nelsons Berufung vom Sommer 1918. Unter der Überschrift „Für den Minister" schrieb Hilbert:

> Seit 15 Jahren kämpfe ich für die Philosophie. Althoff stampfte ein Ordinariat aus dem Boden [Ordinariat Maier]. Hier nur ein kleines Extraord[inariat] nach meinem Wunsch[,] wo ich so Grosses verspreche: erster Centralort für Philosophie. Das geht nirgends oder in Göttingen, so dass Niemand von hier nach Freiburg [wie Husserl] und Heidelberg [wie Maier] geht. Kulturfrage ersten Ranges steht auf dem Spiel. Ausland! [...] Ich kann ein[en] wichtigen Teil meines Lebensprogramms nicht durchführen ohne N[elson]. N[elson] ist der Sauerteig[,] er wird hier eine Ausschlag gebende, auf feste Principien gerichtete Schule vertreten: Seine Berufung ist Kulturtat 1sten Ranges: Reformation des Geistes des Professorentums. Ohne N[elson] bin ich Nichts in der Fakultät.[661]

[660] Hilbert an Becker, dat. Göttingen, 30.7.1918, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 Bd. 25, Bl. 451.

[661] SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 15.

7 Schluß: Das Hilbertprogramm ein Forschungsprogramm?

Hilberts Bestreben, die Universität Göttingen zu einer „Centralstelle für systematische Philosophie",[662] zum „ersten Centralort für Philosophie in Deutschland",[663] aufzuwerten, steht im Widerspruch zu der Annahme, Hilbert sei ein engstirniger, auf sein Fach fixierter Interessenpolitiker gewesen, dessen vordringliches Ziel darin bestanden hätte, die Mathematik vor der Einmischung von Philosophen zu bewahren. In der Pflege des *Zusammenhanges* von Mathematik und Philosophie sah er vielmehr, wie er sich Becker gegenüber äußerte, „von jeher" einen Teil seiner Lebensaufgabe.[664] Um die Voraussetzungen zur Erfüllung dieser Aufgabe zu schaffen, überschritt er die Grenzen seines eigenen Faches, denn die Umgestaltung der Mathematik in seinem Sinne erforderte auch eine Reform der Philosophie. Wenn diese Haltung eine Emanzipation von der Philosophie, von „philosophischer Einmischung", war, so doch nur eine Emanzipation von der zeitgenössisch geübten Praxis philosophischer Arbeit. Hilberts kritische Einstellung zur Philosophie in Deutschland in der Zeit vor und während des Ersten Weltkrieges, seine Vorbehalte gegenüber der Polarisierung des Faches in Psychologie und Philosophiegeschichte sah er als Teil seines wissenschaftlichen „Glaubensbekenntnisses" an. Hilbert schrieb im Frühjahr 1917 in dem Entwurf eines Antrages an die Fakultät:

> Bevor ich diesen Antrag begründe, muss ich meine Anschauung über den Zustand der Philosophie heutzutage charakterisieren; diese Anschauung bedeutet zugleich mein wissenschaftliches Glaubensbekenntnis überhaupt u[nd] ist nicht jetzt entstanden und nie von irgend jemand auch nur beeinflusst worden.[665]

Hilberts Ausführungen über den Zustand der zeitgenössischen Philosophie decken sich teilweise bis in den Wortlaut hinein mit Formulierungen, die Nelson in seinem Bekenntnisbrief an Hilbert (*1916*) gewählt hatte. Eine Beeinflussung Hilberts durch Nelson kann also nicht ausgeschlossen werden.

[662] Hilbert an Becker, dat. Göttingen, 30.7.1918, ZStA Merseburg, Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1, Bd. 25, Bl. 451.

[663] „Für den Minister", SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 15.

[664] Brief an Becker v. 30.7.1918.

[665] Es handelt sich um den Entwurf eines Zusatzantrages zum Bericht der Kommission über die Besetzung der Stelle Husserls. Hilbert beantragte, Nelson auf Platz 1 der Liste zu setzen (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 482, Bl. 1/1–3). Seine Argumentation ging in das Minoritätsgutachten vom 8. März 1917 ein.

Andererseits nahm aber Hilbert die inhaltliche Auseinandersetzung mit dem Friesianismus und seine persönlichen Beziehungen zu Nelson erst 1906 auf, zu einem Zeitpunkt also, als seine philosophischen Vorstellungen schon weitgehend ausgereift waren. Die Zeit, in der philosophische Gedanken Einzug in Hilberts Forschung, Lehre und Wissenschaftspolitik hielten, läßt sich ziemlich genau datieren: Hilberts philosophisches Engagement ist Frucht der „philosophischen Wendung" in seinem Grundlegungsprogramm, die durch die Veröffentlichung der logischen und mengentheoretischen Antinomien provoziert worden war. Erst die Publikation der Antinomien durch Russell und Frege im Jahr 1903 hat in Göttingen zur Einsicht in den antinomischen Charakter der dort schon zuvor bekannten Widersprüche der Mengenlehre geführt. Diese Einsicht hatte tiefgehende Auswirkungen auf das axiomatische Programm, da deutlich wurde, daß eine widerspruchsfreie Axiomatisierung der Mathematik nicht mit rein mathematischen Mitteln zu bewältigen war. Tangiert war das Kernstück des Programms, der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der reellen Zahlen. Er war in Frage gestellt, weil die angestrebte „direkte" Beweisführung mit den Mitteln der nun als inkonsistent erwiesenen Logik nicht mehr möglich schien. Die Axiomatisierung der Mengenlehre zur Beseitigung der zuvor bedenkenlos hingenommenen mengentheoretischen Widersprüche wurde nun als dringendes Desiderat empfunden, denn es war genau die Situation entstanden, in der zur Rettung des Bestandes an mathematischem Wissen nach Hilberts Vorstellung die Grundlegungsarbeit mittels axiomatischer Methoden einsetzen mußte. Daher war auch Zermelos Axiomatisierung der Mengenlehre durch ihre enge Einbindung in das Hilbertprogramm von der Entdeckung der Antinomien entscheidend beeinflußt worden.

Im Zuge der „philosophischen Wendung" revidierte Hilbert das axiomatische Programm durch Erweiterung der Aufgabenstellung. Es wurde zugestanden, daß die Grundlegung der Mathematik gemeinsamer Anstrengungen von Mathematikern, Logikern und Philosophen bedurfte, deren Arbeitsgebieten jeweils spezifische Teilaufgaben zugewiesen wurden:

Die *mathematische Teilaufgabe* bestand in der Formulierung von Axiomensystemen für Teildisziplinen der Mathematik (und der Physik), in der Untersuchung dieser Systeme auf Vollständigkeit, Unabhängigkeit und Konsistenz. Wegen der Rückführung der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme dieser Teildisziplinen auf die zunächst vorausgesetzte Konsistenz der Arithmetik blieb der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der Arithmetik der Angelpunkt für die Gültigkeit eines jeden Axiomensystems. Die *logische Teilaufgabe* bestand in der Entwicklung eines widerspruchsfreien, axiomatisierten Logikkalküls, durch den das technische Instrumentarium bereitgestellt werden sollte, mit dessen Hilfe der Konsistenzbeweis für die Arithmetik geführt werden konnte. Die *philosophische Teilaufgabe* bestand in der Klärung der verwendeten Begriffe, z.B. des Beweisbegriffs, umfaßte aber eine Beantwortung der Frage nach der mathematischen Existenz und nicht zuletzt die Lösung des Problems der Begründung der Axiome selbst. Dieses Problem stellte sich für Hilbert als „Problem des ersten Schrittes", das er durch die Annahme eines „Axioms des Denkens" und eines „Axioms von der Existenz einer Intelligenz" („das ‚apriori' der Philosophen")[666] zu lösen versuchte. Es ergab sich aber auch bei der Konstitution der Dingbereiche, für die ein Axiomensystem formuliert werden sollte.

Die mathematische Teilaufgabe war von den beiden anderen insofern unabhängig, als die Axiomatisierung der mathematischen Teildisziplinen und die Arbeit des Mathematikers mit den so aufgestellten Axiomensystemen von ungelösten Problemen in den anderen Bereichen weitgehend unbehelligt blieb. Es mußte allerdings die Konsistenz von Arithmetik und Mengenlehre vorausgesetzt werden. An diese Voraussetzung war auch die scheinbar von philosophischen Vorbehalten unbeeinflußte „Freiheit" des „arbeitenden Mathematikers" gebunden. Die Bewältigung der logischen und philosophischen Teilaufgabe war daher unverzichtbar, wenn eine voraussetzungslose Entscheidung über die Gültigkeit der Axiomensysteme getroffen werden sollte. Insofern standen die drei Teilaufgaben gleichwertig nebeneinander. Hilbert zeigte keine Präferenz für eine der Teilaufgaben, er forderte aber auch nicht vom Mathematiker, alle diese Aufgaben selbst zu erfüllen. Ihre Bearbeitung wies er vielmehr den jeweiligen Fachleuten zu. Er selbst förderte durch gezielte personalpolitische Maßnahmen den Mathematiker Ernst Zermelo und den Philosophen Leonard Nelson. Zermelo sollte den wesentlichen Anteil bei der Bewältigung der mathematischen und mathematisch-logischen Bestandteile des Programms tragen. Er schuf dann auch mit dem Axiomensystem für die Mengenlehre eine zentrale Stütze des axiomatischen Programms und entwickelte einen Logikkalkül zu einer Zeit, als der später von der Hilbert-Schule verwendete Kalkül der *Principia Mathematica* von Whitehead und Russell (Bd. 1, *1910*) noch nicht zur Verfügung stand. Von Nelson versprach sich Hilbert eine Bearbeitung der philosophischen Aspekte des axiomatischen Programms.

Warum aber gerade von Nelson? Während des Streites um Nelsons Habilitation (1906–1909) und während der Initiative für die Berufung des umstrittenen Philosophen auf ein Göttinger Extraordinariat (1917–1919) war Hilbert der entschiedenste Fürsprecher Nelsons in der Fakultät und gegenüber dem

[666] Hilbert *1905b*, 201.

Ministerium. Es fällt schwer, dieses zeitraubende und nervenaufreibende Engagement allein mit Hilberts Wertschätzung für die von Nelson vertretene Kritische Mathematik zu erklären. Immerhin hatte Nelson zwischen 1908 und 1918 nicht einen Beitrag zur Philosophie der Mathematik veröffentlicht. *1908* publizierte er mit den „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti" seine letzte Schrift zu diesem Gegenstandsbereich bis zum Ersten Weltkrieg, von der er überdies freimütig zugab, daß die hauptsächliche Leistung bei ihrer Konzeption von seinem Ko-Autor Kurt Grelling erbracht worden war.[667] Erst *1918* erschien Nelsons schon 1914 gehaltener Vortrag über die Grundlagen der Geometrie.

Nelson brachte durch seine mathematische Ausbildung die Voraussetzungen mit, auch mathematisch-technische Zusammenhänge verstehen und beurteilen zu können; und darüber hinaus bekundete er durch Teilnahme an Seminaren und Sitzungen der Göttinger Mathematischen Gesellschaft sein Interesse an mathematischen Fragen. Dies begründet natürlich noch nicht hinreichend Hilberts Interesse an Nelson und sein Vertrauen darauf, daß Nelson zur Lösung der mathematischen Grundlagenprobleme beitragen könne. Die Gründe lagen tiefer: In philosophisch-systematischer Hinsicht verstand Nelson sein methodisches Konzept der Kritischen Philosophie als ein nach dem Beispiel mathematischer Strenge aufgebautes Stück „Philosophie als Wissenschaft". Gegenstand dieser „wissenschaftlichen" Philosophie waren auch Fragen der Philosophie der Mathematik. Im Rahmen der von Hessenberg und Nelson vertretenen Kritischen Mathematik diente die nach Hilbertschem Vorbild axiomatisierte Mathematik als Paradigma für einen methodisch korrekten Aufbau dieser Disziplin, der durch einen „philosophischen Unterbau" *ergänzt* werden sollte. Das Tagesgeschäft des arbeitenden Mathematikers wurde also durch die Kritische Mathematik nicht beeinträchtigt, solange er nur der axiomatischen Methode nach Hilbertschem Vorbild folgte. Nelsons Wiederaufnahme der Kantschen Philosophie der Mathematik in der Interpretation von Jakob Friedrich Fries, sein Insistieren auf der Mathematik als einem System synthetischer Sätze a priori und seine Forderung nach einer kritischen Begründung der ersten Sätze und Axiome der Mathematik kamen zudem Hilberts eigenen philosophischen Vorstellungen entgegen. Hilberts sicher nicht sehr reflektierte Neigung zum Kritizismus Kants wurde dadurch gestärkt. Darüber hinaus erhielten seine Vorbehalte gegenüber dem Logizismus Freges und dem Konventionalismus Poincarés eine Stütze von philosophischer Seite.

[667] Nelson an Hessenberg, dat. Göttingen, 1.11.1907, ZStA Potsdam 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Nr. 389, Bl. 138.

Möglicherweise noch wichtiger als diese philosophisch-systematische Verträglichkeit des axiomatischen Programms mit der Kritischen Mathematik war Nelsons schulbildende Kraft, mit der er sein System der Philosophie in der akademischen Lehre vermittelte. Hinter seinen schulbildenden Aktivitäten bis zum Ausbruch des Ersten Weltkrieges stand immer die Förderung der „Sache", also die Verbreitung der Friesschen Philosophie. Nelson sah dies als Gemeinschaftsaufgabe des um ihn versammelten Kreises an. Dieses gemeinschaftliche Auftreten wurde gerade in der Philosophie der Mathematik von den Kollegen akzeptiert. Wer in diesen Dingen von Nelson sprach, meinte immer auch Gerhard Hessenberg, den älteren Freund Nelsons, der als Fachmathematiker und Grundlagenforscher auch in Göttingen anerkannt war. Hessenberg bürgte für die Qualität der mathematischen Arbeiten von Mitgliedern der Neuen Fries'schen Schule. Im Zentrum der philosophischen Arbeit dieser Schule stand aber nicht die Philosophie der Mathematik. Sie war nur ein zunehmend an den Rand rückender Aspekt. Die Arbeit sollte vielmehr der Anleitung zum „richtigen" Philosophieren dienen. Darunter verstand Nelson eine philosophische Praxis, die der Idee einer „Philosophie als Wissenschaft" folgte, also einer am Exaktheitsideal der Mathematik orientierten, mit mathematischer Strenge operierenden Disziplin. Diese den engen Bereich von Hilberts eigenen philosophischen Interessen transzendierende Zielsetzung widersprach nicht Hilberts Vorstellungen von einer Zusammenarbeit zwischen Mathematikern und Philosophen, denn die von ihm geforderte Interaktion sollte sich nicht auf gemeinsame Anstrengungen bei der Lösung von Problemen und Aufgaben aus dem Grenzbereich zwischen Philosophie und Mathematik beschränken, sondern auf seiten der Philosophie auch die pädagogische Bereitstellung eines Hintergrundes an philosophischem Wissen und Problembewußtsein für philosophisch reflektiertes mathematisches Arbeiten umfassen. Gerade in diesem Bereich arbeitete Nelson mit großem Erfolg und Zuspruch bei den Göttinger Mathematikern und Naturwissenschaftlern. Seine „Vorlesungen über moderne Naturphilosophie" z.B., die er im Wintersemester 1912/13 im Anschluß an Hilberts physikalisches Seminar las, wurden von etwa 100 Hörern besucht, darunter Max Born, Theodore v. Kármán, Peter Paul Ewald, Richard Courant und Heinrich Rausch von Traubenberg.[668]

Ging es nach Hilbert, so sollte die Philosophie in Göttingen vorwiegend eine Dienstleistungsfunktion für die Mathematik wahrnehmen. In diesem Kon-

[668] Nelson an Hessenberg, dat. 5.11.1912, ZStA Potsdam, 90 Ne 1, Nachlaß Nelson, Bll. 198 *f*. Ein unsigniertes Kollegheft mit eigenhändigen Korrekturen Nelsons liegt im Archiv der sozialen Demokratie, Nachlaß Nelson (Martin H. Schaefer), Box 7. Es stammt aus dem Besitz von Hans Rademacher (vgl. ebd., Box 4, Mappe „Rademacher, Hans, 1").

zept interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie waren also beide Disziplinen nicht gleichgewichtig vertreten. Es wurden vor allem Anforderungen an die Philosophie gestellt: Neben der methodischen Umorientierung sollte sich das Fach Schwerpunkte in der systematischen Philosophie setzen, und es sollte natürlich offen sein für Fragen der Philosophie der Mathematik und der Naturwissenschaften. Bei der Durchsetzung dieser Vorstellungen beschränkte sich Hilbert nicht auf Appelle, sondern er tat genau das, was ihm seitens der professionellen Philosophen in der Göttinger Fakultät vorgeworfen wurde: er versuchte, Einfluß auf die institutionalisierte Philosophie in Göttingen, auf deren Lehre und Forschung, zu gewinnen. Diese Versuche waren trotz des Widerstandes des größten Teils der Mitglieder der Philosophischen Fakultät weitgehend erfolgreich. Hilbert gelang es 1907, für Zermelo einen Lehrauftrag für mathematische Logik und verwandte Gebiete zu erwirken. Damit machte er den Anspruch der Mathematiker auf die (mathematische) Logik als Teildisziplin der Mathematik deutlich. Es gelang ihm 12 Jahre später, Nelson auf das neu geschaffene Extraordinariat für systematische Philosophie der exakten Wissenschaften berufen zu lassen.

Im frühen Hilbertschen Programm zur axiomatischen Grundlegung der Mathematik lassen sich folgende „programmatische Elemente" erkennen:

- Hilbert formuliert in seinem Vortrag „Mathematische Probleme" (*1900b*) in dem Abschnitt über „Die Widerspruchsfreiheit der arithmetischen Axiome" (Problem 2) das Programm einer pragmatischen Grundlegung der mathematischen Teildisziplinen. Die Formulierung des Programms steht also nicht an dessen Anfang, der darin vertretene Gedanke ist aber bereits in den *Grundlagen der Geometrie* (*1899*) implizit enthalten.

- Der Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der Arithmetik wird als wesentliche Voraussetzung für die Gültigkeit eines jeden Axiomensystems herausgestellt.

- Mit der Axiomatik der Euklidischen Geometrie löst Hilbert einen Teil des Programms paradigmatisch ein.

- Die Lösung der anderen Teilaufgaben des Programms wird skizziert und interdisziplinär den jeweiligen Fachleuten zugewiesen.

- Die Umsetzung des Programms wird durch personal-, instituts- und wissenschaftspolitische Maßnahmen unterstützt.

Das frühe Hilbertsche Programm ist hier als Forschungsprogramm im umgangssprachlichen Sinne rekonstruiert worden. Es bleibt die Frage zu klären,

ob die von Imre Lakatos ausgearbeitete „Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme" auf dieses Programm anwendbar ist. Lakatos hat seine Methodologie erstmals *1968* vorgestellt und in erweiterter Fassung *1970* in dem Aufsatz "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes" vorgelegt.[669] Er nimmt darin Stellung zur Kontroverse zwischen Karl Popper und Thomas S. Kuhn über Methodologien zur Beschreibung wissenschaftlicher Entwicklung, der Auseinandersetzung um die Frage also, ob der Falsifikationismus des Kritischen Rationalismus oder das Konzept der Paradigmenwechsel in Kuhns Theorie wissenschaftlicher Revolutionen den Fortschritt in der Wissenschaft treffender charakterisiere.

Lakatos hält das Zusammentreffen von konkurrierenden Forschungsprogrammen und das Auftreten progressiver oder degenerativer Problemverschiebungen innerhalb von Theorienreihen für Motoren wissenschaftlichen Fortschritts. Eine Reihung von Theorien heißt theoretisch *progressiv*, bildet also eine theoretisch progressive Problemverschiebung, „wenn jede neue Theorie einen empirischen Gehaltsüberschuß ihrer Vorläuferin gegenüber bietet, d.h. wenn sie eine neue, bis dahin unerwartete Tatsache voraussagt" (Lakatos *1974a*, 115). Sie heißt *degenerativ*, wenn dies nicht der Fall ist (116). Lakatos gibt hier ein Kriterium für den Vergleich von Theorien in einer Theorienreihe an. Konkurrierende Theorien werden dagegen rein quantitativ nach der Menge der von ihnen erklärten Daten beurteilt: „Ein Forschungsprogramm, das mehr als sein Rivale auf progressive Weise erklärt, ‚hebt' diesen Rivalen ‚auf', und der Rivale kann eliminiert (oder, wenn man so will, ‚zur Seite gestellt') werden" (Lakatos *1974b*, 281 *f.*). Diese Ersetzung von Forschungsprogrammen oder Theorien durch bessere, d.h. durch solche, die einen Gehaltsüberschuß gegenüber ihren Vorläufern haben, ist ein langwieriger Prozeß. „Weder der Nachweis eines Widerspruchs von seiten des Logikers noch die Feststellung einer Anomalie durch den Experimentalwissenschaftler kann ein Forschungsprogramm mit einem Streich schlagen" (Lakatos *1974b*, 282).

Im Unterschied zum naiven Falsifikationismus betont Lakatos, daß sich die wichtigsten Theorienreihen durch ihre Kontinuität auszeichnen. Am Beginn einer solchen kontinuierlichen Theorienfolge steht die Formulierung des wissenschaftlichen Forschungsprogramms (*1974a*, 129): „Das Programm besteht aus methodologischen Regeln: Einige der Regeln beschreiben Forschungswege, die man vermeiden soll (*negative Heuristik*), andere geben Wege an, denen man folgen soll (*positive Heuristik*)." Wissenschaftliche Forschungsprogramme können durch ihren „harten Kern" charakterisiert werden. Das

[669] Lakatos *1970*, dt. *1974a*; Zitate nach der deutschen Ausgabe.

ist derjenige Bestandteil einer Theorie, dessen Änderung oder Aufgabe durch die negative Heuristik ausgeschlossen wird. Er wird also auch beim Auftreten von Gegenbeispielen oder Anomalien aufrechterhalten und ist nicht zu widerlegen. Die Anomalien bewirken allenfalls Änderungen im „Schutzgürtel" der Hilfshypothesen, die zur Erhaltung des „harten Kerns" aufgestellt werden. Diese Hilfshypothesen charakterisieren die positive Heuristik des Forschungsprogramms (Lakatos *1974a*, 131):

> Die positive Heuristik besteht aus einer partiell artikulierten Reihe von Vorschlägen oder Hinweisen, wie man die „widerlegbaren Fassungen" des Forschungsprogramms verändern und entwickeln soll und wie der „widerlegbare" Schutzgürtel modifiziert und raffinierter gestaltet werden kann.

In diesem Konzept zur Beschreibung wissenschaftlichen Fortschritts führt die Falsifikation von Teilen einer Theorie nicht zu ihrer vollständigen Aufgabe. Die Widerlegung einer Theorie liegt erst dann vor, wenn deren harter Kern aufgegeben werden muß. Wissenschaftlicher Fortschritt besteht für Lakatos nicht aus einem steten Wechsel von Hypothesen und ihren Falsifikationen. Er betont vielmehr den kontinuierlichen Aspekt wissenschaftlicher Entwicklung, der sich in der Modifikation von Theorien widerspiegelt. Durch den Begriff der „progressiven" bzw. „degenerativen Problemverschiebung" wird die Möglichkeit der „Selbstevolution" (Laitko *1987*, 253) von Forschungsprogrammen thematisiert:

> Ein Forschungsprogramm *schreitet fort*, solange sein theoretisches Wachstum sein empirisches Wachstum antizipiert, d.h. solange es neue Tatsachen mit einigem Erfolg vorhersagt (*„progressive Problemverschiebung"*); es *stagniert*, wenn sein theoretisches Wachstum hinter seinem empirischen Wachstum zurückbleibt, d.h. wenn es nur *Post-hoc*-Erklärungen entweder von Zufallsentdeckungen oder von Tatsachen gibt, die von einem konkurrierenden Programm antizipiert und entdeckt worden sind (*„degenerative Problemverschiebung"*).[670]

Hubert Laitko schrieb *1987* (249) über den Nutzen von Modellen zur Wissenschaftsdynamik in der neueren "philosophy of science":

> [Diese Modelle] spüren in der wissenschaftshistorischen Wirklichkeit relativ stabile Zusammenhänge auf und fassen sie begrifflich, womit allerdings Vereinseitigungen und Verabsolutierungen verbunden sind,

[670]Lakatos *1974b*, 281.

> die in aller Regel eine unverzügliche Kritik als deskriptive Kategorien ermöglichen. [...] Der arbeitende Wissenschaftshistoriker hat ein Recht auf diese Art Unbekümmertheit. Er nimmt die Konzepte allein aufgrund ihres deskriptiven Gehaltes als Abbilder bestimmter Seiten der geschichtlichen Wirklichkeit und kritisiert sie, wo sie mit dieser von ihm empirisch erforschten Wirklichkeit in offenkundigen Konflikt geraten.

Die Auswahl eines solchen Modells erfolge, so Laitko, oft unter pragmatischen (eher: eklektizistischen) Gesichtspunkten (249):

> Bestimmte Konzepte werden für die Analyse der einen, andere wiederum zur Untersuchung einer anderen Situation herangezogen, einfach aufgrund ihrer empirischen Brauchbarkeit, ohne die Verträglichkeit dieser Konzepte untereinander auch nur zu erwägen und die Frage zu stellen, ob es denn begrifflich zulässig ist, vom „Entwicklungsgesetz" zum „Paradigma" oder von diesem zum „Forschungsprogramm" zu springen.

Unter Bezug auf Lakatos' Methodologie der Forschungsprogramme kommt Laitko zu dem Schluß (250):

> Wird das Konzept von Lakatos nur unter dem Gesichtspunkt seines deskriptiven Gehalts und nicht unter dem seines Erklärungspotentials und seiner philosophischen Einbettung betrachtet, dann erweist es sich als ein brauchbares, in gewissem Maße sogar attraktives Werkzeug für den Wissenschaftshistoriker.

Wofür wird dieses Werkzeug in der Wissenschaftsgeschichtsschreibung aber eingesetzt? Es wird dem „arbeitenden", „unbekümmerten" Wissenschaftshistoriker ja wohl in erster Linie zur Erklärung empirisch festgestellter historischer Sachverhalte dienen. Die *deskriptiven* Gehalte aus erklärenden Theorien herauszulösen, um sie dann in anderem Kontext zur *Erklärung* einzusetzen, zeugt zumindest nicht von einem guten wissenschaftlichen Stil. Laitkos Diagnose ist allerdings richtig, daß eine suggestive Attraktivität von der Lakatosschen Terminologie ausgeht, die zu deren Adaption auf unterschiedlichste wissenschaftliche Entwicklungen verleitet.

Der Versuch der Anwendung der Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme auf Hilberts frühes Programm zur axiomatischen Grundlegung der Mathematik hat sich zunächst dem Problem zu stellen, daß diese Methodologie von Lakatos für *empirische* Wissenschaften formuliert wurde. Dabei legt Lakatos allerdings einen breiten, nicht nur auf beobachtende und experimentelle Wissenschaften beschränkten Begriff von Empirie zugrunde. So ist z.B. die in dem 1963/64 erstmals veröffentlichten „sokratischen" Dialog "Proofs and Refutations" vorgelegte Rekonstruktion mathematischer Forschung[671] im Grunde kompatibel mit seiner späteren Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme. Die Entscheidung über Wahrheit und Falschheit mathematischer Sätze faßt Lakatos darin als heuristischen Prozeß auf, als Abfolge von Beweisversuch, Gegenbeispiel, Verbesserung des Beweisversuchs. Die Arbeit des Mathematikers besteht also in einer heuristischen Regeln des Beweisens und Widerlegens (Beweisanalyse) folgenden Kritik hypothetischer mathematischer Sätze.[672] Die mathematischen Sätze erhalten so einen „quasi-empirischen" Status.

In dieser frühen Arbeit fehlt noch ein Kriterium für den wertenden Vergleich konkurrierender Theorien oder Beweisversuche bzw. der Stufen in einer Theorienreihe. Es hat aber nicht an Versuchen gefehlt, das später formulierte Fortschrittskriterium der progressiven oder degenerativen Problemverschiebung auch für die Deutung der Entwicklung von apriorischen Disziplinen dienstbar zu machen. Eine direkte Übertragung dieses Kriteriums auf Logik und Mathematik ist allerdings nicht möglich, denn mathematische Fortschrittlichkeit läßt sich eben nicht daran messen, ob die progressivere Theorie einen empirischen Gehaltsüberschuß gegenüber ihren Vorläufern hat, zumindest dann nicht, wenn man darunter ihre prognostische Kraft versteht, wenn sie also, wie Lakatos es formuliert, „eine neue, bis dahin unerwartete Tatsache voraussagt" (Lakatos *1979*, 115). Michael Hallett hat *1979* das Hilbertsche Kriterium der Problemlösungsfähigkeit als Maß für die Leistungsfähigkeit oder Fortschrittlichkeit mathematischer Theorien diskutiert. Zwei Jahre zuvor erklärte Klaus Mainzer mathematischen Fortschritt über die Möglichkeit, mathematischen Theorien Modelle als Repräsentanten zuzuweisen:

> Bei einer Theorienfolge $T_1, T_2, \ldots$ wollen wir eine Theorie T_{i+1} genau dann *theoretisch progressiver* nennen als T_i, wenn T_{i+1} mehr Beispielmodelle liefert als T_i oder die Beispielmodelle von T_{i+1} besser verteidigbar sind als die von T_i.[673]

[671] Lakatos *1963*, in erweiterter und veränderter Fassung posthum *1976* erschienen (dt. *1979*).

[672] Vgl. Lakatos *1979*, 129 *f.*, das System heuristischer Regeln ebd., 43.

[673] Mainzer *1977*, 414. Da bei der Theorienprogression mehrere Entwicklungen möglich sind, unterscheidet Mainzer von der theoretischen Progression die faktische: „T_{i+1} heißt [...] *faktisch progressiver* als T_i bzgl. einer Forschergruppe G, wenn T_{i+1} theoretisch progressiver ist als T_i und wenigstens ein Modell mehr liefert, das für G von Interesse ist" (ebd.).

Das Mainzersche Diktum ist insoweit problematisch, als eine Theorie immer mit potentiell unendlich vielen Modellen belegt werden kann. Läßt sich also zu einem bestimmten Zeitpunkt aus einer Theorie „mehr" ableiten als aus einer anderen (wobei die erste Theorie nicht nur eine schlichte Verallgemeinerung der zweiten sein sollte), so würde sich daraus nur dann eine Wertung ziehen lassen, wenn man die Modelle nach theorieunabhängigen Kriterien in ihrer Bedeutung gewichten könnte. In den empirischen Wissenschaften lassen sich nun in der Tat für jede Theorie Unterfälle angeben, die diese zu bewältigen hat, für die Mathematik gibt es solche theorieunabhängige Wertungen nicht.

Selbst wenn es gelingen sollte, das Lakatossche Fortschrittskriterium für nicht-empirische Wissenschaften adäquat zu reformulieren, wäre damit noch nicht die Anwendbarkeit seiner Methodologie auf das frühe Hilbertprogramm präjudiziert. Denn dieses Programm ist keine mathematische Theorie, es dient vielmehr der Formulierung einer Forschungsaufgabe, somit als „Wegweiser" für zukünftige mathematische Arbeit. Es steckt den methodologischen Rahmen für die Theoriebildung in den mathematischen Teildisziplinen ab, deren Erfolg oder „Fortschrittlichkeit" sich zunächst einmal daran mißt, inwieweit sie den traditionellen mathematischen Wissensstand wahren hilft. Es wirkt damit in dem von Rudolf Kötter geprägten Sinn als „Forschungsdirektive", als weitgehend unspezifizierte Aufforderung, das mathematische Wissen der Zeit in neuer Weise darzustellen.[674] Hinter dieser Funktion als Forschungsdirektive verbirgt sich das normative Ziel, Kriterien für „richtige", „sinnvolle" mathematische Forschung anzugeben. In dieser normativen Zielsetzung berührt sich das Hilbertsche Programm mit dem Anspruch Lakatos', den „vernünftigen" Gang wissenschaftlichen Fortschritts *re*konstruieren zu können.[675]

Die Lakatossche Terminologie ist allerdings dehnbar genug, um sie auch auf methodologische Programme anwenden zu können. Lakatos selbst hat den Wandel von Carnaps Programm der induktiven Begründung der Wissenschaften als Theorienabfolge im Rahmen eines Forschungsprogramms rekonstruiert,[676] und in seinem Konzept der rationalen Rekonstruktion der Wissenschaftsgeschichte (*1974b*) hat er den kritischen Vergleich von Methodologien durch Prüfung an der Geschichte propagiert. Das Fortschrittskriterium ist dabei dem der Naturwissenschaften analog:

[674] Eine Abgrenzung von „Forschungsdirektiven" zu Forschungsprogrammen wird Rudolf Kötter *1991?* in einer Arbeit zum Erklärungsproblem in der Physik vorlegen.

[675] Die unterschiedlichen normativen Standpunkte spiegeln sich in antagonistischen Auffassungen zu mathematischen Grundlagenfragen wider, wie Christian Thiel *1981* durch Vergleich des Hilbertschen Formalismus mit der Lakatosschen Philosophie der Mathematik zeigen konnte.

[676] Lakatos *1968b*; vgl. dazu die Kritik von Niinuluoto *1983*.

> Ein Fortschritt in der Theorie wissenschaftlicher Rationalität wird also durch die Entdeckung neuartiger historischer Tatsachen gekennzeichnet, durch die Rekonstruktion einer ständig wachsenden Masse wertdurchtränkter Geschichte als rational.[677]

Für den Lakatos-Interpreten Michael Carrier ist es sogar die Pointe des Lakatosschen Konzepts der rationalen Rekonstruktion der Wissenschaftsgeschichte, „daß es gleichsam eine Selbstanwendung der Methodologie erlaubt".[678] Carrier hat allerdings das Lakatossche Fortschrittskriterium dahingehend modifiziert, daß er nicht die Entdeckung *neuartiger* Tatsachen als Maß der Güte einer Methodologie begreift, sondern die „Übereinstimmung mit den historischen Tatsachen". Er formuliert damit ein quantitatives Kriterium, das auch die Reichweite von Methodologien bei der Erklärung von bekannten Sachverhalten in deren Bewertung mit aufnimmt.[679]

Nach Lakatos' eigenem Verständnis und dem der meisten seiner Interpreten lassen sich also auch methodologische Programme als Forschungsprogramme rekonstruieren. Um allerdings Forschungsdirektiven wie das Hilbertsche Programm, die ja allenfalls den methodologischen Rahmen für progressive theoretische Arbeit abstecken wollen, einer treffenden Charakterisierung zugänglich zu machen, sollte die verwendete Terminologie von ihrer Bindung an einen, wenn auch noch so großzügig verstandenen Begriff des „theoretischen Fortschritts" gelöst werden. Dadurch ließe sich auch dem Umstand Rechnung tragen, daß sich das Hilbertsche Programm und erst recht Nelsons Kritische Mathematik auf metaphysische Grundannahmen stützen, daß sie also bei einer rigiden Auffassung von wissenschaftlicher Rationalität durch das Sieb eines restriktiven Wissenschaftsbegriffs fallen würden. Im Rahmen einer dementsprechend modifizierten Terminologie könnte man unter „positiver Heuristik" ein Regelwerk zur Bewältigung einer wissenschaftlichen Aufgabenstellung (die auch methodologischer Art sein kann) verstehen, unter „negativer

[677] Lakatos *1974b*, 303 *f*.

[678] Carrier *1986*, 206; vgl. auch die methodologischen Abschnitte von Carriers Dissertation (*1984*), vor allem 19-90, 442-470.

[679] Carrier *1986*, 210. Er kritisiert folgerichtig Lakatos' Einschränkung seines Interesses auf die „wirklich große Wissenschaft" (Lakatos *1974b*, 303), auf die „Basiswerturteile" der Elite unter den Wissenschaftlern. Carrier strebt stattdessen „eine methodologisch *interne* Erklärung *aller* Basiswerturteile" an. Er will damit „allen Handlungen der Wissenschaft" Rechnung tragen. Durch die Hintertür bringt er dann aber ein Selektionskriterium ins Spiel, das ähnlich unscharf wie das Lakatossche ist: Unter den von ihm rational zu rekonstruierenden „Handlungen der Wissenschaft" versteht er nämlich solche Vorschläge von Theorien oder Theoriemodifikationen, „welche von den in der gleichen Forschungssparte aktiv tätigen Wissenschaftlern einhellig sanktioniert, also mit großer Mehrheit begrüßt oder aber überwiegend abgelehnt werden"(Carrier *1986*, 215).

Heuristik" weitgehend stabile Bestandteile des Programms (die auch Postulate oder methodologische Grundannahmen sein können). Der Begriff des „harten Kerns" könnte dann einige Besonderheiten in der Entwicklung des Hilbertschen Programms zu erklären helfen. Versteht man unter dem „harten Kern" im Rahmen dieses Programms die Stellung des Widerspruchsfreiheitsbeweises für die Axiome der Arithmetik als Kriterium für die Gültigkeit eines jeden Axiomensystems, so erklärt sich das Scheitern des Diskurses zwischen Hilbert und Frege damit, daß Frege an der Berechtigung des Beweises zweifelte. Es wird auch plausibel, warum im Rahmen der „philosophischen Wendung" die Logik in das Axiomatisierungsprogramm einbezogen wurde, warum also die Nelson zunächst paradox erschienene Forderung erhoben wurde, die Logik müsse reformiert werden, weil Antinomien in der Mengenlehre aufgetreten seien.

Die Erklärungskraft des Begriffs des „harten Kerns" gelangt allerdings recht bald an ihre Grenzen, wenn es um die Differenzen geht, die zwei der Exponenten des axiomatischen Programms in Göttingen, David Hilbert und Leonard Nelson, hinsichtlich des Widerspruchsfreiheitsbeweises trennten. Die Grundlage von Nelsons Philosophie der Mathematik war die Anerkennung synthetischer Urteile a priori in der Mathematik. Das wesentliche Kriterium für die „Wahrheit" eines aus solchen Urteilen bestehenden Axiomensystems war für Nelson nicht seine Widerspruchsfreiheit, sondern die (im Friesschen Sinne) deduktive Begründung seiner Axiome. Bei einer Durchführung dieses Begründungsprogramms wäre der Konsistenzbeweis seiner überragenden Funktion beraubt worden, denn ein aus kritisch begründeten ersten Sätzen bestehendes System von Axiomen muß widerspruchsfrei sein. Ein Widerspruchsfreiheitsbeweis hätte allenfalls bei seinem Scheitern, wenn also eine Inkonsistenz nachgewiesen würde, den Sinn, daß er ein Kriterium dafür liefere, daß das untersuchte System von Axiomen eben nicht vollständig aus unhintergehbaren ersten Sätzen besteht. In diesem wichtigsten Punkt des Hilbertschen Programms ist Nelsons Kritische Mathematik keine Ergänzung, wie dies Nelson selbst behauptet hat, sondern ein konkurrierender Ansatz. Konsequenterweise müßte von zwei konkurrierenden Forschungsprogrammen gesprochen werden. Damit würde man aber dem Selbstverständnis von Hilbert und Nelson und auch der historischen Situation in Göttingen nicht gerecht werden. Nelson hat seine abweichende Haltung zur Hilbertschen „pièce de résistance" der Axiomatik nie zum Thema einer Kontroverse gemacht. Er hat im Gegenteil immer den Zusammenhang von Kritischer Mathematik und axiomatischer Methode betont. Dies mag daran gelegen haben, daß er aus pragmatischen Gründen einer Auseinandersetzung mit Hilbert aus dem Wege gehen wollte, vielleicht aber auch daran, daß ihm der Gegenstand einer eingehenderen Bearbeitung nicht wert erschien, da die Fragen der Philosophie der Mathematik in der Tat nur einen kleinen Teilbereich seiner philosophischen Interessen ausmachten. Hinzu kam, daß Gerhard Hessenberg, der anerkannte Mitpropagator der Kritischen Mathematik, die Hilbertsche Stellung zum Widerspruchsfreiheitsbeweis teilte.

Ein ähnlich zwiespältiges Bild ergibt sich bei der Analyse der Konkurrenzsituation. Das frühe axiomatische Programm mußte sich auf mindestens zwei Ebenen der Konkurrenz alternativer Ansätze stellen: auf der Ebene der Begründung des Systems der Mathematik und auf der Ebene der mathematischen Einzeldisziplinen. Auf der erstgenannten Ebene konkurrierte die Hilbertsche Axiomatik zunächst mit dem Fregeschen Programm einer logizistischen Begründung der Mathematik, auch wenn beide Programme unterschiedliche Ziele verfolgten. Während Frege ausgehend von grundlegenden Sätzen der formalen Logik einen methodischen Aufbau der Mathematik anstrebte, war das Hilbertsche Programm pragmatisch ausgerichtet: Die Axiomatisierung einer Disziplin wurde erst dann als lohnend angesehen, wenn sich ihr Grundlegungsbedarf herausgestellt hatte, insbesondere wenn der Bestand anerkannten Wissens in einem Bereich mit den traditionellen Mitteln nicht mehr aufrechterhalten werden konnte.

Beide Programme wurden 1902/03 von einem Problem in Frage gestellt, das sich nicht aus ihrer direkten Konkurrenz ergeben hatte. Das Bekanntwerden der Antinomien der Mengenlehre erwies nicht nur die Inkonsistenz des Fregeschen Systems der Grundgesetze der Arithmetik, sondern es traf auch das Hilbertsche Programm in seinem „harten Kern": Das Postulat der Möglichkeit eines Widerspruchsfreiheitsbeweises für die Axiome der Arithmethik war in Gefahr, da dieser Beweis mit der Einsicht in die Defizienz der traditionellen Logik seines wichtigsten methodischen Hilfsmittels beraubt war. Während im Logizismus versucht wurde, durch Formulierung von Hilfshypothesen (Typentheorie) den Schaden zu begrenzen, konnten wesentliche Teile des Hilbertschen Programms ohne größere Modifikationen weiterbetrieben werden, obwohl auch Hilbert von einer Bewältigung des Problems weit entfernt war. Der mathematische, eigentlich axiomatische Teil des Hilbertprogramms ließ sich unter *Voraussetzung* der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik unbeirrt fortführen. Auch an der pragmatischen Ausrichtung des Programms mußte nichts geändert werden. 1903 drängten Mengenlehre und Logik in den Vordergrund, deren Axiomatisierungen unmittelbar aktuell geworden waren, weil sie durch die Antinomien direkt betroffen waren.

Auch im Hilbertschen Programm provozierten die Antinomien Änderungen in der „positiven Heuristik", die sich allerdings nicht auf das Aufstellen von Hilfshypothesen beschränkten, sie waren radikaler: Das Programm erhielt eine philosophische Dimension, weil die Frage nach der Geltung neu gestellt werden mußte. Es zeichnete sich die Notwendigkeit einer Fundierung des Beweisbegriffs ab, um den Widerspruchsfreiheitsbeweis als Primärkriterium für die Gültigkeit von Axiomensystemen beibehalten zu können. Diese Umschichtung der Schwerpunkte wurde später von der Kritik seitens des intuitionistischen Konkurrenzprogramms noch forciert. Auch dieser intuitionistischen Anfechtung wurde nicht durch Aufstellung von Hilfshypothesen begegnet, sondern durch methodologische Differenzierung. Die Umorientierung der praktischen Grundlegungsarbeit mündete schließlich in die Entwicklung der Beweistheorie. Die direkte Widerlegung der Möglichkeit des absoluten Widerspruchsfreiheitsbeweises durch Gödels Ergebnisse schließlich führte ebenfalls nicht zur Aufgabe des Programms, obwohl durch sie der harte Kern in Frage gestellt war. Die Kontinuität wurde vielmehr durch Annahme der Möglichkeit relativer Konsistenzbeweise gewahrt.

Auf der Ebene der Mathematikbegründung gibt die Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme einige nützliche Hinweise für die Erklärung der Reaktionen auf Anomalien. Weniger ergiebig ist sie auf der Ebene der Disziplinen. Dort konkurrierte das Axiomatisierungsprogramm mit den von Hilbert so genannten „genetischen Verfahrensweisen" beim Aufbau von mathematischen Satzsystemen. Der Siegeszug der Axiomatik in den Disziplinen, der sich in einer Welle von Axiomatisierungsversuchen äußerte, indizierte in den meisten dieser Disziplinen alles andere als einen drängenden Grundlegungsbedarf. Ziel dieser Bemühungen war es in erster Linie, die Leistungsfähigkeit des axiomatischen Ansatzes durch die Dokumentation der Möglichkeit zu belegen, den anerkannten Satzbestand einer Disziplin aus einem System von Axiomen abzuleiten. In dieser „Modeerscheinung" äußert sich eine Art Fortschritt, die mit den bisherigen Mitteln nicht zu erfassen ist.

Wie könnte der Fortschritt des methodologisch orientierten frühen Hilbertprogramms gedeutet werden? Der Fortschritt bestand in seinem Erfolg: in der sukzessiven Einlösung des Programms durch Schaffung von Axiomensystemen. Ähnliches läßt sich auch für den logischen Teilbereich feststellen: Teilweise durch schlichte Adoption und anschließende Modifikation vorhandener logischer Systeme wie demjenigen der *Principia Mathematica* von Whitehead und Russell (*1910*) wurde versucht, das Ziel der Bereitstellung eines geeigneten technischen Instrumentariums für die mathematische Grundlegungsarbeit zu erreichen. Der Fortschritt des frühen Hilbertprogramms bestand also in der praktischen Umsetzung seiner unproblematischen Teile. Ein wesentliches Kriterium für diese Art fortschreitender Entwicklung, die in der praktischen Umsetzung methodologischer Vorgaben liegt und durchaus charakteristisch für erfolgreiche wissenschaftliche Entwicklung ist, stellt die Akzeptanz dar, die ein solches Programm in der Wissenschaftler-Gemeinschaft findet. Diese Akzeptanz läßt sich nicht allein über die theoretischen Vorzüge des Programms erklären, da sie auch von außertheoretischen Faktoren abhängt. In ihr drückt sich aus, daß die wissenschaftliche „Werbung" durch Ausbildung geeigneten Nachwuchses an den Hochschulen, durch Schaffung von Allianzen bei der Propagierung des Programms und durch institutionelle Absicherung der Forschungsrichtung „funktioniert" hat.

Solche Konstituenten wissenschaftlichen Fortschritts sind unmittelbar abhängig von der Reputation und den Handlungen der das Programm vertretenden Wissenschaftler, sie lassen sich also nicht im Rahmen einer „Rationalität der Wissenschaft" rekonstruieren, bei der im Carrierschen Sinne (*1986*, 215) von der „Rationalität des Wissenschaftlers" abgesehen wird. Dem Diktum Carriers, daß die Hermeneutik zum Verständnis einer wissenschaftlichen Entwicklung führt, die Forschungslogik aber zu ihrer Erklärung (*1986*, 210), kann man in dieser Ausschließlichkeit nur zustimmen, wenn man auch das Dogma teilt, daß es „die methodologische spezifizierte interne Geschichte [ist], die Wissenschaft definieren, die unser Verständnis dessen, was Wissenschaft eigentlich ist, bestimmen soll" (*1986*, 214). Ein solcher Ansatz, auch wenn er erst durch die Anbindung an die Forschungspraxis einen Geltungsanspruch erhalten soll (225 *f.*), muß sich eingestehen, daß er Entwicklungen wie die der Grundlagenforschung in den ersten beiden Jahrzehnten dieses Jahrhunderts in Göttingen nicht hinreichend erklären kann.

Der Erfolg des frühen Hilbertschen Programms ist ein Beleg für die Vielschichtigkeit wissenschaftlichen Fortschritts. Die historiographische Analyse des wissenschaftlichen Fortschritts hat diesen verschiedenen Dimensionen Rechnung zu tragen. Jede inhaltliche Einengung der wissenschaftshistoriographischen Methodologie, z.B. hinsichtlich dessen, was als Forschungsprogramm gelten kann, oder hinsichtlich einer Fixierung auf den Fortschritt von Theorien, kann dieser Vielschichtigkeit nicht gerecht werden. Welchen Nutzen kann aber der „arbeitende" Wissenschaftshistoriker aus Methodologien wie der Lakatosschen ziehen? Die Lakatossche Terminologie erweist sich als flexibles heuristisches Werkzeug für die Formulierung eigener historiographischer Erklärungsmodelle für die Analyse auch von Forschungsdirektiven, da sie ein begriffliches Inventar und ein Muster für die Vernetzung komplexer, teilweise zunächst isoliert erscheinender Komponenten wissenschaftlicher Entwicklung bereitstellt. Einem daraus abgeleiteten Erklärungsmodell fehlt es zugestandenermaßen an der Allgemeinheit wissenschaftstheoretischnormativer Methodologien. Es hat aber den Vorteil, der Forschungspraxis näher als diese zu sein, da es auch Maßnahmen der Forschungs- und Wissenschaftsförderung sowie personalpolitische Aktivitäten und andere „wissenschaftsexterne" Einflüsse auf die Wissenschaftsentwicklung berücksichtigen kann.

Quellenverzeichnis

Archiv der sozialen Demokratie, Bad Godesberg

Nachlaß Nelson:

Box 26 Mappen „Einzelbriefe A–E“ (Briefwechsel Berkowski–Nelson); „Einzelbriefe N–T“ (Briefwechsel Stumpf–Nelson); „Einzelbriefe V–Z“(Briefwechsel Zermelo–Nelson); „Brinkmann, Carl“.

Box 27 Mappen „Blumenthal, Ernst“; „Goesch, Heinrich“; „Grelling, Kurt“.

Box 28 Mappe „Hessenberg, Gerhard“.

Box 29 Mappen „Hellinger, Ernst“; „Meyerhof, Otto“; „Rüstow, Alexander“.

Box 37 Vorlesungsmitschriften: Hilbert, *Logische Principien des mathematischen Denkens*; Zermelo, *Mengenlehre*.

Bestand Nachlaß Nelson (Martin H. Schaefer):

Box 4 Mappe „Kaiser, Karl“.

Box 5 Mappe „Rademacher, Hans, 1“.

Box 6 Mappe „Rüstow, Alexander“.

Box 7 Kollegheft *Vorlesungen über moderne Naturphilosophie*.

Bestand IJB/ISK:

I.4 Box 3 Berichterstattung des IJB.

Pädagogisches Zentrum, Berlin

Personalblatt A, Kurt Grelling.

Universität Erlangen-Nürnberg, Philosophische Fakultät, Erlangen

Promotionsakte Heinrich Goesch, Dekanat Geiger, 1903/04, 2669.

Promotionsakte Alexander Rüstow aus Wiesbaden, Dekanat Hensel 1907/08, 3062.

Universitätsarchiv Freiburg i.Br.

Personalakte Ernst Zermelo.

Universitätsbibliothek Freiburg i.Br.

Nachlaß Zermelo:

Kapsel 2 Vorlesungsmanuskripte: *Mengenlehre*, WS 1900/1901; *Mathematische Logik*, SS 1908.

Kapsel 4 Vorlesungsmanuskripte: *Mengenlehre*, WS 1900/01; *Mengenlehre und Zahlbegriff*, SS 1906; *Mathematische Logik*, SS 1908, Ausarbeitung von Kurt Grelling.

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Handschriftenabteilung

Nachlaß Hilbert: Cod. Ms. D. Hilbert

54 Briefwechsel G. Cantor–Hilbert.

118a Briefwechsel K. Grelling–Hilbert.

151 Briefwechsel G. Hessenberg–Hilbert.

447 Briefwechsel E. Zermelo–Hilbert.

482 Akte Nelson.

492 Anträge (Zermelo).

494 Anträge, Reden, Wolfskehl-Stiftung.

558a David Hilbert, *Logische Principien des mathematischen Denkens*, Vorlesung SS 1905, Ausarbeitung von Max Born.

Nachlaß Klein: Cod. Ms. F. Klein

II g Akte Nelson.

12 Briefwechsel Klein–Zermelo.

Universitätsarchiv Göttingen

Matrikel.

Az. Phil. Fak., 1904 b I, Nr. 30 Promotionsakte Leonard Nelson.

Az. Phil. Fak., 1908–1914, G. Vol. II Promotionsakte Kurt Grelling.

4/Vc 229 Akten des Kgl. Kuratoriums, Personalakte Zermelo.

4/Vb 267a Akten der Phil. Fak., Personalakte Zermelo. Phil. Fak., Personalakte Privatdozent Leonard Nelson.

Stadtarchiv Göttingen

Bestand Pol. Dir. Göttingen XXV C, F. 148, Nr. 34 betr. „Ortsgruppe Göttingen der Deutschen Friedensgesellschaft (Sitz in Stuttgart)“.

Bibliothek des Mathematischen Seminars der Universität Göttingen

David Hilbert, *Logische Principien des mathematischen Denkens*, Vorlesung SS 1905, Ausarbeitung von Ernst Hellinger.

Nachlaß Uuno Saarnio, Reino Saarnio, Helsinki

Bundesarchiv Koblenz

NL 169, Rüstow: Nachlaß Alexander Rüstow.

Zentrales Staatsarchiv der DDR, Dienststelle Merseburg

Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 1 „Anstellung und Besoldung der ordentlichen und außerordentlichen Professoren der philosophischen Fakultät der Universität zu Göttingen“: Bde. 17, 18, 20, 22, 25.

Rep. 76 Va Sekt. 6 Tit. IV Nr. 4 „Privatdozenten in der Philosophischen Fakultät der Universität Göttingen“: Bde. 4, 5.

Archives des Pyrénées Atlantiques, Pau

Bestand St. Cyprien: Dossier Grelling.

Bestand Gurs: Dossier Grelling.

University of Pittsburgh Libraries, Special Collection Department

Hans Reichenbach Collection.

Zentrales Staatsarchiv der DDR, Dienststelle Potsdam

90 Ne 1, Nachlaß Leonard Nelson: Nrn. 93, 264, 371, 372, 389.

ETH-Bibliothek Zürich, Wissenschaftshistorische Sammlungen

Hs. 975: Nachlaß Bernays.

Literaturverzeichnis

Das Literaturverzeichnis enthält die im Text zitierte oder erwähnte veröffentlichte Literatur. Bei den Werken Hilbert *1905b*, Hilbert *1905c*, Nelson *1916*, Zermelo *1908c* und Zermelo *1908d* handelt es sich um unveröffentlichte Dokumente, die in das Quellenverzeichnis aufgenommen sind, hier aus Gründen der Praktikabilität aber nochmals genannt werden.

ABRUSCI, Vito Michele *1975* „Per una caratterizzazione del programe hilbertiano“, *Rivista di Filosofia* **66**, 315–338.

— *1981* “‘Proof’, ‘Theory’, and ‘Foundations’ in Hilbert's Mathematical Work from 1885 to 1900”, in: *Italian Studies in the Philosophy of Science*, hg. v. Maria Luisa Dalla Chiara, Dordrecht/Boston/London (= *Boston Studies in the Philosophy of Science*; 47), 453–491.

— *1989* “David Hilbert's *Vorlesungen* on Logic and Foundations of Mathematics”, in: *Atti del convegno internazionale di storia della logica. Le teorie delle modalità. San Gimignano, 5–8 dicembre 1987*, hg. v. Giovanna Corsi/Corrado Mangione/Massimo Mugnai, Bologna, 333–338.

ACERO FERNÁNDEZ, Juan J. *1974* „Logica y analyticidad en Leonard Nelson“, *Convivium. Filosofia Psicologia Humanidades* Nr. 42, 71–77.

ACKERMANN, Wilhelm *1924* „Begründung des ‚tertium non datur‘ mittels der Hilbertschen Theorie der Widerspruchsfreiheit“, *Mathematische Annalen* **93** (1924–25), 1–36, zugl. Diss. Göttingen 1924.

AHOKALLIO, Tapio *1977* „Uuno Saarnio: Sein Leben und Werk. Eine biographische und bibliographische Skizze“, in: Hakamies *1977*, 165–178.

AMÉRY, Jean *1971 Unmeisterliche Wanderjahre*, Stuttgart.

— *1980 Örtlichkeiten*, Stuttgart.

Amtliches Verzeichnis des Personals und der Studirenden der königl. Georg-August-Universität zu Göttingen SS 1900–WS 1917/18.

ANELLIS, Irving H. *1984* “Russell's Earliest Reactions to Cantorian Set Theory”, in: *Axiomatic Set Theory*, hg. v. James E. Baumgartner/Donald A. Martin/Saharon Shelah, Providence, R.I. (= *Contemporary Mathematics*; 31), 1–11.

— *1987* “Russell's Earliest Interpretations of Cantorian Set Theory, 1896–1900”, *Philosophia Mathematica* **2**, 1–31.

APELT, Ernst Friedrich *1857 Metaphysik*, Leipzig.

ASPRAY, William/Philip KITCHER (Hgg.) *1988 History and Philosophy of Modern Mathematics*, Minneapolis (= *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*; XI).

BECKER, Heinrich/Hans-Joachim DAHMS/Cornelia WEGELER (Hgg.) *1987 Die Universität Göttingen unter dem Nationalsozialismus. Das verdrängte Kapitel ihrer 250jährigen Geschichte*, München u.a.

BEHMANN, Heinrich *1922* „Die Antinomie der transfiniten Zahl und ihre Auflösung durch die Theorie von Russell und Whitehead", *Jahrbuch der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Georg-August-Universität zu Göttingen* **23**, 55–64, Auszug aus der Diss. Göttingen 1918.

BEHREND, Hannelore *1969* „Der Wiederkehreinwand gegen Boltzmanns H-Theorem und der Begriff der Irreversibilität", *NTM. Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* **6**, H. 2, 27–36.

BÉNÉDITE, Daniel *1984 La Filière Marseillaise. Un chemin vers la Liberté sous l'occupation*, Paris.

BENZ, Walter *1972* Art. „Hessenberg, Gerhard", in: *Neue Deutsche Biographie*, Bd. 9, Berlin, 24.

„Bericht über die Jahresversammlung zu München am 17. bis 23. September 1899", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **8** (1900), 3–9.

BERKA, Karel/Lothar KREISER *1986 Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, 4. Aufl., Berlin.

BERNAYS, Paul *1922* „Über Hilberts Gedanken zur Grundlegung der Arithmetik. Vortrag, gehalten auf der Mathematiker-Tagung in Jena, September 1921", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **31**, 10–19.

— *1928* „Über Nelsons Stellungnahme in der Philosophie der Mathematik", *Die Naturwissenschaften* **16**, 142–145.

— *1930* „Die Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie", *Blätter für Deutsche Philosophie* **4** (1930/31), 326–367.

— *1935* „Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Arithmetik", in: Hilbert *1935*, 196–216.

— *1959a* „Geleitwort [zu: Grelling/Nelson *1959*]", in: Nelson *1959*, 57–58.

— *1959b* „Anmerkungen zur Neuausgabe der vorstehenden Abhandlung [Anhang IV von Grelling/Nelson *1959*]", in: Nelson *1959*, 86–87.

BERNSTEIN, Felix *1901 Untersuchungen aus der Mengenlehre*, Halle a. S., zugl. Diss. Göttingen 1901.

— *1905a* „Über die Reihe der transfiniten Ordnungszahlen", *Mathematische Annalen* **60**, 187–193.

— *1905b* „Zum Kontinuumproblem", *Mathematische Annalen* **60**, 463–464.

— *1905c* „Die Theorie der reellen Zahlen", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15**, 447–449.

BETH, Evert Willem *1959 The Foundations of Mathematics. A Study in the Philosophy of Science*, Amsterdam (= *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*).

„Biblio-biographische Notizen zum Vorkonferenzbericht", *Erkenntnis* **5** (1935), 186–195.

„Bibliographie", *Erkenntnis* **1** (1930/31), 314–339.

BIERMANN, Kurt-R. *1988 Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810–1933. Stationen auf dem Wege eines mathematischen Zentrums von Weltgeltung*, Berlin.

BIRKHOFF, Garrett/Mary Katherine BENNETT *1987* "Hilbert's 'Grundlagen der Geometrie'", *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* (2) **36**, 343–389.

BLENCKE, Erna *1960* „Leonard Nelsons Leben und Wirken im Spiegel der Briefe an seine Eltern, 1891–1915", in: *Erziehung und Politik. Minna Specht zu ihrem 80. Geburtstag*, hg. v. Hellmut Becker/Willi Eichler/Gustav Heckmann, Frankfurt a.M., 9–72.

— *1978* „Zur Geschichte der Neuen Fries'schen Schule und der Jakob Friedrich Fries-Gesellschaft", *Archiv für Geschichte der Philosophie* **60**, 199–208.

— *1983* „Leonard Nelsons Mitteilungen an seine Eltern im Kriegsjahr 1916", in: *Vernunft, Ethik, Politik. Gustav Heckmann zum 85. Geburtstag*, hg. v. Detlef Horster/Dieter Krohn, Hannover, 55–76.

BLOH, Friedrich *1928* „Richard Grelling †", *Deutsche Zukunft* **6**, Nr. 4 v. 15.2.1929.

BLUMENTHAL, Ernst *1905* „Über den Gegenstand der Erkenntnis. Gegen Heinrich Rickert", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 2, 343–372.

BLUMENTHAL, Otto *1935* „Lebensgeschichte", in: Hilbert *1935*, 388–429.

BOLTZMANN, Ludwig *1896* „Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo", *Annalen der Physik und Chemie* N.F. **57**, 773–784.

— *1905* „Reise eines deutschen Professors ins Eldorado", in: ders., *Populäre Schriften*, Leipzig, 403–435.

— *1907* „Zu Hrn. Zermelo's Abhandlung ‚Ueber die mechanische Erklärung irreversibler Vorgänge'", *Annalen der Physik und Chemie* N.F. **60**, 392–400.

BOLTZMANN, Ludwig/J. NABL *1907* „Kinetische Theorie der Materie", in: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, Bd. 5: *Physik*, Tl. 1, Leipzig 1903–1921, 493–557.

BOOLE, George *1847 The Mathematical Analysis of Logic, Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning*, London/Cambridge.

— *1854 An Investigation of the Laws of Thought, on which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*, London.

BOREL, Émile *1898 Leçons sur la théorie des fonctions*, Paris.

BORN, Max *1975 Mein Leben. Die Erinnerungen des Nobelpreisträgers*, München.

BOURBAKI, Nicholas *1960 Éléments d'histoire de mathématiques*, Paris (= *Histoire de la pensée*; 4).

BOUTROUX, Pierre *1905* „Correspondance mathématique et relation logique“, *Revue de Métaphysique et de Morale* **13**, 620–637.

BROGGI, Ugo *1907 Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Diss. Göttingen; auszugsweise Wiederveröffentlichung in: Schneider *1988*, 367–377.

BROUWER, Luitzen Egbertus Jan *1912 Intuitionisme en formalisme*, Groningen.

— *1913* “Intuitionism and Formalism”, *Bulletin of the American Mathematical Society* **20** (1913–14), 81–96.

BRUSH, Stephen G. *1970 Kinetische Energie II. Irreversible Prozesse. Einführung und Originaltexte*, Braunschweig (= *WTB-Texte*; 67).

BUCHENAU, Artur *1907* „Richtigstellung“, *Philosophische Wochenschrift und Literatur-Zeitung* **8**, 90.

BUHL, Günter *1966* „Die algebraische Logik im Urteil der deutschen Philosophie des 19. Jahrhunderts“, *Kant-Studien* **57**, 360–372.

BURALI-FORTI, Cesare *1897* „Una questione sui numeri transfiniti“, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **11**, 154–164.

BURKHARDT, Hans *1988* „Bocheńskis Beitrag zur Logikgeschichte“, in: *Philosophy of Law, Politics, and Society. Proceedings of the 12th International Wittgenstein Symposium 7th to 14th August 1987, Kirchberg/Wechsel (Austria). Philosophie des Rechts, der Politik und der Gesellschaft. Akten des 12. Internationalen Wittgenstein Symposiums 7. bis 14. August 1987, Kirchberg/Wechsel (Österreich)*, Wien, 304–311.

Les Camps en Provence. Exil, Internement, Déportation 1933–1944, Aix-en-Provence 1984.

CANTOR, Georg *1874* „Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen“, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **77**, 258–262.

— *1878* „Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre“, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **84**, 242–258.

— *1882* „Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten [3.]“, *Mathematische Annalen* **20**, 113–121.

— *1883* „Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten [5.]“, *Mathematische Annalen* **21**, 545–591.

— *1895* „Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre (Erster Artikel)“, *Mathematische Annalen* **46**, 481–512.

— *1897* „Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre (Zweiter Artikel)“, *Mathematische Annalen* **49**, 207–246.

— *1932 Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts. Mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind*, hg. v. Ernst Zermelo, Berlin, Repr. Hildesheim 1962.

CARRIER, Martin *1984 Atome und Kräfte. Die Entwicklung des Atomismus und der Affinitätstheorie im 18. Jahrhundert und die Methodologie Imre Lakatos'*, Diss. Münster.

— *1986* „Wissenschaftsgeschichte, rationale Rekonstruktion und die Begründung von Methodologien“, *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* **17**, 202–228.

CARUGO, Adriano *1961* „Cio che resta vivo del ‚Programma Hilbertiano‘ nell'attuale situazione deglie studi sui fondamenti della matematica“, in: *Atti del Convegno Nazionale di Logica (Torino 5–7 aprile 1961)*, Torino, 177–204.

CASSIRER, Ernst *1906 Der kritische Idealismus und die Philosophie des „gesunden Menschenverstandes“*, Gießen (= *Philosophische Arbeiten*; 1.1).

— *1907* „Zur Frage nach der Methode der Erkenntniskritik. Eine Entgegnung“, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie* N.F. **6**, 441–465.

COFFA, J. Alberto *1979* “The Humble Origins of Russell's Paradox”, *Russell: The Journal of the Bertrand Russell Archives* Nr. 33–34 (Spring/Summer 1979), 31–37.

COHEN, Hermann *1883 Das Princip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte. Ein Kapitel aus der Grundlegung der Erkenntnisskritik*, Berlin.

— *1902 System der Philosophie*, Tl. 1: *Logik der reinen Erkenntnis*, Berlin.

COHEN, Paul Joseph *1963* “The Independence of the Continuum Hypothesis”, *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America* **50**, 1143–1148.

— *1964* “The Independence of the Continuum Hypothesis, II”, *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America* **51**, 105–110.

COURANT, Richard *1981* “Reminiscences from Hilbert's Göttingen”, *The Mathematical Intelligencer* **3** (1980/81), 154–164.

COUTURAT, Louis *1904* „[IIme Congrès de Philosophie, Genève. Comptes rendu critiques] II. Logique et Philosophie des Sciences. Séances générales“, *Revue de Métaphysique et de Morale* **12**, 1037–1077.

— *1905 Les principes des mathématiques avec un appendice sur la philosophie des mathématiques de Kant*, Paris.

— *1906* „Pour la logistique (réponse a M. Poincaré)“, *Revue de Métaphysique et de Morale* **14**, 208–250.

— *1908 Die philosophischen Prinzipien der Mathematik*, Leipzig.

CRAMER, Konrad/Günther PATZIG *1987* „Die Philosophie in Göttingen 1734–1987“, *Georgia Augusta* Nr. 46 (Mai 1987), 19–22.

CURRY, Haskell Brooks *1930* „Grundlagen der kombinatorischen Logik“, *American Journal of Mathematics* **52**, 509–536, 789–834, zugl. Diss. Göttingen 1929.

DAHMS, Hans-Joachim *1987* „Aufstieg und Ende der Lebensphilosophie: Das philosophische Seminar der Universität Göttingen zwischen 1917 und 1950", in: Becker/Dahms/Wegeler *1987*, 169–199.

DAHMS, Hans-Joachim/Frank HALFMANN *1988* „Die Universität Göttingen in der Revolution 1918/19", in: *1918. Die Revolution in Südhannover. Begleitheft zur Dokumentation des Museumsverbundes Südniedersachsen*, Göttingen, 59–82.

DAUBEN, Joseph Warren *1979 Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Cambridge, Mass./London.

DAWSON, John W., Jr. *1985a* "Completing the Gödel-Zermelo Correspondence", *Historia Mathematica* **12**, 66–70.

— *1985b* "The Reception of Gödel's Incompleteness Theorems", in: *PSA 1984. Proceedings of the 1984 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, Bd. 2: *Symposia*, hg. v. Peter D. Asquith/Philip Kitcher, East Lansing, 253–271.

— *1988* "The Reception of Gödel's Incompleteness Theorems", in: *Gödel's Theorem in Focus*, hg. v. S.G. Shanker, London/New York/Sydney (= *Croom Helm Philosophers in Focus Series*), 74–95.

DEDEKIND, Richard *1888 Was sind und was sollen die Zahlen?*, Braunschweig, 2. Aufl. 1893, 3. Aufl. 1911, 8. Aufl. 1960.

DEGENER, Herrmann A.L. (Hg.) *1912 Unsere Zeitgenossen. Wer ist's?*, 6. Ausg., Leipzig.

DETLEFSEN, Michael *1986 Hilbert's Program. An Essay on Mathematical Instrumentalism*, Dordrecht u.a. (= *Synthese Library*; 182).

DIEDERICH, Werner (Hg.) *1974 Theorien der Wissenschaftsgeschichte. Beiträge zur diachronen Wissenschaftstheorie*, Frankfurt a.M. (= *Theorie-Diskussion*).

DOLCH, Josef *1953* Art. „Ach", in: *Neue Deutsche Biographie*, Bd. 1, Berlin, 27.

DONAT, Helmut *1983* „Richard Grelling", in: *Die Friedensbewegung. Organisierter Pazifismus in Deutschland, Österreich und in der Schweiz*, hg. v. Helmut Donat/Karl Holl, Düsseldorf (= *Hermes Handlexikon*).

DRILL, Robert *1907* „Himmlische und irdische Ethik", *Frankfurter Zeitung*, Nr. 336, Erstes Morgenblatt v. 3.12.1907.

— *1923 Aus der Philosophen-Ecke. Kritische Glossen zu den kritischen Strömungen unserer Zeit*, Frankfurt a.M.

DRÜLL, Dagmar *1986 Heidelberger Gelehrtenlexikon 1803–1932*, Berlin u.a.

DU BOIS-REYMOND, Emil *1872* „Ueber die Grenzen des naturwissenschaftlichen Erkennens", in: *Tageblatt der 45. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte in Leipzig vom 12. bis 18. August 1872*, Leipzig, 85–86.

— *1971 Vorträge über Philosophie und Gesellschaft*, hg. v. Siegfried Wollgast, Berlin (= *Philosophische Studientexte*).

DUBISLAV, Walter *1931 Die Definition*, 3. völlig umgearb. Aufl., Leipzig [4. unver. Aufl., Hamburg 1981].

DUGAC, Pierre *1976 Richard Dedekind et les fondements des mathématiques (avec de nombreux textes inédits)*, Paris (= *L'histoire des sciences. Textes et études*).

DUMMETT, Michael *1976* "Frege on the Consistency of Mathematical Theories", in: Schirn *1976*, 229–242.

— *1981 The Interpretation of Frege's Philosophy*, London.

EAMES, Elisabeth Ramsden *1989 Bertrand Russell's Dialogue with His Contemporaries*, Carbondale/Edwardsville (= *Philosophical Explorations*).

EBEL, Wilhelm *1962 Catalogus Professorum Gottingensium 1734–1962*, Göttingen.

EHRENFEST, Paul/Tatyana EHRENFEST *1911* „Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung der Mechanik", in: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen*, Bd. 4: *Mechanik*, 4. Teilband, Leipzig 1907–1914, Abh. 4.32.

EICHLER, Willi *1972* „Leonard Nelson (1882–1927)", in: Ders., *Sozialisten. Biographische Aufsätze über Karl Marx, Leonard Nelson, Friedrich Ebert, Edo Fimmen, Minna Specht, Kurt Schumacher, Erich Ollenhauer*, Bonn-Bad Godesberg, 33–43.

EICHLER, Willi/Martin HART (Hgg.) *1938a Leonard Nelson. Ein Bild seines Lebens und Wirkens. Aus seinen Werken zusammengefügt und erläutert*, Paris.

— *1938b* „Über Leonard Nelson", in: Eichler/Hart *1938a*, XI–XXXI.

EKKEHARD, E. (Hg.) *1929 Sigilla Veri (Ph. Stauff's Semi-Kürschner). Lexikon der Juden, -Genossen und -Gegner aller Zeiten und Zonen, insbesondere Deutschlands, der Lehren, Gebräuche, Kunstgriffe und Statistiken der Juden sowie ihrer Gaunersprache, Trugnamen, Geheimbünde, usw.*, 2. Aufl., Bd. 2, o.O.

ELKANA, Yehuda *1986 Anthropologie der Erkenntnis. Die Entwicklung des Wissens als episches Theater einer listigen Vernunft*, Frankfurt a.M.

ELSENHANS, Theodor *1902 Das Kant-Friesische Problem*, Habilitationsschrift, Heidelberg.

— *1906 Fries und Kant. Ein Beitrag zur Geschichte und zur systematischen Grundlegung der Erkenntnistheorie*, Tl. 1: *Historischer Teil. Jakob Friedrich Fries als Erkenntniskritiker und sein Verhältnis zu Kant*; Tl. 2: *Kritisch-systematischer Teil. Grundlegung der Erkenntnistheorie als Ergebnis einer Auseinandersetzung mit Kant vom Standpunkte der Friesischen Problemstellung*, Giessen.

ENDERS, Heinz *1977* „Eine allgemeine Lösung der sogenannten semantischen Antinomien der Logik auf Grundlage der bedeutungstheoretischen Hierarchien U. Saarnios", in: Hakamies *1977*, 117–129.

ENRIQUES, Federigo *1910 Probleme der Wissenschaft*, 2. Tle., übersetzt von Kurt Grelling, Tl. 1: *Wirklichkeit und Logik*, Tl. 2: *Die Grundbegriffe der Wissenschaft*, Leipzig/Berlin (= *Wissenschaft und Hypothese*; XI.1/2).

— *1922 Per la storia della logica. I principii e l'ordine della scienza nel concetto dei pensatori matematici*, Bologna.

— *1927 Zur Geschichte der Logik. Grundlagen und Aufbau der Wissenschaft im Urteil der mathematischen Denker*, dt. v. Ludwig Bieberbach, Leipzig/Berlin (= *Wissenschaft und Hypothese*; XXVI).

ESENIN-VOL'PIN, A.S. *1971* „Zum ersten Hilbertschen Problem", in: *Die Hilbertschen Probleme. Vortrag ‚Mathematische Probleme' von D. Hilbert gehalten auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongreß Paris 1900*, erläutert von einem Autorenkollektiv unter der Redaktion von P.S. Alexandrov, Leipzig (= *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften*; 252), 81–101.

FALCON VEGA, Jaime Oscar/Carlos ALVAREZ/Santiago RAMIREZ *1986* "Recurrent Puzzles: An Analysis of the Correspondence between Frege and Hilbert", in: *Die Aufgaben der Philosophie in der Gegenwart. Akten des 10. Internationalen Wittgenstein Symposiums. 18. bis 25. August 1985, Kirchberg am Wechsel (Österreich)*, hg. v. Werner Leinfellner/Franz M. Wuketits, Wien, 63–66.

FALKENFELD, Hellmuth *1925* „Gerhard Hessenberg als Philosoph", *Vossische Zeitung* Nr. 278 v. 20.11.1925.

— *1928* „Leonard Nelson †", *Kant-Studien* **33**, 247–255.

FANG, J. *1969* "Hilbert's Problems", *Philosophia Mathematica* **6**, 38–53.

— *1970 Hilbert. Towards a Philosophy of Modern Mathematics II*, Hauppauge.

FECHTER, Paul *1930* „Heinrich Goesch. Worte des Gedenkens", *Deutsche Rundschau* **223**, 118–125.

— *1948 Menschen und Zeiten. Begegnungen aus fünf Jahrzehnten*, Gütersloh.

FERBER, Christian v. *1956 Die Entwicklung des Lehrkörpers der deutschen Universitäten und Hochschulen 1864–1954*, Göttingen (= *Untersuchungen zur Lage der deutschen Hochschullehrer*; III).

FITTKO, Lisa *1985 Mein Weg über die Pyrenäen. Erinnerungen 1940/41*, München.

FONTAINE, André *1981* „Le camp des Milles (septembre 1939–mars 1943). Historique provisoire", *Cahier d'etudes Germaniques* Nr. 5, 287–322.

— *1984* „L'internement au Camp des Milles et dans ses annexes. Septembre 1939–juillet 1942", in: *Les camps en Provence*, 103–134.

FONTAINE, André/Jacques GRANDJONC/Barbara VORMEIER *1984* „Les déportations á partir des Milles, août–septembre 1942", in: *Les camps en Provence*, 188–205.

FRAENKEL, Abraham A. *1919 Einleitung in die Mengenlehre. Eine gemeinverständliche Einführung in das Reich der unendlichen Größen*, Berlin; 3. Aufl. [ohne Untertitel] 1928 (= *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; IX).

— *1922* „Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre", *Mathematische Annalen* **86**, 230–237.

— *1932* „Das Leben Georg Cantors", in: Cantor *1932*, 452–483.

— *1953 Abstract Set Theory*, Amsterdam, 3. Auf. 1966 (= *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*).

— *1967 Lebenskreise. Aus den Erinnerungen eines jüdischen Mathematikers*, Stuttgart.

FRAENKEL, Abraham A./Yehoshua BAR-HILLEL *1958 Foundations of Set Theory*, Amsterdam, 2. Aufl. 1973 (= *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*).

FRANK, Philipp *1907* „Kausalgesetz und Erfahrung", *Annalen der Naturphilosophie* **6**, 443–450.

— *1908a* „Willkürliche Schöpfungen des Verstandes? Bemerkungen zu dem Aufsatz von G. Hessenberg", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17**, 227–230.

— *1908b* „Erwiderung auf die Erwiderung von G. Hessenberg", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17**, 232–234.

— *1932 Das Kausalgesetz und seine Grenzen*, Wien (= *Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung*; 6).

FREGE, Gottlob *1884 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau.

— *1893 Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. 1, Jena.

— *1903a Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. 2, Jena.

— *1903b* „Über die Grundlagen der Geometrie", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **12**, 319–324.

— *1903c* „Über die Grundlagen der Geometrie. II", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **12**, 368–375.

— *1906a* „Über die Grundlagen der Geometrie. I", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15**, 293–309.

— *1906b* „Über die Grundlagen der Geometrie. (Fortsetzung.) II", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15**, 377–403.

— *1906c* „Über die Grundlagen der Geometrie. (Schluß.) III", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15**, 423–430.

— *1918* „Der Gedanke. Eine logische Untersuchung", *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus* **1** (1918/19), 58–77.

— *1967 Kleine Schriften*, hg. v. Ignacio Angelelli, Hildesheim.

— *1976 Wissenschaftlicher Briefwechsel*, hg. v. Gottfried Gabriel u.a., Hamburg (= Frege, *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel*; 2).

— *1980 Gottlob Freges Briefwechsel mit D. Hilbert, E. Husserl, B. Russell, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges*, hg. v. Gottfried Gabriel/Friedrich Kambartel/Christian Thiel, Hamburg (= *Philosophische Bibliothek*; 321).

— *1983 Nachgelassene Schriften*, hg. v. Hans Hermes/Friedrich Kambartel/ Friedrich Kaulbach, 2. rev. Aufl., erw. um einen Anhang, Hamburg (= Frege, *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel*; 1).

— *1986 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Centenarausgabe*, hg. v. Christian Thiel, Hamburg.

FREUDENTHAL, Hans *1957* „Zur Geschichte der Grundlagen der Geometrie. Zugleich eine Besprechung der 8. Aufl. von Hilberts ‚Grundlagen der Geometrie' ", *Nieuw Archief voor Wiskunde* (4) **5**, 105–142.

— *1961* „Die Grundlagen der Geometrie um die Wende des 19. Jahrhunderts", *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte zur Pflege des Zusammenhangs von Schule und Universität* N.F. **7**, 2–25.

FREWER, Magdalene *1981* „Felix Bernstein", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **83**, 84–95.

FRIEDLAENDER, Salomon *1930 Der Philosoph Ernst Marcus als Nachfolger Kants. Leben und Lehre (3.IX.1856–30.X.1928). Ein Mahnruf*, Essen.

FRIES, Jakob Friedrich *1822 Die mathematische Naturphilosophie, nach philosophischer Methode bearbeitet. Ein Versuch*, Heidelberg.

— *1837 System der Logik. Ein Handbuch für Lehrer*, 3. Aufl., Heidelberg.

— *1842 Versuch einer Kritik der Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Braunschweig.

— *1971 Sämmtliche Schriften*, hg. v. Gert König/Lutz Geldsetzer, Bd. 7, Aalen (= Abt. 1: *Schriften zur reinen Philosophie*, Bd. 7).

— *1974 Sämmtliche Schriften*, hg. v. Gert König/Lutz Geldsetzer, Bd. 14, Aalen (= Abt. 3: *Schriften zur angewandten Philosophie II. Naturphilosophie und Naturwissenschaft*, Bd. 2).

— *1979 Sämmtliche Schriften*, hg. v. Gert König/Lutz Geldsetzer, Bd. 13, Aalen (= Abt. 3: *Schriften zur angewandten Philosophie II. Naturphilosophie und Naturwissenschaft*, Bd. 1).

FRY, Varian *1945 Surrender on Demand*, New York.

— *1986 Auslieferung auf Verlangen. Die Rettung deutscher Emigranten in Marseille 1940/41*, hg. v. Wolfgang D. Elfe/Jan Hans, München.

GABRIEL, Gottfried *1972a Definitionen und Interessen. Über die praktischen Grundlagen der Definitionslehre*, Stuttgart-Bad Cannstadt (= *problemata*; 13).

— *1972b* Art. „Definition. II", in: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, hg. v. Joachim Ritter, Bd. 2: *D–F*, Darmstadt, 35–42.

— *1978* „Implizite Definitionen — Eine Verwechselungsgeschichte", *Annals of Science* **35**, 419–423.

— *1980* G.G., Art. „Definition, implizite", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich, 442

GARCIADIEGO, Alejandro Ricardo *1983 Bertrand Russell and the Origins of the Set-Theoretic Paradoxes: An Inquiry into the Causes that Allowed and Motivated him to Create some of the Best-Known Paradoxes, and how others were Discovered*, Ph.D. Diss., University of Toronto.

— *1985* "The Emergence of Some of the Nonlogical Paradoxes of the Theory of Sets, 1903–1908", *Historia Mathematica* **12**, 337–351.

— *1986* "On Rewriting the History of Foundations of Mathematics at the Turn of the Century", *Historia Mathematica* **13**, 39–41.

GAUSE, Fritz *1975* Art. „Goedeckemeyer", in: *Altpreußische Biographie*, Bd. 3, hg. v. Kurt Forstreuter/Fritz Gause, Marburg, 924.

GERGONNE, Joseph Diaz *1818* „Essai sur la théorie des définitions", *Annales de mathématiques pures et appliquées* **9** (1818/19), 1–35.

„Gerhard Hessenberg †", *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* **5** (1925), 527.

GERICKE, Helmut *1950 Zur Geschichte der Mathematik an der Universität Freiburg i. Br.*, Freiburg i.Br. (= *Beiträge zur Freiburger Wissenschafts- und Universitätsgeschichte*; 7).

GERLACH, Helmut v. *1932* „Grelling und Hitler", *Die Zeit. Organ für grundsätzliche Orientierung* **3**, 621–623.

GIAQUINTO, Marcus *1983* "Hilbert's Philosophy of Mathematics", *The British Journal for the Philosophy of Science* **34**, 119–132.

GIBBS, Josiah Willard *1902 Elementary Principles in Statistical Mechanics, Developed with Especial Reference to the Rational Foundation of Thermodynamics*, New York.

— *1905 Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik entwickelt besonders im Hinblick auf eine rationelle Begründung der Thermodynamik*, dt. bearb. v. Ernst Zermelo, Leipzig.

GILLIES, D.A. *1982 Frege, Dedekind, and Peano on the Foundations of Arithmetic*, Assen.

GINI, C. *1957* „Felix Bernstein 1878–1956", *Revue de l'Institut International de Statistique* **25**, 185–186.

GLASMACHER, Thomas *1989 Fries — Apelt — Schleiden. Verzeichnis der Primär- und Sekundärliteratur 1798-1988*, Köln (= *Geschichte der Wissenschaftsphilosophie*).

GLAUSER, Friedrich *1976* „Ascona. Jahrmarkt des Geistes", in: Ders., *Dada, Ascona und andere Erinnerungen*, Zürich, 71–96.

GNEDENKO, B.V. *1971* „Zum sechsten Hilbertschen Problem", in: *Die Hilbertschen Probleme. Vortrag ‚Mathematische Probleme' von D. Hilbert gehalten auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongreß Paris 1900*, erläutert von einem Autorenkollektiv unter der Redaktion von P.S. Alexandrov, Leipzig (= *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften*; 252), 145–150.

GÖDEL, Kurt *1931* „Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I", *Monatshefte für Mathematik und Physik* **38**, 173–198.

— *1938* "The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum-Hypothesis", *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America* **24**, 556–557.

— *1939* "Consistency-proof for the Generalized Continuum-Hypothesis", *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America* **25**, 220–224.

— *1940 The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum-Hypothesis with the Axioms of Set Theory*, Princeton/London.

GOESCH, Heinrich *1900 Das Ausscheiden eines Gesellschafters aus der Gesellschaft nach dem Bürgerlichen Gesetzbuche*, jur. Diss. Göttingen.

— *1904 Untersuchungen über das Wesen der Geschichte. Ein Beitrag zur Methodenlehre*, phil. Diss. Erlangen.

— *1908* „Bemerkungen zu Kapitel IV der vorstehenden Abhandlung", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, Heft 3, 324–328 [= Anhang I von Grelling/Nelson *1908*].

— *1921* „Ordensgroßmeister Rudolf Steiner. Mysterien eines modernen Geheimbundes", *Vossische Zeitung*, Nr. 434 v. 15.9.1921, Morgenausgabe.

GOETZ, Bruno *1960* „Autobiographische Skizze", in: Ders., *Der Gefangene und der Flötenbläser*, Heidelberg, 201–205.

GONSETH, Ferdinand (Hg.) *1941 Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques, 6-9 Décembre 1938. Exposés et discussions*, Zürich.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor *1972* "University Mathematics at the Turn of the Century. Unpublished Recollections of W.H. Young", *Annals of Science* **28**, 369–384.

— *1974* "The Rediscovery of the Cantor-Dedekind Correspondence", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **76**, 104–139.

— *1978* "How Bertrand Russell Discovered His Paradox", *Historia Mathematica* **5**, 127–137.

— *1979* "In memoriam Kurt Gödel: His 1931 Correspondence with Zermelo on his Incompletability Theorem", *Historia Mathematica* **6**, 294–304.

GRELLING, Kurt *1906* „Über einige neuere Missverständnisse der Friesischen Philosophie und ihres Verhältnisses zur Kantischen", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, H. 4, 743–757.

— *1907a* „Das gute, klare Recht der Freunde der anthropologischen Vernunftkritik verteidigt gegen Ernst Cassirer", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, H. 1, 153–190.

— *1907b* [Selbstanzeige] „Das gute klare Recht der Freunde der anthropologischen Vernunftkritik, verteidigt gegen Ernst Cassirer von Kurt Grelling. Göttingen, bei Vandenhoeck und Ruprecht, 1907", *Philosophische Wochenschrift und Literatur-Zeitung* **7**, 22–24.

— *1907c* „Ein Wort der Entgegnung auf die Herren Dr. Paul Stern und Dr. Artur Buchenau", *Philosophische Wochenschrift* **8**, 11–14.

— *1910a Die Axiome der Arithmetik mit besonderer Berücksichtigung der Beziehungen zur Mengenlehre*, Diss. Göttingen.

— *1910b* „Die philosophischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **3**, 440–478.

— *1916a Anti-J'accuse. Eine deutsche Antwort*, Zürich.

— *1916b Anti-J'accuse. Ett Tysk Svar*, mit einem Vorwort von Algot Ruhe, Stockholm.

— *1917 Anti-J'accuse. Une Réponse Allemande*, Zürich.

— *1921* „Akademiker in der Gewerkschaftsbewegung", *Berichterstattung des Internationalen Jugendbundes*, Rundbriefe Reihe B (Ende Oktober 1921), Nr. 1 (Archiv der sozialen Demokratie, Bad Godesberg, Bestand IJB/ISK, I.4, Box 3).

— *1924 Mengenlehre*, Leipzig/Berlin (= *Mathematisch-physikalische Bibliothek*; 58).

— *1928a* "Philosophy of the Exact Sciences: Its Present Status in Germany", *The Monist* **38**, 97–119.

— *1928b* "Philosophy of the Exact Sciences", in: *Philosophy Today. Essays on Recent Developments in the Field of Philosophy*, hg. v. Edward Leroy Schaub, La Salle, 393–415.

— *1929* "Realism and Logic: An Investigation of Russell's Metaphysics", *The Monist* **39**, 501–520.

— *1930a* „Die Philosophie der Raum-Zeit-Lehre", *Philosophischer Anzeiger* **4**, 101–128.

— *1930b* Beitrag zur „Diskussion über Wahrscheinlichkeit [im Rahmen des Berichtes über die 1. Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften in Prag 1929]", *Erkenntnis* **1** (1930/31), 260–285, 278.

— *1930c* „Bertrand Russell", *Monistische Monatshefte* **15**, 193–198.

— *1932a* „Wer ist Bertrand Russell?", in: Russell *1932*, 3–5.

— *1932b* „Bemerkungen zu Dubislavs ‚Die Definition'", *Erkenntnis* **3** (1932/33), 189–200.

— *1935* „Wahrscheinlichkeit und Hypothesen", *Erkenntnis* **5**, 168–170.

— *1936a* "The Logical Paradoxes", *Mind* n.s. **45**, 480–486.

— *1936b* „Zur Theorie der Wahrnehmung", *Actes du congrès international de philosophie scientifique. Sorbonne Paris 1935*, Bd. 5: *Logique & expérience*, Paris (= *Actualités scientifiques et industrielles*; 392), 69–79.

— *1937a* „Der Einfluß der Antinomien auf die Entwicklung der Logik im 20. Jahrhundert", *Travaux du IXe Congrès international de philosopie*, Bd. 6: *Logique et Mathématiques*, Paris (= *Actualités scientifiques et industrielles*; 535), 8–17.

— *1937b* „Gibt es eine Gödelsche Antinomie? Kurt Grellings Bemerkungen zu einer Abhandlung von Ch. Perelman", *Theoria* **3**, 297–306.

— *1938* „Nochmals: ‚Perelman-Gödel'. Zusätze und Berichtigungen zu Kurt Grellings Bemerkungen in Theoria III. S. 297. ff.", *Theoria* **4**, 68–69.

— *1943 Teoria de los conjuntos*, México.

GRELLING, Kurt/Leonard NELSON *1908* „Bemerkungen zu den Paradoxieen von Russell und Burali-Forti", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, Heft 3, 301–334.

— *1959* „Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti", in: Nelson *1959*, 55–87.

— *1986* „Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti", in: Berka/Kreiser *1986*, 382–383.

GRELLING, Kurt/Paul OPPENHEIM *1937* „Der Gestaltbegriff im Lichte der neuen Logik", *Erkenntnis* **7** (1937/38), 211–225.

— *1939 Logical Analysis of "Gestalt" as "Functional Whole". Paper sent in for the fifth International Congress for the Unity of Science (Cambridge, Mass., 1939)*, TS, 8 S. [Ex. v. C.G. Hempel, Princeton].

— *1988a* "The Concept of Gestalt in the Light of Modern Logic", in: Smith *1988a*, 191–205.

— *1988b* "Logical Analysis of 'Gestalt' as 'Functional Whole'", in: Smith *1988a*, 210–216.

GRELLING, Richard *1892 Gleiches Recht. Soziales Drama*, Berlin.

— *1893 Ralsen wider Ralsen. Schauspiel*, Berlin.

— *1894a Streifzüge. Gesammelte Aufsätze*, Berlin.

— *1894b Quousque tandem! Ein Friedenswort*, Berlin/Leipzig.

— *1915* Anon., *J'accuse! von einem Deutschen*, Lausanne.

— *1917* Anon., *Das Verbrechen. Vom Verfasser des Buches J'accuse*, Bd. 1, Lausanne.

— *1918 Belgische Aktenstücke vom Verfasser des Buches J'accuse (Dr. Richard Grelling)*, Lausanne.

— *1963* „Glossen zum Weberprozeß", in: Schwab-Felisch *1963*, 254–261.

HAAS, Gerrit *1980a* G.H., Art. „Gödel", *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich, 785–786.

— *1980b* G.H., Art. „Grellingsche Antinomie", *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich, 813–814.

HAKAMIES, Ahti (Hg.) *1977 Logik, Mathematik und Philosophie des Transzendenten. Festgabe für Uuno Saarnio zum achtzigsten Geburtstag*, München/Paderborn/Wien.

HALLETT, Michael *1979* "Towards a Theory of Mathematical Research Programmes", 2 Tle., *The British Journal for the Philosophy of Science* **30**, 1–25, 135–159.

— *1984 Cantorian Set Theory and Limitation of Size*, Oxford (= *Oxford Logic Guides*; 10).

HALLIER, Ernst *1889 Kulturgeschichte des neunzehnten Jahrhunderts in ihren Beziehungen zu der Entwickelung der Naturwissenschaften*, Stuttgart.

HASSELBLATT, Meinhard *1922 Jakob Friedrich Fries, seine Philosophie und seine Persönlichkeit. Eine einführende Darstellung*, München (= *Philosophische Reihe*; 46).

HEFFTER, Lothar *1952 Beglückte Rückschau auf neun Jahrzehnte. Ein Professorenleben*, Freiburg i.Br.

HEINZMANN, Gerhard *1986 Poincaré, Russell, Zermelo et Peano. Textes de la discussion (1906–1912) sur les fondements des mathématiques: des antinomies à la prédicativité*, Paris (= *Bibliothèque scientifique Albert Blanchard*).

HELMHOLTZ, Hermann v. *1971 Philosophische Vorträge und Aufsätze*, hg. v. Herbert Hörz/Siegfried Wollgast, Berlin (= *Philosophische Studientexte*).

HENKE, Ernst Ludwig Theodor *1867 Jakob Friedrich Fries. Aus seinem handschriftlichen Nachlasse dargestellt*, Leipzig.

HENRY-HERMANN, Grete *1985a Die Überwindung des Zufalls. Kritische Betrachtungen zu Leonard Nelsons Begründung der Ethik als Wissenschaft*, Hamburg.

— *1985b* „Erinnerungen an Leonard Nelson", in: Henry-Hermann *1985a*, 178–210.

HERBRAND, Jacques *1931* „Sur la non-contradiction de l'arithmétique", *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **166** (1931–32), 1–8.

— *1971 Logical Writings*, hg. v. W.D. Goldfarb, Dordrecht.

HERMANN, Christian *1925* „Totenliste", *Sozialistische Monatshefte* **62**, 770–771.

HESSENBERG, Gerhard *1900* „Über die Invarianten linearer und quadratischer binärer Differentialformen und ihre Anwendung auf die Deformation der Flächen", *Acta mathematica* **23**, 121–170, zugl. Diss. Berlin 1899.

— *1904a* „Über die kritische Mathematik", *Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft* **3**, 21–28, 20. Sitzung v. 25. November 1903, Anhang zu: *Archiv der Mathematik und Physik* (3) **7**.

— *1904b* „Das Unendliche in der Mathematik", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 1, 135–190.

— *1905* „Beweis des Desarguesschen Satzes aus dem Pascalschen", *Mathematische Annalen* **61**, 161–172.

— *1906* „Grundbegriffe der Mengenlehre. Zweiter Bericht über das Unendliche in der Mathematik", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 4, 479–706.

— *1907a* „Kritik und System in Mathematik und Philosophie", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F.**2**, Heft 2, 77–152.

— *1907b* „Potenzen transfiniter Ordnungszahlen", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **16**, 130–137.

— *1908a* „Bemerkungen zur vorstehenden Abhandlung" [d.i. Grelling/Nelson *1908*], *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, Heft 3, 328–330.

— *1908b* „Willkürliche Schöpfungen des Verstandes?", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17**, 145–162.

— *1908c* „Erwiderung auf die Bemerkungen von Ph. Frank", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **17**, 230–231.

— *1908d* „‚Persönliche' und ‚sachliche' Polemik", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie* N.F. **6**, 402–408.

— *1909a* „Zaehlen und Anschauung", in: *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma, 6-11 Aprile 1908)*, hg. v. G. Castelnuovo, Bd. 3: *Comunicazioni delle sezioni III-A, III-B e IV*, Roma, 377–379.

— *1909b* „Kettentheorie und Wohlordnung", *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **135**, 81–133.

— *1912* [Rez. v.:] „Louis Couturat, Die philosophischen Prinzipien der Mathematik. Deutsch von Carl Siegel [Privatdoz. f. Philos. an der Univ. Wien]. [Philosophisch-soziologische Bücherei. Bd. VII.] Leipzig, Dr. Werner Klinkhardt, 1908. XIII 328 S. 8^0. M. 8,50", *Deutsche Literaturzeitung* **33**, Sp. 2493–2494.

HESSENBERG, Gerhard/Karl KAISER/Leonard NELSON *1904* „Vorwort der alten Folge zugleich als Vorwort der neuen Folge", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 1, V–XII.

HEYDORN, Heinz-Joachim *1974* „Einführung", in: Nelson *1974b*, 7–40.

HIERONIMUS, Ekkehard *1964 Theodor Lessing, Otto Meyerhof, Leonard Nelson. Bedeutende Juden in Niedersachsen*, Göttingen.

HILBERT, David *1899* „Grundlagen der Geometrie", in: *Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmals in Göttingen*, hg. v. d. Fest-Comitee, Leipzig, 1–92 [separat paginiert].

— *1900a* „Über den Zahlbegriff", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **8**, 180–184.

— *1900b* „Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900", *Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse aus dem Jahre 1900*, 253–297.

— *1900c* „Les principes fondamentaux de la géométrie. *Festschrift* publiée à l'occasion des fêtes pour l'inauguration du monument de Gauss-Weber à Göttingen. — Publiée par les soins du Comité des fêtes. Leipzig, Teubner, 1899" [Übersetzung von L. Laugel], *Annales scientifiques de l'école Normale Supérieure* (3) **17**, 103–209.

— *1901* „Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongress zu Paris 1900. Aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Math.-phys. Klasse. 1900. Heft 3. Mit Zusätzen des Verfassers", *Archiv der Mathematik und Physik* **1**, 44–63, 213–237.

— *1902a The Foundations of Geometry* [Übersetzung E.J. Townsend], Chicago.

— *1902b* „Sur les problèmes futurs des Mathématiques", *Compte Rendu du Deuxième Congrès International des Mathématiciens tenu a Paris du 6 au 12 Août 1900. Procés verbaux et communications*, hg. v. E. Duporcq, Paris, 58–114.

— *1902c* "Mathematical Problems. Lecture Delivered Before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1900" [Übersetzung Mary Winston Newson], *Bulletin of the American Mathematical Society* **8**, 437–479.

— *1903 Grundlagen der Geometrie*, 2., durch Zusätze vermehrte und mit fünf Anhängen versehene Aufl., Leipzig.

— *1905a* „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik", in: Krazer (Hg.) *1905*, 174–185.

— *1905b Logische Principien des mathematischen Denkens*, Vorlesung SS 1905, Ausarbeitung von Ernst Hellinger (Bibliothek des Mathematischen Seminars der Universität Göttingen).

— *1905c Logische Principien des mathematischen Denkens*, Vorlesung SS 1905, Ausarbeitung von Max Born (SUB Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 558a).

— *1917a* „Axiomatisches Denken", *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft* **99**, Tl. 2, 129–130.

— *1917b* „Le raisonnement axiomatique", *L'enseignement mathématique* **19**, 330–331.

— *1918* „Axiomatisches Denken", *Mathematische Annalen* **78**, 405–415.

— *1922* „Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung", *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität* **1**, 157–177.

— *1923* „Die logischen Grundlagen der Mathematik", *Mathematische Annalen* **88**, 151–165.

— *1930 Grundlagen der Geometrie*, 7. Aufl., Leipzig/Berlin.

— *1935 Gesammelte Abhandlungen*, Bd. 3: *Analysis, Grundlagen der Mathematik, Physik, Verschiedenes, Lebensgeschichte*, Berlin/Heidelberg; 2. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York 1970.

— *1962 Grundlagen der Geometrie*, 9. Aufl., rev. u. ergänzt v. Paul Bernays, Stuttgart.

— *1967* "On the Foundations of Logic and Arithmetic", in: van Heijenoort *1967*, 129–138.

— *1971* „Über meine Tätigkeit in Göttingen", in: *Hilbert. Gedenkband*, hg. v. Kurt Reidemeister, Berlin/Heidelberg/New York, 78–82.

HILBERT, David/Paul BERNAYS *1934 Grundlagen der Mathematik*, Bd. 1, Berlin (= *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; XL).

— *1939 Grundlagen der Mathematik*, Bd. 2, Berlin (= *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; L).

HINST, Peter *1977* „Freges Analyse der Hilbertschen Axiomatik", *Grazer Philosophische Studien* **3**, 47–57.

Die Hochschullehrer der Wirtschaftswissenschaften in der Bundesrepublik Deutschland einschl. Westberlin, Österreich und der deutschsprachigen Schweiz. Werdegang und Schriften, Berlin 1959.

HOFFMANN, Dietrich *1989* „Leonard Nelson und die philosophische Pädagogik", in: *Neukantianismus. Kulturtheorie, Pädagogik und Philosophie*, hg. v. Jürgen Oelkers/Wolfgang K. Schulz/Heinz-Elmar Tenorth, Weinheim (= *Beiträge zur Theorie und Geschichte der Erziehungswissenschaften*; 4), 351–386.

HOLLINGER, Henry B./ Michael John ZENZEN *1985 The Nature of Irreversibility. A Study of Its Dynamics and Physical Origins*, Dordrecht u.a. (= *The University of Western Ontario Series in Philosophy of Science*; 28).

HOLTON, Gerald *1975* "On the Role of Themata in Scientific Thought", *Science* **188**, 328–334.

— *1981* „Themata in naturwissenschaftlichem Denken", in: ders., *Thematische Analyse der Wissenschaft. Die Physik Einsteins und seiner Zeit*, Frankfurt a.M. (= *suhrkamp taschenbuch wissenschaft*; 293), 18–49.

HOLZHEY, Hermann *1977* „Einleitung des Herausgebers", zu: Hermann Cohen, *Logik der reinen Erkenntnis*, 4. Aufl., Hildesheim/New York 1977 (= Cohen, *Werke*, Bd. 6), VII*–XXV*.

HOUBEN, H.H. *1924 Verbotene Literatur. Von der Klassischen Zeit bis zur Gegenwart. Ein kritisch-historisches Lexikon über verbotene Bücher, Zeitschriften und Theaterstücke, Schriftsteller und Verleger*, Berlin.

— *1928 Verbotene Literatur. Von der Klassischen Zeit bis zur Gegenwart. Ein kritisch-historisches Lexikon über verbotene Bücher, Zeitschriften und Theaterstücke, Schriftsteller und Verleger*, Bd. 2, Bremen.

HURWITZ, Emanuel *1978* „Otto Gross — von der Psychoanalyse zum Paradies", in: *Monte Verità. Berg der Wahrheit. Lokale Anthropologie als Beitrag zur Wiederentdeckung einer neuzeitlichen sakralen Topographie*, Milano, 107–116.

HUSSERL, Edmund *1891 Philosophie der Arithmetik. Psychologische und logische Untersuchungen*, Halle.

— *1970 Philosophie der Arithmetik, mit ergänzenden Texten (1890–1901)*, hg. v. Lothar Eley, Den Haag (= *Husserliana. Edmund Husserl, Gesammelte Werke*; XII).

— *1979 Aufsätze und Rezensionen (1890–1910), mit ergänzenden Texten*, hg. v. Bernhard Rang, The Hague/Boston/London (= *Husserliana. Edmund Husserl, Gesammelte Werke*; XXII).

INHETVEEN, Rüdiger/Christian THIEL *1970* R.I./C.T., Art. „Hilbert (David) 1862–1943", *Encyclopaedia Universalis*, Bd. 8, Paris, 390–393.

— *1984* R.I./C.T., Art. „Hilbert (David) 1862–1943", *Encyclopaedia Universalis*, 2. Aufl., Bd. 9, Paris, 295–298.

JOURDAIN, Philip E.B. *1904* "On the Transfinite Cardinal Numbers of Well-ordered Aggregates", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* (6) **7**, 61–75.

— *1905* "On a Proof that Every Aggregate Can be Well-ordered", *Mathematische Annalen* **60**, 465–470.

JUNGNICKEL, Christa/Russell MACCORMMACH *1986 The Intellectual Mastery of Nature. Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, Bd. 2: *The Now Mighty Theoretical Physics 1870–1925*, Chicago/London.

KAISER, Walter *1988* „Die Struktur wissenschaftlicher Kontroversen", in: Poser/Burrichter *1988*, 113–147.

KAMBARTEL, Friedrich *1968 Erfahrung und Struktur. Bausteine zu einer Kritik des Empirismus und Formalismus*, Frankfurt a.M.

— *1975* „Frege und die axiomatische Methode. Zur Kritik mathematikhistorischer Legitimationsversuche der formalistischen Ideologie", in: *Frege und die moderne Grundlagenforschung. Symposium, gehalten in Bad Homburg im Dezember 1973*, hg. v. Christian Thiel, Meisenheim a. Glan (= *Studien zur Wissenschaftstheorie*; 9), 77–89.

— *1976* „Einleitung des Herausgebers“, in: Frege *1976*, 55–57.

KANT, Immanuel *1787 Kritik der reinen Vernunft*, 2. Aufl., Riga.

— *1911 Kant's gesammelte Schriften*, hg. v. d. Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften, 1. Abt.: *Kant's Werke*, Bd. 3: *Kritik der reinen Vernunft. Zweite Auflage 1787*, Berlin.

KEHL, Heinrich *1990?* Art. "Grelling, Kurt", erscheint in: *Handbook of Metaphysics and Ontology*, hg. v. Hans Burkhardt/Barry Smith, München.

KITCHER, Philip *1976* "Hilbert's Epistemology", *Philosophy of Science* **43**, 99–115.

KLARSFELD, Serge *1978 Le memorial de la deportation des Juifs de France*, Paris o.J.

KLARSFELD, Serge/Maxime STEINBERG *1980 Die Endlösung der Judenfrage in Belgien*, New York o.J.

KLÄR, Karl-Heinz *1982* „Zwei Nelson-Bünde: Internationaler Jugend-Bund (IJB) und Internationaler Sozialistischer Kampf-Bund (ISK) im Licht neuer Quellen“, *Internationale wissenschaftliche Korrespondenz zur Geschichte der Arbeiterbewegung* **18**, 310–360.

KLINE, Morris *1972 Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, New York.

KNEALE, William/Martha KNEALE *1962 The Development of Logic*, Oxford.

KOCKA, Jürgen *1989* „Einleitung“, in: *Sozialgeschichte im internationalen Überblick. Ergebnisse und Tendenzen der Forschung*, hg. v. Jürgen Kocka, Darmstadt, 1–17.

KÖNIG, Julius *1905a* „Zum Kontinuum-Problem“, in: Krazer *1905*, 144–147.

— *1905b* „Zum Kontinuum-Problem“, *Mathematische Annalen* **60**, 177–180.

— *1905c* „Über die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuumproblem“, *Mathematische Annalen* **61**, 156–160.

— *1907* „Über die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuumproblem (Zweite Mitteilung)“, *Mathematische Annalen* **63**, 217–221.

KÖRNER, Stephan *1979* „Leonard Nelson und der philosophische Kritizismus“, in: Schröder *1979*, 1–17.

KÖTTER, Rudolf *1991?* „Vereinheitlichung und Reduktion: Zum Erklärungsproblem in der Physik“, erscheint in: *Entwicklungen der methodischen Philosophie* [Arbeitstitel], hg. v. Peter Janich.

KOLLWITZ, Käthe *1930* „Goesch †“, *Sozialistische Monatshefte* **70**, 418.

— *1948 Tagebuchblätter und Briefe*, hg. v. Hans Kollwitz, Berlin.

— *1971 Ich sah die Welt mit liebevollen Blicken. Ein Leben in Selbstzeugnissen*, hg. v. Hans Kollwitz, Hannover.

— *1989 Die Tagebücher*, hg. v. Jutta Bohnke-Kollwitz, Berlin.

KORSELT, Alwin *1911* „Über einen Beweis des Äquivalenzsatzes“, *Mathematische Annalen* **70**, 294–296.

KOWALEWSKI, Gerhard *1950 Bestand und Wandel. Meine Lebenserinnerungen. Zugleich ein Beitrag zur neueren Geschichte der Mathematik*, München.

KOWALEWSKY, Michael *1914* „Über die Antinomienlehre als Begründung des transzendentalen Idealismus“, *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **4**, Heft 3, 695–764, zugleich Diss. Göttingen.

KRAZER, Adolf (Hg.) *1905 Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, Leipzig.

KREISEL, Georg *1958* "Hilbert's Programme", *Dialectica* **12**, 346–370.

— *1976* "What have We Learnt from Hilbert's Second Problem?", in: *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems* [= *Proceedings of the Symposium in Pure Mathematics of the American Mathematical Society held at Northern Illinois University, Dekalb, Illinois, May 1974*, hg. v. Felix E. Browder], Providence, R.I. (= *Proceedings of Symposia on Pure Mathematics*; XXVIII), 93–130.

KREISER, Lothar *1983* „Einleitung [zu: ‚Nachschrift einer Vorlesung und Protokolle mathematischer Vorträge Freges‘]“, in: Frege *1983*, 327–346.

KROHN, Claus-Dieter *1987 Wissenschaft im Exil. Deutsche Sozial- und Wirtschaftswissenschaftler in den USA und die New School for Social Research*, Frankfurt a.M./New York.

KUHN, Thomas S. *1962 The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago, 2. Aufl. 1970.

— *1967 Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen*, Franfurt a.M., 2. rev. Aufl. 1976 mit Postskriptum von 1969.

LAHARIE, Claude *1979* „Histoire du camp après juin 1940“, in: Gilbert Badia u.a., *Les barbelés de l'exil. Etudes sur l'émigration allemands et autrichienne (1938–1940)*, Grenoble.

— *1985 Le camp de Gurs 1939–1945. Un aspect meconnu de l'histoire du bearn*, Pau.

LAITKO, Hubert *1987* „Imre Lakatos und das Problem der rationalen Rekonstruktion in der wissenschaftshistorischen Forschung“, in: *Wissenschaft. Das Problem ihrer Entwicklung*, Bd. 1: *Kritische Studien zu bürgerlichen Wissenschaftskonzeptionen*, hg. v. Günter Kröber/Hans-Peter Krüger, Berlin (= *Wissenschaft und Gesellschaft*; 24/1), 245–267.

LAKATOS, Imre *1963* "Proofs and Refutations", *The British Journal for the Philosophy of Science* **14** (1963/64), 1–25, 120–139, 221–243, 296–342.

— *1968a* "Criticism and the Methodology of Scientific Research Programmes", *Proceedings of the Aristotelian Society* **69**, 149–186.

— *1970* "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes", in: Lakatos/Musgrave *1970*, 91–196.

— *1974a* „Falsifikation und die Methodologie wissenschaftlicher Forschungsprogramme", in: Lakatos/Musgrave *1974*, 89–189.

— *1974b* „Die Geschichte der Wissenschaft und ihre rationale Rekonstruktion", in: Lakatos/Musgrave *1974*, 271–311.

— *1976 Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*, hg. v. John Worrall/Elie Zahar, Cambridge u.a.

— *1978 The Methodology of Scientific Research Programmes. Philosophical Papers Volume 1*, hg. v. John Worrall/Gregory Currie, Cambridge u.a.

— *1979 Beweise und Widerlegungen. Die Logik mathematischer Entdeckungen*, hg. v. John Worrall/Elie Zahar, Braunschweig/Wiesbaden.

LAKATOS, Imre/Alan MUSGRAVE (Hgg.) *1970 Criticism and the Growth of Knowledge. Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science, London, 1965, volume 4*, Cambridge.

— *1974 Kritik und Erkenntnisfortschritt. Abhandlungen des Internationalen Kolloquiums über die Philosophie der Wissenschaft, London 1965*, Bd. 4, Braunschweig (= *Wissenschaftstheorie, Wissenschaft und Philosophie*; 9).

LARGEAULT, Jean *1973* „Les idées méthodologiques de Hilbert et la théorie de la démonstration", *Les études philosophiques* (Octobre–Décembre 1973), 505–527.

LEPENIES, Wolf *1978* „Wissenschaftsgeschichte und Disziplingeschichte", *Geschichte und Gesellschaft* **4**, 437–451.

LIARD, Louis *1877a* „Un nouveau système de logique formelle M. Stanley Jevons", *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* **3**, 277–293.

— *1877b* „La logique algébrique de Boole", *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* **4**, 285–317.

— *1878 Les logiciens anglais contemporains*, Paris.

— *1880 Die neuere englische Logik*, Leipzig.

LINK, Werner *1961 Die Geschichte des Internationalen Jugend-Bundes (IJB) und des Internationalen Sozialistischen Kampf-Bundes (ISK). Ein Beitrag zur Geschichte der Arbeiterbewegung in der Weimarer Republik und im Dritten Reich*, Diss. Marburg.

LORENZ, Kuno *1980* K.L., Art. „Antinomie", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1, Mannheim/Wien/Zürich, 131–132.

— *1984* K.L., Art. „Inbegriff", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 2, Mannheim/Wien/Zürich, 219–220.

LORENZEN, Paul *1979a* „Wissenschaftstheorie und Nelsons Erkenntnistheorie am Beispiel der Geometrie und Ethik", in: Schröder *1979*, 19–36.

— *1979b* „Wissenschaftstheorie und Nelsons Erkenntnistheorie am Beispiel der Geometrie und Ethik", *Ratio* (Hamburg) **21**, 109–123.

— *1979c* "The Philosophy of Science and Nelson's Theory of Knowledge as Illustrated on the Example of Geometry and Ethics", *Ratio* (Oxford), 109–124.

LOREY, Wilhelm *1926* „Gerhard Hessenberg †", *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* **32**, 38–39.

LÜDEMANN, Gerd/Martin Schröder *1987 Die Religionsgeschichtliche Schule in Göttingen. Eine Dokumentation*, Göttingen.

LÜTGEMEIER-DAVIN, Reinhold *1982 Pazifismus zwischen Kooperation und Konfrontation. Das Deutsche Friedenskartell in der Weimarer Republik*, Köln (= *Pahl-Rugenstein Hochschulschriften. Gesellschafts- und Naturwissenschaften*; 104), zugl. Diss. Kassel 1981.

MAC LANE, Saunders *1934 Abgekürzte Beweise im Logikkalkul*, Diss. Göttingen.

— *1981* "Mathematics at the University of Göttingen 1931–1933", in: *Emmy Noether. A Tribute to Her Life and Work*, hg. v. James W. Brewer/Martha K. Smith, New York/Basel, 65–78.

MACCORMMACH, Russell *1971* "Foreword", zu: *Historical Studies in the Physical Sciences* **3**, ix–xxiv.

MACH, Ernst *1905 Erkenntnis und Irrtum*, 1. Aufl., Leipzig.

MACLEOD, Roy *1977* "Changing Perspectives in the Social History of Science", in: *Science, Technology and Society. A Cross-Disciplinary Perspective*, hg. v. Ina Spiegel-Rösing/Derek de Solla Price, London/Beverly Hills, 149–195.

MAIER, Max Hermann *1973 „In uns verwoben, tief und wunderbar". Erinnerungen an Deutschland*, Frankfurt a.M.

MAINZER, Klaus *1977* „Wie ist das Wachstum von apriorischen Wissenschaften möglich? Zum Begründungsproblem von Wissenschaftsentwicklung am Beispiel von Logik und Mathematik", in: *XI. Deutscher Kongreß für Philosophie. Göttingen 5.–9. Oktober 1975. Logik, Ethik, Theorie der Geisteswissenschaften. Hauptvorträge, Kolloquien, Sektionsvorträge*, hg. v. Günther Patzig/Erhard Scheibe/Wolfgang Wieland, Hamburg, 411–417.

— *1979* „Geometrie und Raumanschauung. Überlegungen zur Geometriebegründung im Anschluß an Leonard Nelson", in: Schröder *1979*, 197–208.

MANEGOLD, Karl-Heinz *1970 Universität, Technische Hochschule und Industrie. Ein Beitrag zur Emanzipation der Technik im 19. Jahrhundert unter besonderer Berücksichtigung der Bestrebungen Felix Kleins*, Berlin (= *Schriften zur Wirtschafts- und Sozialgeschichte*; 16).

MANEN, Henri *1942* Anon., „Ich habe es gesehen ... Erster Bericht von den Deportations-Tagen in Gurs. Aus dem Tagebuch eines französischen Geistlichen", *Aufbau* **8**, Nr. 51 v. 18.12.1942, S. 1, 4.

— *1945* „Les Déportations", in: Henri Cadier, *Le Calvaire d'Israël et la solidarité chrétienne*, Genève (= *La chrétienté au creuset de l'épreuve*; 9), 85–116.

— *1969* Anon., „Aus dem Tagebuch eines protestantischen Geistlichen in Frankreich 1942", in: Kurt Richard Grossmann, *Emigration. Geschichte der Hitler-Flüchtlinge 1933–1945*, Frankfurt a.M., 364–365.

— *1984* „Au fond de l'abime", in: *Les camps en Provence*, 206–218.

MARCUS, Ernst *1907 Das Gesetz der Vernunft und die ethischen Strömungen der Gegenwart*, Herfort.

— *1921 Der kategorische Imperativ. Eine gemeinverständliche Einführung in Kants Sittenlehre*, München.

MARIANI, Mauro/Enrico MORICONI *1984 Coerenza e completezza delle teorie elementari. La metateoria dei sistemi formali nella scuola hilbertiana*, Pisa (= *Biblioteca di „Teoria"*; 3).

MEHRTENS, Herbert *1984* „Anschauungswelt versus Papierwelt. Zur historischen Interpretation der Grundlagenkrise der Mathematik", in: *Ontologie und Wissenschaft. Philosophische und wissenschaftshistorische Untersuchungen zur Frage der Objektkonstitution. Kolloquium an der Technischen Universität Berlin, WS 1982/83*, hg. v. Hans Poser/Hans-Werner Schütt, Berlin (= *TUB-Dokumentation Kongresse und Tagungen*; 19).

— *1989 Moderne — Sprache — Mathematik. Die mathematische Moderne um die Jahrhundertwende und ihre Gegner*, unveröff. Habilitationsschrift, Berlin; erscheint Frankfurt a.M. 1990.

MENZEL, Christopher *1984* "Cantor and the Burali-Forti Paradox", *The Monist* **67**, 92–107.

MERTON, Robert K. *1975* "Thematic Analysis of Science: Notes on Holton's Concept", *Science* **188**, 335–338.

MESCHKOWSKI, Herbert *1967 Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors*, Braunschweig.

— *1983 Georg Cantor. Leben, Werk und Wirkung*, Mannheim [2. erw. Aufl. v. Meschkowski *1967*].

MEYER, Thomas *1982* „Die Aktualität Leonard Nelsons. Zum 100. Geburtstag des Philosophen und Sozialisten", *Die Neue Gesellschaft* **29**, 585–588.

— *1989* „Nelson, Leonard", in: *Metzler Philosophen Lexikon. Dreihundert biographisch-werkgeschichtliche Porträts von den Vorsokratikern bis zu den Neuen Philosophen*, hg. v. Bernd Lutz, Stuttgart, 560–563.

MEYERHOF, Otto *1907* „Der Streit um die psychologische Vernunftkritik. Die Fries'sche Schule und ihre Gegner", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie* N.F. **6**, 421–439.

— *1909* „Erkenntnistheorie und Vernunftkritik (Das Kant-Friessche Problem)", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* **136**, 22–55.

— *1912* „Beiträge zur psychologischen Theorie der Geistesstörungen", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **3**, H. 2, 97–332.

— *1914* „Zur Energetik der Zellvorgänge", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **4**, H. 3, 428–459.

— *1928* „Zum Gedächtnis des Philosophen Leonard Nelson", *Die Naturwissenschaften* **16**, 137–142.

MEYERSON, Émile *1930 Identität und Wirklichkeit*, deutsch von Kurt Grelling, nach der 3. Aufl. des Originals, Leipzig.

MILLER, Susanne *1982* „Leonard Nelson — ein revolutionärer Revisionist", *Die Neue Gesellschaft* **29**, 582–584.

MINKOWSKI, Hermann *1973 Briefe an David Hilbert*, mit Beiträgen und hg. v. Lily Rüdenberg/Hans Zassenhaus, Berlin/Heidelberg/New York.

MISCH, Georg *1907 Geschichte der Autobiographie*, Bd. 1: *Das Altertum*, Frankfurt a.M.

MITTELSTRASS, Jürgen *1981* „Rationale Rekonstruktion der Wissenschaftsgeschichte", in: *Wissenschaftstheorie und Wissenschaftsforschung*, hg. v. Peter Janich, München, 89–111, 337–348.

MOLLERUP, Johannes *1907* „Die Definition des Mengenbegriffs", *Mathematische Annalen* **64**, 231–238.

MOORE, Gregory H. *1975* "A Prospective Biography of Ernst Zermelo (1871–1953)", *Historia Mathematica* **2**, 62–63.

— *1978* "The Origins of Zermelo's Axiomatization of Set Theory", *Journal of Philosophical Logic* **7**, 307–329.

— *1980* "Beyond First-order Logic: The Historical Interplay between Mathematical Logic and Axiomatic Set Theory", *History and Philosophy of Logic* **1**, 95–137.

— *1982 Zermelo's Axiom of Choice. Its Origins, Development and Influence*, New York/Heidelberg/Berlin (= *Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*; 8).

— *1987* "A House Divided Against Itself: The Emergence of First-Order Logic as the Basis for Mathematics", in: *Studies in the History of Mathematics*, hg. v. Esther R. Phillips, o.O. (= *MAA Studies in Mathematics*; 26), 98–136.

— *1988a* "The Emergence of First-Order Logic", in: Aspray/Kitcher *1988*, 95–135.

— *1988b* "The Roots of Russell's Paradox", *Russell* n.s. **8**, 46–56.

— *1989*, "Towards a History of Cantor's Continuum Problem", in: *The History of Modern Mathematics*, Bd. 1: *Ideas and their Reception. Proceedings of the Symposium on the History of Modern Mathematics, Vassar College, Poughkeepsie, New York, June 20–24, 1989*, hg. v. David E. Rowe/John McCleary, Boston u.a., 79–121.

MOORE, Gregory H./Alejandro GARCIADIEGO *1981* "Burali-Forti's Paradox: A Reappraisal of Its Origins", *Historia Mathematica* **8**, 319–350.

MORICONI, Enrico *1976* „Alle origine della teoria della dimostrazione di Hilbert", *Il Pensiero* **21**, 149–175.

— *1987 La teoria della dimostrazione di Hilbert*, Napoli (= *Testi per lo studio della logica matematica*; 2).

MOSTERÍN, Jesús *1980* „La polemica entre Frege y Hilbert acerca del metodo axiomatico", *Teorema* **10**, 287–306.

NACHMANSOHN, DAVID *1988 Die große Ära der Wissenschaft in Deutschland 1900 bis 1933. Jüdische und nichtjüdische Pioniere in der Atomphysik, Chemie und Biochemie*, aus dem Englischen überarbeitet und erweitert v. Roswitha Schmid, Stuttgart.

NATHAN, Henry *1970* Art. „Bernstein, Felix", in: *Dictionary of Scientific Biography*, hg. v. Charles Coulston Gillispie, Bd. 2, New York, 58–59.

NELSON, Leonard *1904a Jakob Friedrich Fries und seine jüngsten Kritiker*, Diss. Göttingen.

— *1904b* „Die kritische Methode und das Verhältnis der Psychologie zur Philosophie. Ein Kapitel aus der Methodenlehre", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 1, 1–88.

— *1905a* „Jakob Friedrich Fries und seine jüngsten Kritiker", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, H. 2, 233–319.

— *1905b* „Bemerkungen über die Nicht-Euklidische Geometrie und den Ursprung der mathematischen Gewissheit", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 2, 373–392, Heft 3 (1906), 393–430.

— *1905c* [Rez. v.] „System der Philosophie. 1. Teil. Logik der reinen Erkenntnis. Von Hermann Cohen. Berlin, Bruno Cassirer, 1902. XVII, 520 S.", *Göttingische gelehrte Anzeigen* **167**, 610–630.

— *1906a* „Erwiderung auf den Angriff des Herrn Dr. Paul Stern", *Philosophische Wochenschrift und Literatur-Zeitung* **2**, 167–173.

— *1906b* „Ernst Hallier †", *Kant-Studien* **11**, 142.

— *1906c* „Kant und die Nicht-Euklidische Geometrie", *Das Weltall* **6**, 147–155, 174–182, 186–193.

— *1907a* „Inhalt und Gegenstand. Grund und Begründung. Zur Kontroverse über die kritische Methode", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, H. 1 (1907), 33–73.

— *1907b* Rez. v. Ernst Mach, *Erkenntnis und Irrtum*, 2. Aufl., Leipzig 1905, *Göttingische gelehrte Anzeigen* **169**, 636–657.

— *1908a* „Ist metaphysikfreie Naturwissenschaft möglich?", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, H. 3, 241–299.

— *1908b* „Über das sogenannte Erkenntnisproblem", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **2**, H. 4, 413–818.

— *1908c Über das sogenannte Erkenntnisproblem*, Göttingen.

— *1909* „Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Kantischen Erkenntnistheorie", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **3**, Heft 1, 33–96.

— *1916* [„Mein Glaubensbekenntnis",] Brief an David Hilbert, dat. Westend-Berlin, 29.12.1916, SUB Göttingen, Cod.Ms. D. Hilbert 482, 20a.

— *1917 Vorlesungen über die Grundlagen der Ethik*, Bd. 1: *Kritik der praktischen Vernunft*, Leipzig.

— *1918* „Des fondements de la géométrie. Vortrag, gehalten in Paris am 8. April 1914 bei der Gründung der ‚Société internationale de philosophie mathématique'", in: Nelson, *Die Reformation der Philosophie durch die Kritik der Vernunft*, Leipzig (= Nelson, *Die neue Reformation*, Bd. 2), 87–118.

— *1928* „Kritische Philosophie und mathematische Axiomatik", *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* **34**, 108–142.

— *1929* „Vorwort I [1922]", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **5**, Heft 1, III–XII.

— *1959 Beiträge zur Philosophie der Logik und Mathematik*, mit einführenden und ergänzenden Bemerkungen von Wilhelm Ackermann, Paul Bernays, David Hilbert †, Frankfurt a.M.

— *1970 Die Schule der kritischen Philosophie und ihre Methode*, Hamburg (= Nelson, *Gesammelte Schriften in neun Bänden*, hg. v. Paul Bernays u.a., Bd. 1).

— *1973 Geschichte und Kritik der Erkenntnistheorie*, Hamburg (= *Gesammelte Schriften in neun Bänden*, hg. v. Paul Bernays u.a., Bd. 2).

— *1974a Die kritische Methode in ihrer Bedeutung für die Wissenschaft*, Hamburg (= *Gesammelte Schriften in neun Bänden*, hg. v. Paul Bernays u.a., Bd. 3).

— *1974b Ausgewählte Schriften. Studienausgabe*, hg. u. eingel. v. Heinz-Joachim Heydorn, Frankfurt a.M./Köln.

NEUENSCHWANDER, Erwin/Hans-Wilhelm BURMANN *1987* „Die Entwicklung der Mathematik an der Universität Göttingen", *Georgia Augusta* Nr. 47 (November 1987), 17–28.

NEUMARK, Fritz *1980 Zuflucht am Bosporus. Deutsche Gelehrte, Politiker und Künstler in der Emigration 1933–1953*, Frankfurt a.M.

NIINILUOTO, Ilkka *1983* "Inductive Logic as a Methodological Research Programme", in: *Logic in the 20th Century. A Series of Papers on the Present State and Tendencies of Studies*, Milano, 77–100.

— *1988* "From Possibility to Probability: British Discussion on Modality in the Nineteenth Century", in: *Modern Modalities. Studies in the History of Modal Theories from Medieval Nominalism to Logical Positivism*, hg. v. S. Knuuttila, Dordrecht/Boston/London, 275–309.

NOETHER, Emmy/Jean CAVAILLÈS (Hgg.) *1937 Briefwechsel Cantor-Dedekind*, Paris (= *Actualités Scientifiques et Industrielles*; 518).

OPPENHEIMER, Franz *1916* „Anti-J'accuse", *Vossische Zeitung* Nr. 347 v. 9.7.1916.

OPPHOLZER, Egon Ritter v. *1902* „Grundzüge einer Farbentheorie", *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane* **29**, 183–203, **33** (1903), 321–354,

PAGEL, J. (Hg.) *1901 Biographisches Lexikon hervorragender Ärzte des neunzehnten Jahrhunderts. Mit einer historischen Einleitung*, hg. v. J. Pagel, Berlin/Wien.

PARSONS, Charles *1987* "Developing Arithmetic in Set Theory without Infinity: Some Historical Remarks", *History and Philosophy of Logic* **8**, 201–213.

PASCH, Moritz *1909 Grundlagen der Analysis*, Leipzig/Berlin.

PAUL, Rainer *1987* „Psychologie unter den Bedingungen der ‚Kulturwende'. Das Psychologische Institut 1933–1945", in: Becker/Dahms/Wegeler *1987*, 321–344.

„Pazifist", *Die Weltbühne* **24** (1928), 1. Halbjahr, 887–888.

PEANO, Giuseppe *1889 Arithmetices principia, nova methodo exposita*, Torino.

— *1891* „Formole di logica matematica", *Rivista di matematica* **1**, 24–31, 182–184.

— *1897 Formulaire de mathématique*, Bd. 2.1: *Logique mathématique*, Turin.

— *1960 Formulario Mathematico*, Repr. Rom.

PECKHAUS, Volker *1988* „Historiographie wissenschaftlicher Disziplinen als Kombination von Problem- und Sozialgeschichtsschreibung: Formale Logik im Deutschland des ausgehenden 19. Jahrhunderts", in: Poser/Burrichter *1988*, 177–215.

— *1989* „Die Institutionalisierung der Mathematischen Logik in Deutschland", *XVIIIth International Congress of History of Science. General Theme: Science and Political Order. Wissenschaft und Staat. 1st–9th August 1989 Hamburg-München. Abstracts*, hg. v. Fritz Krafft/Christoph J. Scriba, Hamburg/München, E1.4.

— *1990* „‚Ich habe mich wohl gehütet, alle Patronen auf einmal zu verschießen'. Ernst Zermelo in Göttingen", *History and Philosophy of Logic* **11**, 19–58.

PINL, Maximilian *1969* „Kollegen in einer dunklen Zeit [1. Tl.]", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **71**, 167–228.

PLESSNER, Monika *1964* „Die deutsche 'University in Exile' in New York und ihr amerikanischer Gründer", *Frankfurter Hefte* **19**, 181–186.

POGGENDORFF *J.C. Poggendorff's biographisch-literarisches Handwörterbuch* [...], Bd. 4.2, Leipzig 1904; Bd. 5.1, Berlin 1926; Bd. 5.2, Berlin 1926; Bd. 6.1, Berlin 1936; Bd. 6.2, Berlin 1937; Bd. 6.4, Berlin 1940; Bd. 7a.4, Berlin 1961/62; Bd. 7b.1, Berlin 1965–67.

POINCARÉ, Henri *1905* „Les mathématiques et la logique", *Revue de Métaphysique et de Morale* **13**, 17–34.

— *1906a* „Les mathématiques et la logique", *Revue de Métaphysique et de Morale* **14**, 294–317.

— *1906b* „A propos de la logistique", *Revue de Métaphysique et de Morale* **14**, 866–868.

POSER, Hans/Clemens BURRICHTER (Hgg.) *1988 Die geschichtliche Perspektive in den Disziplinen der Wissenschaftsforschung. Kolloquium an der TU Berlin, Oktober 1988. Mit Beiträgen von Michael Heidelberger, Walter Kaiser, C. Ulises Moulines, Volker Peckhaus, Wolf Schäfer, Burghard Weiss*, Berlin (= *TUB-Dokumentation Kongresse und Tagungen*; 39).

PRADA DE PARDO, Gloria I. *1980* „La Matematica en Hugo Broggi", in: Diego F. Pró/Clara A. Jalif de Bertranou/Gloria I. Prada de Pardo, *Historia del Pensamiento Filosófico Argentino*, Bd. 3, Mendoza (= *Coleccion de Historia de la Filosofia Argentina. Serie Expositiva*), 73–79.

„Professor Hessenberg †", *Der Beobachter. Organ der Deutschen Demokratischen Partei Württembergs* Nr. 48 v. 28.11.1925.

Programm der Grossherzoglich Badischen Polytechnischen Schule zu Carlsruhe, Studienjahre 1877/78; 1883/84–1884/85.

Programm der Grossherzoglich badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe, Studienjahre 1885/86–1888/89.

Programm der Grossherzoglich Hessischen Polytechnischen Schule zu Darmstadt für das Schuljahr 1875–76, Darmstadt 1875.

PURKERT, Walter *1986* „Georg Cantor und die Antinomien der Mengenlehre", *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique*, Ser. A, **38** [Sonderband *Mathematics. Topology, History, Philosophy. In Honor of Guy Hirsch*], 313–327.

— *1989* "Cantor's Views on the Foundations of Mathematics", in: *The History of Modern Mathematics*, Bd. 1: *Ideas and their Reception. Proceedings of the Symposium on the History of Modern Mathematics, Vassar College, Poughkeepsie, New York, June 20–24, 1989*, hg. v. David E. Rowe/John McCleary, Boston u.a., 49–65.

PURKERT, Walter/Hans Joachim ILGAUDS *1985 Georg Cantor*, Leipzig (= *Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner*; 79).

— *1987 Georg Cantor 1845–1918*, Basel/Boston/Stuttgart (= *Vita Mathematica*; 1).

QUIDDE, Ludwig *1979 Der deutsche Pazifismus während des Weltkrieges 1914–1918. Aus dem Nachlaß Ludwig Quiddes*, hg. v. Karl Holl unter Mitwirkung von Helmut Donat, Boppard a. Rh. (= *Schriften des Bundesarchivs*; 23).

QUINE, William Van Orman *1966 The Ways of Paradox*, New York.

RAMSEY, Frank Plumpton *1926* "The Foundations of Mathematics", *Proceedings of the London Mathematical Society* (2) **25**, 338–384.

— *1931 The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, hg. v. R.B. Braithwaite, London (=*International Library of Psychology, Philosophy and Scientific Method*).

— *1978 Foundations. Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*, hg. v. D.H. Mellor, Atlantic Highlands, N.J. (= *International Library of Psychology, Philosophy and Scientific Method*).

RANG, Bernhard *1979* „Einleitung des Herausgebers", in: Husserl *1979*, IX–LVI.

RANG, Bernhard/W. THOMAS *1981* "Zermelo's Discovery of the 'Russell Paradox'", *Historia Mathematica* **8**, 15–22.

REID, Constance *1970 Hilbert. With an Appreciation of Hilbert's Mathematical Work by Hermann Weyl*, New York/Heidelberg/Berlin.

— *1979 Richard Courant 1888-1972. Der Mathematiker als Zeitgenosse*, Berlin/Heidelberg/New York [Originalausgabe: *Courant in Göttingen and New York. The Story of an Improbable Mathematician*, New York 1976].

REIDEMEISTER, Kurt *1921* „Bericht über die Hamburger Vorträge von D. Hilbert", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **30**, 2. Abt., 106–107.

RESNIK, Michael David *1974a* "On the Philosophical Significance of Consistency Proofs", *Journal of Philosophical Logic* **3**, 133–147.

— *1974b* "The Frege-Hilbert Controversy", *Philosophy and Phenomenological Research* **34** (1973/74), 386–403.

— *1976* „Die Frege-Hilbert-Kontroverse", in: Schirn *1976*, 193–213.

— *1980 Frege and the Philosophy of Mathematics*, Ithaca/London.

RHEINWALD, Rosemarie *1988 Semantische Paradoxien, Typentheorie und ideale Sprache. Studien zur Sprachphilosophie Bertrand Russells*, Berlin/New York (= *Grundlagen der Kommunikation. Bibliotheksausgabe*).

RICKERT, Heinrich *1904 Der Gegenstand der Erkenntnis. Einführung in die Transzendental-Philosophie*, 2. verb. u. verm. Aufl., Tübingen/Leipzig.

„Dem 75jährigen Richard Grelling", *Die Menschheit* **15** (1928), Nr. 24 v. 15.6.1928.

RIVETTI BARBÒ, Francesca *1986 L'antinomia del mentitore da Peirce a Tarski. Studi, testi, bibliografia*, Milano (= *Edizioni Universitarie Jace*; 22).

RÖPKE, Wilhelm *1955* „Alexander Rüstow zum 8. April 1955", in: *Wirtschaft und Kultursystem* [Festschrift Alexander Rüstow zum siebzigsten Geburtstag], hg. v. Gottfried Eisermann, Erlenbach-Zürich/Stuttgart, 12–22.

— *1963* „Dem Gedenken an Alexander Rüstow", in: Rüstow *1963*, 345–350.

ROLLAND, Romain *1954 Zwischen den Völkern. Aufzeichnungen und Dokumente aus den Jahren 1914-1919*, Bd. 1, Stuttgart.

ROTHE, Rudolf *1926* „Gerhard Hessenberg", *Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft* **25**, 26–44.

— *1927* „Gerhard Hessenberg", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **36**, 312–332.

ROWE, David E. *1986* "'Jewish Mathematics' at Göttingen in the Era of Felix Klein", *Isis* **77**, 422-449.

— *1989* "Klein, Hilbert, and the Göttingen Mathematical Tradition", *Osiris* (2) **5** (= *Science in Germany. The Intersection of Institutional and Intellectual Issues*, hg. v. Kathryn M. Olesko), 186–213.

RÜSTOW, Alexander *1910 Der Lügner. Theorie, Geschichte und Auflösung*, Leipzig; zugleich Diss. Erlangen 1908.

— *1950 Ortsbestimmung der Gegenwart. Eine universalgeschichtliche Kulturkritik*, Bd. 1: *Ursprung der Herrschaft*, Erlenbach-Zürich.

— *1952 Ortsbestimmung der Gegenwart. Eine universalgeschichtliche Kulturkritik*, Bd. 2: *Wege der Freiheit*, Erlenbach-Zürich.

— *1957 Ortsbestimmung der Gegenwart. Eine universalgeschichtliche Kulturkritik*, Bd. 3: *Herrschaft oder Freiheit?*, Erlenbach/Stuttgart.

— *1963 Rede und Antwort*, hg. v. Walter Hoch, Ludwigsburg.

RUPRECHT, Wilhelm *1935 Väter und Söhne. Zwei Jahrhunderte Buchhändler in einer deutschen Universitätsstadt*, Göttingen.

RUSSELL, Bertrand *1903 The Principles of Mathematics*, Bd. 1, Cambridge.

— *1905* „Sur la relation des mathématiques e la logistique", *Revue de Métaphysique et de Morale* **13**, 906–917.

— *1906* „Les paradoxes de la logique", *Revue de Métaphysique et de Morale* **14**, 627–650.

— *1927 Die Analyse des Geistes*, übersetzt von Kurt Grelling, Leipzig.

— *1928 Das ABC der Relativitätstheorie*, übersetzt von Kurt Grelling, München.

— *1929 Philosophie der Materie*, deutsch von Kurt Grelling, Leipzig/Berlin (= *Wissenschaft und Hypothese*; 32).

— *1930 Mensch und Welt. Grundriß der Philosophie*, München.

— *1932 Warum ich kein Christ bin*, Dresden o.J.

RUTKOFF, Peter M./William B. SCOTT *1986 New School. A History of the New School for Social Research*, New York/London.

— *1988* „Die Schaffung der ‚Universität im Exil'", in: *Exil, Wissenschaft, Identität. Die Emigration deutscher Sozialwissenschaftler 1933-1945*, hg. v. Ilja Srubar, Frankfurt a.M. (= *stw*; 706), 106–141.

SAARNIO, Uuno *1937* „Zur heterologischen Paradoxie“, *Theoria* **3**, 38–56.

— *1938* „Heterologisen Paradoksin Symbolologinen Ratkaisu“, *Ajatus. Filosofisen Yhdistyksen Vuosikirja* **9**, 149–160.

— *1949* „Der Begriff der Hierarchie und die logischen Paradoxien“, in: *Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy (Amsterdam, August 11–18, 1948)*, hg. v. E.W. Beth/H.J. Pos/J.H.A. Hollak, Amsterdam (= *Library of the Tenth International Congress of Philosophy*; 1), 785–790.

— *1974* „Die Grellingsche Paradoxie und ihre exakte Lösung“, *Dialectica* **28**, 243–261.

SCHAPPACHER, Norbert *1987* „Das Mathematische Institut der Universität Göttingen 1929–1950“, in: Becker/Dahms/Wegeler *1987*, 345–373.

SCHARLAU, Winfried (Bearb.) *1990 Mathematische Institute in Deutschland 1800–1945*, Braunschweig/Wiesbaden (= *Dokumente zur Geschichte der Mathematik*; 5).

SCHEER, Karl-Friedrich *1981 Die Deutsche Friedensgesellschaft (1892–1933). Organisation, Ideologie, politische Ziele. Eine Beitrag zur Geschichte des Pazifismus in Deutschland*, Frankfurt a.M.

SCHETTLER, Gotthard *1985* „Ludolf Krehl 1861–1936“, in: *Semper Apertus. Sechshundert Jahre Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg 1386–1986. Festschrift in sechs Bänden*, Bd. 3: *Das zwanzigste Jahrhundert 1918–1985*, hg. v. Wilhelm Doerr, Berlin u.a., 114–135.

SCHIRN, Matthias (Hg.) *1976 Studien zu Frege I. Logik und Philosophie der Mathematik. Studies on Frege I. Logic and Philosophy of Mathematics*, Stuttgart-Bad Cannstadt (= *problemata*; 42).

SCHNEIDER, Ivo (Hg.) *1988a Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933. Einführungen und Texte*, Darmstadt.

— *1988b* „Die Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, in: Schneider *1988a*, 353–358.

SCHOENFLIES, Arthur *1900 Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Bericht, erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Tl. 1, Leipzig (= *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **8**, Heft 2).

— *1905* „Über wohlgeordnete Mengen“, *Mathematische Annalen* **60**, 181–186.

— *1906* „Über die logischen Paradoxien der Mengenlehre“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **15**, 177–184.

— *1908 Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Bericht, erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Tl. 2, Leipzig (= *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Ergänzungsbd. 2).

SCHOLZ, Heinrich *1937* „Die Wissenschaftslehre Bolzanos. Eine Jahrhundert-Betrachtung“, *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **6**, H. 3–4, 399–472.

— *1961 Mathesis Universalis. Abhandlungen zur Philosophie als strenger Wissenschaft*, hg. v. Hans Hermes/Friedrich Kambartel/ Joachim Ritter, Darmstadt.

SCHRÖDER, Ernst *1877 Der Operationskreis des Logikkalkuls*, Leipzig.

— *1890 Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Bd. 1, Leipzig.

— *1891 Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Bd. 2.1, Leipzig.

— *1895a Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Bd. 3.1: *Algebra und Logik der Relative*, Leipzig.

— *1895b* „Note über die Algebra der binären Relative“, *Mathematische Annalen* **46**, 144–158.

— *1898a* „Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien“, in: *Verhandlungen des Ersten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich von 9. bis 11. August 1897*, hg. v. Ferdinand Rudio, Leipzig, 147–162.

— *1898b* “On Pasigraphy. Its Present State and the Pasigraphic Movement in Italy”, *The Monist* **9** (1898–99), 44–62, Corrigenda 320.

— *1898c* „Ueber zwei Definitionen der Endlichkeit und G. Cantor'sche Sätze“, *Nova acta Academiae Caesareae Leopoldino-Caroliae Germanicae Naturae Curiosum* **71**, 303–362

— *1898d* „Die selbständige Definition der Mächtigkeiten 0, 1, 2, 3 und die explicite Gleichzahligkeitsbedingung“, *Nova acta Academiae Caesareae Leopoldino-Caroliae Germanicae Naturae Curiosum* **71**, 365–376.

— *1905 Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Bd. 2.2, hg. v. Karl Eugen Müller, Leipzig.

SCHRÖDER, Peter (Hg.) *1979 Vernunft, Erkenntnis, Sittlichkeit. Internationales philosophisches Symposium. Göttingen, vom 27.–29. Oktober 1977 aus Anlaß des 50. Todestages von Leonard Nelson*, Hamburg.

SCHROEDER-HEISTER, Peter *1980* P.S., Art. „Grelling“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich, 813.

— *1984* P.S., Art. „Kontinuumshypothese“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 2: *H–O*, Mannheim/ Wien/Zürich, 460–461.

SCHUBRING, Gert *1986* “The Three Parts of the Dirichlet *Nachlass*”, *Historia Mathematica* **13**, 52–56.

SCHÜLER, Wolfgang *1980 Die Objektivierung als ein Problem für die Grundlegungsversuche der Mathematik von Frege und Hilbert*, Diss. München.

— *1983 Grundlegungen der Mathematik in transzendentaler Kritik. Frege und Hilbert*, Hamburg (= *Schriften zur Transzendentalphilosophie*; 3).

— *1984* „Überlegungen zu den Grundlegungsversuchen der Mathematik von Frege und Hilbert vom Standpunkt der Transzendentalphilosophie aus", *Revue de Métaphysique et de Morale* **89**, 86–98, 361–380.

SCHÜTTE, Kurt *1934* „Untersuchungen zum Entscheidungsproblem der mathematischen Logik", *Mathematische Annalen* **109** (1933–34), 572–603, zugl. Diss. Göttingen 1933.

SCHUHMANN, Karl *1977 Husserl-Chronik. Denk- und Lebensweg Edmund Husserls*, Den Haag (= *Husserliana. Dokumente*; 1).

— *1987* „Koyré et les phénoménologues allemands", *History and Technology* **4**, 149–167.

— *1988* „Malvine Husserls ‚Skizze eines Lebensbildes von E. Husserl'", *Husserl Studies* **5**, 105–125.

— *1989* „Hans Lipps als Göttinger Phänomenologe", *Dilthey-Jahrbuch für Philosophie und Geschichte der Geisteswissenschaften* **6**, 163–181.

SCHULTZ, H. *1901 Rede am Sarge des Professors Dr. phil. Eduard Rehnisch gehalten am 6. Juli 1901*, Göttingen o.J.

SCHWAB-FELISCH, Hans *1963 Gerhart Hauptmann: Die Weber*, Frankfurt a.M./ Berlin (= *Dichtung und Wahrheit*; 1).

SCHWEIGER, Hans-Georg *1985* „Otto Meyerhof 1884–1951", in: *Semper Apertus. Sechshundert Jahre Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg 1386–1986. Festschrift in sechs Bänden*, Bd. 3: *Das zwanzigste Jahrhundert 1918–1985*, hg. v. Wilhelm Doerr, Berlin u.a., 357–373.

SERRET, J.A. *1899 Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung*, dt. bearb. v. Axel Harnack, 2. durchgesehene Aufl., Bd. 2: *Integralrechnung*, mit Unterstützung von H. Liebmann und E. Zermelo hg. v. Georg Bohlmann, Leipzig.

— *1904 Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung*, dt. bearb. v. Axel Harnack, 2. durchgesehene Aufl., Bd. 3: *Differentialgleichungen und Variationsrechnung*, hg. v. Georg Bohlmann/Ernst Zermelo, Leipzig.

SKOLEM, Thoralf *1923* „Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre", *Wissenschaftliche Vorträge gehalten auf dem Fünften Kongress der Skandinavischen Mathematiker in Helsingfors vom 4. bis 7. Juli 1922*, Helsingfors, 217–232.

— *1970 Selected Works in Logic*, hg. v. Jens Erik Fenstad, Oslo/Bergen/Tromsö.

SLUGA, Hans D. *1980 Gottlob Frege*, London u.a. (= *The Arguments of the Philosophers*).

SMITH, Barry (Hg.) *1988a Foundations of Gestalt Theory*, München/Wien (= *Philosophia Resources Library*).

— *1988b* "Gestalt Theory and Its Reception. An Annotated Bibliography", in: Smith *1988a*, 227–478.

SOMMER, Julius *1900* "Hilbert's Foundations of Geometry", *Bulletin of the American Mathematical Society* **6**, 287–299.

SPECHT, Minna/Willi EICHLER (Hgg.) *1953 Leonard Nelson zum Gedächtnis*, Frankfurt a.M./Göttingen.

STECK, Max (Hg.) *1940 Ein unbekannter Brief von Gottlob Frege über Hilberts erste Vorlesung über die Grundlagen der Geometrie. Aus dem Nachlaß von Heinrich Liebmann herausgegeben*, Heidelberg (= *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse*; 1940.6).

— *1941 Unbekannte Briefe Frege's über die Grundlagen der Geometrie und Antwortbrief Hilbert's an Frege. Aus dem Nachlaß von Heinrich Liebmann herausgegeben und mit Anmerkungen versehen*, Heidelberg (= *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse*; 1941.2).

STEIN, Howard *1988* "*Logos*, Logic, and *Logistiké*: Some Philosophical Remarks on Nineteenth-Century Transformation of Mathematics", in: Aspray/Kitcher *1988*, 238–259.

STEINER, Hans Georg *1964* „Frege und die Grundlagen der Geometrie I", *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte zur Pflege des Zusammenhangs von Schule und Universität* N.F. **10**, 175–186.

— *1965* „Frege und die Grundlagen der Geometrie II", *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte zur Pflege des Zusammenhangs von Schule und Universität* N.F. **11**, 35–47.

STERN, Paul *1897 Einfühlung und Association in der neuen Ästhetik. Ein Beitrag zur psychologischen Analyse der ästhetischen Anschauung*, Hamburg; zugl. phil. Diss. München 1897.

— *1906a* „Gegen den Versuch einer Erneuerung der Fries'schen Philosophie", *Philosophische Wochenschrift und Literatur-Zeitung* **1**, 72–90.

— *1906b* „Noch einmal J.Fr. Fries und sein neuester Apologet", *Philosophische Wochenschrift und Literatur-Zeitung* **3**, 156–161.

— *1907a* „Berichtigung", *Philosophische Wochenschrift* **7**, 88–90.

— *1907b* Paul Sten [sic!], „Berichtigung betreffend einen Aufsatz L. Nelsons in den Abhandlungen der Fries'schen Schule (Bd. II Heft 1)", *Philosophische Wochenschrift* **8**, 320–328.

STRAUSS, Herbert A./Werner RÖDER (Hgg.) *1983 International Biographical Dictionary of Central European Emigrés 1933–1945*, Bd. 2: *The Arts, Sciences, and Literature*, Tl. 1, München u.a.

STRÖBEL, Heinrich *1928* „Richard Grelling zum Gruße", *Das Andere Deutschland* **8**, Nr. 23 v. 9.6.1928.

— *1929* „Richard Grelling", *Das Andere Deutschland* **9**, Nr. 4 v. 26.1.1929.

SUDAN, Gabriel *1925* „Über die geordneten Mengen“, *Buletinul de Ştinţe Matematice pure şi aplicate* **28**, 1–23, zugl. Diss. Göttingen 1925.

TARSKI, Alfred *1936 O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej*, Lwów/Warszawa.

— *1937 Einführung in die mathematische Logik und die Methodologie der Mathematik*, Wien.

— *1966 Einführung in die mathematische Logik*, 2. neubearb. Aufl., Göttingen (= *Moderne Mathematik in elementarer Darstellung*; 5).

TAUSSKY-TODD, Olga *1987* "Remembrances of Kurt Gödel", in: R. Gödel u.a., *Gödel remembered. Salzburg 10–12 July 1983*, Neapel (= *History of Logic*; IV), 29–41.

THIEL, Christian *1972 Grundlagenkrise und Grundlagenstreit. Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaft*, Meisenheim am Glan.

— *1980a* C.T., Art. „Auswahlaxiom“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich 229–230.

— *1980b* C.T., Art. „Burali-Fortische Antinomie“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 1: *A–G*, Mannheim/Wien/Zürich 360–361.

— *1981* „Lakatos' Dialektik der mathematischen Vernunft“, in: *Wandel des Vernunftbegriffs*, hg. v. Hans Poser, Freiburg/München, 201–221.

— *1984a* „Folgen der Emigration deutscher und österreichischer Wissenschaftstheoretiker und Logiker zwischen 1933 und 1945“, *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* **7**, 227–256.

— *1984b* C.T., Art. „Hilbertprogramm“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 2: *H–O*, Mannheim/Wien/Zürich, 103–105.

— *1984b* C.T., Art. „indefinit/Indefinitheit“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 2: *H–O*, Mannheim/Wien/Zürich, 220–221.

— *1987* "Scrutinizing an Alleged Dichotomy in the History of Mathematical Logic", in: *8th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Abstracts*, Bd. 3, Moskau, 254–255.

— *1991?* „Neuere Überlegungen zur Geschichtsschreibung einzelwissenschaftlicher Disziplinen“, erscheint in: *Entwicklungen der methodischen Philosophie* [Arbeitstitel], hg. v. Peter Janich.

THIELICKE, Helmuth *1961* „Elogium für Alexander Rüstow“, in: *Gedenkschrift zur Verleihung des Freiherr-vom-Stein-Preises 1960 der gemeinnützigen Stiftung F.V.S. zu Hamburg durch die Universität Hamburg an Professor Dr. Dr.h.c. Dr.h.c. Alexander Rüstow*, o.O.u.J. [Hamburg], 5–21.

THIMME, Hans *1932 Weltkrieg ohne Waffen. Die Propaganda der Westmächte gegen Deutschland, ihre Wirkung und ihre Abwehr*, Stuttgart/Berlin.

TITZ, Anne *1985* „Von Les Milles nach Auschwitz. Zur Geschichte eines französischen Internierungslagers im zweiten Weltkrieg“, *Tribüne* **24**, 166–178.

TOBIES, Renate *1981 Felix Klein*, unter Mitwirkung von Fritz König, Leipzig (= *Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner*; 50).

— *1987* „Zur Berufungspolitik Felix Kleins — Grundsätzliche Ansichten“, *NTM. Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* **24**, 2, 43–52.

TOEPELL, Michael-Markus *1986 Über die Entstehung von Hilberts „Grundlagen der Geometrie“*, Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 2).

TONIETTI, Tito *1988* "Four Letters of E. Husserl to H. Weyl and their Context", in: *Exact Sciences and their Philosophical Foundations. Exakte Wissenschaften und ihre philosophische Grundlegung. Vorträge des Internationalen Hermann-Weyl-Kongresses, Kiel 1985*, hg. v. Wolfgang Deppert u.a., Frankfurt a.M. u.a., 343–384.

UTSCH, Rudolf *1928* R.U., „Ein Kämpferleben. Zum 75jährigen Geburtstage von Dr. R. Grelling“, *Das Andere Deutschland* **8**, Nr. 23 v. 9.6.1928.

VAN HEIJENOORT, Jean *1967 From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, Mass.

VERONESE, Giuseppe *1891 Fondamenti di geometria*, Padua.

— *1894 Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten gradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt. Mit Genehmigung des Verfassers nach einer neuen Bearbeitung des Originals* [Übersetzung Adolf Schepp], Leipzig.

Verzeichnis der Vorlesungen auf der Georg-August-Universität zu Göttingen, SS 1900–SS 1920.

VORMEIER, Barbara *1980 Die Deportierungen deutscher und österreichischer Juden aus Frankreich. La déportation des Juifs allemands et autrichiens de France. The Deportation of German and Austrian Jews from France (1942–1944)*, Paris.

WANG, Hao *1957* "The Axiomatization of Arithmetic", *The Journal of Symbolic Logic* **22**, 145–158.

WANGERIN, Albert (Hg.) *1900 Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte. 71. Versammlung zu München. 17–23. September 1899*, Bd. 2.1, Leipzig.

WANGERIN, Albert/Otto TASCHENBERG (Hgg.) *1897 Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte. 68. Versammlung zu Frankfurt a.M. 12.–26. September 1896*, Bd. 2.1, Leipzig.

WEHBERG, Hans *1929* „Richard Grelling †“, *Die Friedens-Warte* **29**, 49–50.

WEISSER, Gerhard *1972* „Erinnerungen an den Philosophen Kurt Grelling“, *Mitteilungsblätter des Forschungsinstituts für Gesellschaftspolitik und beratende Sozialwissenschaft e.V.* Nr. 16/17 (Juni 1972), 6–14.

WELLERS, Georges *1946 De Drancy a Auschwitz*, Paris (= *Centre de Documentation Juive Contemporaine. Serie „Études et Monographies“*; 6).

WEYL, Hermann *1918 Das Kontinuum. Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis*, Leipzig.

— *1944* “David Hilbert and His Mathematical Work”, *Bulletin of the American Mathematical Society* **50**, 612–654.

— *1970* “David Hilbert and His Mathematical Work”, in: Reid *1970*, 245–283.

Wie Vernunft praktisch werden kann. Zur Aktualität des philosophischen Werkes von Leonard Nelson. Ausstellungskatalog, Frankfurt a.M. 1973.

WHITEHEAD, Alfred North/Bertrand RUSSELL *1910 Principia Mathematica*, Bd. 1, Cambridge.

WINCHESTER, Ian/Kenneth BLACKWELL (Hgg.) *1988 Antinomies & Paradoxes. Studies in Russell's Early Philosophy*, Toronto.

WITTGENSTEIN, Ludwig *1921* „Logisch-philosophische Abhandlung“, *Annalen der Naturphilosophie* **14**, 185–262.

— *1922 Tractatus logico-philosophicus*, New York/London.

WITTRAM, Reinhard *1962 Die Universität und ihre Fakultäten*, Göttingen (= *Göttinger Universitätsreden*; 39).

WRIGHT, Georg Henrik von *1960 The Heterological Paradox*, Helsinki/Helsingfors (= *Societas Scientiarum Fennica. Commentationes Physico-Mathematicae*; XXIV.5).

— *1983 Philosophical Logic*, Oxford (= *Philosophical Papers of Georg Henrik von Wright*; 2).

ZERMELO, Ernst *1894 Untersuchungen zur Variationsrechnung*, Diss. Berlin.

— *1896a* „Ueber einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie“, *Annalen der Physik und Chemie* N.F. **57**, 485–494.

— *1896b* „Ueber mechanische Erklärungen irreversibler Vorgänge. Eine Antwort auf Hrn. Boltzmann's ‚Entgegnung‘“, *Annalen der Physik und Chemie* N.F. **59**, 793–801.

— *1900* „Über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf dynamische Systeme“, *Physikalische Zeitschrift* **1** (1899–1900), 317–320.

— *1902a* „Ueber die Addition transfiniter Cardinalzahlen“, *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse aus dem Jahre 1901* (Göttingen), 34–38.

— *1902b* „Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen in einer Kugelfläche“, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **47**, 201–237.

— *1904* „Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann“, *Mathematische Annalen* **59**, 514–516.

— *1908a* „Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung“, *Mathematische Annalen* **65**, 107–128.

— *1908b* „Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. I“, *Mathematische Annalen* **65**, 261–281.

— *1908c Mathematische Logik. Sommer-Semester 1908*, Vorlesungsmanuskript, UB Freiburg i.Br., Nachlaß Zermelo, Kapsel 2.

— *1908d Mathematische Logik. Vorlesungen gehalten von Prof. Dr. E. Zermelo zu Göttingen im S.S. 1908*, ausgearbeitet von Kurt Grelling, UB Freiburg i.Br., Nachlaß Zermelo, Kapsel 4.

— *1909* „Ueber die Grundlagen der Arithmetik“, in: *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma, 6–11 Aprile 1908)*, hg. v. G. Castelnuovo, Bd. 2: *Comunicazioni delle sezioni I e II*, Roma, 8–11.

— *1930* „Über Grenzzahlen und Mengenbereiche. Neue Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre“, *Fundamenta mathematicae* **16**, 29–47.

— *1931* „Über Stufen der Quantifikation und die Logik des Unendlichen“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **40**, 2. Abt., 85–88.

— *1935* „Grundlagen einer allgemeinen Theorie der mathematischen Satzsysteme. (Erste Mitteilung)“, *Fundamenta mathematicae* **25**, 136–146.

— *1967a* “Proof that Every Set Can Be Well-Ordered”, in: van Heijenoort *1967*, 139–141.

— *1967b* “A New Proof of the Possibility of a Well-Ordering”, in: van Heijenoort *1967*, 183–198.

— *1967c* “On the Foundations of Logic and Arithmetic”, in: van Heijenoort *1967*, 199–215.

ZERMELO, Ernst/Hans HAHN *1904* „Weiterentwicklung der Variationsrechnung in den letzten Jahren“, in: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, Bd. 2: *Analysis*, Tl. 1.1, Leipzig 1899–1916, 626–641.

ZIEGENFUSS, Werner/Gertrud JUNG *1949 Philosophen-Lexikon. Handwörterbuch der Philosophie nach Personen*, 2 Bde., Berlin 1949/50.

ZWYMANN, Kuno [das sind Heinrich GOESCH/Hermann KANTOROWICZ] *1902 Das Georgesche Gedicht*, Berlin.

— *1904 Aesthetik der Lyrik. I. Das Georgesche Gedicht*, neue Ausg., Berlin.

Abbildungsverzeichnis

Personenindex