LOGICA NOVA

Volker Peckhaus

Logik, Mathesis universalis und allgemeine Wissenschaft

Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert

Akademie Verlag

Priv.-Doz. Dr. Volker Peckhaus
Institut für Philosophie
Universität Erlangen-Nürnberg
Bismarckstr. 1
D-91054 Erlangen

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Peckhaus, Volker:
Logik, Mathesis universalis und die allgemeine Wissenschaft : Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert / Volker Peckhaus. – Berlin : Akad. Verl., 1997
(Logica nova)
Zugl.: Erlangen, Nürnberg, Univ., Habil.-Schr., 1996
ISBN 3-05-003111-5

ISSN 0323-5157

Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem Papier.

Das eingesetzte Papier entspricht der amerikanischen Norm ANSI Z.39.48 – 1984 bzw. der europäischen Norm ISO TC 46.

Printing: GAM Media GmbH, Berlin
Bookbinding: Verlagsbuchbinderei Mikolai GmbH, Berlin

Printed in the Federal Republic of Germany

Meinem Lehrer

CHRISTIAN THIEL

zum 12. Juni 1997

Vorwort

Dieses Buch ist meinem Lehrer Christian Thiel zu seinem 60. Geburtstag am 12. Juni 1997 gewidmet. Durch ihn bin ich noch während seiner Aachener Zeit an die Logikgeschichte herangeführt worden. In dem von ihm geleiteten Erlanger DFG-Forschungsprojekt „Fallstudien zur Begründung einer Sozialgeschichte der formalen Logik" (1985–1990) konnte ich einen Teil der Recherchen zu der hier vorgelegten Untersuchung durchführen. Mit seinen Hinweisen auf Forschungsdesiderate, seinen konstruktiven Kommentaren und Korrekturvorschlägen begleitete er diese Arbeit in allen Phasen ihres Entstehens.

Eine frühere Fassung dieser Untersuchung wurde unter dem Haupttitel *Logik und Struktur* im Juli 1995 von der Philosophischen Fakultät I der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg als Habilitationsschrift angenommen. Die hier vorgelegte Überarbeitung verdankt viel den kritischen Kommentaren von Theodor Ebert (Erlangen), Gottfried Gabriel (Jena) und Eberhard Knobloch (Berlin). Ich danke auch Adelheid Hamacher-Hermes (Bovenden), Rudolf Kötter (Erlangen) und Philipp W. Balsiger (Erlangen), die frühere Fassungen der Arbeit lasen und mich bei der Erstellung der Schlußfassung mit zahlreichen hilfreichen Bemerkungen unterstützten. Das Kapitel 5 hat von den Hinweisen Gérard Bornets (Affoltern i. E.) sehr profitiert. Mein Dank gilt zudem den Teilnehmern am Erlanger Colloquium Logico-philosophicum, in dem Teile der Schrift zur Diskussion standen.

Zitationshinweise

Zitatnachweise und weitere Literaturhinweise erfolgen in der Regel durch Angabe des Autorennachnamens und des kursiv gesetzten Erscheinungsjahres der zitierten Schrift. Diese Angaben erfolgen nicht nur in standardisierter Form, z. B. nach dem Muster „(Leibniz *1666*)", sondern sie sind teilweise auch in den Gang der Argumentation integriert, z. B. „Leibniz veröffentlichte *1666* ...". Die Angaben verweisen auf das Literaturverzeichnis. In Druck befindliche Schriften sind durch ein neben die Jahreszahl gesetztes Fragezeichen gekennzeichnet. Werke, die üblicherweise unter Verwendung von Siglen zitiert werden, sind auch hier in dieser Form bezeichnet. Die Abkürzungen sind in einem Verzeichnis „Siglen" aufgelöst. Die Orthographie folgt den zitierten Vorlagen, auch wird in der Regel die dort verwendete Symbolik übernommen. Der Zugang zu den verschiedenen Notationen wird durch ein Verzeichnis „Symbole" erleichtert. Hervorhebungen sind grundsätzlich kursiv gesetzt. Dies gilt auch für die in Fraktur-Vorlagen in Antiqua gesetzten fremdsprachlichen Termini.

Erlangen, im April 1997 Volker Peckhaus

Inhaltsverzeichnis

Vorwort VII

1 Einleitung 1
1.1 Die Vision von der Allmacht der Kalküle 5
1.2 Untersuchungsschwerpunkte 8
1.3 Forschungsstand 15
1.3.1 Die Situation der Logikgeschichtsschreibung 15
1.3.2 Logik in der Mathematikgeschichtsschreibung . . . 19
1.3.3 Geschichte der abstrakten Algebra 21
1.3.4 Synthetisierende Darstellungen 22
1.3.5 Zur Rezeptionsgeschichte der Leibnizschen Logik . . 23

2 Die Idee der *mathesis universalis* bei Leibniz 25
2.1 Leibniz' Programm einer allgemeinen Wissenschaft 27
2.2 Elemente der *mathesis universalis* 31
2.2.1 *Characteristica universalis* 31
2.2.2 *Calculus ratiocinator* 33
2.3 Leibniz' Logik 34
2.3.1 Logik und Mathematik 34
2.3.2 Der Begriff der Logik 36
2.3.3 Prinzipien der Logik 38
2.4 Die Idee des Logikkalküls 41
2.4.1 Arithmetischer Kalkül 42
2.4.2 Algebraische Kalküle 44
2.5 Leibniz und die moderne Logik 56
2.6 Metaphysik und Logik 60

3 Die frühe Rezeption Leibnizscher *mathesis universalis* und Logik 64
3.1 Christian Wolff . . . 65
3.1.1 Wolffs Logik und das Leibnizprogramm . . . 66
3.1.2 Wolff als Fortsetzer Leibnizscher Philosophie? . . . 77
3.1.3 „Leibniz-Wolffsche Philosophie" . . . 79
3.1.4 Wolffsche Schule . . . 81
3.2 Johann Heinrich Lambert . . . 82
3.2.1 Lamberts Charakteristik . . . 83
3.2.2 Algebraische Merkmalskalküle . . . 88
3.2.3 Der Linienkalkül im *Neuen Organon* . . . 94
3.2.4 Charakteristik in der Metaphysik . . . 97
3.3 Gottfried Ploucquet . . . 103
3.3.1 Ploucquets Logikkalkül . . . 104
3.3.2 Die Auseinandersetzung zwischen Lambert und Ploucquet . . . 107
3.4 Kant: Kritizismus versus Rationalismus . . . 110
3.4.1 Lambert und Kant . . . 110
3.4.2 Kritik an kalkulatorischer Logik . . . 113
3.4.3 Transzendentale und formale Logik . . . 115
3.4.4 Philosophie, Mathematik und mathematische Methode . . . 116
3.5 Hegels Kritik am Formalismus . . . 120
3.6 Leibniz' Utopie . . . 125

4 Die „logische Frage" und die Entdeckung der Leibnizschen Logik 130
4.1 Der Kontext: die „logische Frage" . . . 130
4.1.1 Friedrich Adolf Trendelenburg und die „logische Frage" . . . 132
4.1.2 Logikreformdiskussion . . . 135
4.1.3 Logik und Mathematik . . . 152
4.2 Johann Eduard Erdmann und der Beginn der Leibnizforschung . . . 164
4.2.1 Die Edition Johann Eduard Erdmanns . . . 164
4.2.2 Johann Eduard Erdmann über Leibnizens „philosophische Methode" . . . 166
4.3 Erste Auseinandersetzungen . . . 168

4.3.1 Guhrauers Kritik an der Universalcharakteristik . . 169
4.3.2 Franz Exner und Leibniz' Universalwissenschaft . . 171
4.3.3 Hermann Kern und Leibniz' *scientia generalis* . . . 175
4.3.4 František Bolemír Květ und Leibniz' Logik . . . 176
4.3.5 Trendelenburg und Leibniz' *characteristica universalis* . . . 178
4.4 Zusammenfassung . . . 181

5 Leibniz und die englische Algebra der Logik 185
5.1 Entstehung der Algebra der Logik in England . . . 185
5.1.1 Der philosophische Kontext . . . 186
5.1.2 Der mathematische Kontext . . . 194
5.1.3 Booles Logik . . . 200
5.1.4 Die Aufnahme der Algebra der Logik in Großbritannien . . . 214
5.1.5 W. St. Jevons und die Wissenschaftstheorie . . . 217
5.2 Leibnizrezeption in Großbritannien . . . 221
5.2.1 Die Wiederentdeckung von Leibniz . . . 222
5.2.2 „Historisierung" der Logik in England . . . 226

6 Ernst Schröder: „Absolute Algebra" und Leibnizprogramm 233
6.1 Ernst Schröder und sein Werk . . . 234
6.2 Einflüsse auf Schröders absolute Algebra . . . 238
6.2.1 Carl Friedrich Hindenburg und seine Schule: Kombinatorische Analysis . . . 238
6.2.2 Martin Ohm: Algebraische Analysis . . . 240
6.2.3 Die Brüder Graßmann und ihre Wissenschaftslehre 243
6.3 Grundlegung der „absoluten" Algebra . . . 254
6.3.1 Schröders Lehrbuch . . . 254
6.3.2 Die formalen Elemente der absoluten Algebra . . . 258
6.3.3 Schröders Weg zur Logik . . . 262
6.4 Logik als Modell der absoluten Algebra . . . 267
6.4.1 Umorientierung auf logische Forschung . . . 267
6.4.2 Schröders *Vorlesungen über die Algebra der Logik* . 268
6.4.3 Logik der Relative als Organon für die absolute Algebra . . . 272
6.5 Schröders Weg zu Leibniz . . . 283

6.6 Die Frege-Schröder-Kontroverse 287
6.6.1 Leibniz und Freges Logizismus 288
6.6.2 Schröders Kritik 290
6.6.3 Freges Replik 292

7 Schluß 297
7.1 Leibnizrezeption 297
7.2 Entstehung der symbolischen Logik in Deutschland und England 302
7.3 Neueinschätzung der Algebra der Logik 304
7.4 Bewertung der Logikgeschichte des 19. Jahrhunderts 307

Verzeichnisse 309
1 Siglen 309
2 Symbole 310
3 Literatur 314
4 Personen 394
5 Sachen 404

Kapitel 1

Einleitung

> Wir sprechen von einem Sonnenaufgang, wenn wir den großen Namen *Leibnizens* nennen. Mit ihm beginnt für die Aristotelische Logik das „Neue Leben“, dessen schönste Manifestation in unsern Tagen die moderne exakte Logik, unter der Form der Logistik, ist.

Mit diesen emphatischen Worten beginnt Heinrich Scholz den dritten Paragraphen *Geschichte der Logik*,[1] der mit „Die moderne Gestalt der formalen Logik“ überschrieben ist. Das Scholzsche Zitat umreißt den zeitlichen und inhaltlichen Rahmen der hier vorgelegten Untersuchung, in der es weniger um eine Analyse der Logik von Gottfried Wilhelm Leibniz (* 1. Juli 1646 in Leipzig, † 4. November 1716 in Hannover) gehen wird, als vielmehr um die Frage, in welcher Form sich dieser „Sonnenaufgang“ vollzogen hat, an dessen Ende die moderne mathematische Logik stand, die von Scholz im Einklang mit anderen Zeitgenossen „Logistik“ genannt wurde.[2]

[1]Scholz *1931*, 48. Der Band wurde als „2. unveränderte Auflage“ unter geändertem Titel als *Abriß der Geschichte der Logik 1959* wiederaufgelegt.

[2]Auf dem 2. Kongreß für Philosophie in Genf 1904 schlugen unabhängig voneinander Gregorius Itelson, André Lalande und Louis Couturat den Namen „Logistik“ für die, wie es Itelson ausdrückte, moderne Form der traditionellen formalen Logik vor. Der neue Name sollte die bis dahin synonym verwendeten Bezeichnungen „symbolische“, „algorithmische“, „mathematische Logik“ und „Algebra der Logik“ ersetzen (vgl. Couturat *1904*, 1042). Zuvor hatte der Berliner Privatgelehrte Gregorius Itelson (1852–1926) in seinem Vortrag über die „Reformation der Logik“ eine aufsehenerregende Logikdefinition vorgelegt. Er hatte der verbreiteten psychologistischen Auffassung der Logik als Denklehre seine Bestimmung der Logik als Wissenschaft von den Dingen im allgemeinen gegenübergestellt, eine Definition, die er nicht ontologisch verstanden wissen wollte, da die Logik nicht von der Existenz handele, sondern reale und nichtreale, mögliche und unmögliche Objekte unabhängig von ihrer Existenz betrachte (vgl. Couturat *1904*, 1038). In einer weiteren Mitteilung über „Logik und Mathematik“ zog Itelson eine Analogie zwischen Logik und Mathematik, die er als Wissenschaft von

Es wird sich zeigen, daß die Scholzschen Metaphern vom Sonnenaufgang und vom neuen Leben nicht stimmig sind. Sie suggerieren eine bei Leibniz einsetzende kontinuierliche Entwicklung. Davon kann aber im Falle der Entstehung und Entwicklung der sogenannten „neuen Logik" nicht die Rede sein, weder in dem Sinne, daß etwa eine kontinuierliche Entwicklung der modernen Logik mit Leibniz eingesetzt hätte, noch in dem Sinne, daß die Leibnizschen Konzeptionen bei ihrer Entstehung überhaupt eine nennenswerte Rolle gespielt hätten. Die Geschichte der modernen Logik ist eine Geschichte unbewußter Wiederentdeckungen. Dieses rezeptionsgeschichtliche Faktum tut der Bedeutung der Leibnizschen Antizipationen allerdings keinen Abbruch. Die Leibnizschen Leistungen wurden aber erst nach der Wende zum 20. Jahrhundert einem breiteren Publikum zugänglich gemacht[3] und gar erst heute in ihrer ganzen Reichweite begriffen.[4]

Aus rezeptionsgeschichtlicher Sicht fand der „Sonnenaufgang" also eher hinter Wolken statt, und der Beginn des „neuen Lebens" wäre historisch korrekter in die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts zu verlegen. Es ist dann auch Clarence Irving Lewis und Cooper Harold Langford zuzustimmen, die schon in ihrer *1932* erschienenen *Symbolic Logic* mit aller Deutlichkeit feststellten (6): "Leibnitz himself is more important for his prophetic insight, and for his stimulation of interest in the possibilities of logistic, than for any positive contribution." Diese Auffassung scheint in den dreißiger Jahren unseres Jahrhunderts nicht allgemein geteilt oder zumindest nicht jedem gegenwärtig gewesen zu sein. Zu stürmisch strebte die neue Logik ihrer Vollendung entgegen, immer weitere Anwendungsgebiete konnte sie sich erschließen. Bereits 1910 hatten Alfred North Whitehead und Bertrand Russell den ersten Band der *Principia Mathematica* herausgebracht, ein schließlich dreibändiges Werk (*1910–1913*), mit dem eine zumindest vorläufige Kodifizierung der symbolischen Logik jener Zeit erreicht wurde

den geordneten Dingen definierte (Couturat *1904*, 1040). Die offiziellen Kongreßakten (Claparède [Hg.] *1905*) verzeichnen nur die Titel der Itelsonschen Vorträge. Vorträge und Diskussion dokumentiert ausführlich Couturat *1904*, 1037–1042. Zu Itelson vgl. vor allem Buek *1926* und Oppenheimer *1926*.

[3]Insbesondere durch die Analyse nachgelassener Logikfragmente durch den französischen Philosophen und Logiker Louis Couturat (*1901*), der zudem eine Vielzahl der logisch relevanten Dokumente aus dem Nachlaß erstmals edierte (Leibniz *1903*, bei Quellenangaben künftig mit „*C*" zitiert).

[4]Vgl. z. B. die Arbeiten von Wolfgang Lenzen, insbesondere sein Buch über das *System der Leibnizschen Logik* (*1990*), wo Lenzen eine „umfassende, kohärente und konsistente Rekonstruktion des [Leibnizschen] ‚Allgemeinen Kalküls'" (X) versucht.

und das *1925–1927* in zweiter Auflage erschien. *1928* hatte der Göttinger Mathematiker David Hilbert in den zusammen mit seinem Schüler Wilhelm Ackermann ausgearbeiteten *Grundzügen der theoretischen Logik* die logische Grundlage seines metamathematischen Programms gelegt (Hilbert/Ackermann *1928*). Indem er darüber hinaus deutlich machte, daß es seiner Ansicht nach zu den Aufgaben des *Mathematikers* zähle, Logik zu betreiben und Logiklehrbücher zu schreiben, formulierte er den Anspruch der Mathematiker auf die bis dato unbestritten philosophische Disziplin Logik (vgl. Peckhaus *1992*). Aber nicht nur in der mathematischen Grundlagenforschung hatte sich die Logik etabliert, sondern auch in der Wissenschaftstheorie, vor allem durch die Aktivitäten des Wiener Kreises und anderer Propagandisten einer „wissenschaftlichen Weltauffassung". Mit seinem *1929* veröffentlichten *Abriss der Logistik* hatte Rudolf Carnap sozusagen die „logische Seite" des logischen Empirismus abgehandelt.

Scholz' *Geschichte der Logik* stand am Ende dieser Periode, die von Hans Hermes, langjähriger Assistent von Scholz in Münster und erster Nachfolger auf dessen Lehrstuhl für mathematische Logik und Grundlagenforschung, die „heroische Epoche" der neuen Wissenschaft genannt wurde,[5] und die, wie Hermes meint, in den Jahren 1930 bis 1937 „plötzlich" abgelöst wurde „durch eine Flut von Entdeckungen, die den Übergang zu einer gewissermaßen ‚domestizierten' mathematischen Theorie bewirkt haben."[6]

1931 war das Schicksalsjahr der modernen formalen Logik, die ihre zweite grundstürzende Krise nach der Veröffentlichung der logischen und mengentheoretischen Antinomien im Jahr 1903 zu bestehen hatte. In seiner 1929 eingereichten,[7] im darauffolgenden Jahr in veränderter Fassung veröffentlichten Dissertation[8] hatte Kurt Gödel das kurz zuvor noch von Hilbert und Ackermann angedeutete Desiderat eines Vollständigkeitsbeweises für die klassische Quantorenlogik 1. Stufe (vgl. Hilbert/Ackermann

[5]Diese Kennzeichnung wurde auch von Georg Henrik v. Wright in seinem Eröffnungsvortrag auf dem 11. Internationalen Kongreß für Logik, Methodologie und Wissenschaftstheorie 1991 in Uppsala über „Logik und Philosophie im zwanzigsten Jahrhundert" (v. Wright *1995*, 96) verwendet.

[6]Hermes *1986*, 45. Zu Hermes' Einschätzung der Logikgeschichte jener Zeit vgl. auch Hermes *1966*.

[7]Gödel *1929*, mit englischer Übersetzung in *CW* I, 60–101.

[8]Gödel *1930*, mit englischer Übersetzung in *CW* I, 102–123.

1928, 68) eingelöst, in seiner nur wenig später veröffentlichten Arbeit „Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. I“[9] dann aber die prinzipiellen Grenzen logischer Kalküle offenbart, indem er zeigte, daß „jede beliebig[e] voll formalisierte Theorie in einem Vollformalismus der Arithmetik gespiegelt werden kann“, daß aber „kein Vollformalismus alle wahren Aussagen der durch ihn vollformalisierten Theorie abzuleiten gestattet“ und daß zudem ein Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Arithmetik stets stärkere Beweismittel erfordert als die im arithmetischen Vollformalismus ausdrückbaren.[10]

Diese Gödelschen Unableitbarkeitsergebnisse erwiesen nicht nur die Zielvorstellung der seinerzeit allgemein verfolgten universellen Begründungsprogramme für Mathematik und Wissenschaften als prinzipiell unerreichbar. Sie bereiteten auch dem sehr viel älteren „Leibnizprogramm“ ein Ende, das den jüngeren Konzepten vom Hilbertschen Axiomatisierungsprogramm in seiner ursprünglichen Form bis zur logisch-empiristischen Einheitswissenschaft Pate gestanden und zu deren historisch-philosophischer Legitimation gedient hatte.[11] Dieses Programm zur Schaffung einer allumfassenden *scientia generalis* mit ihrer zentralen *mathesis universalis* sollte die Mittel bereitstellen, damit

> die Wahrheiten der Vernunft gewissermaßen durch einen Kalkül, wie in der Arithmetik und in der Algebra, so in jedem anderen Bereich, soweit er der Schlußfolgerung unterworfen ist, erreichbar würden.[12]

Die Bestandteile dieses „Leibnizprogrammes“ hat Christian Thiel wie folgt zusammengestellt (*1992*, 174):

> Zu diesem „Leibnizprogramm“ gehören als Hilfsmittel eine *characteristica universalis*, welche alle Relationen zwischen Dingen in Relationen zwischen Zeichen zu spiegeln erlaubt, eine *logica inventiva*, welche ausgehend von den einfachsten Relationsaussagen der Reihe nach alle Wahrheiten liefert, ferner als *calculus ratiocinator* ein Folgerungskalkül, in dem alle Schritte als bloß syntaktische Umformungen von Zeichenreihen geschehen, und eine *ars iudicandi*, die sachliche Meinungsverschiedenheiten durch Bereitstellung eines rein formalen und voll kontrollierbaren Entscheidungsverfahrens beilegen kann.

[9]Gödel *1931*, mit englischer Übersetzung in *CW* I, 144-195.

[10]So die Charakterisierung von Thiel *1992*, 173.

[11]Für eine realistische, die z. T. phantastischen Spekulationen der modischen Gödel-Debatten zurechtrückende Darstellung der Konsequenzen der Gödelschen Ergebnisse s. Thiel *1992*, bes. 173-179.

[12]Leibniz in dem Entwurf eines Briefes an C. Rödeken in Berlin 1708 (*GP* VII, 32), den Gerhardt als „letzte Kundgebung Leibnizens in Betreff der Charakteristik“ in seiner Einleitung zum 7. Band der *Philosophischen Schriften* von *1890* abdruckt (Gerhardt *1890*, Zit. 32); Zitat nach der deutschen Übersetzung in Bocheński *1956*, 321, Nr. 38.10.

1.1 Die Vision von der Allmacht der Kalküle

Gödel zeigte die Utopie des Universalitätsanspruchs des Leibnizschen Programms, der auch hinter allen mit symbolisch-logischen Mitteln operierenden Begründungsansätzen des ausgehenden 19. und des beginnenden 20. Jahrhunderts gestanden hatte. Dieser Universalitätsanspruch macht deutlich, daß die Genese der modernen Logik nicht aus sich selbst heraus zu verstehen ist, als rational rekonstruierbare Abfolge von Problemen, neuen Methoden, mit deren Hilfe herbeigeführten Problemlösungen und dadurch ermöglichten Formulierungen neuer Problemstellungen. Die Genese der modernen Logik ist eingebettet in eine umfassende, gleichwohl illusionäre philosophische Vision: die Vision von der rationalen Durchdringung der Welt, die sich in der postulierten Möglichkeit einer universellen Wissenschaft manifestiert und deren vermeintlich allmächtiges Hilfsmittel der Kalkül ist. Es ist diese Vision, die, provoziert durch die überaus dynamischen Fortschritte in Mathematik und Naturwissenschaften, in der Mitte des 19. Jahrhunderts neu entsteht und die Brücke zum Leibnizschen Rationalismus schlägt. Diese Vision läßt Leibniz als Integrations- und Legitimationsfigur moderner Wissenschaft auferstehen.

Der rezeptionsgeschichtliche Ansatz der hier vorgelegten Untersuchung führt zu einer Konzentration auf das 19. Jahrhundert, der Zeit, in der die Ideen Leibniz' unabhängig wiedererdacht, wenig später aber seine Antizipationen unter Zugeständnis ihrer Priorität entdeckt wurden. Der Boom der Logik im beginnenden 20. Jahrhundert, der paradoxerweise gerade durch den Nachweis ausgelöst wurde, daß wesentliche Begriffsbildungen des elaboriertesten formal-logischen Systems jener Zeit, gemeint ist das System der *Grundgesetze der Arithmetik* von Gottlob Frege (*1893*, *1903*), zu logischen Widersprüchen führen, wird hier nur am Rande behandelt, denn im Mittelpunkt des Interesses steht die Genese der Vision von der Allmacht der Kalküle in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts.

Wie konnte eine solche Illusion entstehen? Was waren die Gründe dafür, daß sich die formale Logik mit einem solchen Erfolg als Fundamentaldisziplin von Mathematik und Wissenschaften etablieren konnte? Der fundamentale Charakter der Logik war in der Philosophie seit Aristoteles gelehrt worden und hatte in dem Diktum Georg Wilhelm Friedrich Hegels eine Überhöhung gefunden, nach dem die Logik „als die Wissenschaft des reinen Denkens, oder überhaupt als die reine Wissenschaft" zu fassen sei.[13]

Die „neue Logik" ist aber dennoch Ausdruck einer Wandlung der Logik, die radikaler nicht hätte sein können. Diese Wandlung betraf den Begriff der Logik, ihre Darstellungsweise und ihre Methoden. Aus dem überkommenen Bestand an Gegenständen, Sätzen und Methoden dieser philosophischen Teildisziplin wurde ein Teil herausgelöst, der zunehmend die anderen Bereiche dominierte und sich schließlich durchsetzte. Der Wandel wurde von Mathematikern initiiert. Die Philosophen, zu deren Aufgaben die Entwicklung einer philosophischen Disziplin eigentlich gehört hätte, führten bei aller durchaus laut werdenden Kritik nur marginale Rückzugsgefechte.[14] Eine der Konsequenzen dieser Wandlungsprozesse

[13]Das Zitat findet sich in der ersten Ausgabe seiner *Wissenschaft der Logik* (Hegel *1812*, 1; vgl. ebd., Einleitung, X–XII). Hegel setzte die Logik aber auch mit der spekulativen Philosophie gleich (*Phänomenologie des Geistes*, Hegel *1807*, XLIV), und in seiner *Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften* betonte er: „Die *Logik* fällt daher mit der Metaphysik zusammen, der Wissenschaft der *Dinge* in *Gedanken* gefaßt, welche dafür galten, die *Wesenheiten* der *Dinge* auszudrücken" (Hegel *1830*, 34).

[14]Die Widerstände sind allerdings nie ganz erlahmt. Zu erinnern ist z. B. an Günther Jacobys Kritik in *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtsschreibung* (*1962*). Für Jacoby ist das „Skelett der Logik" die Lehre von der Identität und ihrer Verneinung (18). Die philosophische Disziplin Logik trennt er scharf von der mathematisch-einzelwissenschaftlichen Logistik, die Logik schon voraussetzt (27*ff*.). Die Logistik definiert er als „Disziplin der Symbolkalküle" (47). Sein Schüler Bruno Baron von Freytag Löringhoff hat in seinen beiden Logikbüchern (*1955*, *1967*) eine inhaltslogische Rehabilitation der aristotelischen Logik gegenüber den umfangslogischen logistischen Kalkülen versucht. *1985* legte er eine formalisierte, computereinsetzbare Form seines logischen Systems vor. Die von Jacoby beklagte mangelhafte Trennung von Logik und Logistik gibt den zahlreichen am Aspekt der Anwendung der Logik auf die natürlichen Sprachen ansetzenden Kritiken breiten Raum, vgl. z. B. Werner Lohs „Widerlegung" der klassischen Aussagenlogik mittels „erwägungslogischer" Überlegungen zur wahrheitsfunktionalen Deutung der Adjunktion (Loh *1993*, *1994*). In eine ähnliche Richtung gehen Versuche, die Dominanz der mathematischen Logik dadurch zu brechen, daß an den traditionellen Schlußlehren orientierte logische Systeme für Einsatzbereiche wie Metaphysik, Ethik und Sprachphilosophie konstruiert werden. Vgl. z. B. Fred Sommers *The Logic of Natural Languages* (*1982*), dazu Englebretsen (Hg.) *1987*, sowie Thompsons Erweiterung der traditionellen Syllogistik unter Verwendung proportionaler Quantoren (*1982*).

war, daß die Logik zumindest teilweise aus dem disziplinären Verband der Philosophie herausgelöst und in den Kompetenzbereich der Mathematik übernommen wurde. Heute wird logische *Forschung* meist nur noch an Mathematik- oder Informatikinstituten betrieben.

Für eine Untersuchung der Wandlungsphänomene wird daher der methodische Ansatz nicht disziplinär verengt sein dürfen. Er darf also nicht darauf beschränkt sein, diejenigen historischen Methoden, Probleme und Lösungen aus ihrem jeweiligen Kontext zu isolieren, deren „Relevanz" für die heutige Gestalt der mathematischen Logik evident ist. Für die Frage nach Motiven und Auslösern von Wandlungsprozessen solcher Dimension ist gerade der Kontext interessant, und der ist sowohl in der Mathematik- als auch in der Philosophiegeschichte zu suchen. Der radikale Wandel des Logikbegriffs ist daher auch nicht mit dem wissenschaftstheoretisch normierten Instrumentarium der Theorien wissenschaftlicher Revolutionen und Forschungsprogramme in der Nachfolge von Thomas S. Kuhn und Imre Lakatos adäquat zu erfassen. Dies gilt z. B. für Donald Gillies' Behauptung einer Fregeschen Revolution in der Logik, die von dem wenig überraschenden Befund ausgeht, daß die Gestalt der Logik, wie sie sich in den 60er und 70er Jahren dieses Jahrhunderts präsentierte, mit der der Zeit hundert Jahre zuvor kaum noch etwas zu tun hat (Gillies *1992*). Dies gilt aber auch für bibliometrische Untersuchungen[15] oder Eponym-Analysen.[16] Solche wissenschaftshistorischen Ansätze haben ihren (beschränkten) Erklärungswert. Sie zeigen die Eignung der symbolischen Logik als Experimentierfeld für historiographische Methodologien, denn die Entwicklungsprozesse in der symbolischen Logik sind zeitlich gut eingrenzbar und zudem mit einiger Vollständigkeit bibliographisch dokumentiert. Stets wird aber ein aus der heutigen Gestalt der (mathematischen) Logik abgeleiteter und auf die historischen Erscheinungsformen der Logik übertragener Logikbegriff vorausgesetzt. Diese Ansätze lassen die mathematischen Wurzeln der Logikentwicklung vollkommen außer acht und lösen zudem die Logikentwicklung aus der Komplexität der Diversifizierungsprozesse in

[15]Vgl. z. B. die Analyse des in der *Ω-Bibliography* (Müller [Hg.] *1987*) dokumentierten Materials in Wagner-Döbler/Berg *1993*.

[16]Vgl. z. B. die „Soziologie der formalen Logik" von Wilhelm Baldamus (*1981*).

der Philosophie des 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts heraus. In jener Zeit aufstrebende philosophische Sparten wie Erkenntnistheorie, Wissenschaftstheorie und Psychologie hatten ihren Ursprung in der Logik, letztere gar löste sich wie Teile der Logik aus dem Verband der Philosophie ganz heraus und trat in Konkurrenz zur Ursprungsdisziplin um Ressourcen im akademischen Bereich.[17]

1.2 Untersuchungsschwerpunkte

Eric J. Aiton beginnt das Vorwort seiner bedeutenden Leibniz-Biographie[18] mit einer Zusammenstellung der unauslöschlichen Spuren, die Gottfried Wilhelm Leibniz in der modernen Wissenschaft hinterlassen hat. Aiton schreibt dort u. a.:

> Through the edition of Erdmann, his [Leibniz's] project of a universal characteristic and the ensuing logical calculi, which had not been published in his lifetime, played a significant role in the history of modern logic.[19]

Aiton bezieht sich hier auf die zweibändige Ausgabe der Leibnizschen *Opera philosophica* (*1839/40*) des Hallenser Philosophen Johann Eduard Erdmann, in der erstmals die Kalkülschriften aus dem Nachlaß veröffentlicht wurden. Die Frage, ob die hier behauptete Wirkung tatsächlich bestanden hat und wenn ja, in welcher Form sie sich manifestierte, kann als zentrale Fragestellung der hier vorgelegten Untersuchung aufgefaßt werden. Zur Beantwortung muß die Rezeption der von Erdmann erstmals edierten Schriften in den Kontext sowohl der philosophischen als auch der

[17]Das größte Aufsehen erregte wohl die 1912 erfolgte Berufung des experimentellen Psychologen Erich Rudolf Jaensch auf den Marburger Philosophielehrstuhl von Hermann Cohen. Vgl. den öffentlichen Protest Paul Natorps (*1912*), die kommentierenden Berichte von Kurt Grelling (*1912*, *1913*) sowie die rechtfertigende Streitschrift von Wilhelm Wundt (*1913*). Die Auseinandersetzungen wurden von Ulrich Sieg in seiner Geschichte des Marburger Neukantianismus (*1994*) dokumentiert. Den „Psychologismusstreit" in der deutschen Philosophie behandelt allgemeiner Matthias Rath (z. B. *1994a*); vgl. auch Kusch *1995*.

[18]Peter Reuter stellt in einer Rezension fest: „Sie [Aitons Leibniz-Biographie *1985*] stellt die erste umfassende Leibniz-Biographie in englischer Sprache dar und ist nach der Übersetzung [*1991*] auch im deutschen Sprachraum ohne Konkurrenz, was Umfang und Bedeutung angeht" (Reuter *1992*, 301).

[19]Aiton *1985*, ix; in einer verdorbenen Übersetzung Aiton *1991*, 9.

mathematischen Diskussion logischer Fragen gestellt werden. Die Neubestimmung des Logikbegriffs gehörte zu den großen Themen der philosophischen Diskussion des 19. Jahrhunderts, in Deutschland gar lief sie unter einem eigenen Titel: „Die logische Frage". Dennoch wurden die symbolisch-logischen Systeme nicht von Philosophen, sondern von Mathematikern formuliert, die anerkanntes philosophisches Wissen mit neuen, mathematischen Methoden und Zwecksetzungen kombinierten. In diesem Buch wird für die These argumentiert, daß die Wandlungen der Logik durch Wandlungen in Philosophie und Mathematik vorbereitet wurden. In diesen Prozessen spielte die Leibnizsche Vision einer *scientia generalis* mit ihren Konstituenten eine herausragende Rolle. In der Philosophie z. B. wurde der Leibnizsche Kalkülgedanke in Folge der auflebenden Leibnizphilologie durchaus mit Wohlwollen aufgenommen. Die grundlagenbewußten Mathematiker fanden in der Leibnizschen symbolischen Logik mit ihrem universalistischen Anspruch nicht nur eine philosophische Rehabilitation ihrer eigenen Wissenschaft, sondern auch einen Weg, die auseinanderdriftenden mathematischen Spezialgebiete unter einem universalen Dach zu vereinen.

Das 19. Jahrhundert kann sowohl in der Philosophie als auch in der Mathematik als eine Zeit des Suchens charakterisiert werden, freilich in sehr unterschiedlichem Sinne. Während in der Philosophie die Zeit nach Hegels Tod von dem Bestreben der Überwindung der übermächtigen dialektisch-idealistischen Philosophie geprägt war, ein Bestreben, das sich in der Suche nach neuen Identitäten äußerte,[20] u. a. in einer Belebung der Philosophiegeschichtsschreibung und der Aufnahme von Editionsprojekten, befand sich die Mathematik auf dem Weg in die Moderne. Nachdem Leonard Euler (1707–1783) und Carl Friedrich Gauß (1777–1855) die Ausgangspunkte gesetzt und Analysis und angewandte Mathematik von Frankreich aus ihren Siegeszug angetreten hatten,[21] entwickelte sich das mathematische Wissen in kumulativer Weise mit ungeheurer Geschwindigkeit. Jedoch führten mangelnde Grundlagen in der Analysis, aber auch die Herausbildung nichteuklidischer Geometrien, die mit einem Prestigeverlust

[20]Schnädelbach sieht die Philosophie durch den Zusammenbruch des Idealismus in eine bis heute andauernde Identitätskrise gestürzt (*1994*, 17). Die Versuche zur Überwindung dieser Krise macht er zum wesentlichen Gegenstand seines Werkes *Philosophie in Deutschland 1831–1933* (1983, [5]*1994*).

[21]Vgl. die monumentalen *Convolutions in French Mathematics* von Ivor Grattan-Guinness (*1990*).

der Geometrie als Grundlagendisziplin einherging, zu einer „Krise der Anschauung"[22] und zu unterschiedlichsten Versuchen ihrer Überwindung, darunter das Arithmetisierungsprogramm und die Entwicklung abstrakter Algebren.[23]

Die komplexen Untersuchungsfelder der Logik- und Mathematikentwicklung können natürlich nicht vollständig dokumentiert und kommentiert werden; deshalb ist dort eine doppelte Fokussierung notwendig. Zunächst ist aus rein pragmatischen, durch den Umfang diktierten Gründen eine regionale Beschränkung auf den angelsächsischen und den deutschsprachigen Raum notwendig. Man könnte argumentieren, daß Deutschland im 19. Jahrhundert ohnehin eine Leitfunktion in der Mathematik und durch die breite internationale Wirkung des Idealismus auch in der Philosophie übernommen habe, daß zudem die wesentlichen Impulse für die hier zu untersuchenden Entwicklungen von Großbritannien ausgegangen seien, so daß die vorgeschlagene Begrenzung nicht eigentlich eine Beschränkung sei, sondern sich auch inhaltlich rechtfertigen ließe. Gerade aus der hier verfolgten rezeptionsgeschichtlichen Sicht gibt es aber gewichtige Einwände gegen eine solche Argumentation. Im 19. Jahrhundert bildete sich zunehmend die Internationalität der Wissenschaft heraus, wobei die Mathematik eine Vorreiterrolle bei der Etablierung neuer internationaler Kommunikationsformen wie z. B. internationaler Kongresse spielte. Logiker waren maßgeblich an der Propagierung von Universalsprachen beteiligt, nicht im Sinne der Leibnizschen *lingua characteristica*, sondern als Befürworter internationaler Verkehrssprachen, hießen sie nun „Volapük", „Esperanto", „Ido" oder „Latino sine flexione". Die zunächst in nur sehr

[22] So der Titel des Buches von Klaus Volkert (*1986*).

[23] Volkert argumentiert gegen Kline (*1972*, 947*f.*), daß die These, der Prestigeverlust der Geometrie und die Fragwürdigkeit mancher Verfahren in der Analysis hätten zum Arithmetisierungsprogramm geführt, als „irreführende Konstruktionen der späteren Mathematikgeschichtsschreibung" erscheine (Volkert *1986*, 89; im Original hervorgehoben), denn die nichteuklidische Geometrie sei erst um 1860 allgemein bekannt gewesen und akzeptiert worden. Außerdem sei das Arithmetisierungsprogramm zum großen Teil von Forschern verwirklicht worden, die nicht mit den Grundlagen der Mathematik befaßt gewesen seien (ebd.). Andererseits muß die Klinesche These nicht im Sinne einer direkten kausalen Reaktion interpretiert werden, denn die Besinnung auf neue Grundlagen kann ebenso durch Unbehagen bezüglich bestimmter, nicht explizit abgelehnter Entwicklungen, die auf Änderungen in Einstellungen, modischen Vorlieben oder Wandlungen in Heuristiken zurückgingen, ausgelöst worden sein. Das Volkertsche Argument würde dann nicht treffen.

geringer Anzahl auftretenden Vertreter der neuen Logik etablierten sich gleich als internationale *scientific community* mit herausragenden Mitgliedern in Großbritannien, Deutschland, Frankreich, Italien, Spanien, Rußland und nicht zuletzt in den Vereinigten Staaten von Amerika. Korrespondenzen, Schriftentausch, Studienaufenthalte, Beteiligung an internationalen Mathematiker- und Philosophenkongressen waren im ausgehenden 19. Jahrhundert die Medien einer funktionierenden internationalen Kommunikation. Eine gleichermaßen breite Einordnung der neuen Logik in die spezifischen regionalen Kontexte aller an der Entwicklung beteiligten Länder würde aber den Rahmen der Untersuchung sprengen. Mit dem angelsächsischen und dem deutschsprachigen Raum sind jedoch gleichwohl Regionen gewählt, die nicht nur als prototypisch angesehen werden können, sondern auch die Entwicklung in den anderen Ländern entscheidend geprägt haben.

Die Grundlagendiskussion in Mathematik und Philosophie wird auch inhaltlich in nur eingeschränktem Maße zu diskutieren sein. Der Fokus wird auf das Verhältnis von Mathematik und Logik gerichtet sein, also die Vereinnahmung der Logik durch die Mathematiker thematisieren und auch die Rolle aufzeigen, die der Mathematik von Philosophen in ihren Logiken und Wissenschaftslehren zugedacht wurde. Dieses Programm wird in 6 Kapiteln angegangen.

Kapitel 2 ist der ursprünglichen Formulierung des Leibnizprogramms gewidmet, der *scientia generalis* und der eng damit verknüpften *mathesis universalis*. Die Leibnizsche Programmatik wird skizziert und insbesondere die Rolle des Kalkülgedankens herausgearbeitet.

Im Kapitel 3 wird untersucht, wie die Leibnizsche Programmatik im 18. Jahrhundert insbesondere von Christian Wolff, Johann Heinrich Lambert und Gottfried Ploucquet aufgenommen wurde. Es wird gezeigt, daß die sich abzeichnende Tradition einer Berufung auf Leibniz durch den Wandel in der philosophischen Interessenlage weg von rationalistischen Ansätzen hin zu kritischen und idealistischen Systemen, wie sie bei Kant und Hegel manifestiert sind, abgebrochen wurde.

Kapitel 4 thematisiert das wiedererwachende Interesse an der formalen Logik in der deutschen philosophischen Diskussion nach Hegels Tod, die den philosophischen Kontext der frühen Rezeption der Leibnizschen Logik abgab. Obwohl diese Diskussion um die sogenannte „logische Frage" die Hegelsche Gleichsetzung von Logik und Metaphysik überwinden wollte und obwohl sie darauf ausgerichtet war, den Status der formalen

Logik im System der Philosophie neu zu bestimmen, galten die durch sie ausgelösten Reformbemühungen kaum der formalen Logik selbst, sondern vielmehr ihrer psychologischen Fundierung und ihrer Anwendung in Wissenschaftslehren, die den Anschluß an die positiven und formalen Wissenschaften der Zeit zu gewinnen versuchten. Ausführlich wird auf Positionen zum Verhältnis von Logik und Mathematik eingegangen. In diesen Diskussionskontext wird der Beginn der wissenschaftlichen Leibnizphilologie hineingestellt, wobei vor allem auf die Bedeutung von Johann Eduard Erdmanns Ausgabe der *Opera philosophica* (Leibniz *1839/40*) für die Rezeption der Leibnizschen Logik hingewiesen wird. Durch diese Edition wurden erste Auseinandersetzungen mit den Elementen der Leibnizschen *scientia generalis* angeregt, die zum Abschluß des Kapitels analysiert werden.

In den Kapiteln 5 und 6 wird die Entstehung symbolisch-logischer Systeme in Großbritannien und Deutschland behandelt. Bei allen Unterschieden waren die Entstehungsprozesse insofern ähnlich, als die mathematischen Reflexionen über die Logik in beiden Ländern mit der Diskussion über die Grundlagen der Mathematik verbunden waren, die zur Entstehung abstrakt-algebraischer Systeme führte. Die revolutionären Entwicklungen in Analysis, Zahlentheorie und Geometrie können hier nur angedeutet werden, die Entstehung abstrakt-algebraischer Theorien wird dagegen ausführlicher behandelt. Bemerkenswert ist, daß die Antizipationen der modernen Algebra durch die ersten universal-algebraischen Ansätze im ausgehenden 19. Jahrhundert ihren Ursprung in im Nov*ý*schen Sinne „traditionellen" kombinatorischen Begründungsansätzen hatten,[24] über die sich eine, wenn auch verzweigte direkte Traditionslinie zu Leibniz ziehen läßt. Es fällt weiterhin die Analogie zwischen der britischen "symbolical algebra" eines George Peacock, Duncan F. Gregory oder Augustus De Morgan und der „absoluten Algebra" Ernst Schröders in Deutschland ins Auge. Während schon in Martin Ohms *Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik* (*1822*) abstrakt-algebraische Züge zu finden sind, wurde die englische Algebra in Hermann Hankels *Theorie der complexen Zahlensysteme* (*1867*) ausführlich rezipiert. Aus beiden Quellen schöpfte Ernst Schröder mit seinem Konzept der absoluten Algebra.[25]

[24]Luboš Nový behandelt in seinem Buch über die *Origins of Modern Algebra* die kombinatorische Arithmetikbegründung von Martin Ohm in einem Abschnitt, der mit "Continuation of the traditional trend" überschrieben ist (*1973*, 81–92).

[25]Ernst Schröder formulierte das Konzept der absoluten Algebra erstmals in seinem *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra* (*1873*).

Im Lichte dieser mathematischen Grundlegungsbemühungen erscheint die Entwicklung symbolisch-logischer Systeme als zweckorientiert, da die neue Logik für mathematische Zwecke instrumentalisiert wurde. „Instrumentalisierung" heißt hier nicht, daß etwa etablierte mathematische Methoden logisch rekonstruiert worden wären, sondern vielmehr, daß die Logik als Grundlegungsinstanz für eine als grundlegungsbedürftig erwiesene Mathematik herangezogen wurde. Für diese Zwecke mußte die Logik selbst auf eine mathematisch-strenge Grundlage gestellt werden. Es wird noch festzustellen sein, daß der logikreformatorische Impetus der neuen logischen Systeme nicht deren Hauptzweck war, sondern sich in der Nebensache durch die Einordnung der Ergebnisse in die philosophische Logikreformdiskussion ergab. Das problematische Wechselverhältnis zwischen mathematischer Zwecksetzung und philosophischer Logikreform wird zu thematisieren sein.

Im einzelnen wird in Kapitel 5 die Entstehung der Algebra der Logik George Booles (1815–1864) in den Kontext des wiedererwachenden philosophischen Interesses an der formalen Logik in Großbritannien gestellt sowie in den mathematischen Kontext der "symbolical algebra" und des "calculus of operations" der Cambridger Mathematiker. Booles erste logische Arbeiten bezweckten die Begründung dieser neuen mathematischen Methoden, das mathematische Interesse wich allerdings zunehmend dem philosophisch-psychologischen Interesse an den Grundlagen der Logik. Es wird gezeigt, daß die Algebra der Logik erst durch die Bearbeitung von William Stanley Jevons in der philosophischen Diskussion Fuß fassen konnte. Von entscheidender Bedeutung war ihre Dienstbarmachung für Zwecke der Wissenschaftstheorie, wodurch sich eine, wenn auch zunächst unbewußte, Annäherung an das Leibnizprogramm ergab.

Obwohl Boole seine Logik ohne Kenntnis der Leibnizschen Werke entwarf, wurden ihm die Leibnizschen Antizipationen schon bald nach Veröffentlichung seiner *Laws of Thought* (*1854*) bekannt gemacht. Die Wege dieser frühen Leibnizrezeption und ihre Einbindung in die in den siebziger Jahren des 19. Jahrhunderts beginnende Besinnung auf die historischen Wurzeln der Algebra der Logik werden nachgezeichnet.

Im Zentrum des Kapitels 6 steht die Entstehung des algebraisch-logischen Systems des Karlsruher Mathematikers Ernst Schröder (1842–1902). Es wird gezeigt, daß Schröders Arbeiten zur Logik in sein Programm zur Schaffung einer abstrakten Algebra eingebaut waren. Die abstrakte Algebra sollte ihm die strukturellen Eigenschaften einer wissenschaftlichen Universalsprache liefern. Schröders Weg zu Leibniz wird skizziert, dessen durch Trendelenburg vermittelte Zeichentheorie zum Angelpunkt von Schröders Bemühungen um eine philosophische Begründung der Logik wurde. Das Kapitel endet mit einer Darstellung der Auseinandersetzungen zwischen Gottlob Frege und Ernst Schröder um die Frage, wessen Logiksystem der Idee des Leibnizprogramms am nächsten gekommen sei.

Im abschließenden 7. Kapitel wird auf Grundlage dieser Diskussion eine Neubewertung des Verhältnisses zwischen den symbolisch-logischen Strömungen des 19. Jahrhunderts versucht. Ungeachtet der tiefgehenden Unterschiede zwischen Logizismus und Algebra der Logik bei der Bestimmung des Verhältnisses zwischen Logik und Mathematik ist diesen Strömungen ein vorrangiges Interesse an der Begründung der Mathematik gemeinsam, das das Interesse an einer Reform der Logik überwog.

Die Berufung auf Leibniz kann als Klammer angesehen werden, durch die unterschiedliche Strömungen in der Entwicklung der modernen Logik zusammengehalten werden. Die Entwicklung der wissenschaftlichen Leibniz-Philologie lief nicht nur zeitgleich mit den Entwicklungsprozessen in der Logik ab, die von den Leibnizeditoren bereitgestellten Logikfragmente aus dem Nachlaß wurden auch sogleich in der Logikdiskussion verwendet. Indem diese Bezugnahmen auf Leibniz dokumentiert und analysiert werden, will die hier vorgelegte Arbeit einen Beitrag zu der schon *1966* von Heinrich Schepers angemahnten, „das allmähliche Bekanntwerden der Stücke aus Leibniz' Nachlaß verfolgende[n] Wirkungsgeschichte der Leibnizschen Philosophie" liefern (Schepers *1966*, 540, Fn. 4). Trotz der hier aufzuzeigenden Verwobenheit beider Entwicklungsprozesse wird sich zeigen, daß die von Aiton behauptete "significant role" der Leibnizschen Logik in der Entwicklung der modernen symbolischen Logik weitgehend zu relativieren ist. Die Berufung auf Leibniz diente den logisierenden Mathematikern vor allem der Legitimation gegenüber den Philosophen durch Berufung auf eine unstreitig anerkannte Autorität.

1.3 Forschungsstand

Reinhard Siegmund-Schultze hat in einer Studie über die Geschichte der Funktionalanalysis drei Grundtendenzen des Strukturwandels der Mathematik im ausgehenden 19. und beginnenden 20. Jahrhundert herausgestellt (Siegmund-Schultze *1981*, 4):

1. Entstehung der *Cantor*schen Mengenlehre (1874–1884) und die Durchdringung der Mathematik mit ihren Konzepten.
2. Beginn der Untersuchung abstrakter Strukturen und Herausarbeitung der „Axiomatischen Methode" (*D. Hilbert*, *G. Peano* u. a.).
3. Veränderungen im Verhältnis zwischen Mathematik und Logik, insbesondere die Begründung der mathematischen, formalen Logik (*B.* [richtig: *G.*] *Boole*, *G. Frege* u. a.) und der Beginn der eigentlichen mathematischen Grundlagenforschung.

Es ist weder in der Mathematikgeschichtsschreibung noch in der Logikgeschichtsschreibung selbstverständlich, die Logikentwicklung in einem Atemzug mit den Umwälzungen in der Mathematikauffassung des 19. Jahrhunderts zu nennen. Daß Mathematik- und Logikentwicklung heute in Verbindung gesetzt werden, ist vielmehr ein Ergebnis der vor allem in der mathematikhistorischen Forschung erreichten Bewertung der Wandlungen in der mathematischen Heuristik des 19. Jahrhunderts. Es erscheint daher lohnend, sich einmal genauer die bisherige Behandlung des Wechselverhältnisses zwischen Logik- und Mathematikentwicklung in der historischen Forschung anzusehen. Dabei wird hier vor allem dreierlei im Vordergrund stehen:

1. die Einordnung der neuentstehenden symbolischen Logik in den Kontext der Mathematikentwicklung,
2. die Behandlung abstrakt-algebraischer Systeme und ihre Wirkung auf die Logikentwicklung und schließlich
3. die Wiederaufnahme des Leibnizprogramms im 19. Jahrhundert.

1.3.1 Die Situation der Logikgeschichtsschreibung

Die Logikgeschichtsschreibung kann auf eine ausgezeichnete bibliographische Erschließung des Quellenmaterials zurückgreifen. Dies gilt sowohl für die symbolische (mathematische) Logik als auch für die traditionelle Logik. Im Bereich der symbolischen Logik ist vor allem Alonzo Churchs Pionierleistung der "Bibliography of Symbolic Logic" (*1936*) hervorzuheben, mit der seinerzeit der Gegenstandsbereich der neu gegründeten Zeitschrift *The Journal of Symbolic Logic* programmatisch umrissen worden war.[26] Diese mit Leibniz' *Dissertatio de arte combinatoria* von *1666* beginnende Bibliographie reicht bis 1935.[27] Das Churchsche Projekt wurde durch die *Ω-Bibliography* ergänzt, deren Buchausgabe 1987 erschien (Müller [Hg.] *1987*), die aber als EDV-Datenbank fortgeführt wird.[28] Diese Bibliographie „der gesamten mathematischen Logik von ihren Anfängen bis zum Jahre 1985" (Wagner-Döbler/Berg *1993*, 59) beginnt mit Freges *Begriffsschrift* von *1879*.

Ähnlich gut wie im Bereich der symbolischen (mathematischen) Logik ist auch die bibliographische Situation im Bereich der philosophisch orientierten traditionellen Logik, für den Wilhelm Risse ein vierbändiges bibliographisches Standardwerk vorgelegt hat (*1965–1979*), das neben einem chronologischen Verzeichnis der Druckschriften zur Logik (1472–1969) ein Verzeichnis der Handschriften und ein allerdings lückenhaftes Verzeichnis der logischen Zeitschriftenliteratur umfaßt.

Unter den Darstellungen zur Logikgeschichte ist Carl Prantls, in ihrem ersten Band schon 1855 erschienene vierbändige *Geschichte der Logik im Abendlande* (*1855–1870*) hervorzuheben, die bis in die Nachscholastik reicht und wegen ihres umfassenden Charakters bis heute ihren Wert hat. Prantl stellte die Auseinandersetzungen um die formallogischen Systeme der Scholastik in der Logikdiskussion des 18. Jahrhunderts auf eine neue Quellenbasis, trotz der abfälligen Wertungen, mit denen er – in Übereinstimmung mit der Mehrheitsmeinung unter den Disputanten – diese Systeme bedachte.[29]

[26]Church *1936*, 121; *1984*, 1: "It has been the intention to confine the bibliography of symbolic logic proper as distinguished from pure mathematics on the one hand and pure philosophy on the other. [...] By symbolic logic is understood the formal structure of propositions and of deductive reasoning investigated by the symbolic method."

[27]"Additions and Corrections" veröffentlichte Church *1938*, weitere Ergänzungen erschienen in späteren Bänden des *Journal of Symbolic Logic*. Eine zusammenfassende Ausgabe wurde 1984 veranstaltet (Church *1984*). Für eine Analyse der Churchschen Bibliographie vgl. Wagner-Döbler/Berg *1993*, 41–58. Eine Bibliographie von Sekundärliteratur zur Algebra der Logik hat Anellis *1995* vorgelegt.

[28]Für eine Analyse vgl. Wagner-Döbler/Berg *1993*, 59–143, darin ein Vergleich zwischen *Ω-Bibliography* und der Bibliographie von Church (60–65) sowie eine Auswertung des Datenbestandes (65*ff*.).

Eine Fortsetzung des Prantlschen Programms bis in das ausgehende 18. Jahrhundert hat Wilhelm Risse in seiner zweibändigen *Logik der Neuzeit* vorgelegt (*1964/1970*). Der Leibnizschen Logik gesteht er einen breiten Raum zu (*1970*, 170–252), seine Darstellung gestattet zudem eine Einordnung der Leibnizschen Ideen in die Logik seiner Zeit und die seiner Vorläufer. Eine ähnlich umfassende Darstellung für die Geschichte der modernen, auch symbolischen und mathematischen Logik gibt es bislang nicht. Die vorliegenden Werke präsentieren die historischen Arbeiten meist als vorbereitende Schritte auf dem Weg zur heutigen Gestalt der Logik; der philosophische und mathematische Entstehungskontext dieser Texte findet keinen Raum.

[29]Prantl schrieb z. B. im vierten Band über die spätmittelalterliche Scholastik u. a.: „Gewiss fühlt Jeder, dass wenigstens neun Zehntel von alle dem, was hier zur Darstellung kommt, lediglich auf einem werthlosen und sogar einfältigen Treiben beruhen; aber der geschichtlichen Forschung durfte es nicht erspart bleiben, auch eine derartige Periode genauer zu untersuchen und dabei zugleich dem berechtigten Verwerfungs-Urtheile, welches jeder Unbefangene über die mittelalterliche Scholastik fällen muss, durch eingehende Einzel-Kenntniss eine kaum widersprechliche Begründung zu verleihen" (Prantl *1855-1870*, Bd. IV [1870], IV). Den XX. Abschnitt seines Werkes mit dem Titel „Ueppigstes Wuchern der Scholastischen Logik" eröffnete er mit den folgenden Worten: „Unmittelbar nach Occam und durch ihn veranlasst beginnt in der geschichtlichen Entwicklung der Logik eine zum Erschrecken reichhaltige Litteratur-Periode, deren Formalismus und Abstrusität, ja – wir müssen uns so ausdrücken – deren Sinnlosigkeit fast alle Vorstellung übersteigt" (Prantl *1855-1870*, Bd. IV [1870], 1). Diese Einstellung zum von ihm behandelten Gegenstand hat schon unter Zeitgenossen Kritiker gefunden, erst recht natürlich unter den historisch gesonnenen Vertretern der späteren symbolischen Logik. Wilhelm v. Christ z. B. kolportierte in seiner Gedächtnisrede auf Prantl die Ansicht auch „einsichtsvollerer" Kritiker Prantls, „dass einer, der die historische Aufzeichnung von dem, was er selbst als Blödsinn und Borniertheit bezeichne, sich zur Lebensaufgabe stelle, unmöglich den Trieb zu höherem philosophischen Denken und Schaffen in sich verspüren könne" (v. Christ *1889*, 26). Heinrich Scholz schrieb *1931* (VI): „Für *Prantl* ist die Nichtexistenz einer exakten formalen Logik zu seiner Zeit dadurch zu einem schweren Verhängnis geworden, daß er für seine Zensurierung des Stoffes, für die Verteilung der Lichter und Schatten, sich ganz auf sich selber verlassen mußte. Die Folge davon ist eine Werturteilsbildung, die, gemessen an den Forderungen des kritischen Standpunktes, auf dem wir heute fußen können, mit den schlimmsten Versehen belastet ist." Vgl. aber auch Jacobys Versuch einer Rehabilitierung Prantls (Jacoby *1962*, 139–150).

Dies gilt für die wichtigsten Textsammlungen zur Geschichte der formalen Logik,[30] aber auch für zusammenfassende Darstellungen zur Logikgeschichte,[31] deren Zielsetzung hier prototypisch durch die Formulierung von William und Martha Kneale repräsentiert sei (*1962*, iii):

> But our primary purpose has been to record the first appearances of those ideas which seem to us most important in the logic of our own day.

Die Darstellung des Entstehungskontextes der modernen Logik wird meist auf die Vorgeschichte der Booleschen Algebra der Logik beschränkt.[32] Eine wenig beachtete Ausnahme stellt Francesco Barones *Logica formale e logica trascendentale* dar, deren erster Teil die Logikgeschichte von Leibniz bis Kant behandelt (*1957*), während der zweite Teil der Algebra der Logik gewidmet ist (*1965*). Ähnlich breit ist auch Witold Marciszweskis und Roman Murawskis Buch *Mechanization of Reasoning in a Historical Perspective* angelegt, das die Entstehung und Entwicklung der symbolischen Logik von Lullus bis in die heutige Zeit verfolgt, dies aber unter der Perspektive einer in der Verbindung zur *cognitive science* vermuteten zukünftigen Entwicklung der Logik (vgl. Marciszewski/Murawski *1995*, 11).

Die im Zentrum unserer Überlegungen zum philosophischen Entstehungskontext der symbolischen Logik stehende Diskussion um die logische Frage hat mit Leonard Rabus' *Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und Die logische Frage* (*1880*) bereits einen

[30] Z. B. Bocheński *1956*, van Heijenoort *1967*, Berka/Kreiser *1983*.

[31] So z. B. schon für Scholz' *Geschichte der Logik* (*1931*), der seine Darstellung der Logikgeschichte von Aristoteles bis Hilbert auf seine Heroen Leibniz und Frege zulaufen läßt. Einen breiteren, auch die philosophischen Logikkonzeptionen berücksichtigenden Ansatz verfolgen aber Dumitriu *1977* und Velarde Lombraña *1990*.

[32] So z. B. Styazhkin *1969*, der die "Forerunners of the Algebra of Logic of George Boole" behandelt (Kapitel 4, 137–169), darunter auch Moritz Wilhelm Drobisch (1802–1896), der George Boole (1815–1864) um mehr als 30 Jahre überlebte. Auch Kneale/Kneale (*1962*) gehen auf die der Booleschen Formulierung der Algebra der Logik parallellaufenden oder vorhergehenden Entwicklungen in der Mathematik ein (Kapitel VI, "Mathematical Abstraction", 379–434). Eine Hervorhebung verdient Massimo Mugnais Darstellung der Geschichte der Logik von Leibniz bis Frege. Mugnai behandelt nicht nur die Algebraiker, sondern diskutiert auch die Wiederaufnahme philosophisch-logischer Forschung in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts, beschränkt sich aber auf die britische Situation (Mugnai *1982*, 133–161).

zeitgenössischen Chronisten gefunden. Das Rabussche Programm wurde *1936* von Gerhard Stammler mit seinem unvollendet gebliebenen Werk *Deutsche Logikarbeit seit Hegels Tod als Kampf von Mensch, Ding und Wahrheit* wieder aufgenommen.[33] Die Rezeption der aus England kommenden symbolischen Logik durch die deutschen Philosophen hat dagegen bisher eher geringe Beachtung gefunden.[34]

1.3.2 Logik in der Mathematikgeschichtsschreibung

Die Logikentwicklung spielt in älteren Standardwerken zur Mathematikgeschichtsschreibung keine Rolle, wohl vor allem deshalb, weil die Etablierung der mathematischen Logik als Subdisziplin der Mathematik erst im Laufe des zweiten Drittels des 20. Jahrhunderts manifest geworden ist.[35] Dies gilt natürlich für Moritz Cantors *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (*1900–1908*), die ohnehin nur die Zeit bis 1799 behandeln. Felix Klein geht in seinen *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert* (*1926/27*) auf die Algebra ausführlich ein, übergeht aber die englische "symbolical algebra".[36] In neueren Handbüchern und Überblicksdarstellungen zur Mathematikgeschichte wird die Logik nicht erwähnt,[37] in Kapitel über die Entstehung der abstrakten Algebra eingefügt oder problemorientiert in eigenen Abschnitten behandelt.[38]

[33] Gerhard Stammler hatte seine große Logikgeschichte des 19. Jahrhunderts auf zwei Bände veranschlagt. Das Erscheinen des zweiten Bandes wurde durch den Krieg und Stammlers zunehmendes Augenleiden verhindert; vgl. Stammler *1968*, 613.

[34] Vgl. die Pionierstudie von Buhl *1966*, die vom Verf. in einigen Punkten revidiert und ergänzt wurde (Peckhaus *1988a*). Die Ergebnisse beider Arbeiten wurden von Jarmo Pulkkinen für eine breiter angelegte, in ihren Wertungen jedoch nicht angemessene Studie über *The Threat of Logical Mathematicism. A Study in the Critique of Mathematical Logic at the Turn of the 20th Century* (*1994*) verwertet.

[35] Zur Institutionalisierung der mathematischen Logik vgl. Peckhaus *1992*, *1993b*, 101.

[36] Im Zusammenhang mit kurzen Ausführungen zu Peano und seiner Schule, vor allem zu Peanos logisch-deduktiver Interpretation des geometrischen Kalküls der Graßmannschen Ausdehnungslehre (Peano *1888*), kündigt Klein Bemerkungen zur *logica deduttiva*, „welche die aus der Vieldeutigkeit unserer gewöhnlichen Sprache entstehenden Unsicherheiten durch Einführung bestimmter Formelzeichen für verschiedene Arten logischer Verknüpfung beseitigen will", für einen späteren Abschnitt an (Klein *1926/27*, II, 48). Diesen Teil hat er aber nicht mehr vollenden können (ebd., Fn. 2).

[37] Z. B. D. E. Smith *1923–1925*, Struik *1948*.

[38] Carl B. Boyer behandelt die Algebra der Logik im Kapitel „The Rise of Abstract Algebra" (*1968*, 632–638), allerdings unter Verwendung einer aparten Periodisierung

Dem offensichtlichen Desiderat einer Zusammenstellung verschiedener Aspekte des Verhältnisses zwischen Philosophie und Mathematik hilft die von Ivor Grattan-Guinness *1994* herausgegebene *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences* ab, die das Wechselverhältnis von Mathematik und Logik in den Teilen 5 "Logics, Set Theories, and the Foundations of Mathematics"[39] und 6 "Algebras and Number Theory"[40] abhandelt. Zunehmend scheint sich jedoch die Überzeugung durchzusetzen, daß die Entstehung der mathematischen Grundlagenforschung in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts nicht ohne Rückgriff auf die Entwicklung der Logik auch in ihren philosophischen Varianten verstanden werden kann.[41]

der Logikgeschichte: "The History of Logic may be divided, with some slight degree of oversimplification, into three stages: (1) Greek logic, (2) Scholastic logic, and (3) mathematical logic" (633). Diese Einteilung will Boyer aus Bocheńskis *Logik* (*1956*) entnommen haben, kann damit aber nur die von Bocheński für problemgeschichtlich interessant erachteten Abschnitte der Logikgeschichte meinen. Bocheńskis Periodisierung sieht nämlich anders aus: „Die Geschichte der abendländischen Logik kann in fünf Perioden eingeteilt werden: 1. die antike Periode (bis zum 6. Jahrh. n. Chr.); 2. das hohe Mittelalter (7.–11. Jahrh.); 3. die Scholastik (11. bis 15. Jahrh.); 4. das Zeitalter der modernen ‚klassischen' Logik (16.–19. Jahrh.); 5. die mathematische Logik (seit der Mitte des 19. Jahrh.)." Bocheński schränkt diese Periodisierung dann in bezeichnender Weise ein, wodurch er seine vom zeitgenössischen Logikbegriff ausgehende Geschichtsauffassung offenbart: „Davon sind aber zwei – das hohe Mittelalter und die Zeit der ‚klassischen' Logik – keine schöpferischen Perioden, so daß sie in einer Problemgeschichte fast ganz unberücksichtigt bleiben können" (*1956*, 14). Eigene Kapitel finden sich z. B. in Bourbakis *Éléments d'histoire des mathématiques* (*1960*, dt. *1971*), Morris Klines *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (*1972*, 1187–1192), Marcel Guillaumes Beitrag (*1985*) in Jean Dieudonnés *Geschichte der Mathematik. 1700–1900* (*1985*) oder Z. A. Kuzichevas Artikel (*1992*) in einem der von A. N. Kolmogorov und A. P. Yushkevich herausgegebenen Bände über *Mathematics of the 19th Century* (*1992*).

[39]Enthalten sind u. a. Arbeiten von Nathan Houser (*1994*) über die algebraische Logik von Boole bis Schröder, Francisco A. Rodríguez-Consuegra (*1994*) über mathematische Logik von Peano bis Quine, Gregory H. Moore (*1994*) über Logik und Mengenlehre und George Weaver (*1994*) über Modelltheorie.

[40]Enthalten sind u. a. Arbeiten von Walter Purkert und Hans Wussing (*1994*) über fundamentale Begriffe der abstrakten Algebra und Helena M. Pycior (*1994*) über die Philosophie der Algebra.

[41]Als jüngstes Beispiel sei José Ferreirós Studie "Traditional Logic and the Early History of Sets, 1854–1908" (*1996*) genannt.

1.3.3 Geschichte der abstrakten Algebra

Bei den speziell auf die Geschichte der Algebra ausgerichteten Werken behandelt die von Erhard Scholz herausgegebene *Geschichte der Algebra* (Scholz [Hg.] *1990*) die Beziehungen zwischen Algebra und Logik nicht, die Algebra des 19. Jahrhunderts wird im Teil III (291–398) breit gewürdigt, die Schröderschen Antizipationen der modernen abstrakten Algebra aber übersehen. Luboš Nový untersucht in seinen *Origins of Modern Algebra* (*1973*) die Zeit zwischen 1770 und 1870 und damit die Vorläufer der abstrakten Algebra. Leo Corry beginnt seine Darstellung *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures* (*1996*) bei Dedekind. Er übergeht die britische symbolische Algebra ebenso wie die Algebra Schröders und die auf diese Algebra führende Tradition.

Die Überblicksdarstellungen in Handbüchern finden ihre Ergänzung in Spezialuntersuchungen zur Geschichte der Entstehung und Entwicklung abstrakt-algebraischer Systeme im 19. Jahrhundert. Das Hervortreten des Strukturbegriffs in der Mathematik des 19. Jahrhunderts war zentraler Forschungsgegenstand der Leipziger Mathematikhistorikergruppe um Hans Wussing.[42] Hervorzuheben sind auch die Arbeiten von Hans Niels Jahnke zur algebraischen Analysis. Jahnke weist, ähnlich wie Nový für die Algebra, die Bedeutung kombinatorischer Untersuchungen (Carl Friedrich Hindenburg, Martin Ohm) für die Analysis nach.[43] Eine Einordnung der Schröderschen Schriften zur Algebra und zur Logik in die Geschichte der Entstehung der strukturellen Auffassung der Mathematik ist bisher nur von Herbert Mehrtens in seiner Arbeit über *Die Entstehung der Verbandstheorie* versucht worden.[44] Auch die Geschichte der "symbolical algebra" ist inzwischen recht gut erforscht, und zwar auch im Sinne der modernen, auch externe Einflüsse auf die inhaltliche Entwicklung des Wissens berück-

[42]Zu nennen sind u. a. neben Hans Wussings Buch über die *Genesis des abstrakten Gruppenbegriffs* (*1969*, engl. *1984*) Walter Purkerts Untersuchungen über die Entstehung des abstrakten Körperbegriffs (*1973*) und Karl-Heinz Schlotes Beiträge zur Geschichte der Algebrentheorie (*1983*, *1987*) sowie Purkert/Wussing *1994*.

[43]Vgl. vor allem Jahnkes Habilitationsschrift *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform* (*1990a*), aber auch seine kürzeren Studien (*1987*, *1990b*, *1991*, *1993*).

[44]Mehrtens *1979*. Mehrtens weist auch auf die bisher wenig beachteten Logikarbeiten von Robert Graßmann hin. Vgl. zur Schröderschen Algebraauffassung auch die Arbeiten des Verfassers (Peckhaus *1991*, *1993a*, *1994a*, *1996*), mit einer Neubestimmung des Schröderschen Logikbegriffs.

sichtigenden kontextuellen Wissenschaftsgeschichtsschreibung.[45] Die Einflüsse der symbolischen Algebra und der Entwicklung hyperkomplexer Zahlsysteme auf die Logikkonzeption George Booles sind dabei nicht übersehen worden.[46]

1.3.4 Synthetisierende Darstellungen

Ettore Carruccio hat *1964* ein Buch vorgelegt, das ganz dem Verhältnis von Logik und Mathematik in Geschichte und gegenwärtigem Denken gewidmet ist. Die mathematischen Entstehungsbedingungen der symbolischen Logik interessieren ihn nicht, er behandelt lediglich den Einsatz der Logik für die Grundlegung der Arithmetik.[47]

In seinem kontrovers diskutierten Buch *Moderne – Sprache – Mathematik* (*1990*) ordnet Herbert Mehrtens die Logikentwicklung in die Herausbildung der Mathematikauffassung der Moderne ein, die in David Hilbert ihren herausragenden Vertreter gefunden hat und die sich in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts im mathematischen Grundlagenstreit der Anfechtungen des gegenmodernen Intuitionismus zu erwehren hatte. Gegenstand des Mehrtensschen Buches ist die Entstehung dezidierter Positionen in der Philosophie der Mathematik durch die Praktiker der Mathematik, ein Gegenstand, den auch Joan L. Richards unter Konzentration auf die Wechselverhältnisse zwischen Geometrieauffassung, Vorstellungen

[45]Von großer Bedeutung für die weitere Forschung war Elaine Koppelmans Arbeit "The Calculus of Operations and the Rise of Abstract Algebra" (*1971/72*). Vgl. zur britischen Algebra auch die Arbeiten von Helena M. Pycior (*1976*, *1981*, *1982*, *1984*, *1994*).

[46]*1991* hat Maria Panteki auf die Arbeit von Koppelman aufbauend eine bisher nicht veröffentlichte *doctoral thesis* über *Relationships between Algebra, Differential Equations and Logic in England, 1800–1860* vorgelegt, in der umfassend über den mathematischen Entstehungskontext der britischen Algebra der Logik informiert wird. Vgl. auch die Arbeiten Laitas zur Entstehung der Booleschen Logik (*1976*, *1977*), aber auch schon Nagel *1935* sowie Eberhard Knoblochs Studien zur Symbolik in der Mathematik (vor allem Knobloch *1981*, einer Fortführung von Knobloch *1980* mit Spezialisierung auf das 19. und beginnende 20. Jahrhundert). Vgl. zum letztgenannten Gegenstandsbereich auch Murawski/Bedürftig *1995*.

[47]Carruccio setzt sich zum Ziel "to show the development of the most important fundamental concepts of mathematics, and particularly the contribution made by mathematical thought to the evolution of logic" (*1964*, 109). Da er dieses Programm von den Anfängen bis in die heutige Zeit abzudecken versucht, bleiben seine Ergebnisse im einzelnen unergiebig.

zur mathematischen Wahrheit und mathematischer Ausbildung im Viktorianischen England in ihrem Buch *Mathematical Visions* (*1988*) behandelt. Sie überschreitet damit ihr eigentliches Thema, die englische Geometriegeschichte des 19. Jahrhunderts, und gelangt zu einer komplexen Beschreibung des wissenschaftlich-kulturellen Kontextes und damit auch des Kontextes der Logikentwicklung in Großbritannien.[48]

Eine Zusammenschau von Logik- und Mathematikgeschichte vom 18. bis zum Ende des 19. Jahrhunderts hat Ivor Grattan-Guinness *1988* vorgelegt. Er vertritt darin eine Theorie von zwei Traditionslinien, die weitgehend unverbunden verlaufend zur algebraisch-logischen und zur mathematisch-logischen Logikauffassung geführt haben.

1.3.5 Zur Rezeptionsgeschichte der Leibnizschen Logik

Albert Heinekamp hat die Zeit um die Wende zum 20. Jahrhundert als tiefen Einschnitt in der Geschichte der Leibniz-Forschung, ja als Neuanfang bezeichnet (Heinekamp *1988*, 1*f.*). Heinekamp bezieht sich bei diesem Urteil auf die Bedeutung der Leibnizmonographien von Bertrand Russell (*1900*), Louis Couturat (*1901*) und Ernst Cassirer (*1902*). Während im 19. Jahrhundert das Leibnizsche Werk noch von der Geschichte der abendländischen Metaphysik her behandelt worden sei, hätten die genannten Autoren geglaubt, in der Logik das Zentrum des Leibnizschen Denkens finden zu können. „Fast die gesamte Leibniz-Literatur der folgenden Jahre kann – freilich mit Abstufungen – als Auseinandersetzung mit den drei Werken verstanden werden" (Heinekamp *1988*, 2).

Obwohl der Beginn der Leibniz-Rezeption und -Philologie im 18. und 19. Jahrhundert recht gut erschlossen ist und u. a. Gegenstand des IV. Internationalen Leibnizkongresses 1983 in Hannover war,[49] ist die im 19. Jahrhundert ebenfalls feststellbare Rezeption der Leibnizschen Logik weitgehend unbeachtet geblieben. Das von Schepers angemahnte Desiderat ist also bisher nicht eingelöst worden.[50]

[48]Vgl. zum Zusammenhang der Geometrieentwicklung mit der Ausbildung moderner logischer Konzeptionen den klassischen Aufsatz von Ernest Nagel "The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry" (*1939*).

[49]Die Kongreßakten *Leibniz Werk und Wirkung* wurden durch eine Auswahlsammlung zur Wirkungs- und Rezeptionsgeschichte ergänzt (Heinekamp [Hg.] *1986*).

[50]Guido Zingari behandelt in seinen Studien über Leibniz, Hegel und den deutschen Idealismus ausführlich das Verhältnis Hegels zur Leibnizschen Logik und Philosophie der Mathematik (*1991*, *1993*), schweigt aber zur nachhegelschen Zeit.

Zur Leibnizschen Logik selbst und insbesondere zu ihrer in den dreißiger Jahren beginnenden Interpretation als axiomatisierter Kalkül (Schupp *1988*, 45) ist eine große Anzahl von Büchern und Aufsätzen erschienen, die durch die vorliegenden Leibnizbibliographien mustergültig erschlossen ist.[51]

[51]Zu nennen ist vor allem die von Kurt Müller begründete (*1969*) und von Albert Heinekamp neubearbeitete und fortgesetzte (Heinekamp [Hg.] *1984*, *1996*) *Leibniz-Bibliographie*, die in den *studia leibnitiana* fortgeschrieben wird. Eine Bibliographie der veröffentlichten Werke von Leibniz hat Emile Ravier *1937* vorgelegt.

Kapitel 2

Die Idee der *mathesis universalis* bei Leibniz

Ziel dieses Kapitels ist es, die Leibnizsche Idee einer *scientia generalis* mit der darin eingebundenen *mathesis universalis* zu skizzieren, die Bestandteile dieses Programmes vorzustellen und insbesondere die Rolle seiner logischen Komponenten zu veranschaulichen. Damit soll eine Bewertung der frühen Rezeption dieser Idee ermöglicht werden, wobei natürlich zu berücksichtigen ist, daß zahlreiche der zu besprechenden Stücke erst in unserem Jahrhundert zugänglich gemacht worden sind. Es wird hier nicht eine ins Detail gehende, philologisch orientierte Diskussion der Leibnizschen Schriften angestrebt; dafür sei auf die inzwischen zahlreich vorliegenden Standardwerke verwiesen: Schon die Arbeiten der Pioniere der Leibnizrenaissance des beginnenden 20. Jahrhunderts sind hier zu nennen, an erster Stelle Louis Couturats im Geiste der seinerzeit aufblühenden mathematischen Logik verfaßte Exposition Leibnizscher Logik (*1901*), aber auch Bertrand Russells axiomatisch-deduktive Rekonstruktion Leibnizscher Metaphysik (*1900*) und die *1902* erschienene neukantianisch geprägte Interpretation des philosophischen Systems von Leibniz durch Ernst Cassirer.[1] Neuere Darstellungen zur Logik sind von einer Rehabilitation der intensionalen Präferenzen Leibniz' in seiner Logik geprägt, die ja noch von Couturat eher verständnislos beurteilt worden waren.[2] Die Bedeutung

[1]Vgl. auch Bertrand Russells ausführliche Besprechung der Werke von Couturat und Cassirer, bei letzterem mit deutlicher Kritik am Kantischen Ansatz (Russell *1903b*). Zur Leibnizrezeption im Marburger Neukantianismus vgl. Holzhey *1983b*; zu Cassirer ebd., 291–295.

[2]Vgl. z. B. Couturat *1901*, *23f*. An erster Stelle ist hier Raili Kauppis Untersuchung zu nennen, die einen besonderen Schwerpunkt auf das Verhältnis von Intension und Extension in der Leibnizschen Begriffslogik legt und den meist intensionalen Charakter dieser Logik betont (Kauppi *1960*). Vgl. auch die Studien von Christian Thiel *1975*,

des intensionalen Ansatzes wird natürlich in der heutigen Zeit einer Konjunktur intensionaler Systeme in der Philosophie der Logik mit größerem Wohlwollen eingeschätzt.[3]

Die Zusammenschau der Leibnizschen Logik mit anderen Aspekten seines philosophischen Systems ist seit jeher ein großes Thema der Leibnizforschung, wobei vor allem das Verhältnis der Logik zur Metaphysik[4] und ihre Beziehungen zur Sprache zu nennen sind.[5] Das universalwissenschaftliche Programm im Zentrum Leibnizscher Metaphysik ist zwangsläufig Gegenstand der genannten Arbeiten, wird aber auch in selbständigen Abhandlungen und Aufsätzen behandelt.[6] Es hat zudem nicht an Versuchen gefehlt, die Couturatsche Bewertung der Leibnizschen Logik zu überprüfen, hatte sie Couturat doch gegenüber der Booleschen Algebra der Logik herausgehoben (Couturat *1901*, 386): «En un mot, il [Leibniz] possédait presque tous les principes de la Logique de Boole et de Schröder, et sur certains points il était plus avancé que Boole lui-même». Die Reichweite

1979, *1991*. Massimo Mugnai hat die Leibnizsche Theorie der Relationen untersucht (*1989*).

[3]Dies zeigt schon ein Blick in den von Albert Heinekamp und Franz Schupp herausgegebenen Symposiumsband *Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart* (*1979*).

[4]Dietrich Mahnke hat schon *1925* eine große Untersuchung über „Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmetaphysik" vorgelegt, in der er auch ausführlich verschiedene Perspektiven auf Leibniz in der Philosophiegeschichtsschreibung seiner Zeit diskutiert. Das Verhältnis von Logik und Metaphysik wird u. a. in den Leibnizbüchern von Gottfried Martin (*1960*, [2]1967) und George H. R. Parkinson (*1965*) behandelt. Letzteres ist von einer Auseinandersetzung mit der Metaphysik-Interpretation Russells geprägt. Vgl. die „harmonisierenden Darstellungen" (Heinekamp *1988*, 23–25) von Aron Gurwitsch (*1974*) sowie Klaus Erich Kaehlers Darstellung von Leibniz' *Position der Rationalität* (*1989*). Eine Sammlung mit wichtigen Stellungnahmen zur Verbindung von Logik und Metaphysik haben Albert Heinekamp und Klaus Schupp *1988* herausgegeben; s. dort auch Heinekamps Einleitung (*1988*).

[5]Hier sind vor allem die Standardwerke von Hans Burkhardt (*1980*) und Hide Ishiguro (*1990*) zu nennen. Albert Heinekamp hat sich in einer Reihe von Studien der Leibnizschen Sprachphilosophie gewidmet (*1972*, *1975*, *1976*, *1992*).

[6]Hingewiesen sei hier nur auf Duchesneaus Werk zur Leibnizschen Auffassung von der Methode der Wissenschaft (*1993*), Lorenz Krügers Kritik am Leibnizschen Rationalismus und seiner universellen Logik (*1969*), auf den Handbuchartikel von Jürgen Mittelstraß und Peter Schroeder-Heister (*1986*) über die Elemente einer *mathesis universalis* bei Leibniz sowie zur Verbindung von Einheitswissenschaft und Einheit der Wissenschaftssprache als konstitutive Elemente einer „Leibniz-Welt" auf Mittelstraß *1994*.

der Leibnizschen Antizipationen moderner Logiksysteme ist durch Vergleiche seiner Logik mit diesen Systemen ausgelotet,[7] und seine Logik ist mit modernen Mitteln rekonstruiert worden.[8]

Die prophetische Modernität vieler der Gedanken von Leibniz legte den Versuch nahe, die Behandlung seiner Philosophie an die zentrale Stelle von Arbeiten zu rücken, die der Herausbildung der modernen rationalistisch geprägten Geisteshaltung gewidmet sind.[9] Dies ist z. B. durch Hervorhebung der logischen Durchdrungenheit von Kosmologie, Metaphysik und Theologie bei Leibniz (Panlogismus)[10] geschehen oder durch Herausarbeitung des Kalkülgedankens als Fortsetzung neuzeitlicher Mathematisierungsbestrebungen.[11]

2.1 Leibniz' Programm einer allgemeinen Wissenschaft

Leibniz' Logik war dem Traum von einer allgemeinen Wissenschaft verpflichtet, die der auseinanderstrebenden Mannigfaltigkeit des Wissens und der Wissenschaften systematische Einheit geben sollte. Die *scientia generalis* ist die Kunst, alle Wissenschaften aus hinreichenden Daten zu erfinden und zu beurteilen (*GP* VII, 60). Mit seinem Programm steht Leibniz, allerdings kritisch distanziert, in der Tradition der Lullistischen *ars magna*.[12]

[7]Vgl. z. B. Scholz *1942*, der die Zusammenhänge der *mathesis universalis* mit dem Hilbertschen metamathematischen Programm diskutiert, Lenzen *1987*, der die Isomorphie einer rekonstruierten Leibnizschen Logik mit einer Booleschen Mengenalgebra zeigt, sowie Lewis *1918* (s. Neuausgabe, 5–18), Schischkoff *1947*, Poser *1988*, die die behauptete Vorwegnahme des Logizismus durch Leibniz untersuchen.

[8]Vgl. vor allem die Arbeiten von Wolfgang Lenzen (u. a. *1983*, *1984*), die in seiner Darstellung des *Systems der Leibnizschen Logik* (*1990*) kulminieren. Zu erwähnen ist aber auch Kuno Lorenz' Versuch einer logischen Rekonstruktion von Leibnizens Monadenlehre (*1989*).

[9]Vgl. z. B. Jürgen Mittelstraß' *Neuzeit und Aufklärung* (*1970*, zum Leibnizschen Kalkülgedanken u. a. 425–452).

[10]Vgl. Gurwitsch *1974* und in kritischer Fortführung Kaehler *1989*.

[11]Z. B. Krämer *1991*. Vgl. auch Krämer *1988*. Für die Einordnung der Leibnizschen Logik in die Logikentwicklung der Neuzeit ist Wilhelm Risses Standardwerk weiterhin unverzichtbar (Risse *1964*/*1970*; zu Leibniz *1970*, 170–252).

[12]Vgl. Risse *1964*, 532–537. Risse betont, daß die Lullschule „einzig von Lullus aus, nicht auf Leibniz hin" zu verstehen sei. Leibniz systematisiere anders, die Logik sei bei

Die Idee einer *mathesis universalis* geht auf Descartes zurück, der darunter eine allgemeine Theorie der Größen und Größenverhältnisse verstand.[13] Die *mathesis universalis* umfaßte nicht nur Geometrie und „geometrische Universalwissenschaft“, sondern auch allgemeine Methodenlehre und „geometrische Metaphysik“ (Mittelstraß/Schroeder-Heister *1986*, 394). Bei Descartes fehlte aber die konstruktive oder operationale Komponente der Wissensbildung, als deren hervorragender Propagator Leibniz sich profilierte. Es ist Descartes' Einfluß geschuldet, daß Leibniz die schon in seinen Jugendschriften verfolgten wissenschaftlich-methodischen und logischen Konzeptionen in einen übergeordneten universalwissenschaftlichen und universalmathematischen Rahmen eingeordnet hat.[14]

Bei Leibniz war die *scientia generalis* zunächst einer eher profanen Zwecksetzung verpflichtet. Sie sollte als methodisches Instrument (Orga-

Lullus und seinen Anhängern weder zuerst noch durchgehend mit Mathematik verbunden worden (532). „Lulls *Ars magna* ist mystisch auf das Übervernünftige, nicht logisch auf das Vernünftige ausgerichtet. Denn anders als Leibniz im 17. Jh. geht es Lullus im 13. Jh. nicht primär um das mathematische Problem, die genaue Anzahl möglicher Zeichenverbindungen zu finden, und erst recht nicht um einen mathematischen Kalkül als Ersatz für inhaltliches Denken, also auch nicht darum, ein gestelltes Problem logisch zu entscheiden. Sondern Lullus will in seiner später als *algebra speciosa* bezeichneten *Ars magna*, an die magische Erkenntniskraft des Wortes glaubend, durch die Summierung der das Wesen der Dinge kennzeichnenden Prinzipienbegriffe die vielfältigen Beschaffenheiten des Seins vollkommen erfassen“ (533). Gegen eine Überbewertung des Lullischen Einflusses auf die Entwicklung der modernen Logik argumentieren Marciszewski/Murawski (*1995*, 62–76), wobei sie jedoch Lulls Wirkung auf Leibniz zu gering einschätzen.

[13]Zur Begriffsgeschichte vgl. Kauppi *1980*. Zur *mathesis universalis* bei Descartes vgl. Mittelstraß *1978*. Mittelstraß schränkt ein, daß bei Descartes die Grenzen zwischen einer Universalwissenschaft, deren methodische Regeln im *Discours* (*1637*) enthalten seien, und einer *mathesis universalis* nicht genau bestimmt seien, er halte es aber für sicher, daß letztere enger gefaßt seien als die Universalwissenschaft (181). Die Analyse wird dadurch erschwert, daß, wie Arndt feststellt, „der Ausdruck ‚mathesis universalis‘ in Descartes' Sprachgebrauch nur vereinzelt und nirgends mit greifbarer Bestimmtheit auftritt, zumal auch andere Ausdrücke wie ‚mathesis pura et abstracta‘ oder ‚vera mathesis‘ in gleicher oder sehr ähnlicher Bedeutung gebraucht werden“ (Arndt *1971*, 30*f.*). Für einen Vergleich der Auffassungen zur *mathesis univeralis* und zur mathematischen Methode bei Descartes, Leibniz, Wolff und Lambert vgl. Arndt *1971*.

[14]Kauppi *1960*, 18, weist darauf hin, daß in dem während Leibniz' Pariser Zeit (1672–1676) verfaßten Fragment ≪De la sagesse≫ (*GP* VII, 82–85) der Descartessche Einfluß besonders deutlich wird.

non) für den Aufbau einer deduktiven Enzyklopädie dienen,[15] mit der die systematische Einheit der Wissenschaften durch eine Erfassung und Ordnung des von den Menschen auf allen erdenklichen Gebieten erreichten Wissens geschaffen werden sollte. Dieses die Leistungsfähigkeit eines einzelnen übersteigende Programm sollte unter Mitwirkung zahlreicher in zu gründenden Akademien und Gesellschaften tätiger Gelehrter durchgeführt werden.[16] Da zunächst an eine Verwirklichung des Akademienplans nicht zu denken war, widmete sich Leibniz daher vorbereitenden Entwürfen, in denen *Initia et specimina scientiæ generalis* entwickelt werden sollten, also erste Elemente und Probestücke der allgemeinen Wissenschaft, die als Einleitung zur später zu verwirklichenden Enzyklopädie dienen sollten.[17]

Logik als Lehre vom Denkbaren als solchem[18] wird in den vorbereitenden Entwürfen mit der *scientia generalis* gleichgesetzt, sie enthält die Prinzipien aller Wissenschaften. Ihr untergeordnet sind die *mathesis universalis*, die auf den Bereich der anschaulichen (imaginablen) Dinge, und die Metaphysik, die auf den Bereich der denkbaren (intelligiblen) Dinge eingeschränkt ist.[19]

Die *mathesis universalis* ist eingeteilt in eine „scientia qualitatum de simili et dissimili“ und eine „scientia quantitatum de aequali et inaequali“, weil sich die Vorstellungsfähigkeit sowohl auf Qualität wie auf Quantität bezieht, wie Leibniz in den „Elementa Nova Matheseos Universalis“

[15]Vgl. Schepers *1988*, 352. Zur *scientia generalis* vgl. auch Couturat *1901*, 176–282; Arndt *1971*, 99–123; Schepers *1992* sowie eher rekonstruierend Mittelstraß/Schroeder-Heister *1986*.

[16]Leibniz sollte in der Akademienfrage schließlich mit der Gründung der Berliner Akademie der Wissenschaften im Jahre 1700 ein im Vergleich zum Programm eher bescheidener Erfolg beschieden sein. Vgl. die Beiträge im Symposiumsband *Leibniz und Berlin* (Poser/Heinekamp [Hgg.] *1990*).

[17]Vgl. Couturat *1901*, 138–141; Kauppi *1960*, 14*f.*, 27. Ein Leibnizscher Entwurf zu diesem Buch trägt den Titel: „Introductio ad Encyclopædiam arcanam; sive initia et specimina Scientiæ Generalis de instauratione et augmentis scientiarum“ (*C*, 511–515). Zur Unterscheidung zwischen „initia scientiae generalis“ und „specimina scientiae generalis“ vgl. Schneider *1988*, 162*f.*

[18]So die Bestimmung der *scientia generalis* in der „Introductio ad Encyclopædiam arcanam“: „Scientia Generalis nihil aliud est quam Scientia [cogitandi] de Cogitabili in universum quatenus tale est“ (*C*, 511).

[19]*C*, 556: „*Logica* est Scientia generalis.
Mathesis est scientia rerum imaginabilium.
[Theologia] *Metaphysica* est scientia rerum intellectualium.
Moralis est scientia affectuum.“

ausführt.[20] Die *mathesis universalis* wird von der *mathesis specialis* unterschieden, zu der Leibniz im allgemeinen die drei mathematischen Teildisziplinen Algebra (auch „Logistica"), Arithmetik und Geometrie zählt.[21]

Unter Berücksichtigung der universalen Charakteristik als Organon der *scientia generalis*[22] wird, so Martin Schneider, die ganze Tragweite der *mathesis universalis* deutlich:

> Sie ist einerseits eine Logik der Imagination, und insofern auf anschauliche Gegenstände restringiert, andererseits aber, insofern Zähl- und Rechenprozesse nichts anderes als logisch-kombinatorische Transformationsprozesse darstellen, auch auf nicht-anschauliche Gegenstandsbereiche anwendbar, wenn sich diese in einem Zeichensystem formalisieren, und das heißt: in einem indirekten Sinne *veranschaulichen* lassen. Damit werden auch nicht-mathematische Gegenstandsbereiche, etwa die intelligiblen Bereiche der Metaphysik oder der Moral, einer Mathematisierung zugänglich.[23]

Die *mathesis universalis* ist also auf die (anschaulichen) Gegenstände der Mathematik bezogen; sie wird aber nicht scharf von der kalkulierenden Logik als Wissenschaft von den allein aufgrund der Form gültigen Schlußweisen getrennt, sondern mit dieser identifiziert.[24]

Max Bense hat die *mathesis universalis* als Leibniz' „Ideologie der Mathematik" bezeichnet, genauer als „generalisierte Mathematik nichtmathematischer Gegenstände" (Bense *1946*, 5), die auch bei Descartes, Pascal und anderen zu finden, aber nur von Leibniz in einer Mathematik, Logik, Metaphysik und Theologie umfassenden Spannbreite umgesetzt worden sei (11). In dieser Leibnizschen „Ideologie" geht es nicht primär um eine Übertragung der mathematischen Methode auf die Logik und darauf

[20]„Imaginatio generaliter circa duo versatur, Qualitatem et Quantitatem, sive magnitudinem et formam; secundum quæ res dicuntur similes aut dissimiles, æquales aut inæquales" (*C*, 348).

[21]Im „Consilium de Encyclopædia nova conscribenda methodo inventoria" von 1679 (*C*, 30–41) zählt Leibniz zu den in einer Enzyklopädie zu behandelnden Wissenschaften u. a. die *logistica*, „de toto et parte, sive de magnitudine in genere, rationibusque ac proportionibus, in quam incidit Quintum Euclidis Elementum, et magna pars Algebræ", die *arithmetica*, „sive de distincta magnitudinum per numeros expressione" und die Geometrie, „sive scientia de situ et figuris" (*C*, 37).

[22]*GP* VII, 205.

[23]Schneider *1988*, 171. Hervorhebung im Original gesperrt.

[24]Leibniz, *Nouveaux essais* IV, 17, § 8; vgl. Kauppi 1980.

aufbauender Wissensgebiete, sondern um den Versuch, in diesen Gebieten dasselbe Maß an formaler Gewißheit wie in der Mathematik zu erhalten,[25] „denn", so formuliert es Risse,

> entscheidend ist nicht die methodische Anwendung des Schemas der Definitionen, Axiome und Lehrsätze[,] sondern die systematische Begründung all dieser Satzarten derart, daß sie selbst mit den Mitteln der Mathematik dargestellt werden und somit formal in sich umformbar sind und ihnen material die Sicherheit der Mathematik zukommt.[26]

2.2 Elemente der *mathesis universalis*

2.2.1 *Characteristica universalis*

Das Leibnizsche Programm einer universellen Rekonstruktion des Wissenschaftssystems stützte sich auf eine einheitliche Wissenschaftssprache, deren Kernstück eine universelle Zeichenlehre, eine *characteristica universalis* sein sollte.[27] Diese *characteristica universalis* ist das Organon der *scientia generalis* (*GP* VII, 205), ein Werkzeug, das es gestattet, Denkstrukturen auf ein Zeichensystem abzubilden und Denkprozesse durch Veränderungen der Zeichen zu versinnbildlichen. In der Repräsentation des Gedankens im Zeichen und des Denkprozesses in der Transformation von Zeichenkomplexen erschöpfen sich allerdings nicht die Aufgaben, die Leibniz seiner Charakteristik zudachte. Eine komplexe Beweiskette sollte in einer einzigen Formel konzentriert werden können und der Beweisgang so mit einem Blick erfaßbar sein. An die Stelle der sukzessiven Ausführung der Denkschritte sollte die nur im symbolischen Denken zu vollbringende Simultaneität treten, wie Eberhard Knobloch im Anschluß an Ernst Cassirer betont.[28]

Die symbolische Erkenntnis, eine Erkenntnis also, die sich nicht Begriffen (Ideen), sondern wie in der Mathematik Symbolen (Zeichen) bedient,[29]

[25]Vgl. Risse *1970*, 176–178, mit Belegen.

[26]Risse *1970*, 177. Zur Methode bei Leibniz unter Betonung ihrer analytischen Aspekte vgl. Engfer *1982*, 168–218.

[27]Vgl. zur Leibnizschen Zeichenlehre u. a. Heinekamp *1972*, 449–454.

[28]Knobloch *1980*, 79. Knobloch bezieht sich auf Ernst Cassirers *Philosophie der symbolischen Formen* (*1929*, 451).

[29]Siehe die Einteilung der Begriffe oder Ideen in „Meditationes de Cognitione, Veri-

hat zentrale Bedeutung für das menschliche Denken. Aus der Idee des jugendlichen Leibniz, Ordnungskategorien nicht nur für einfache Termini nach dem Vorbild der Aristotelischen Prädikamente, sondern auch für komplexe Termini, also Aussagen, zu finden, erwuchs der Gedanke, daß es möglich sein müßte, zu den einfachsten Bestandteilen, mit denen menschliches Denken operiert, zu gelangen, die dann als ein Alphabet der menschlichen Gedanken (*alphabetum cogitationum humanarum*)[30] zusammengestellt werden könnten. Die Kombination der Buchstaben dieses Alphabets und die Analyse der aus ihnen entstandenen Wörter könnte zur Findung und Beurteilung jeder möglichen Erkenntnis führen.[31]

Die erste Idee einer universalen Charakteristik hat Leibniz schon in der *Dissertatio de arte combinatoria* von *1666* entwickelt. Danach sind Charaktere (Zeichen) sinnlich wahrnehmbare Gestalten. Die *ars characteristica* ist nun die Kunst, Zeichen so zu bilden und zu ordnen, daß sie untereinander in denselben Relationen stehen wie die durch sie repräsentierten Gedanken. Ein Ausdruck ist ein Komplex von Zeichen, der für die Sache steht, die durch ihn ausgedrückt wird. Die einzelnen Zeichen, die diesen Komplex bilden, repräsentieren jeweils die Ideen, aus denen die Sache, die ausgedrückt wird, zusammengesetzt ist.[32] Charaktere sind im allgemeinen Dinge, durch die Relationen zwischen Gegenständen auf einfachere Weise ausgedrückt und damit leichter behandelt werden können als das, was durch sie ausgedrückt wird.[33] Neben Buchstaben und mathematischen Zeichen können auch geometrische Figuren, Bilder oder Modelle Charaktere sein.

tate et Ideis", *GP* IV, 422–426. Zur frühen Rezeption dieser Schrift, die auch entscheidenden Einfluß auf die Logik Christian Wolffs hatte, vgl. Ludovici *1737*, I, § 317. Zu Leibniz' Leistungen in der mathematischen Symbolik vgl. Cajori *1925*.

[30]Diese Bezeichnung findet sich u. a. in „De Organo sive Arte Magna cogitandi" (*C*, 429–432, 430).

[31]*GP* VII, 185. Vgl. Kauppi *1960*, 56*f*. Zur Reichweite menschlicher Gelehrsamkeit vgl. das von Fichant veröffentlichte Leibnizmanuskript « De l'horizon de la doctrine humaine » (Leibniz *1991*) sowie Fichants materialreiches « Postface » (Fichant *1991*).

[32]Phil. V, 6, Bl. 16 (Bodemann *1895*, 80*f*.); zitiert bei Kauppi *1960*, 57, Anm. 2; übersetzt bei Mittelstraß/Schroeder-Heister *1986*, 398*f*.

[33]So Leibniz' Bestimmung in der „Characteristica geometrica" (1679), *GM* V, 141.

2.2.2 *Calculus ratiocinator*

Die universale Charakteristik war ursprünglich mit dem umfassenderen Plan einer philosophischen Universalsprache oder Universalschrift verbunden, die schon *1666* als Anwendung der Kombinatorik erwähnt wird (*A* VI.1, 202) und in gewisser Weise mit dem Enzyklopädie-Projekt zusammenfällt.[34] Daraus ergibt sich der Versuch, wie Mittelstraß es ausdrückt (*1994*, 85), „eine Ordnung der Welt über die Ordnung derjenigen sprachlichen Mittel zu erreichen, mit denen sich in wissenschaftlicher Perspektive die Ordnung der Welt darstellen läßt." Die Verknüpfung der Charaktere kann kombinatorisch erfolgen, denn die *ars combinatoria* umschließt Algebra und Zahlentheorie und findet auf alle damals bekannten Gebiete der Mathematik Anwendung, ist aber nicht auf mathematische Probleme beschränkt.[35] Neben der Anwendung der Kombinatorik propagierte Leibniz aber auch die Verknüpfung durch einen Kalkül, der zunächst als Operation unter Verwendung von nicht notwendig quantitativ gedeuteten Charakteren aufgefaßt wurde.[36] In einem Fragment (*C*, 326*f*.), das nach Kauppis Vermutung (*1960*, 60) der Zeit seiner reifsten logischen Kalküle entstammt, gliedert Leibniz die Charakteristik in die Formung der Ausdrücke und in den Übergang von gegebenen Ausdrücken auf andere Ausdrücke. Ein Ausdruck ist entweder einfach oder zusammengesetzt. Zusammengesetzte Ausdrücke entstehen durch *Apposition* oder *Koalition*. Die Koalition führt auf neue Charaktere. Im Kalkül spielt sie keine Rolle, denn dort genügt es, die Formeln zu betrachten, deren Charaktere willkürlich gewählt werden können, wenn ihre Bedeutung erkannt ist. Die Koalition wird aber für die Vollkommenheit der Charakteristik benötigt, um die Bestandteile von Bedeutungen auszudrücken. In einer Apposition müssen die Ordnung der Charaktere und das Zeichen, das die Art der Apposition kennzeichnet, beachtet werden. Das Übergehen von einem Ausdruck auf einen anderen bedeutet, daß, wenn ein Ausdruck gesetzt worden ist, dann auch ein anderer gesetzt werden kann. Es gibt also For-

[34]Vgl. Kauppi *1960*, 61*f*.; Heinekamp *1972*, 459–463.

[35]Knobloch *1973*, XII; vgl. Couturat *1901*, 378–500; zu den „erweiterten Vorstellungen von einer *ars combinatoria*" bei Leibniz vgl. Knobloch *1973*, 54–58. Zur Leibnizschen Mathematik vgl. auch die älteren Studien von Joseph Ehrenfried Hofmann *1948*, *1949*.

[36]Leibniz spricht in einem Brief an Tschirnhaus vom Mai 1678 vom „*Calculus* quam operatio per characteres, quae non solum in quantitatibus, set et in omni alia ratiocinatione locum habet" (*GM* IV, 462).

meln, die den Übergang von einer Aussage auf eine andere einführen, und diese Übergänge selbst: die Schlußfolgerungen. „Eine Charakteristik in ihrer idealen Form“, so schreibt Kauppi, „ist nach dieser Erklärung immer ein Kalkül“ (*1960*, 61).

Raili Kauppi betont, daß die Leibnizsche Logik eng mit der universalen Charakteristik verbunden ist, sachlich aber von ihr unterschieden werden muß. Die Charakteristik sei Ausdrucksmittel, als Kalkül aber auch Hilfsmittel des Denkens. Die logischen Kalküle sind dagegen Formen der *speciosa generalis* und damit Spezialfälle der universalen Charakteristik: „In diesen Kalkülen werden die allgemeinen Gesetze ausgedrückt, die beim Kalkulieren in der ganzen universalen Sprache, wenn sie einmal konstruiert wäre, benutzt werden können“ (Kauppi *1960*, 64). In diesem Sinne, so Kauppi, sei die Logik eine universelle Mathematik.

2.3 Leibniz' Logik

2.3.1 Logik und Mathematik

Gegen Ende der 1705 im Manuskript abgeschlossenen, aber erst posthum veröffentlichten *Nouveaux essais sur l'entendement humain* (*1765b*) kommt das Gespräch der beiden Kontrahenten Philalethes und Theophilus auf das Vermögen der Vernunft, insbesondere auf die Fähigkeit des Menschen, nach Vernunftgründen zu urteilen und zu schließen.[37] Philalethes zweifelt daran, daß der Syllogismus « le grand instrument de la raison et le meilleur moyen de mettre cette faculté en usage » sei (*A* VI.6, 476). Diesen kritischen Argumenten setzt Theophilus ein Plädoyer für diese Art des Schließens entgegen. Er hält die Erfindung der Form des Syllogismus für eine der schönsten und beachtlichsten des menschlichen Geistes. „Sie ist eine Art der *universalen Mathematik*, deren Bedeutung noch nicht genügend bekannt ist.“[38] Im Syllogismus sei eine Kunst der Unfehlbarkeit (« art d'infaillibilité »)[39] enthalten. Theophilus' Vorstellung vom „formgerechten Beweisgang“ (« par *les argumens en forme* »)[40] ist allerdings nicht auf die scholastische Syllogistik beschränkt. Er versteht darunter

> jede Vernunftüberlegung, die kraft ihrer Form Schlüsse zieht und bei der man kein Beweisstück zu ergänzen braucht, derart daß ein *Sorites* (Kettenschluß), [...] ja sogar eine richtig durchgeführte Rechnung, ein algebraischer Kalkül und eine Infinitesimalanalysis für mich beinahe ein formgerechter Beweisgang sind, weil ihre Form der vernünftigen Überlegung vorher bewiesen worden ist, sodaß man sicher ist, sich darin nicht zu täuschen.[41]

Theophilus' Argumente überzeugen Philalethes, der schließlich die vielzitierten Worte spricht:

> Ich fange an, mir eine ganz andere Idee von der Logik zu bilden, als ich sie einst hatte. Ich hielt sie für ein Spiel der Schüler, und ich sehe jetzt, daß sie in der Art, in der Sie sie verstehen, gleichsam eine universelle Mathematik ist.[42]

Dieses Gespräch gibt die fingierte Auseinandersetzung zwischen einem Kritiker formaler Logik und einem letztlich obsiegenden Propagator gerade der formalen Elemente in der Logik wieder. Das zentrale Argument des letzteren ist die Beweiskraft formal geltender Schlüsse, wobei selbst der mathematische Beweis, das Musterbeispiel formaler Strenge, als aus formalen Vernunftüberlegungen abgeleitet hingestellt wird. Logik, genauer formale Logik, wird so zur universalen Mathematik, da sie auch die in der Mathematik angewendeten Schlüsse umfaßt. Ihre Prinzipien liegen der Mathematik, aber auch anderen Wissensgebieten zugrunde. Ihr Anwendungsbereich ist also nicht auf den Bereich der Größen und damit dem eigentlichen Arbeitsgebiet der Mathematik eingeschränkt. Die in der Scholastik gepflegte Syllogistik steht im Zentrum dieser Verfahren formgerechten Beweisens, die sich aber nicht in ihr erschöpfen.

[37] „Im besonderen und vor allem aber nennt man es Vernunftgrund, wenn er die Ursache nicht allein unseres Urteils, sondern auch der Wahrheit selbst ist, was man auch *apriorischen Grund* nennt, und die *Ursache* bei den Dingen entspricht dem *Grund* in den Wahrheiten“ (*A* VI.6, 475; Zit. nach der deutschen Übersetzung Leibniz *1961*, 541).

[38] *A* VI.6, 478; Zit. nach Leibniz *1961*, 550*f*.

[39] *A* VI.6, 478.

[40] *A* VI.6, 478; Leibniz *1961*, 551.

[41] *A* VI.6, 478*f*.; Zit. Leibniz *1961*, 551.

[42] Leibniz *1961*, 573; *A* VI.6, 486*f*.: « Je commence à me former une toute autre idée de la Logique que je n'en avois autrefois. Je la pronois pour un jeu d'Ecolier, et je voy maintenant qu'il y a comme une Mathematique Universelle, de la maniere que vous l'entendez. »

2.3.2 Der Begriff der Logik

Leibniz' Logikauffassung, wie sie sich in seinem reifen philosophischen System darstellt, kann insbesondere aus dem 1696 verfaßten Brief an den Außenseiterphilosophen Gabriel Wagner (*GP* VII, 514–527) erschlossen werden. Dort reflektiert er u. a. auch über seinen eigenen Weg zur Logik. „Unter der *Logick* oder Denckkunst", so definiert er dort, „verstehe ich die Kunst den verstand zu gebrauchen, also nicht allein was fürgestellet zu beurtheilen, sondern auch was verborgen zu erfinden" (516). Der erste Teil dieser Definition ähnelt der, die in der von Leibniz konsultierten und trotz seiner Wertschätzung für die Autoren Antoine Arnauld[43] und Pierre Nicole auch kritisierten sogenannten „Logik von Port-Royal" zu finden ist.[44] Dort heißt es: „Die Logik ist die Kunst, seine Vernunft in der Erkenntnis der Dinge gut zu leiten, sowohl um sich selber zu unterrichten als auch um darüber die anderen zu belehren" (*1994*, 25). Während Arnauld und Nicole jedoch in cartesianisch beeinflußter antischolastischer Tendenz diese Kunst über die Vermögen des Geistes charakterisieren,[45] ist Leibniz an einer solchen psychologistischen Fundierung der Logik nicht wesentlich interessiert. Er behält vielmehr die traditionelle Aufteilung der Logik in die komplementären Teile einer *ars iudicandi* und einer *ars inveniendi* bei, die zugleich auch die *scientia generalis* bilden.[46] Trotz der Betonung des Wertes und der Nützlichkeit traditioneller logischer Lehren findet Leibniz, „daß alle unsre bisherigen *Logick*en kaum ein schatten deßen seyn, so ich wündsche" (*GP* VII, 516), womit auch seine eigenen logischen Arbeiten als Schritte hin auf das angestrebte Ziel, bei weitem aber noch nicht als

[43]Zum Verhältnis zwischen Leibniz und Arnauld vgl. Orbical *1978*.

[44]Arnauld/Nicole *1662*. Zitate nach der deutschen Ausgabe *1994*.

[45]Arnauld/Nicole *1994*, 25: „Diese Kunst besteht in den Überlegungen, die die Menschen über die vier Haupttätigkeiten ihres Geistes, das Vorstellen, das Urteilen, das Schließen und das Anordnen angestellt haben." Mit der Hervorhebung der Denkgesetze wird der in der deutschen Philosophie des 18. und 19. Jahrhunderts gegenüber dem formalen dominierende erkenntnistheoretische Aspekt der Logik als Alternative zur hergebrachten aristotelischen Schullogik antizipiert.

[46]Schepers *1988*, 352. *Ars iudicandi* und *ars inveniendi* als analytische und synthetische Methoden untersucht Schneider *1974*; vgl. auch Hermes *1969*. Auf die Entwicklung von Leibniz' Idee einer „erfindenden" Logik während seines Pariser Aufenthaltes (1672–1676) geht Lamarra *1978* ein. Eine Geschichte des Begriffs der *ars inveniendi* von Bacon bis Kant hat C. A. van Peursen vorgelegt (van Peursen *1993*), darin zu Leibniz 90–120.

dessen Erfüllung verstanden wären. Leibniz berichtet von der Faszination, die die Lehre von den Prädikamenten, die Lehre also von der kategorialen Einteilung der Dinge, in seiner Jugend auf ihn ausgeübt hatte. Möglicherweise liegt hier ein Grund seiner Wertschätzung für Joachim Jungius (1587–1657), in dessen 1635 erstmals erschienener *Logica Hamburgensis* diese Lehre eine zentrale Stelle einnimmt.[47]

In seinem Brief an Wagner macht Leibniz deutlich, daß es die Begriffslehre ist, in der die „erfindende" Funktion der Logik ihren Ort hat.[48] Aber auch die umstrittene traditionelle Schlußlehre wird von ihm verteidigt. Er kontert die Kritik an den vermeintlich unnützen Figuren des Syllogismus und wendet sich damit auch gegen Arnauld, der in seiner Denkkunst behauptet habe, die Menschen fehlten nicht leicht in der Form, sondern vor allem in den Inhalten.[49] Es sei nämlich genau anders herum. Selbst Paralogismen in der Mathematik beruhten auf „verwahrloster form" (*GP* VII, 519):

> Es ist gewiß kein geringes daß *Aristoteles* diese formen in unfehlbare gesez bracht, mithin der erste in der that gewesen, der mathematisch außer der *Mathematik* geschrieben.

Die aristotelischen Schlußformen seien Grundlage auch höherer, „krafft ihrer form" beweisender Operationen. Leibniz nennt neben den numerischen Rechenverfahren die Algebra. Formale Beweiskraft ist daher nicht auf den Syllogismus beschränkt.

> In allen unfehlbaren wißenschafften, wenn sie genau bewiesen werden, sind gleichsam höhere Logische formen einverleibet, so theils aus den *Aristotel*ischen fließen, theils noch etwas anders zu hülff nehmen.[50]

[47]Leibniz schätzte Jungius als Descartes weit übertreffenden Logiker. Vgl. *A* VI.1, 281. Zum Verhältnis zwischen Leibniz und Jungius vgl. Meyer *1957*, IX–X, Kangro *1969*, Burkhardt *1989*.

[48]Leibniz schließt den Teil über die Begriffsbildung mit den Worten ab: „Bisher habe von dem theil der bekandten *Logick* geredet, so zur Erfindung dienet [...]" (*GP* VII, 519).

[49]Arnauld und Nicole schrieben in der Logik von Port-Royal (*1994*, 169): „Dieser Teil [...], der die Regeln des Schlusses enthält, wird als der wichtigste der Logik angesehen und fast als der einzige mit ein wenig Sorgfalt dargestellt. Es gibt aber Grund zu zweifeln, ob er wirklich so nützlich ist, wie man es sich vorstellt. Die meisten Irrtümer der Menschen kommen vielmehr daher, [...] daß sie auf Grund falscher Prinzipien Schlüsse aufstellen, und nicht, daß sie, ihren Prinzipien folgend, falsche Schlußfolgerungen ziehen."

[50]*GP* VII, 519.

Seiner Ansicht nach gehen die Leistungen der Vernunftkunst über das Methodenarsenal der traditionellen Logik hinaus, Leistungen, die sich Leibniz über die Mathematik erschlossen hat (522). Als Beispiel nennt er seine 1666 veröffentlichte *Disputatio arithmetica de complexionibus*, die als Anfangsstück der im gleichen Jahr publizierten *Dissertatio de arte combinatoria* (*1666*) diente.

An einigen Stellen nimmt Leibniz in Auseinandersetzung mit kritischen Argumenten Wagners Stellung zum Verhältnis von Logik und Mathematik. Die reine Mathematik (*Mathesis pura*) sei nicht die Logik an sich, sondern deren Anwendung auf Größe, Zahl, Maß oder Gewicht. „Ich habe auch befunden," so Leibniz, „daß die *Algebra* selbst ihre vortheil von einer viel höhern Kunst, nehmlich der wahren *Logick* entlehne" (*GP* VII, 524). Bei der Wahrheitsfindung könne die neue Logik ungenügende Daten zwar nicht ersetzen, sie könne aber vor Irrtümern bewahren, helfen, fehlende Daten auszumachen, und alles das finden, was nur aus den vorhandenen Daten zu finden ist. Leibniz nennt als Beispiel seinen Infinitesimalkalkül, durch den man dahin gebracht worden sei, daß man „in *physico-mathematicis* viel übermeistern kan, was man vor diesen anzutasten nicht einmahl sich erkühnen dürffen" (526).

Wie Hans Poser richtig festgestellt hat, ist der Syllogismus Kernstück Leibnizscher Logik, notwendiges Kriterium für die Adäquatheit eines logischen Systems, aber nicht hinreichendes Kriterium, denn logisch ist jeder Schluß, der kraft seiner Form erfolgt, auf Grund vorher festgelegter, widerspruchsfreier Regeln.[51]

2.3.3 Prinzipien der Logik

Grundlegend für Leibniz' philosophisches System und seine Logik ist das metaphysische Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren,[52] „principium identitatis indiscernibilium", das eng mit der logischen Identität verbunden ist. Leibniz unterscheidet in seiner Logik die formale Identität $A = A$ von der Koinzidenz $A = B$, bei der A und B der Form nach verschieden sind, in der Realität aber dasselbe Objekt bezeichnen. Die Koinzidenz wird zunächst als Spezialfall der für die Leibnizsche Logik zen-

[51]Poser *1988*, 199. Zu Leibniz' Beiträgen zur Syllogistik vgl. Dürr *1949*, Lenzen *1988*.

[52]Zum *principium identitatis indiscernibilium* vgl. Kauppi *1960*, 71–76; *1966*.

tralen *Inesse*-Relation,[53] also des Verhältnisses eines Teiles zum Ganzen, verstanden,[54] später jedoch unabhängig definiert: „*Eadem* seu *coincidentia* sunt quorum alterutrum ubilibet potest substitui alteri salva veritate" (*GP* VII, 236). Kauppi weist darauf hin, daß die hier ausgedrückte Substitution unter Beibehaltung der Wahrheit auf Charaktere bezogen ist und damit den Leibnizschen Identitätsbegriff nicht voll erfaßt, denn für ihn sei die Identität nicht an erster Stelle eine Relation der Zeichen, sondern der Bedeutungen, Begriffe oder anderer Gegenstände (Kauppi *1960*, 72). Eine Umformung *salva veritate* liegt vor, wenn in extensionalen Kontexten Definiertes durch seine Definition ersetzt wird. Zwei Begriffe A und B koinzidieren, wenn sie durch Umformungen dieser Art in *dieselbe* Form überführt werden können, $A = B$ ist dann eine formale Identität.[55]

Zu den Regeln, denen formale Beweise zu folgen haben, gehören die beiden großen Prinzipien, die Leibniz' späte metaphysische Systeme bestimmen. Es sind dies die von den zufälligen, kontingenten Wahrheiten scharf abgegrenzten, als Prinzipien gefaßten Vernunftwahrheiten:[56] das Prinzip des Widerspruchs („principium contradictionis") und das Prinzip des Grundes („principium rationis"). Diese Prinzipien sind nicht beweisbar, sie sind denknotwendig, also notwendige Voraussetzungen aller Erkenntnis.[57] Sie beziehen sich auf Aussagen, Begriffe und Beweise, nicht aber auf die Sache selbst. Auch wenn diese Prinzipien zuweilen Axiome genannt würden, so Kauppi (*1969*, 81), sie seien dennoch

> keine Ausgangssätze der Beweise. Sie bestimmen eher als allgemeine Prinzipien, welche Sätze als Ausgangssätze der Beweise vorkommen können und wie die Beweise sich gestalten müssen.

Sie haben also formalen Charakter (C, 184), sind Prinzipien von Beweisen, nicht deren Ausgangssätze (C, 185), bestimmen, welche Sätze in den Kalkülen als Axiome vorkommen können, gehören diesen aber nicht selbst als Axiome an (C, 515). Sie sind damit der Metatheorie dieser Kalküle zuzuordnen (Kauppi *1960*, 80*f.*).

[53]Vgl. zur *Inesse*-Relation Kauppi *1960*, 66–71; Schneider *1989*.

[54]So z. B. in dem Stück „Elementa Calculi" von 1679, wonach der Begriff des Dreiecks mit dem Begriff des Dreiseits zusammenfällt (C, 52).

[55]So bestimmt in den „Generales Inquisitiones" von 1686 (C, 362); vgl. Kauppi *1968*.

[56]Zur Unterscheidung von kontingenten und Vernunftwahrheiten vgl. u. a. Kauppi *1960*, 80–82.

[57]*Nouveaux essais* IV, ii, § 1 (*GP* VII, 347*f.*).

Axiome als Ausgangssätze deduktiver Systeme sind demnach entweder formale Identitäten, die also allein auf Grund ihrer Form wahr sind, oder sie sind Definitionen. Daraus ergibt sich die Forderung, vermeintliche Axiome, die diesen Kriterien nicht genügen, durch Zurückführung auf Identitäten und Definitionen zu beweisen (Kauppi *1969*, 82). Durch diese Forderung wird auch die einflußreiche Formel aus der *Monadologie* (§ 35) qualifiziert:[58]

> Man gelangt hierbei zuletzt auf einfache Ideen, von denen sich keine Definition geben läßt, wie auch auf Axiome und Postulate oder mit einem Worte: auf *ursprüngliche Prinzipien*, die keines Beweises fähig sind und auch keines bedürfen: es sind dies die *identischen* Sätze, deren Gegenteil einen ausdrücklichen Widerspruch enthält.

Denn zusammen mit Leibniz' Hinweis auf die mathematische Praxis, theoretische Lehrsätze und praktische Regeln durch Analyse auf Definitionen, Axiome und Postulate zurückzuführen (*Monadologie* § 34), ergibt sich eine Differenz zwischen bereits vorliegender (mathematischer) Axiomatik und Leibnizscher Rekonstruktion des axiomatisierten Wissensgebietes. Die Axiome und Postulate z. B. der Euklidischen Geometrie müssen bewiesen werden, soweit sie nicht den Leibnizschen Kriterien für Ausgangssätze deduktiver Systeme entsprechen (vgl. Couturat *1901*, 203*ff.*).

Das Prinzip des Widerspruchs[59] wird von Leibniz oft dem Identitätsprinzip und dem *tertium non datur* übergeordnet, bzw. mit dem Identitätsprinzip identifiziert.[60] In der „Introductio ad Encyclopædiam arcanam" hat Leibniz ihm die Form gegeben: „Nihil potest simul esse et non esse sed quodlibet est vel non est" (*C*, 515).

Das Prinzip des Grundes („principium rationis")[61] bestimmt zusammen mit dem Prinzip des Widerspruchs die Wahrheit vollständig. Für

[58]Zitiert nach der Ausgabe der *Hauptschriften*, Leibniz *1904–1906*, II, 443.

[59]Vgl. Kauppi *1960*, 79–87.

[60]Leibniz nennt es z. B. „principium contradictionis sive identitatis" (*C*, 1). Im 19. Jahrhundert wurde eine ähnlich enge Verbindung von Identität und Widerspruch von dem Hallenser Philosophen Hermann Ulrici propagiert. Ulrici sieht die Logik auf zwei Prinzipien gegründet, den Satz der Kausalität und den Satz der Identität und des Widerspruchs. „Der Satz der Identität und des Widerspruchs ist [...] nur Ein und dasselbe Gesetz, d. h. er drückt nur Einen und denselben von unserm Denken bei jedem Gedanken nothwendig zu vollziehenden Act aus" (Ulrici *1860*, 38). Zur Ulricischen Logik vgl. Peckhaus *1995*.

[61]Zum *principium rationis* vgl. Kauppi *1960*, 88–94.

Leibniz besteht in jeder wahren Aussage eine solche Beziehung zwischen Subjekt und Prädikat, durch die der Grund (*ratio*) der Wahrheit sichtbar gemacht werden kann. Jede wahre Aussage kann damit a priori bewiesen werden.[62] Dies gilt nicht nur für notwendige Wahrheiten, sondern auch für kontingente Wahrheiten, denn der (zureichende) Grund findet sich auch in den zufälligen oder Tatsachenwahrheiten.[63] Im späten metaphysischen System wird dies repräsentiert durch den alles Geschaffene, sowohl Gewesenes als auch Zukünftiges widerspiegelnden Charakter jeder einfachen, individuellen Substanz, der Monade.[64]

2.4 Die Idee des Logikkalküls

Die Logik als Organon umfaßt also analytisch verfahrende Schluß- und Entscheidungsverfahren (*ars iudicandi*) und auf neue Erkenntnisse führende synthetische Verfahren zur Begriffsbestimmung (*ars inveniendi*), die allesamt „kalkulatorisch" verfahren. Leibniz definiert den Kalkül als Mittel zur Herstellung von Beziehungen durch Umwandlung von Formeln nach vorgeschriebenen Gesetzen.[65]

Um nun das kalkulatorische Verfahren für die Wahrheiten der Vernunft operationabel zu machen, bedarf es einer geeigneten und umfassenden Symbolisierung von Begriffen, Transformations- und Verknüpfungsregeln, die Leibniz in zahlreichen Entwürfen umzusetzen versuchte. Die Typisierung der Kalküle erfolgt über die Art ihrer Verbindung zur Charakteristik.[66] Neben einem arithmetischen Kalkül in mehreren Fassungen entwickelte er auch algebraische Kalküle.[67]

[62]Leibniz schreibt in „De Libertate" (ca. 1680): „nihil esse sine ratione, seu nullam esse propositionem *in qua non sit aliqua connexio prædicati cum subjecto, seu quæ non probari possit a priori*" (*Grua* I, 287).

[63]*Monadologie* § 36.

[64]*Monadologie* § 56; *Theodicee* §§ 130, 360.

[65]Leibniz definiert in seinem Fragment XV (*GP* VII, 206): „*Calculus* vel *operatio* consistit in relationum productione facta per transmutationes formularum, secundum leges quasdam praescriptas factas."

[66]Kauppi *1960*, 129–144, rechnet die kombinatorische Syllogistik der *Dissertatio de Arte combinatoria* von *1666* mit zu den Kalkülen. Vgl. zu den hier behandelten Kalkülen auch die Interpretationen von Nicholas Rescher (*1954*, dt. *1988*), der gegen Couturat die Korrektheit der Leibnizschen Interpretationen seiner Kalküle mit modernen Mitteln nachzuweisen sucht.

[67]Es sei darauf hingewiesen, daß Leibniz seine Überlegungen zur Charakteristik auch

2.4.1 Arithmetischer Kalkül

Bei seinen Entwürfen zum arithmetischen Kalkül, die vor allem aus dem April 1679 stammen, nutzt Leibniz die Eigenschaft der natürlichen Zahlen aus, sich eindeutig in Primfaktoren zerlegen zu lassen.[68] Leibniz geht von den Standardaussagen der traditionellen Syllogistik aus und ordnet in einem ersten Ansatz[69] dem Subjektbegriff S und dem Prädikatbegriff P jeweils eine charakteristische (charakterisierende) Zahl zu. Das in der a-Aussage SaP (Alle S sind P) ausgedrückte intensionale Enthaltensein des Prädikatbegriffs im Subjektbegriff spiegelt sich darin wider, daß die dem Prädikatbegriff zugeordnete charakteristische Zahl als Faktor in der

in nicht-logischen Kalkülen umzusetzen versuchte. Zu erwähnen ist der auf eine geometrische Charakteristik aufbauende geometrische Kalkül, der schon *1847* von Hermann Günther Grassmann in einer Preisschrift analysiert und weiterentwickelt wurde. Vgl. dazu den Kommentar von August Ferdinand Möbius (*1847*). Möbius hatte *1827* mit seinem „barycentrischen Calcul", einem aus dem Begriff des Schwerpunkts abgeleiteten analytisch-geometrischen Kalkül, ein ähnliches Programm verfolgt, ohne allerdings auf Leibniz Bezug zu nehmen. Die Preisaufgabe der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig war 1845 gestellt und bis 1846 unter Verdoppelung des Preisgeldes auf 48 Golddukaten verlängert worden, um sie „mit der hundertjährigen Geburtstagsfeier Leibnitz's, eines gebornen Leipzigers, welche in die letzte Woche des Monats Juni 1846 fallen wird, in Beziehung" zu setzen. Die Formulierung der Preisaufgabe lautete wie folgt („Preisbewerbung für die Jahre 1845 und 1846", Zit. *6f.*): „Es sind noch einige Bruchstücke einer von *Leibnitz* erfundenen geometrischen Charakteristik übrig [...], in welcher die gegenseitigen Lagen der Orte, ohne die Größe von Linien und Winkeln zu Hülfe zu ziehen, unmittelbar durch einfache Symbole bezeichnet und durch deren Verbindung bestimmt werden, und die daher von unserer algebraischen und analytischen Geometrie gänzlich verschieden ist. Es fragt sich, ob nicht dieser Calcul wieder hergestellt und weiter ausgebildet, oder ein ihm ähnlicher angegeben werden kann, was keineswegs unmöglich zu sein scheint." In der „Preisbewerbung" wurde ausdrücklich Bezug genommen auf eine in den *Göttingischen Gelehrten Anzeigen* von 1834 erschienene Rezension der von P. J. Uylenbroek veranstalteten Ausgabe des Briefwechsels zwischen Christian Huyghens und Leibniz (Stern *1834*, Rezension von Huyghens *1833*). Der Rezensent A. Stern beschreibt dort auf S. 1940–1944 die geometrische Charakteristik von Leibniz. Die Einsendungen für die Preisaufgabe sollten an den Leipziger Professor für Mathematik und Philosophie Moritz Wilhelm Drobisch gehen.

[68]Vgl. zum arithmetischen Kalkül zusammenfassend Mittelstraß/Schroeder-Heister *1986*, 400–406, Kauppi *1960*, 145–153, sowie die zahlreichen Studien von Miguel Sánchez-Mazas, zuletzt *1991* und *1994*, dort S. 50–52 eine Zusammenstellung seiner relevanten Arbeiten.

[69]Die Entwürfe dieses Ansatzes finden sich in C, 42–70; in deutscher Übersetzung in der Ausgabe von Franz Schmidt zugänglich (Leibniz *1960*, 170–209).

dem Subjektbegriff zugeordneten Zahl enthalten ist. Wird z. B. der Begriff „Mensch" durch den Ausdruck „vernunftbegabtes Lebewesen" definiert, dann „Lebewesen" die charakteristische Zahl 2 zugeordnet und „vernunftbegabt" die 3, so ergibt sich für „Mensch" $2 \cdot 3 = 6$. Den arithmetischen Termen $\frac{6}{2}$ und $\frac{6}{3}$ bzw. den Beziehungen $2 \mid 6$ und $3 \mid 6$[70] entsprechen damit die Standardaussagen „Alle Menschen sind Lebewesen" bzw. „Alle Menschen sind vernunftbegabt".

Probleme bei der Behandlung partikulärer Aussagen der Form SiP (Manche S sind P) führten Leibniz dazu, in einem revidierten arithmetischen Kalkül[71] jedem Begriff ein *Zahlenpaar* zuzuordnen, dessen erste Zahl das Produkt der Zahlen ist, die seinen positiven Merkmalen entsprechen, die zweite Zahl aber das Produkt der seinen negativen Merkmalen entsprechenden Zahlen. Die Grundzahlen jedes Zahlenpaares müssen teilerfremd sein, es gilt also stets, daß der größte gemeinsame Teiler dieser Zahlenpaare 1 ist, symbolisch: $(z_1, z_2) = 1$. Subjekt- und Prädikatbegriff werden wie folgt durch Zahlenpaare charakterisiert:

$$S \longleftrightarrow [s_1, s_2] \quad \text{und} \quad P \longleftrightarrow [p_1, p_2]$$

Für die Standardaussagen ergibt sich damit folgende Symbolisierung:[72]

$$\begin{aligned} SaP &\longleftrightarrow p_1 \mid s_1 \wedge p_2 \mid s_2 \ , \\ SiP &\longleftrightarrow (p_1, s_2) = 1 \wedge (s_1, p_2) = 1 \ , \\ SoP &\longleftrightarrow p_1 \nmid s_1 \vee p_2 \nmid s_2 \ , \\ SeP &\longleftrightarrow (p_1, s_2) \neq 1 \vee (s_1, p_2) \neq 1 \ . \end{aligned}$$

Es bleibt die Frage, warum Leibniz den arithmetischen Kalkül aufgegeben hat. Thiel glaubt nicht, daß dies, wie verschiedentlich behauptet, auf die Ableitbarkeit ungültiger Syllogismen zurückzuführen ist.[73] Der Kalkül sei

[70]Das Zeichen | steht für die Teilbarkeitsbeziehung. „$2 \mid 6$" drückt also aus, daß die Zahl 2 die Zahl 6 teilt.

[71]Die Darstellung folgt weitgehend Thiel *1980a*, 14. Die Entwürfe sind in C, 70–92, 245–247 (Leibniz *1960*, 209–240) publiziert. In dem letztgenannten Fragment (C, 245–247), das wie die Entwürfe des ersten Ansatzes aus dem April 1679 stammt, scheint „auch Leibnizens letzte Fassung des arithmetischen Kalküls daran zu scheitern [...], daß in ihr eine als ungültig bekannte syllogistische Schlußform als gültig herauskommt," wie Thiel feststellt (*1980a*, 14).

[72]„$x \nmid y$" steht für „nicht $x \mid y$".

[73]Thiel *1980a*, 18*f.*, mit einer Sammlung von kritischen Stimmen zum arithmeti-

vielmehr korrekt.[74] Thiel vermutet eher triviale Gründe, daß sich nämlich Leibniz im Zuge seiner Arbeiten am Infinitesimalkalkül zunächst anderen Gegenständen zugewendet habe. Bei seinem wachsenden Interesse an einer Logik der Relationen und an den auch asyllogistischen Folgerungsbeziehungen zwischen Aussagen habe sich dann die Fixierung des arithmetischen Kalküls auf den Syllogismus als zu eng erwiesen.[75]

2.4.2 Algebraische Kalküle

Der gleichen Zeit wie diese Stücke, die vor allem der Begriffsbildung unter Zuhilfenahme einer als kalkulatorische konstruierten Sprache und ihrer Anwendung auf die Syllogistik gewidmet sind, entstammen Fragmente, in denen eher logische Gesetzmäßigkeiten ausgedrückt werden sollen. Die wichtigsten dieser Fragmente sind die Stücke „Specimen Calculi universalis“[76] und „Ad Specimen Calculi universalis addenda.“[77]

Leibniz geht in der späteren Fassung („Addenda“) von 6 Axiomen („propositiones per se vera“) aus. Für die Darstellung wird hier folgende Symbolisierung gewählt: Termini werden wie bei Leibniz durch Kleinbuchstaben a, b, c, ... symbolisiert. Unbestimmte Individualbegriffe („qui“) sind in quantifizierter Form dargestellt. Die Merkmalsaddition, z. B. die Kombination von „animal“ a und „rationale“ b zu „animal rationale“, drückt Leibniz durch Nebeneinanderstellen der Buchstaben aus: ab. Dies wird hier intensional als $a \vee b$ gedeutet. Weitere Partikel sind Koinzidenz

schen Kalkül. Thiel stützt die Auffassung von Jan Lukasiewicz, daß dieser Kalkül eine korrekte arithmetische Interpretation der Syllogistik sei (Lukasiewicz *1951*, 126–129). Zur Lukasiewiczschen Deutung, allerdings auf zweifelhafter philologischer Basis, vgl. Marshall, Jr. *1977*.

[74] Thiel zeigt, daß Leibniz mit der Diskussion von Gegenbeispielen „nicht nur die moderne 'no-counterexample'-Fassung für die logische *Folgerung* im Auge hatte, sondern sogar ganz allgemein die Erklärung der klassischen *Allgemeingültigkeit* eines Satzschemas durch die Unmöglichkeit eines Gegenbeispiels bei irgendeiner Interpretation“ (*1980a*, 21).

[75] Thiel *1982*, 759. Dazu kritisch van Rijen *1989*, bes. 199. Für van Rijen ist schon die Frage, warum Leibniz den arithmetischen Kalkül aufgegeben habe, sinnlos. Leibniz habe nichts aufgegeben, sondern die Praxis moderner Logiker antizipiert, unterschiedliche Repräsentationen ein und desselben Kalküls zu entwerfen.

[76] *GP* VII, 218–221, mit Ergänzungen in *C*, 239–243.

[77] *E* I, 98–99; *GP* VII, 221–223, mit Ergänzung in *C*, 249. Zu dieser Gruppe von Fragmenten vgl. Kauppi *1960*, 155–163.

(„est“): $=$; nicht („non“): $\neg$; nicht-gleich („non est“): $\neq$; Implikation („Ergo“): $\prec$.

$$(1)\qquad a = a\,,$$
$$(2)\qquad a \vee b \doteq a\,,$$
$$(3)\qquad a \neq \neg a\,,$$
$$(4)\qquad \neg a \neq a\,,$$
$$(5)\qquad \bigwedge_x .\, x \neq a \;\dot{\prec}\; x = \neg a\,.\,,$$
$$(6)\qquad \bigwedge_x .\, x \neq \neg a \;\dot{\prec}\; x = a\,.$$

Als axiomatische Regel des Schließens („consequentia per se vera“) wird das Substitutionsprinzip angegeben:

$$(7)\qquad a = b \;\dot{\wedge}\; b = c \;\ddot{\prec}\; a = c\,.$$

Die folgenden beiden Sätze werden ohne Beweis gesetzt:

$$(8)\qquad a \vee a \doteq a\,,$$
$$(9)\qquad a \vee b \doteq b \vee a\,.$$

Die in (8) ausgedrückte, in der späteren Algebra der Logik so wichtige Idempotenz wird in den von Erdmann und Gerhardt edierten „Ad Specimen Calculi univeralis addenda“ lediglich umschrieben (*GP* VII, 222):

> Repetitio alicujus literae in eodem termino inutilis est et sufficit eam retineri semel, exempli causa *aa* seu homo homo.
>
> Hinc si a sit bc, et b sit d, et c etiam sit d, inutile est dici a est dd, sufficit a esse d; exempli causa: Homo est animal rationale.

In einer Randbemerkung zu diesem Manuskript, die allerdings nur in der Gerhardtschen Ausgabe ediert ist, wird dies weiter erläutert: „*Repetitio ejusdam literae in eodem termino est inutilis*, ut b est aa, vel bb est a; homo est animal animal, vel homo homo est animal. Sufficit enim dici: a est b, seu homo est animal“ (*GP* VII, 224).

Kauppi betont, daß Leibniz in diesen Fragmenten der Relation des Enthaltens zwei verschiedene Deutungen gibt, die als Ausgangspunkte des Kalküls in Frage kommen können (*1960*, 160*f*., Zit. 161):

> Entweder wird das Subjekt als das Enthaltende, das Prädikat als das simultan oder konjunktiv Enthaltene verstanden, oder das Subjekt als das Enthaltene, das Prädikat dagegen als das alternativ oder disjunktiv Enthaltende.

Unter dem konjunktiv Enthaltenden kann der Begriff als Ganzheit der in ihm enthaltenen Teilbegriffe verstanden werden, unter dem verschieden deutbaren disjunktiv Enthaltenden das Aggregat der Individuen. Kauppi fährt fort (ebd.):

> Eine Aussage *a est b* würde dann etwa das bedeuten, dass ein beliebiges der Individuen des *a irgendeines* (d. h. dieses oder jenes oder usw.) von den Individuen des *b* ist. Dadurch wäre der intensionalen Betrachtung der Begriffe die Konjunktion, der extensionalen Betrachtung die Disjunktion zugeordnet. Es wäre somit verständlich, dass *Leibniz* in seinen Logikkalkülen nie diese zwei Operationen nebeneinander behandelt hat.

Für die hier zu behandelnde Rezeption der Leibnizschen Logik im ausgehenden 19. Jahrhundert sind die algebraischen Kalküle von besonderer Bedeutung, die Leibniz von der Mitte der achtziger Jahre des 17. Jahrhunderts an in mehreren Fassungen entwickelt hat. Es seien exemplarisch die drei wohl wichtigsten Versuche vorgestellt: zunächst die „Generales Inquisitiones de Analysi Notionum et Veritatum" von 1686, in denen, wie Couturat feststellt (*1901*, 344*f*.), die logischen Grundlagen des im gleichen Jahr fertiggestellten *Discours de métaphysique* entwickelt wurden (Kalkül *GI*). Sie stammen aus jener Zeit, in der Leibniz nach eigenem Bekunden eine systematische Geschlossenheit seines Denkens erreicht hatte. Obwohl ohne Rücksicht auf das gelehrte Publikum verfaßt und nicht für eine Veröffentlichung vorgesehen, stellen sie „die wichtigste geschlossene Arbeit von Leibniz zu Fragen der Logik dar", wie Schupp feststellt (*1982*, VII). Bei den beiden anderen hier vorgestellten Kalkülen handelt es sich um die Kalküle, die nach der Ordnungsnummer in der Gerhardtschen Ausgabe der philosophischen Schriften mit *K XIX* und *K XX* bezeichnet werden. *K XIX* gehört zu einer Gruppe von Fragmenten, die den von Franz Schmidt so genannten „Plus-Minus-Kalkül" betreffen,[78] *K XX* gibt den „Plus-Kalkül" wieder.[79] Während *GI* erst 1903 von Couturat veröffentlicht wurde,[80] wurden *K XIX* und *K XX* 1890 von Gerhardt ediert (*GP* VII, 228–235 und 236–247). Das erste der genannten Stücke wurde aber schon 1840 von Erdmann unter dem auf eine von Leibniz später gestrichene Überschrift bezogenen Titel „Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis" in seine Sammlung der philosophischen Schriften aufgenommen.[81]

[78] Leibniz *1960*, 304–326; die Übersetzung von *K XIX* auf S. 315–326.

[79] Leibniz *1960*, 326–343.

Der Kalkül der „Generales Inquisitiones" (*GI*) ist ein Kalkül der Termini, der aber auch auf Aussagen angewendet wird, da diese in Termini überführt werden. Als Beispiele für einfache Termini nennt Leibniz mögliche und nicht-mögliche Termini (*Ens* oder *Non-Ens*), *Ens* oder möglich, *Existens* oder existierend, Individuum, *Ego*, aber auch nicht näher bestimmte Sinneserscheinungen (*C*, 360*f*.). Partielle Termini sind die Koinzidenz, d. h. die wechselseitige Ersetzbarkeit *salva veritate* (bei Leibniz und hier symbolisiert durch „="), Subjekt, Prädikat, die Kopula *est*, die in *GI* als Subjunktion verwendet wird (hier symbolisiert durch „→"), *Omne* und *Quoddam*. Die Einführung modaler Prädikate zeigt an, daß *GI* Grundlage verschiedener Kalküle sein kann (Kauppi *1960*, 172). Im folgenden sei der Kalkül der Koinzidenz dargestellt.

Als Variable für bestimmte Begriffe verwendet Leibniz die Anfangsbuchstaben des Alphabets (A, B, C, ...). Die Endbuchstaben des Alphabets stehen für unbestimmte Begriffe. Der Terminus „AY" bezeichnet also eine unbestimmte Art der Gattung A („quoddam A"). Die Negation wird als kontradiktorische Entgegensetzung definiert. Leibniz drückt dies durch „non-" aus, hier symbolisiert durch „¬". Angewendet auf die Wahrheitswerte ergibt sich (*C*, 364):

$$\begin{aligned} \neg\,\text{wahr} &= \text{falsch}, \\ \neg\,\text{falsch} &= \text{wahr}. \end{aligned}$$

Als logischen Junktor verwendet Leibniz die Merkmalsaddition, die er wie in den oben besprochenen Fragmenten durch Nebeneinanderstellung der Begriffsvariablen ausdrückt, z. B. AB (hier symbolisiert durch $A \vee B$). Es muß betont werden, daß es sich bei *GI* um einen intensionalen Kalkül handelt. Die äquivalente extensionale Deutung würde „$A \wedge B$" sein. Weitere

[80] *C*, 356–399. Deutsche Übersetzung von Franz Schmidt in Leibniz *1960*, 241–303. Vgl. aber vor allem die kommentierte zweisprachige Ausgabe von Franz Schupp (Leibniz *1982*) mit der Einleitung Schupps (Schupp *1982*).

[81] *E* I, 94–97. Vgl. auch die zweisprachige Ausgabe in Leibniz *1992*, 153–177.

Junktoren bzw. Relatoren sind wie erwähnt Koinzidenz „$=$“ bzw. Nicht-Koinzidenz „$\neq$“ (bei Leibniz „non $=$“ und „non coincidunt“); Subjunktion „$\rightarrow$“ (bei Leibniz „est“); die Folgerelation oder Implikation „$\prec$“ (bei Leibniz „Si $\ldots, \ldots$“). Leibniz stellt seinem Kalkül[82] das identische Axiom als *propositio per se vera* voran:

$$(1) \qquad A = A\,.$$

Das Prinzip des Widerspruchs

$$(2) \qquad A \neq \neg A$$

folgt aus der *propositio per se falsa*

$$A = \neg A\,.$$

Die Sätze (3)–(9) werden nicht bewiesen:

$$\begin{array}{lrcl}
(3) & A = B & \dot{\prec} & B = A\,, \\
(4) & A \neq B & \dot{\prec} & B \neq A\,, \\
(5) & A = B\,,\ B = C & \dot{\prec} & A = C\,, \\
(6) & A = B & \dot{\prec} & \neg A = \neg B\,, \\
(7) & A = B & \ddot{\prec} & A \vee C \doteq B \vee C\,, \\
(8) & A & = & \neg\neg A\,, \\
(9) & A & \doteq & A \vee A\,.
\end{array}$$

Assoziativität und Kommutativität der logischen (Merkmals-)Addition werden vorausgesetzt, ohne explizit erwähnt zu werden.

$$\begin{array}{rcl}
A \vee B & \doteq & B \vee A\,, \\
A \dot{\vee} B \vee C & \ddot{=} & A \vee B \dot{\vee} C\,.
\end{array}$$

Leibniz beweist u. a. folgende Theoreme:

$$\begin{array}{rcl}
A \vee B & \dot{\rightarrow} & B\,, \\
A \rightarrow B\,,\ B \rightarrow C & \dot{\prec} & A \rightarrow C\,, \\
A \rightarrow B\,,\ B \rightarrow A & \doteq & A = B\,, \\
A \rightarrow B & \dot{\prec} & YB \rightarrow A\,.
\end{array}$$

[82]Die Zusammenstellung der Formeln folgt bei geänderter Notation Kauppi *1960*, 172–176.

Mit der letzten Formel ist die folgende Aussage symbolisiert: „Si omne A est B, quoddam B est A“.

Kauppi hebt den rein intensionalen Standpunkt von *GI* hervor. Auch bezüglich kontingenter Wahrheiten wende Leibniz begriffsanalytische Betrachtungen an (Kauppi *1960*, 182). Im Kalkül des Möglichen, der in *GI* begründet ist, ist die Widerspruchsfreiheit der verwendeten Termini wesentlich. Dies drückt Leibniz durch die Aussage „A est Ens“ oder durch $A = A$ aus, wobei er voraussetzt, daß ein widerspruchsvoller Terminus nicht mit sich selbst zusammenfallen kann. In den allgemeinen Kalkülen des Jahres 1690 gilt diese Einschränkung nicht mehr. Mit dieser Verallgemeinerung wechselt Leibniz auch die Notation. Kauppi sieht darin das Bestreben, den frühen Ansatz von den späteren zu unterscheiden. Leibniz verwendet 1690 nicht mehr „$=$“ für die Koinzidenz, sondern „∞“, später, in den „Difficultates quaedam logicae“ (*E* I, 101–104; *GP* VII, 211–217) ändert er erneut in „ ∞ “.

Die Überlegungen für einen allgemeinen Kalkül haben ihren Ausdruck in einer ganzen Reihe von Fragmenten gefunden, unter denen die von Gerhardt mit XIX und XX numerierten besonders hervorzuheben sind. In *K XIX*,[83] dem Plus-Minus-Kalkül, geht Leibniz von sieben Definitionen aus. Für die definierten Begriffe werden vier Symbole eingeführt („Charaktere“) und schließlich werden zwei Axiome und zwei Postulate formuliert.

In Definition 1 wird die Koinzidenz als Ersetzbarkeit *salva veritate* definiert. Als Zeichen für die Koinzidenz wird „∞“ eingeführt. In Definition 2 wird Verschiedenheit als Komplement zur Koinzidenz erklärt. Als Zeichen wird „non ∞“ verwendet, hier symbolisiert mit „$\not\infty$“. In Definition 3 führt Leibniz die Enthaltenseinsrelation („inesse“) ein, wonach, wenn mehrere zusammengenommen mit einem zusammenfallen, erstere in letzterem enthalten sind. Für „Zusammennehmen“ wählt er als „Charakter 3“ das Plus-Zeichen „$+$“. $A + B \infty L$ bedeutet, daß A und B in L enthalten sind. A, B werden „Konstituenten“ genannt, L aus A und B konstituiert. In Definition 4 wird festgelegt, daß ein M, welches in A und auch in B liegt, A und B „gemeinsam“ genannt wird. In Definition 5 wird eine weitere Knüpfungsoperation eingeführt. Wenn ein A in L liegt, so läßt sich ein N so bestimmen, daß es alles enthält, was in L liegt, nicht aber das, was in A liegt. N läßt sich so erzeugen, daß A von L abgezogen wird, L heißt dann der „Rest“, symbolisch: $L - A \infty N$. Setzung und Wegnahme

[83]Eine ausführliche Interpretation von *K XIX* hat Karl Dürr *1930* vorgelegt.

werden als „Konstitution" bezeichnet und können stillschweigend oder explizit dargestellt werden (Definition 7). Leibniz nennt es „Kompensation", wenn dasselbe in demselben gesetzt oder abgezogen wird. Wird in einer Kompensation etwas von etwas abgezogen, so daß nichts übrigbleibt, so heißt dies „Destruktion" (Definition 8). Für $M - M$ wird also „nichts" gesetzt (hier symbolisiert im Stil der Algebra der Logik mit „0"). Die Axiome lauten:

$$\text{Axiom 1:}\quad A + A \mathrel{\dot\infty} A\,,$$
$$\text{Axiom 2:}\quad A - A \mathrel{\dot\infty} 0\,.^{84}$$

In den beiden Postulaten fordert Leibniz die Ausführbarkeit der Operationen „Zusammennehmen" und „Abziehen".

Leibniz beweist nun folgende Theoreme, wobei der Kalkül hier für die Symbolisierung durchgehend extensional gedeutet ist:

(1) $$A \infty B \mathrel{\dot\wedge} B \infty C \ \ddot{\prec}\ A \infty C\,,$$
(2) $$A \infty B \mathrel{\dot\wedge} B \not\infty C \ \ddot{\prec}\ A \not\infty C\,.$$

In einer Randbemerkung notiert er die Formel $A \subset B \mathrel{\dot\wedge} B \infty C \ddot{\prec} A \subset C$, in der die erst später eingeführte Enthaltenseinsrelation $\subset$ verwendet wird.[85]

(3) $$A \infty B \ \ddot{\prec}\ A + C \mathrel{\dot\infty} B + C$$

mit dem Korollar

(4) $$A \infty B \mathrel{\dot\wedge} L \infty M \ \ddot{\prec}\ A + L \mathrel{\dot\infty} B + M\,.$$

Leibniz führt nun eine andere Darstellung der Enthaltenseinsrelation ein (Theorem IV): Wenn $A + N \mathrel{\dot\infty} B$, dann ist A in B, hier symbolisiert durch $A \subset B$.

(5) $$A \subset B \mathrel{\dot\wedge} B \subset C \ \ddot{\prec}\ A \subset C\,,$$
(6) $$A \subset C \mathrel{\dot\wedge} B \subset C \ \ddot{\prec}\ A + B \mathrel{\dot\subset} C\,,$$
(7) $$A \subset M \mathrel{\dot\wedge} B \subset N \ \ddot{\prec}\ A + B \mathrel{\dot\subset} M + N\,,$$
(8) $$B \subset A \ \ddot{\prec}\ A + B \mathrel{\dot\infty} A$$

[84] Leibniz schreibt nach der verbalen Formulierung (*GP* VII, 230) fälschlicherweise symbolisch „Seu A (quotiescunque in aliqua re constituenda ponitur) $-A$ (quotiescunque ex eadem detrahitur) ∞ N", wo doch „N" für einen unbestimmten Begriff steht und nicht für „nichts" („nihil").

[85] Ein Ausdruck der Form $A \subset B$ steht für das Leibnizsche „A est in B".

[illegible]

mit der Umkehrung

(9) $$A + B \mathrel{\dot\infty} A \ \ddot{\prec}\ B \subset A\,,$$
(10) $$A \infty L \mathrel{\dot\wedge} B \infty M \ \ddot{\prec}\ A - B \mathrel{\dot\infty} L - M\,.$$

In den Sätzen (12)–(14) des Theorems IX sind die drei Fälle der „Dekonstruktion des Kompensierten" formuliert:

(12) Fall 1: Wenn $A + N - M - N \mathrel{\dot\infty} A - M$ und in A, N, M nichts Gemeinsames ist, so ist $+N - N \mathrel{\dot\infty} 0$.

(13) Fall 2: Wenn $A + B - B - G \mathrel{\dot\infty} F$ und alles, was A und B sowie G und B gemeinsam haben, M ist, dann gilt $F \mathrel{\dot\infty} A - G$ (mit weiterer Bestimmung).

Leibniz schreibt hier „$A + B$" statt „A und B", was von den meisten Kommentatoren kritiklos akzeptiert wird, obwohl das Theorem dann unverständlich wird und obwohl schon Erdmann an dieser Stelle stillschweigend korrigiert.[86]

(14) Fall 3: Wenn $A + B - B - D \mathrel{\dot\infty} C$ und wenn nichts, was A und B gemeinsam haben, mit B und D gemeinsam ist, so wird $C \not\infty A - D$ sein.

Auch hier schreibt Leibniz statt „B und D" fälschlicherweise „$B + D$".[87]

(15) $$L - A \mathrel{\dot\infty} N \ \ddot{\prec}\ \neg\,.\,A \subset N\,.\,\wedge\,\neg\,.\,N \subset A\,.$$

Der Ausdruck hinter dem Implikationszeichen besagt, daß A und N nichts gemeinsam haben.

(16) Haben A und B etwas gemeinsam und gelten $A \mathrel{\dot\infty} P + M$ und $B \mathrel{\dot\infty} N + M$ derart, daß das, was in A und B ist, in M, aber nichts davon in P und N ist, so haben P, M, N nichts gemeinsam.

Bei diesem Theorem XI setzt Leibniz unausgesprochen voraus, daß A und B nicht koinzidieren.

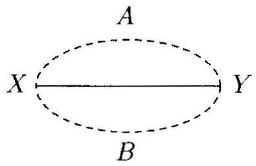
[86] Christian Thiel kann in einer ungedruckten Untersuchung „Zum Gedankengang des Beweises von Theorem IX" (*1994b*) unter Heranziehung des Vorentwurfes „De calculo irrepetibilium" (*Vorausedition*, Leibniz *1988*, Nr. 345, 1573–1576), zeigen, daß hier offenbar ein Beweisfehler vorliegt.

[87] Siehe die vorhergehende Fußnote.

(17) Für A, B und C, D disparat gilt
$A + B \dot{\infty} C + D \ddot{\wedge} A \infty C \;\dddot{\prec}\; B \infty D$.

(18) Wenn $A \infty A \ddot{\wedge} A + B \dot{\infty} A + N$, dann sind B und N nicht disparat.

Anders als im Kalkül K XIX, der, dies sei hier nochmals betont, als einzige Kalkülschrift bereits 1840 von Erdmann publiziert wurde, verzichtet Leibniz im ebenfalls etwa 1690 entstandenen Kalkül K XX auf die Einführung der Subtraktionsoperation.[88] Gegenüber K XIX ist die Notation insofern modifiziert, als Leibniz für die additive Verknüpfungsoperation ein umkreistes Plus-Zeichen „$\oplus$" verwendet. An verschiedenen Stellen veranschaulicht Leibniz Begriffsverhältnisse mit Verhältnissen zwischen Strecken oder Streckenstücken. Ein Begriff A kann analog zu einer Strecke $\overline{XY}$ aufgefaßt werden, die Identität von A und B („$A \infty B$") als Identität der Streckenstücke $\overline{XY}$ und $\overline{YX}$ („$\overline{XY} \infty \overline{YX}$"), graphisch:



Neben den extensional zu deutenden Veranschaulichungen führt Leibniz auch intensional zu verstehende Beispiele aus der Geometrie an. Wie in K XIX werden auch in K XX Koinzidenz und Verschiedenheit in den ersten beiden Definitionen eingeführt. Daraus werden folgende Sätze abgeleitet (die Numerierung entspricht nicht der Leibnizschen):

(1) $A \infty B \;\dot{\prec}\; B \infty A$,

(2) $A \not\infty B \;\dot{\prec}\; B \not\infty A$,

(3) $A \infty B \dot{\wedge} B \infty C \;\ddot{\prec}\; A \infty C$,

(4) $A \infty B \dot{\wedge} B \not\infty C \;\ddot{\prec}\; A \not\infty C$.

In Definition 3 wird wieder die Enthaltenseinsrelation (Relation „Inesse") eingeführt und in Definition 4 bestimmt, daß die Begriffe, aus denen ein L zusammengesetzt ist, Komponenten des L genannt werden, L aus diesen

[88] Eine Interpretation von K XX als "calculus of real addition" wurde von Chris Swoyer vorgelegt (*1994*).

Begriffen konstituiert („L *compositi* vel constituti"). Die Enthaltenseinsrelation, z. B. „B ist in L enthalten", kann also mit „$B \oplus N \dot{\infty} L$" symbolisch notiert werden. In der hier vorgelegten Darstellung wird allerdings durchwegs „$B \subset L$" verwendet.

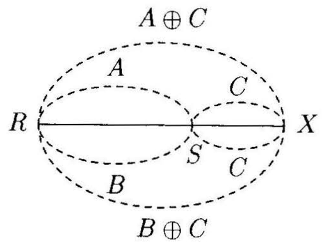
Stehen Begriffe zueinander in der Enthaltenseinsrelation (ohne daß festgelegt sein müßte, welcher Begriff der enthaltene und welcher der enthaltende ist), so werden diese Begriffe „Subalternantien" genannt (Definition 5). Trifft dies nicht zu, so sind die Begriffe „disparat" (Definition 6). Kommutativität und Idempotenz der Merkmalsverknüpfung (d. h. der Verknüpfung enthaltener Begriffe) werden axiomatisch festgesetzt:

Axiom 1: $B \oplus N \dot{\infty} N \oplus B$,
Axiom 2: $A \oplus A \dot{\infty} A$.

Die Existenz von zu Gegebenem Disparatem wird ebenso postuliert (Postulat 1) wie die Ausführbarkeit der Zusammensetzungsoperation (Postulat 2). Die abgeleiteten Theoreme veranschaulicht Leibniz teilweise geometrisch. So wird z. B. das Theorem

$$A \infty B \dot{\prec} A \oplus C \dot{\infty} B \oplus C$$

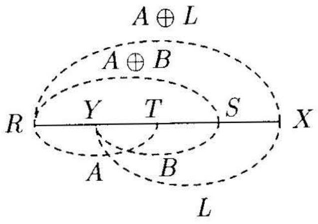
durch Abbildung der Begriffsverhältnisse auf eine Strecke $\overline{RX}$ veranschaulicht:



Das Theorem

$$B \subset L \dot{\prec} A \oplus B \dot{\subset} A \oplus L$$

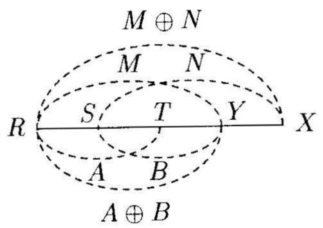
mit $B \subset L$ für „B est in L" (Definition 4) wird wie folgt dargestellt:



Für $\overline{RT} \equiv A$, $\overline{YS} \equiv B$ und $\overline{YX} \equiv L$ ergibt sich der Satz. Ein weiteres Beispiel ist der Satz

$$A \subset M \mathbin{\dot{\wedge}} B \subset N \mathrel{\ddot{\prec}} A \oplus B \mathrel{\dot{\subset}} M \oplus N \ ,$$

graphisch:



Couturat, der als Vertreter der Algebra der Logik einer extensionalen Logik den Vorzug gab, hat die doppelte Deutbarkeit des allgemeinen Kalküls in inhalts- und in umfangslogischer Weise als Irrtum bezeichnet (*1901*, 373*f*.). Die *Inesse*-Relation sei essentiell asymmetrisch. Die Eigenschaft, in etwas enthalten zu sein, könne nur dem Prädikat, nie dem Subjekt einer Aussage zukommen. Kauppi hält dem entgegen, daß Couturat nur die Gesetze des Leibnizschen intensionalen Kalküls für Subjekt und Prädikat berücksichtige und irrtümlich schließe, daß die Gesetze des allgemeinen Kalküls nur für eine Logik der Begriffsinhalte gelten. Wenn aber beim Übergang von der intensionalen zur extensionalen Betrachtungsweise das Enthaltene das Subjekt wird, verändere sich auch die Deutung der Kompensation: die inhaltslogische Summe werde durch die Vereinigung der Begriffsumfänge ersetzt.[89] Die Leibnizschen Gesetze der Kompensation

[89]Kauppi *1960*, 232. Schon *1915* hatte sich Willy Freytag gegen die Argumentation Couturats gewandt. Leibniz' Konzeption sei „gerade ein Beispiel einer sehr ‚formalen' Theorie, ganz im Sinne der von *Couturat* [1901] in dem Kapitel über die allgemeine

blieben gültig. Diese Interpretation wird von Christian Thiels Untersuchungen zum Wechselverhältnis zwischen Intension und Extension in den Leibnizschen Logikkalkülen bestätigt.[90] Thiel definiert die Extension eines Begriffes als den Begriffsumfang, der diejenigen Individuen in sich vereint, die unter diesen Begriff fallen, während die Intension des Begriffs, der Begriffsinhalt, von Merkmalen oder Teilbegriffen gebildet wird, die den Begriff ausmachen (Thiel *1979*, 14). Die Leibnizschen algebraischen Kalküle sind aber von solchen Deutungen zunächst unabhängig. Leibniz habe, so Thiel (*1975*, 33),

> ganz bewußt den Kalkül als einen *allgemeinen* formuliert, der verschiedenen Deutungen nicht nur zugänglich ist, sondern einzig um dieser verschiedenen Deutungsmöglichkeiten willen überhaupt aufgestellt wird.

Die Regeln des Kalküls sind also deutungsinvariant, seine Konstruktion, so formuliert es Sybille Krämer, geht der Interpretation voraus (*1992*, 228). Für Sybille Krämer ist dies ein wichtiges Merkmal der von Leibniz in den „Meditationes de Cognitione veritate et ideis" von 1684 eingeführten „blinden oder symbolischen Erkenntnis" („cogitatio caeca vel symbolica"),[91] deren Charakteristika sie wie folgt zusammenfaßt:[92]

> (1) Die Symbole, die beim Denken zum Einsatz kommen, dienen nicht kommunikativen, sondern instrumentellen Zwecken: *Sprachen werden als eine Technik gebraucht.* (2) Mit den Symbolen wird im Kalkül interpretationsfrei operiert: *In Kalkülen werden die Zeichen autark gegenüber den Gegenständen ihrer Referenz.* (3) Die Symbole bilden die in ihnen repräsentierten Gegenstände nicht einfach ab, sondern bringen sie hervor: *Die Gegenstände des Erkennens sind symbolisch konstituiert.* Wo immer jedoch ein Erkenntnisverfahren, bei dem Symbole zum Einsatz gelangen, so zu organisieren ist, daß die Merkmale (1)–(3) erfüllt sind, kann *Wahrheit* auf *Richtigkeit* zurückgeführt werden. Die Transformation von Wahrheit in Richtigkeit ist Kunstgriff und Kerngedanke der „cogitatio caeca vel symbolica".

Mathematik auseinandergesetzten Bestrebungen *Leibnitzens*, eine möglichst allgemeine sowohl mathematische wie logische und, fügen wir hinzu, auch dingliche Verhältnisse oder ‚Formen' zugleich umfassende Symbolik und Rechnung zu gewinnen" (*1915*, 140).

[90]Vgl. z. B. Thiel *1975*, *1979*, *1991*; zur Geschichte der Unterscheidung vgl. auch Frisch *1969*, Walther-Klaus *1987*, vor allem aber Hamacher-Hermes *1994*.

[91]*GP* IV, 422–426, bes. 423; *Hauptschriften* I, 22–29, bes. 25.

[92]Krämer *1992*, 224*f*. Symbolische Erkenntnis bei Leibniz bildet auch einen Schwerpunkt von Krämers Habilitationsschrift *Berechenbare Vernunft* (*1991*, 220–328).

2.5 Leibniz und die moderne Logik

Die Frage nach dem Verhältnis der Leibnizschen zur modernen Logik ist seit Beginn der breiten Rezeption der logischen Entwürfe von Leibniz in unserem Jahrhundert mit der Frage verbunden, ob und wenn ja, bis zu welchem Grade Leibniz die Ergebnisse und Methoden des Frege-Russellschen Logizismus und der sich daraus seit den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts entwickelnden mathematischen Grundlagenforschung vorweggenommen habe, ja, ob er nicht als Schöpfer des Logizismus angesehen werden könne. Obwohl bei der Beantwortung dieser Frage ein breiter Konsens darüber besteht, daß in der Leibnizschen Logik, insbesondere in ihrer Programmatik, die modernen Aufgabenstellungen und methodischen Ansätze von Logik und mathematischer Grundlagenforschung genial antizipiert worden sind, sei hier die vehemente Kritik Günther Jacobys nicht verschwiegen, die an Zweifeln bezüglich der Originalität der Leibnizschen Schöpfungen ansetzt. In seiner Polemik gegen Logistik und Logistiker schreibt Jacoby (*1962*, 104):

> Nicht sein eigen waren scientia generalis und Kombinatorik. Sie gehörten zu Lul und dem Lulismus. Nicht mathesis universalis und characteristica universalis. Sie gehörten seit Descartes zu jener Zeit. Aber Leibniz dürfte erstmals die characteristica, was damals nahe lag, auf Logik angewandt haben. Doch überwog das Projekt bei ihm die Leistung. Er „schuf" nicht die Logistik.

Ahnherr von Kombinatorik und *scientia generalis* „samt allen historischen Folgen einschließlich der Logistik" (ebd.) sei Raymundus Lullus gewesen, Leibniz dagegen nur einer von vielen Propagatoren von *characteristica* und *mathesis universalis*. Er sei darüber hinaus Antinominalist, arbeite also anders als die modernen Logistiker mit Sachverhalten, habe zudem kaum etwas veröffentlicht. Schließlich habe er mit seinem Streben nach Mathematisierung und *characteristica universalis* einem Trugbild nachgehangen.

Leibniz nutzte in der Tat die Ideen und Konzepte seiner Zeit, z. B. auch die zeitgenössischen Bemühungen zur Schaffung von Universalsprachen, ja er schloß sogar an ältere, zu seiner Zeit schon überwunden geglaubte Traditionen an, so daß Scholz ihn in Abgrenzung zu Descartes „den konservativsten Revolutionär der abendländischen Geistesgeschichte" nennen konnte.[93]

Die Leibnizsche Genialität lag in der Zusammenschau, im Zusammenbringen verschiedener universeller, bis dahin distinkter Ideen, Methoden und Konzeptionen. Dies wird von Jacoby nur teilweise mit dem Hinweis auf die originelle Anwendung der Charakteristik auf die Logik konzediert. Jacoby will mit seiner Kritik der Vereinnahmung der Logik durch die Vertreter der mathematischen Logik entgegenwirken. Sie ist vor allem gegen Heinrich Scholz gerichtet, den Werber für die als unanschaulich-abstrakt und damit als „undeutsch" abgewertete mathematische Logik und Grundlagenforschung im nationalsozialistischen Deutschland. In dessen *Geschichte der Logik* taucht das Wort von „Leibniz als Schöpfer der Logistik" allerdings nur im Kolumnentitel auf und in einer Fußnote, in der Scholz klarlegt, daß die Würdigung des Leibnizschen Programms ihm nur im Lichte des Russellschen Logizismus möglich gewesen sei.[94] Für Scholz ist nämlich Frege der Schöpfer des Logizismus und zwar sein, allerdings in unbewußter Leibnizscher Tradition stehender „Urschöpfer": „Frege [hat] für einen exemplarischen Fall genau das hervorgerufen [...], was Leibniz hat hervorrufen wollen, nur noch in einem viel größeren Raum."[95]

Dieser Gedanke der bruchlosen, wenn auch unbewußten Fortführung des Leibnizschen Programms in der modernen Logik, insbesondere im Logizismus, ist angesichts der Krise des Logizismus und seines von vielen behaupteten Scheiterns von zahlreichen Historikern bestritten worden. Hans Poser z. B. diagnostiziert bei Leibniz „ein grundsätzlich anderes Verständnis des Verhältnisses von Logik und Mathematik, als ihm dies der spätere Logizismus unterstellt." Dies habe den Effekt, daß „für ihn einige Einwände entfallen, die gegen den Logizismus erhoben worden sind" (Poser *1988*, 206). Daß sich diese Einwände aus der Perspektive

[93]Scholz *1942*, Zit. nach Scholz *1961*, 120. Dieser Umstand hat Couturat zu der Vermutung veranlaßt (Couturat *1901*, 354), daß die Algebra der Logik vielleicht schon 200 Jahre früher erfunden worden wäre, wenn Leibniz weniger Respekt vor der scholastischen Logik gehabt hätte.

[94]Scholz *1931*, 53*f*., Fn. 9, Zit. 54: „Für die mir anvertraute Klarlegung war entscheidend, daß ich hier nicht über *Leibniz* überhaupt, sondern über *Leibniz* als *Schöpfer der Logistik* zu berichten hatte. Und ich habe dagegen nichts einzuwenden, wenn man diesen Bericht als eine erste Antwort auf die Frage betrachtet, inwiefern *Leibniz* als Schöpfer der Logistik anzusehen ist." In dieser Fußnote (S. 53) findet sich auch Scholz' Einschätzung des Verhältnisses zwischen Lullus und Leibniz.

[95]Scholz *1942*, Zit. nach Scholz *1961*, 148.

Leibnizscher Konzeptionen auch als Reformvorschläge deuten lassen, hat Georgi Schischkoff *1947* festgestellt. Schischkoff fordert die Erweiterung des logizistischen Programms um kategorial-begriffliche Aufgaben, die er zumindest indirekt in den „Versuche[n] zur logischen Analyse der Weltstruktur, der Sprache und zum Aufbau einer Morphologie des philosophischen Denkens" angegangen und paradigmatisch durch Rudolf Carnaps *Der logische Aufbau der Welt* (*1928*), seine *Logische Syntax der Sprache* (*1934*) und Heinrich Scholz' *Metaphysik als strenge Wissenschaft*[96] vertreten sieht (Schischkoff *1947*, 239).

So aktuell die Leibnizschen Visionen auch heute noch sein mögen (vgl. Scheibe *1990*), Schischkoffs Optimismus hinsichtlich einer Wiedergeburt des Leibnizprogramms ist inzwischen vergangen. Die von Schischkoff genannten Werke bilden den Höhepunkt der Versuche des Neo-Positivismus und verwandter Richtungen, die Grundlagen der „wissenschaftlichen Weltauffassung" zu legen, deren Undurchführbarkeit ebenso wie die des radikalen Leibnizschen Rationalismus (vgl. Krüger *1969*) heute allgemein eingesehen wird.

Im Rahmen der historischen Diskussion der Leibnizschen Kalküle hat es Meinungsverschiedenheiten um den Wert der Minus-Operation im Plus-Minus-Kalkül gegeben. Während Clarence Irving Lewis[97] die schwierige Handhabbarkeit und geringe Nützlichkeit dieser von Couturat (*1901*, 378) als Abstraktion identifizierten Operation kritisiert, sieht Karl Dürr darin durchaus einen Nutzen für weitergehende Untersuchungen.[98] Kauppi (*1960*, 239) hält sich aus einer Bewertung heraus, bemerkt aber, daß Leibniz mit der Einführung der Minus-Operation einen Schritt hin zur Antizipation moderner formal-logischer, insbesondere verbandstheoretisch orientierter, mit zwei Verknüpfungsoperationen arbeitender Systeme getan habe. Da Leibniz mit einer Operation und ihrer Inversen arbeitet, in den modernen symbolisch-logischen Systemen aber meist zwei direkte Operationen, Konjunktion (Multiplikation) und Adjunktion (Addition) verwen-

[96]Scholz *1941*. Vgl. zur Scholzschen Metaphysikkonzeption Lang *1970*, Stock *1987*, Molendijk *1991*.

[97]*1918*, Zit. Neuausgabe, 18.

[98]Dürr *1930*, 3: „Es wird sich im folgenden zeigen, daß, wenn man die Theorie der inversen Operationen in sinnvoller Weise ausbaut, man zu Systemen gelangt, die Eigenschaften besitzen, um derentwillen sie es wohl verdienen, beachtet zu werden." Dürr meint damit, daß diese Systeme mit nur einer einzigen, nicht auf andere zurückführbaren Operation auskommen.

det werden, impliziert Kauppis Hinweis, daß Leibniz' Ansätze in einem zentralen Gesichtspunkt moderner logischer Kalküle defizient waren. Dem ist entgegenzuhalten, daß Leibniz mit einer direkten Operation, Negation und Implikation ein im (auch verbandstheoretischen) Sinne der heutigen Logik mehr als vollständiges Instrumentarium zur Verfügung hatte.

Es ist dann auch nicht so sehr das von Kauppi genannte Kriterium, als der fragmentarische, entwurfshafte, mehr programmatische Charakter der Leibnizschen Versuche, der die Historiker dazu bringt, in Leibniz lediglich den genialen Propheten, aber nicht den Schöpfer der symbolischen Logik zu sehen. So schreibt z. B. C. I. Lewis in seinem 1918 erstmals erschienenen *Survey of Symbolic Logic*:[99]

> The program both for symbolic logic and for logistic, in anything like a clear form, was first sketched by Leibniz [...]. Leibniz left fragmentary developments of symbolic logic, and some attempts at logistic which are prophetic but otherwise without value.

Auch für Karl Dürr blieb es beim Versuch (Dürr *1930*, 5):

> Es ist bekannt, daß Leibniz der erste gewesen ist, der es versuchte, das zu schaffen, was man einen Logikkalkül oder in Anlehnung an einen den Engländern vertrauten Ausdruck eine symbolische Logik nennen könnte.

Dürrs Analyse des Logikkalküls *K XIX* kommt aber zu dem Ergebnis, daß der Leibnizsche Kalkül gegenüber der Booleschen Algebra wesentlich unvollständig ist.

Keiner der Interpreten geht so weit wie Wolfgang Lenzen, der mit dem Instrumentarium der modernen Logik die Leibnizschen Kalküle rekonstruiert, zuletzt in seinem Buch *Das System der Leibnizschen Logik* (*1990*). Ihm geht es aber eher um die Potentialität der Leibnizschen Ansätze als um eine philologisch exakte Deutung ihres Gehaltes. In einer Arbeit über „Leibniz und die Boolesche Algebra" (*1984*) z. B. versucht er nachzuweisen, daß Leibniz schon auf Grundlage seines Basissystems ohne „unbestimmte Begriffe" eine vollständige Axiomatisierung der Boole-Schröderschen Mengenalgebra gelungen sei. Er stellt dazu einem Axiomensystem der Mengenalgebra, wie es Lewis und Langford in ihrer *Symbolic Logic* (*1932*, 29) aufgestellt haben, zunächst eine Liste von 19 potentiellen Axiomen der Leibnizschen Logik gegenüber. Diese potentiellen Axiome erhält

[99]Lewis *1918*; Zit. Neuausgabe, 4.

Lenzen durch analytische Rekonstruktion eines Basissystems *L1* aus den Leibnizschen logischen Schriften, insbesondere den *Generales Inquisitiones* von 1686. Lenzen zeigt darüber hinaus, daß aus diesen Grundprinzipien weitere gültige Theoreme folgen, die Leibniz nicht explizit genannt hat. Aus den 19 „Axiomkandidaten" wählt Lenzen dann 6 Theoreme aus und beweist, daß alle anderen vorgestellten Gesetze Theoreme der axiomatisierten Logik *L1* sind. Schließlich beweist er die Äquivalenz bzw. Isomorphie der axiomatisierten Logik *L1* mit der axiomatisierten Booleschen Algebra, d. h. er zeigt unter Angabe einer Isomorphiezuordnung, daß jedes Theorem der Booleschen Algebra in ein Theorem von *L1* umgewandelt werden kann und umgekehrt.

Ohne hier auf die Schlüssigkeit dieser Beweisführung einzugehen, sei auf Lenzens Folgerungen für die Logikgeschichtsschreibung hingewiesen. Nach Lenzens Auffassung erweisen sich die oben zitierten Kritiken „als Summe von Vorurteilen und Irrtümern". In Auseinandersetzung mit einem Urteil Couturats (*1901*, 387) betont Lenzen (*1984*, 203):

> Eine „algorithmische, d. h. [...] exakte und strenge Logik" ist nicht erst durch Boole, sondern bereits durch Leibniz entwickelt worden. Sein begriffslogisches System beruht auf einer weder konfusen noch vagen, sondern hinreichend präzisen bzw. präzisierbaren zweifachen extensionalen und „intensionalen" Deutung der Begriffe. Und gar von einem „letztendlichen Scheitern" seines Systems sprechen zu wollen, muß als einer der größten Treppenwitze der Logikgeschichtsschreibung angesehen werden.

2.6 Metaphysik und Logik

Leibniz' philosophisch-metaphysisches System ist als „Panlogismus" bezeichnet worden. Louis Couturat hat darunter die Ableitung der Metaphysik aus der Logik verstanden, die er als Zentrum und einheitsstiftendes Element von Leibniz' metaphysischen Spekulationen und seiner mathematischen Entdeckungen charakterisierte.[100] Diese Kennzeichnung ist von Aron Gurwitsch übernommen und erweitert worden. Gurwitsch versteht unter „Panlogismus" (*1974*, 3*f*.)

> die Lehre, dass im Universum als ganzem sowohl wie in allen seinen Teilen, d. h. in allem, was in ihm existiert und geschieht, eine Logik niedergeschlagen und realisiert ist. Das Universum ist durch und durch als Inkarnation von Logik verstanden. Gemäß dem Prinzip der logico-ontologischen Äquivalenz läßt sich jede logische Struktur ins Ontologische und umgekehrt jede ontologische ins Logische übersetzen.

[100] Couturat *1901*, IX, XI; zur Couturatschen Deutung der Leibnizschen Metaphysik vgl. auch Couturat *1902* (dt. *1988*).

Seine Differenz zu Couturat resümiert Gurwitsch wie folgt: „Unter Panlogismus verstehen wir also Leibnizens Auffassung des Universums und nicht, wie Couturat, eine Auslegung der Leibnizischen Philosophie" (ebd.). Klaus Erich Kaehler hat schließlich den Gurwitschschen Panlogismus um die subjektive Seite der Rationalität ergänzt (vgl. Kaehler *1989*, 28*f*.). Mit dieser Ergänzung, so Kaehler, entfalle auch der Vorwurf der Einseitigkeit dieser Interpretation, „demzufolge Panlogismus eo ipso Universalismus sei und der Bedeutung des Leibnizschen Individualismus nicht gerecht werde" (Kaehler *1989*, 31).

Ein solcher Vorwurf der Einseitigkeit ist von Dietrich Mahnke *1925* insbesondere gegen Couturats Behauptung erhoben worden, daß Leibnizens Metaphysik einzig und allein auf den Prinzipien der Logik beruhe und vollständig aus diesen hervorgehe (Couturat *1901*, X). Daß diese Behauptung individuelle Aspekte wie Wißbegierde und Religiosität nicht berücksichtige, ist allerdings nur ein eher marginaler Aspekt der Mahnkeschen Kritik. Kern seiner Einwände ist eine Argumentation gegen Couturats Behauptung, daß für Leibniz auch zufällige Tatsachenwahrheiten analytisch seien.[101] Er unterstellt Couturat die Deutung von Logik und Metaphysik als lediglich intelligible, abstrakte Ideenwelt und kritisiert, daß sie die Notwendigkeit der sinnlichen Verkörperung und willensmäßigen Aktualisierung der reinen Vernunftideen nicht berücksichtige (347). Couturat deute zudem das zum Motto seines Buches *La Logique de Leibniz* erhobene Leibnizwort „Cum Deus calculat ... fit mundus" falsch. Es befinde

[101] Mahnke *1925*, 346. Couturats Deutung scheint im Rahmen der Leibnizschen, auch von der göttlichen, nicht nur von der begrenzten menschlichen Vernunft handelnden Metaphysik konsistent. Albert Heinekamp zeigt, daß Leibniz den Anwendungsbereich seines analytischen Werkzeuges der *characteristica univeralis* nicht auf die notwendigen (Vernunft-)Wahrheiten beschränkt sehen wollte, bezweifelt aber, daß Erfahrungssätze über Individuen in ihren Gegenstandsbereich fallen, „denn das wäre nur dann möglich, wenn es adäquate Zeichen für Individualbegriffe gäbe. Zeichen für Individualbegriffe, wie Leibniz sie benötigen würde, sind deshalb nicht möglich, weil sie von unendlicher Komplexität sein müßten, um einen Individualbegriff, in dem ja alles enthalten sein soll, was man über das entsprechende Individuum aussagen kann, zum Ausdruck bringen zu können" (Heinekamp *1972*, 453).

sich auf dem Manuskriptrand des „Dialogus",[102] dort wo Dialogpartner B den Einwand erhebt, daß Gedanken doch ohne Worte entstehen können, und A darauf antwortet, daß Gedanken vielleicht ohne Worte, aber nicht ohne irgendwelche Zeichen entstehen können. „Versuche nur, ob du eine arithmetische Rechnung anstellen kannst, ohne dich der Zahlzeichen zu bedienen".[103] Die Marginalie lautet vollständig: „Cum DEUS calculat et cogitationem exercet, fit mundus" (*GP* VII, 191, Anm.). Mahnke übersetzt sie unter Berücksichtigung des darauf bezüglichen Textes: „Wenn Gott (mit sichtbaren *Zeichen*) rechnet und sein Denken in die *Tat* umsetzt, entsteht die Welt." Psychologisch sei rein abstraktes Denken gar nicht möglich, sondern bedürfe immer konkreter, anschaulicher Symbole. Couturat verkenne daher auch die Leibnizsche Auffassung der Mathematik, die er als formal-logische Disziplin deute (Mahnke *1925*, 347*f.*):

> Das zweite, die anschauliche Realisierung, gehört nach Leibniz genau ebensosehr zu ihrem Wesen. Die Charaktere sind ihm nicht nur *Mittel*, um die *formalen Relationen* des Denkens sichtbar zu machen, wie *Couturat* meint [...],[104] sie haben vielmehr auch einen Selbstwert, indem sie diese logischen Formen *sichtbar* machen, nämlich ihnen Sinnfälligkeit und (psychische wie auch physische) Realität verleihen.

Ich halte die Mahnkesche Kritik an Couturat für nicht zutreffend. Couturat hat in seinen Ausführungen zur *characteristica universalis* die Leibnizsche Unterscheidung zwischen Zeichen, die wie ägyptische Hieroglyphen oder chinesische Schriftzeichen Ideen repräsentieren, und solchen Zeichen, die dem Denkprozeß dienen, durchaus zur Kenntnis genommen.[105] Zur

[102]„Dialogus de connexione inter res et verba, et veritatis realitate", *E* I, 76–78, Marginalie 77; „Dialogus", *GP* VII, 190–193, Marginalie 191, Fn.

[103]*GP* VII, 191; Übersetzung nach Mahnke *1925*, 347.

[104]Mahnke verweist hier auf folgende Äußerung von Couturat: « Toutes les opérations de l'esprit se trouvant ramenées à des combinaisons toutes formelles des signes dont le sens reste inconnu ou indéterminé, on est bien sûr que les conséquences que l'on tire résultent de la forme seule des relations logiques, et non de leur matière ou de leur contenu, c'est-à-dire des idées qui en constituent les termes » (Couturat *1901*, 101*f.*). Dies ist natürlich mehr als „sichtbar machen". Couturat behauptet hier die vollständige Repräsentation formaler gedanklicher Akte durch Operationen mit Zeichen. Es ist keine Rede davon, inwieweit gedankliche Akte ohne Zeichenrepräsentation zu Erkenntnis führen können. Er behauptet also auch nicht die Möglichkeit einer solchen Erkenntnisgewinnung.

[105]*GP* VII, 204; vgl. Couturat *1901*, 81.

zweiten Art gehören arithmetische Ziffern und algebraische Zeichen.[106] Die Zeichen sind damit durchaus Mittel, doch ist ihre Vermittlung unhintergehbar, eine Erkenntnis, die in der algebraisch-logischen Tradition von Boole bis Schröder (und Couturat) Gemeinplatz war. Ich kann also nicht sehen, daß Couturat den Zeichen ihren, von Mahnke so betonten „Selbstwert" abgesprochen hätte. Mahnkes Argument scheint eher dazu zu dienen, seine eigene phänomenologische Interpretation herauszustreichen,[107] nach der in Husserls Phänomenologie mit ihrer Erhebung der Mathematik von der „Tatsachenwissenschaft" der subjektiven Psyche zur Phänomenologie als „Wesenswissenschaft" des objektiven Logos eine Verwirklichung des in der Leibnizschen Ineinssetzung von Logik und Mathematik begründeten Ideals der Mathematik vorliege. Husserls Einsicht von der Gebundenheit der Rechtfertigung wissenschaftlicher Behauptungen an ihnen adäquate Anschauungen, in der Mathematik an evidenzschaffende, diskrete, sinnlich wahrnehmbare außerlogische Zeichen, sieht Mahnke erstmals bei Leibniz antizipiert (*1923*, 34, 36), der ihm damit zum „Begründer der symbolischen Mathematik" wird (Mahnke *1927*).

[106]Undatierter Brief an den Sekretär der Royal Society Heinrich Oldenburg, von Carl Immanuel Gerhardt im Vorwort zum Bd. 7 seiner Ausgabe der *Philosophischen Schriften* abgedruckt (*GP* VII, 12).

[107]Vgl. Mahnke *1925*, 347. Mahnke gehörte während seines Studiums zum Göttinger Schülerkreis Edmund Husserls (vgl. Wohltmann *1957*). Siehe für einen Vergleich Leibnizscher, Husserlscher und Hilbertscher Philosophie der Mathematik Mahnke *1923*.

Kapitel 3

Die frühe Rezeption Leibnizscher *mathesis universalis* und Logik

Wurden Leibniz' Gedanken zu allgemeiner Wissenschaft, *mathesis universalis* und kalkülisierter Logik wirksam, und wenn ja, auf welchen Wegen?[1] In diesem Kapitel soll eine Antwort auf diese Fragen versucht werden, indem der frühen Rezeption dieser Konzeptionen nachgegangen wird. Die Antwort kann nicht trivial sein, waren doch lediglich programmatische Äußerungen Leibniz' vor allem in den großen metaphysischen und theologischen Schriften seines Spätwerkes zugänglich, die Entwürfe und Versuche zur Ausführung des Programms aber in seinem Nachlaß verborgen. Als wichtigster Vermittler Leibnizscher Philosophie im beginnenden 18. Jahrhundert gilt Christian Wolff.[2]

[1] Eine als Wirkungsgeschichte vor allem der Leibnizschen Metaphysik konzipierte Geschichte der Logik und Metaphysik von Leibniz bis ins ausgehende 18. Jahrhundert hat schon Wilhelm Ludwig Gottlob v. Eberstein *1794/98* vorgelegt. v. Eberstein stellt die symbolische Logik der Zeit vor, ohne aber auf die Leibnizsche allgemeine Wissenschaft und ihre Wirkung einzugehen.

[2] Christian Wolff (* 24. Januar 1679 in Breslau; † 9. April 1754 in Halle) studierte Theologie, Mathematik und Physik in Jena u. a. bei Erhard Weigel (1625–1699), bei dem auch Leibniz gehört hatte (zur Biographie vgl. vor allem Wuttke *1841*; eine Bibliographie der Sekundärliteratur 1800 bis 1985 gibt Biller *1986*). 1703 habilitierte sich Wolff in Leipzig. Eine der beiden zu diesem Zweck verfaßten Dissertationen trug den Titel „De algorithmo infinitesimali differentiali" (*1703c*) und war Leibniz zugeeignet. Der später von den Herausgebern der *Meletemata* (*1755*) gewählte Titel lautet „Dissertatio Algebraica de Algorithmo infinitesimali differentiali", das Stück selbst ist mit „Dissertatio Algebraica de Algorithmo Differentiali" überschrieben. Auf Anraten des Professors für Moraltheorie und Begründers der *Acta Eruditorum Lipsiensium* Otto Mencke (1644–1741) schickte Wolff die Arbeit an Leibniz, wodurch ein ausgedehnter Briefwechsel zwischen beiden ausgelöst wurde. Der Briefwechsel wurde 1860 von Carl Immanuel Gerhardt ediert (Gerhardt [Hg.] *1860*; vgl. zum Anlaß der Korrespondenz Gerhardts Einführung, bes. S. 8). Gerhardt weist in einer Fußnote auf eine abweichende

3.1 Christian Wolff

Von Christian Wolff gingen entscheidende Impulse für eine aufklärerische Verbreitung und Öffentlichkeit von Wissenschaft aus.[3] Zugleich gilt er als Propagator und Fortsetzer Leibnizscher Philosophie, in dem Sinne, daß er sie systematisierte und zu einer neuen Schulphilosophie ausbildete.[4] So betont z. B. Gerd Ueding (*1989*, 303):

> Erst diese Systematisierung nämlich machte die Gedanken auch verfügbar; indem sie ihnen eine feste Ordnung gab, richtete sie sie für den Lehrzweck, für Lehrbuch, Lehrbetrieb und auch zur Wirksamkeit in einem gebildeten Publikum erst aus.

Wolff wird so zum Vermittler zwischen Leibniz und Kant, wie Hans Gerlach meinte,[5] eine Auffassung, die bei Berücksichtigung der pointierten Kritik von Heinrich Scholz an der Wolffschen Philosophie in neuem Licht erscheint. Scholz bezeichnet Wolff als „berühmtesten Schüler" von Leibniz, dessen „eigenste Leistung" in der „umfassende[n] Neuordnung" des

Schilderung Wolffs in seiner Lebensbeschreibung (Wolff *1841*, 133) hin. Wolff berichtet dort, daß die andere Dissertation „Philosophica Practica Universalis" (*1703a*) von Mencke begutachtet worden sei, der sie ohne Wolffs Wissen an Leibniz gesandt habe, „um sein Urtheil von mir zu vernehmen, welches aber so geneigt ausfiel, daß ich schamroth wurde, als er mir dieselbe aus der Antwort vorlaß und zugleich einen Brief von dem H. v. Leibnitz überreichte." 1707 wurde Wolff Professor für Mathematik und Naturlehre in Halle a. S. Von 1709 an hielt er dort auch philosophische Vorlesungen. 1723 wurde er nach Auseinandersetzungen mit den Pietisten in Halle aus Preußen vertrieben (vgl. Zeller *1865*). Er fand Aufnahme an der Universität Marburg, wurde aber nach der Thronbesteigung Friedrichs II. rehabilitiert und schließlich nach Halle zurückberufen. 1743 wurde er Kanzler der Universität.

[3] Dies betrifft insbesondere Wolffs Bemühungen um das Deutsche als Wissenschaftssprache durch Vorlesungstätigkeit in deutscher Sprache und die Abfassung eines deutsch geschriebenen Zyklus mathematisch-naturwissenschaftlicher Lehrbücher und philosophischer Werke (vgl. Ricken *1989*).

[4] Diese Auffassung wird von Charles A. Corr (*1975*) aufgrund reichen Materials in Frage gestellt.

[5] Gerlach *1980*, 23. Gerlachs Auffassung, daß mit dieser vermittelnden Stellung Wolffs „auf besondere Weise die Kontinuität des philosophiegeschichtlichen Fortschritts ausgedrückt" wird, setzt allerdings eine vorgängige Bestimmung des Fortschrittsbegriffs voraus, galten doch Leibniz und Wolff Kant als Vertreter des dogmatischen Rationalismus, dem er seinen Kritizismus entgegensetzte. Der durch den Kantschen Kritizismus repräsentierte Fortschritt kann also kaum als kontinuierliche Fortsetzung früherer Ansätze bezeichnet werden.

„weitschichtigen Materials" der Metaphysik hoch- und spätmittelalterlicher Scholastik liegt. Wolff eigen sei (Scholz *1942/1961*, 130*f.*)

> der Versuch seiner Neugestaltung nach dem Muster der Mathematik. Diese Neugestaltung ist ihm so gründlich mißlungen, daß man von einem Trauerspiel sprechen darf. Nichts hat die denkwürdigen Leibnizischen Ideen zu einer Mathematisierung der Metaphysik so diskreditiert wie die Wolffsche Pseudo-Mathematik. Die ganze Kantische Kritik des Leibnizischen Mathematisierungsprogramms ist effektiv nur eine Kritik der Wolffschen Pseudo-Mathematik und darum grundeigentlich gegenstandslos.

In unserem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie weitgehend Wolffs Anleihen bei Leibniz waren, d. h. auch, in welcher Form er das Leibniz-Programm weitervermittelte. Eine solche Mittlerfunktion gehörte zu dem wissenschaftlichen Arbeitsprogramm, das Wolff sich selbst gesetzt hatte, denn schon in seinem ersten Brief an Leibniz vom 20. Dezember 1704 bemerkte er zu seiner wissenschaftlichen Zielsetzung, daß er sich die Ergebnisse anderer Forscher aneignen und in eine wissenschaftlich angemessene Form bringen wolle.[6]

3.1.1 Wolffs Logik und das Leibnizprogramm

In Wolffs philosophischem System finden sich zahlreiche Analogien zum Leibnizprogramm. So ist die Wolffsche Philosophie[7] beherrscht von der „mathematischen Lehrart", seine Logik ist auf eine *ars inveniendi* ausgerichtet und mit einer *ars characteristica* versehen, in der auch die Kombinatorik nutzbar gemacht wird. Zudem ist der Kalkülgedanke entwickelt. Es zeigt sich, daß zwar alle diese Elemente stark von Leibniz beeinflußt waren, sich aber nicht in jedem Fall auf Leibniz zurückführen lassen.

[6]Gerhardt (Hg.) *1860*, 14*f.*, bes. 14.

[7]Vgl. die immer noch maßgebliche Gesamtdarstellung von Mariano Campo über *Christiano Wolff e il razionalismo precritico* (*1939*), zur Metaphysik École *1990* sowie unter theologischer Schwerpunktsetzung Bissinger *1970*. Zur Logik vgl. Barone *1957*, 83–99; zu ihrer Einordnung in das philosophische System vgl. vor allem Hans Werner Arndts Einleitung in die „Deutsche Logik" (Arndt *1965b*). Die „Deutsche Logik" ist durch einen Stellenindex und eine Konkordanz erschlossen (Delfosse/Krämer/Reinhardt *1987*). Eine Besprechung der „Lateinischen Logik" unter Hinweis auf ihre historischen Quellen gibt École *1981/82*. Für eine Einordnung der „Lateinischen Logik" in die Aufklärungsphilosophie vgl. Schenk *1980*.

Christian Wolffs Logik steht vielmehr durchaus unabhängig von Leibniz in der aristotelischen Tradition der protestantischen Schullogik des 16. Jahrhunderts, der ramistischen katholisch-jesuitischen Schullogik jener Zeit und der die *mathesis universalis* betonenden cartesianischen Tradition. Sie ist schließlich auch von Leibniz' kritischer Synthese dieser Vorarbeiten beeinflußt,[8] wie sie insbesondere in der 1684 in den *Acta Eruditorum* veröffentlichten Arbeit „Meditationes de Cognitione, Veritate et Ideis" zugänglich war.[9] In seiner ersten Schaffensperiode war Wolff vor allem von Ehrenfried Walter v. Tschirnhaus (1651–1708) beeinflußt, der in seiner *Medicina Mentis* eine Begründung der *ars inveniendi* zu geben versucht hatte.[10]

3.1.1.1 Mathematische Lehrart

Charakteristikum der von Wolff in seinen Schriften gewählten Darstellungsweise ist die „Mathematische Lehrart", die durchaus dem Zeitgeist entsprach, sich auch bei Spinoza oder Weigel findet.[11] Wolffs Vorstellungen von der mathematischen Lehrart sind in einem Text niedergelegt, der dem ersten Band der Serie deutscher Lehrbücher, den *Anfangs-Gründen aller Mathematischen Wissenschaften* von *1710*, vorangestellt ist und den Titel „Kurtzer Unterricht von der Mathematischen Lehrart" trägt,[12] für Arndt die wichtigste und unmittelbare Vorarbeit zur „Deutschen Logik" von *1713* (Arndt *1965b*, 29). Im „Kurtzen Unterricht" definiert Wolff die mathematische Lehrart als die Ordnung des mathematischen Vortrages (§ 1). Am Anfang eines solchen Vortrages stehen „Erklärungen" (Definitionen), von denen aus zu den „Grundsätzen" (Axiome, Postulate) fortgeschritten wird. Daraus können „Lehrsätze" (Theoreme) geschlossen werden, die durch Aufgaben veranschaulicht und durch „Zusätze" (Korollare) und „Anmerkungen" erläutert werden können. Unter *Erklärungen* versteht

[8]Zur philosophiegeschichtlichen Einordnung in die Tradition der Schullogiken vgl. Arndt *1965b*, 31–55.

[9]*GP* IV, 422–426; *Hauptschriften* I, 22–29.

[10]Tschirnhaus *1687*, Neuausgabe *1695*, dt. Übersetzung der Neuausgabe *1963*. Zu Tschirnhaus vgl. Zaunick *1963*.

[11]Zum „mos geometricus" jener Zeit vgl. Arndt *1971*. Zu Wolffs mathematischer Methode vgl. auch Frängsmyr *1975*. Eine Einordnung in mathematische Methodenmodelle des 17. und 18. Jahrhunderts gibt Engfer *1982*, 219–263.

[12]Wolff *1710*, 5–32 (Zitate nach dem Reprint der 7. Aufl. von 1750).

Wolff „deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterschieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet.“ Er unterscheidet Erklärungen der Wörter (Nominaldefinitionen) und Erklärungen der Sachen (Realdefinitionen) (§ 2) und entwickelt ihre Lehre in einer ausführlichen Begriffslehre (§§ 2–28). *Grundsätze* folgen unmittelbar aus Definitionen (§ 29), wobei *Axiome* tatsächlich mit Definitionen verbundene Grundsätze sind, *Postulate* dagegen die Möglichkeit bzw. Ausführbarkeit der mit den Grundsätzen angesprochenen Operationen betreffen (§ 30). Wegen der Unmittelbarkeit von Grundsätzen und Postulaten bedürfen diese keines Beweises (§ 31). Wolff grenzt Axiome und Postulate von Sätzen ab, die wegen ihrer *scheinbaren* Evidenz ebenfalls „Grundsätze“ genannt werden (§ 32). Er grenzt sie auch von „Erfahrungen“ ab (§ 33), die immer Sätze von einzelnen Dingen sind (§ 34) und des Empfindungsvermögens bedürfen (§ 32). Wolff betont die Unterscheidung von Erfahrungen (einzelner Dinge) und daraus (induktiv) geschlossener allgemeiner Sätze (§ 35).

Lehrsätze oder *Theoreme* folgen nicht unmittelbar aus Definitionen, sondern werden mittelbar oder unmittelbar, dann aber unter Berücksichtigung weiterer Sätze, geschlossen (§ 37). Jeder Lehrsatz besteht aus dem eigentlichen Satz, der Angabe der Bedingungen, unter denen er gültig ist, und seinem Beweis (§ 38). Ein Satz ist richtig, wenn er auf einer notwendigen Verknüpfung der Gedanken beruht, die es unmöglich macht, das Gegenteil der Aussage zu denken. Der *Beweis* deckt die notwendige Verknüpfung auf (§ 42). *Beweisgründe* sind Definitionen, Grundsätze, bereits als richtig erkannte Theoreme und Erfahrungen (§ 43). Als grundlegendes Schlußverfahren stellt Wolff den Syllogismus heraus, den er auch als typisch für Beweise in der Mathematik charakterisiert, dort allerdings zugestandenermaßen in verkürzter (enthymemischer) Form:

> § 45. Die Art und Weise, aus den gesetzten Gründen zu schliessen, ist keine andere, als die längst in allen Büchern von der *Logica* oder Vernunft-Kunst beschrieben worden. Es sind die Beweise oder *Demonstrationes* der *Mathematicorum* nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunft-Kunst zusammengesetzter Schlüsse. Daß demnach in denselben alles durch die so genannten *Syllogismos* geschlossen wird, nur, daß man zuweilen, oder wol meistens, einen von den Fördersätzen weglässet, weil er entweder dem Leser, der sich den Beweiß zu gedencken bemühet, vor sich einfället, oder aus der beygefügten Citation sich leichte errathen lässet.

Eine so entwickelte Lehrart ist allgemein, kann also in allen Wissenschaften angewendet werden. Ihre Benennung als „mathematische“ oder „geometrische“ Lehrart ist traditionell begründet, weil sie bis dato lediglich in Mathematik und Geometrie befolgt wurde (§ 51). Wolff unterwirft auch die Logik dieser Lehrart, „denn diese gewehret uns das Vermögen, die Regeln einer richtigen Logick auszuüben, als welches nicht anders als durch viele Uebung, wie alle Fertigkeit des Verstandes, erreichet wird“ (§ 52). Die mathematische Methode stellt damit eine Darstellungsform für Verfahren zur deduktiven Ableitung neuer Erkenntnisse aus Prinzipien (Vernunftwahrheiten), aber auch aus kontingenten (empirischen) Wahrheiten dar. In dieser Funktion als Präsentationshilfsmittel findet sich nur ein marginaler Bezug zur Leibnizschen *mathesis universalis*.

3.1.1.2 Aufbau der „Deutschen Logik“

In der „Deutschen Logik“ definiert Wolff die Philosophie („Welt-Weisheit“) als die Wissenschaft aller möglichen Dinge, der Art und Gründe ihrer Möglichkeit (*1713*, Vorbericht, § 1). Die Logik („Vernunft-Kunst“, „Vernunft-Lehre“) stellt den ersten Teil der Philosophie und dient dazu, „daß wir die Kräfte des menschlichen Verstandes und ihren rechten Gebrauch in Erkäntnis der Wahrheit erkennen lernen“ (Vorbericht, § 10). Wolffs Logik ist ähnlich aufgebaut wie seine Schrift über die mathematische Methode. Auch hier beginnt er mit einer ausführlichen Begriffslehre (Kap. 1, §§ 1–35), an die sich eine Definitionslehre anschließt (Kap. 1, §§ 36–57). Von der begrifflichen Ebene steigt Wolff auf die sprachliche Ebene herab, behandelt Wörter als „Zeichen unserer Gedanken“ (Kap. 2) und den Satz als Medium von Urteilen (Kap. 3).

Es schließt sich im 4. Kapitel eine Schlußlehre an, die im wesentlichen eine Entwicklung der Syllogistik enthält. Durch diese Schlüsse, so Wolff, „wird alles erfunden, was durch menschlichen Verstand heraus gebracht wird, und alles anderen erwiesen, von dessen Gewißheit sie überführet werden wollen“ (Kap. 4, § 20). Dabei hebt er die Schlüsse der ersten Figur hervor, da deren Schlußsätze alle möglichen Formen annehmen. Die anderen Modi sind demnach für das Verständnis der Schlüssigkeit nicht notwendig (Kap. 4, § 14). Wolff betont also die „erfindende“ Funktion der Syllogistik, die allerdings auch analytische Funktionen in der Beweisführung (bei „Demonstrationen“) hat. In einem Beweis werden die Prämissen („Förder-Sätze“) eines Schlusses solange auf Korrektheit überprüft, also analytisch zerlegt, bis nur noch Definitionen, Prinzipien, Erfahrungen oder schon bewiesene Sätze als Prämissen auftreten.[13] Wolff betont, daß nicht nur geometrische Demonstrationen sich des Syllogismus bedienen, sondern „daß nichts in der Mathematik selbst als durch dergleichen Schlüsse gefunden werde." Der Syllogismus muß also auch in anderen Disziplinen, in denen nach mathematischer Art vorgegangen werden soll, Anwendung finden können. Syllogistische Schlüsse eignen sich zudem dazu, den subtilsten Irrtümern zu widerstehen.

Mit dem 7. Kapitel „Von der Wissenschaft, dem Glauben, den Meinungen und Irrthümern" beginnt die angewandte Logik, in der, der Definition von Wissenschaft als „Fertigkeit des Verstandes [...], alles, was man behauptet, aus unwiedersprechlichen Gründen unumstößlich darzuthun" (Kap. 7, § 1) gemäß, eine Methodenlehre entwickelt wird und praktische Anweisungen zur Beurteilung fremder Erkenntnisse (Kap. 9), zum Wissenserwerb durch Lektüre (Kap. 10–12) sowie zur Rhetorik, Argumentations- und Disputationslehre (Kap. 13–15) gegeben werden.

3.1.1.3 *Ars inveniendi*, Syllogismus und mathematischer Schluß

In seiner „Deutschen Logik" setzt sich Wolff mit folgendem Argument gegen „förmliche" syllogistische Schlüsse auseinander (*1713*, Kap. 4, § 24):

> Es kan dadurch unmöglich etwas erfunden werden, denn der Hinter-Satz, den ich finden soll, muß mir ja bekandt seyn, ehe ich den Schluß machen kan. Also muß ich vorher wissen, was ich erfinden soll, ehe ich es erfinde: welches augenscheinlich ungereimt.

Dieses Argument richtet sich gegen Wolffs Diktum, das dem Paragraphen vorangestellt ist: „Durch die gewöhnlichen Schlüsse werden alle Wahrheiten erfunden." Die Kritiker leugnen, daß ein Syllogismus zu anderen als analytischen Zwecken dienen kann. Die zu den Konklusionen führenden

[13] In der Betonung der Rolle der Erfahrung unterscheidet sich Wolff von Leibniz, für den sichere Erfahrung zwar ein Kriterium für die Gewißheit von Urteilen ist, der aber den strengen Beweis von der Zurückführung auf Erfahrung trennt. Der strenge Beweis führt auf kraft der Form geltende Schlüsse und bedarf der vollständigen Angabe der zugrundeliegenden notwendigen, bereits bewiesenen oder hypothetischen Prämissen. Ein strenger Beweis aus hypothetischen Prämissen hat lediglich hypothetische Geltung (vgl. „Meditationes" [1684], *GP* IV, 422–426).

Prämissen könnten zwar aufgedeckt werden, es lasse sich aber nichts finden, was nicht schon in den Prämissen ausgedrückt sei; damit könne aber der eigentlichen Aufgabe der Logik, Wahrheiten zu finden, nicht nachgekommen werden.

Die Gegenargumente Wolffs an dieser Stelle sind deshalb von besonderem Interesse, weil Wolff ursprünglich selbst die Ansicht vertreten hatte, die er nun bekämpft. Er teilte nämlich zunächst mit seinem Lehrer Weigel, Tschirnhaus u. a. die Skepsis gegenüber der Syllogistik der von ihm auch später noch als unbefriedigend bezeichneten scholastischen Logik.[14] In seinen frühen Arbeiten zweifelte Wolff, daß die Syllogistik ein hinlängliches Mittel zur Erfüllung der Funktion der Logik als *ars inveniendi*[15] sei, der „Fertigkeit" also, „unbekannte Wahrheiten aus andern bekannten heraus zu bringen", wie er in der „Deutschen Metaphysik" definiert.[16] In seiner Lebensbeschreibung bestätigt Wolff, daß er zunächst diesem „Vorurteil" nachgehangen sei (*1841*, 136),

> weil die *Conclusio* einem schon bekandt seyn müste, ehe man einen *syllogismum* machen könnte und daher nicht durch den *syllogismum* erfinden könnte, was ich schon wüste.

Wolffs Alternative war der „mathematische Schluß", der Schluß durch Substitution.[17] In dem *1707* in den *Acta Eruditorum* veröffentlichten Aufsatz „Solutio nonnullarum difficultatum circa mentem humanam obviarum, ubi simul agitur de origine notionum & facultate ratiocinandi", der in den *Meletemata mathematico-philosophica* (*1755*) nachgedruckt ist, charakterisiert Wolff das Substitutionsverfahren als die „zweifelsohne" in der Mathematik übliche Schlußweise: „Nimirum ratiocinari in Mathesi est substituere æqualia pro æqualibus, hoc est, ratione vel quantitate eadem pro iisdem ratione aut quantitate" (14). Auf dem Substitutionsverfahren beruhe die Evidenz mathematischer Schlüsse: „Atque ideo in ratiociniis Mathematicis non potest nonconservari evidentia summa" (*1755*, 14). Das dem Substitutionsverfahren zugrundeliegende Substitutionsprinzip kennzeichnet er durch das fundamentale Axiom „quæ sunt eadem cum eodem

[14] Vgl. Wolffs *Ratio prælectionum Wolffianarum* (*1718*), Sekt. II, Kap. II, § 5.

[15] Vgl. zur *ars inveniendi* bei Wolff Arndt *1971*, 139–147, Campo *1939*, 77–90, van Peursen *1986*.

[16] *1720*, § 362. In der „Empirischen Psychologie" definiert er sie ähnlich als „habitus ex veritatibus cognitis alias incognitas colligendi" (*1732*, § 454, S. 356).

[17] Vgl. Arndt *1965b*, 24*f.*; *1971*, 130–134.

tertio, ea sunt eadem inter se" (16), das dem ersten Axiom der Geometrie Euklids entspricht.[18] Das Prinzip liege jedem Beweis zugrunde, denn „demonstrationes non esse nisi combinationem serierum substitutionum nobis memoratarum" (16). Noch in seiner „empirischen Psychologie" von 1732 bestimmt Wolff das Substitutionsverfahren als charakteristisch für allgemeine rechnerische Verfahren. In dem Abschnitt über den „Calculus in genere" definiert er den Kalkül als „inventio alicujus signi seu characteris derivativi ex aliis sive primitivis, sive derivativis per continuam æquivalentium substitutionem."[19]

Das Substitutionsverfahren erlaubt komplexe Begriffe auf diejenigen einfachen Begriffe zurückzuführen, aus denen sie zusammengesetzt sind. Es wird damit zum grundlegenden Baustein der Zeichenkunst, der *ars characteristica*, die Wolff schon früh und unabhängig von Leibniz in der 1755 erstmals veröffentlichten „Disquisitio Philosophica de Loquela" von 1703 (*1703b*) entwickelt hat.[20] Später in der „empirischen Psychologie" wird er sie mit der *Ars characteristica combinatoria* verknüpfen, „quæ docet signa ad inveniendum utilia & modum eadem combinandi eorundemque combinationem certa lege variandi."[21] Die *Ars characteristica* ist damit auch wesentlicher Bestandteil der *Ars inveniendi*. Wolff beruft sich dort zwar auf Leibniz, allerdings nicht auf dessen grundlegende *Dissertatio de arte combinatoria* von *1666*.

In seiner Zeichentheorie geht es Wolff um eine allgemeine, in jedem Wissenschaftsbereich, aber auch im normalen Sprachverkehr brauchbare Symbolsprache. Dabei wird vor allem die Verständigung in Hinblick

[18]Vgl. die Formulierung in der Thaerschen Ausgabe Euklid *1973*, 3.

[19]Wolff 1732, § 298, Repr. 211*f.*, Zit. 211.

[20]Risse stützt seine Behauptung, daß, obwohl Leibniz' Entwürfe zu einer mathematisierten Logik anders als der nicht-mathematische Teil der Logik seinen Zeitgenossen weitgehend unbekannt geblieben seien, doch „namentlich über Wolff auch einiges Material zum mathematischen Teil der leibnizschen Logik in die allgemeine Diskussion des 18. Jh. eingedrungen" sei (Risse *1970*, 249), vor allem auf den Text „De loquela" von 1703. Die Behauptung „[...] diese kurzen Ausführungen sind für die Tradition leibnizscher Gedanken insofern bedeutsam geworden, als das 18. Jh. aus ihnen meist die einzige Kenntnis des mathematischen Teils der leibnizschen Logik bezog" (*1970*, 250), scheint allerdings schon deshalb fraglich, weil Wolff bei Abfassung dieses Textes noch weitgehend von Leibnizschen Einflüssen frei war. Der persönliche Austausch zwischen Leibniz und Wolff begann erst 1704.

[21]So die Funktionsbestimmung in Wolffs Empirischer Psychologie (*1732*, § 297, Repr. S. 210).

auf die Mathematik zum Gegenstand und „die menschliche Umgangssprache in der Begriffsbestimmung von ‚loquela' gleichsam umgangen und nur als Spezialfall eines Kommunikationsmittels unserer Gedanken schlechthin betrachtet" (Arndt *1965*, 5). Die Zeichensprache soll folgenden Bedingungen genügen: Jedem Zeichen soll der zugehörige Begriff umkehrbar eindeutig zugeordnet werden können, Unterschiede zwischen Zeichen sollen mit Unterschieden zwischen den zugehörigen Begriffen korrespondieren, und es sollen sich Beziehungen zwischen den vorgestellten Dingen auch in Zeichenverknüpfungen ausdrücken lassen. Der Gedanke einer *kombinatorischen* Zeichenkunst findet sich weder in der „Deutschen" (*1713*) noch in der „Lateinischen Logik" (*1728*), ausführlich wird er aber in dem Kapitel „De Intellectu in genere et Differentia Cognitionis" der *Psychologia empirica* von *1732* behandelt.[22]

Entsprechend seiner frühen Skepsis dem Syllogismus gegenüber formuliert Wolff in der erwähnten Dissertation über den Differentialkalkül (*1703c*) explizit das Korollar: „Syllogismus non est medium inveniendi Veritatem". In seinem Kommentar schreibt Leibniz am 21. Februar 1705, daß er es nicht wagen würde, dies absolut zu behaupten: „Quod ad Corollaria tua attinet, non ausim absolute dicere syllogismum non esse medium inveniendi veritatem" (Gerhardt [Hg.] *1860*, 18). Wolff selbst gibt an, daß es diese Zurückweisung war, die ihn dazu gebracht habe, seine Stellung zum Syllogismus zu überdenken.[23]

Was sind die Gründe dafür, daß Wolff danach von einer Wahrheiten findenden Funktion des Syllogismus spricht, die neben der beurteilenden (judikativen) Funktion bestehe? In der „Deutschen Logik" gibt Wolff folgende Argumente für die findende Funktion: Er sieht den Ursprung affirmativer Schlüsse darin, daß, nachdem allgemeine Begriffe gebildet und diese Begriffe benannt sind, aus den Merkmalen einer Sache geschlossen werden kann, ob ihr der Name zukommt oder nicht. Analoges gilt für das allgemein verneinende Urteil (*1713*, Kap. 4, §§ 1, 3). Schon aus diesem Ursprung der Schlüsse, aber auch aus der tagtäglichen Erfahrung, „daß uns die Förder-Sätze bekandt seyn und mit einander einfallen können, ehe wir an den Hinter-Satz jemahls gedacht haben", glaubt er die Kritik am Syllogismus widerlegen zu können (Kap. 4, § 24).

[22]Wolff *1732*, bes. § 297 (Repr. S. 210*f.*).

[23]Vgl. Wolff *1718*, Tl. II, Kap. II, §§ 9*ff.*

Arndt charakterisiert Wolffs spätere Auffassung dahingehend, daß der mathematische Beweis, also sowohl die bei der Lösung algebraischer Gleichungen als auch die bei der sprachlichen Beschreibung geometrischer Beweise benutzten Verfahren, auf derselben Gesetzlichkeit wie der syllogistische Schluß beruhe, „ja daß der syllogistische Schluß sogar unmittelbar Ausdruck dieser Gesetzlichkeit sei, in die das mathematische Schlußverfahren als ein Grenzfall eingehe.“[24]

Wie kann eine solche Auffassung verstanden werden? Nach Arndt konstatiert Wolff im grundlegenden Modus BARBARA eine zweifache Implikationsbeziehung, die bei intensionaler Interpretation des syllogistischen Schlusses zwischen den Prädikaten der Vordersätze besteht, so, daß aus a b und aus b c gefolgert werden kann, wenn a, b, c Prädikatenvariable sind.[25] Das dem Substitutionsverfahren zugrundeliegende Axiom „Wenn zwei einem dritten gleich sind, so sind sie untereinander gleich“ formuliere dieselbe Beziehung für identische Sätze, also Gleichungen. Darüber hinaus lasse sich das Verhältnis der Prämissen im Syllogismus, vom Sonderfall der Identität von Subjekt und Prädikat abgesehen, auch wie das Verhältnis zweier mathematischer Ungleichungen auffassen: Von $5 < 9$ und $9 < 15$ lasse sich z. B. auf $5 < 15$ schließen. Somit könne Wolffs Theorie auch auf nicht-identische universelle Sätze Anwendung finden.

Arndt verwendet hier die intensionale, auch von Aristoteles selbst gegebene Interpretation des Syllogismus.[26] Die aristotelische Urform „[...] Wenn A von jedem B und B von jedem C ausgesagt wird, muß A von jedem C ausgesagt werden“[27] wird in der Arndtschen Interpretation als

[24]Arndt *1971*, 133; Arndt verweist auf Ausführungen Wolffs in der *Ratio praelectionum Wolfianum* (Wolff *1718*, Sekt. II, Kap. 2, § 26).

[25]Arndt *1971*, 133. Arndt gibt zu, daß der von ihm vorgeschlagene Bezug zwischen syllogistischem Schluß und mathematischer Substitution „bei Wolff nicht explizit vorgetragen wird“ (ebd., 134).

[26]Ein Syllogismus ist eine Schlußregel für den Übergang von zwei als wahr unterstellten Prämissen auf eine Konklusion. Die beiden Prämissen (in Standardform) haben einen Mittelbegriff gemeinsam, der in der ebenfalls in Standardform notierten Konklusion wegfällt. In der extensionalen Deutung hat der Modus BARBARA die Form MaP (Obersatz) $\wedge$ SaM (Untersatz) $\prec$ SaP (Konklusion). S steht hier für das Subjekt eines Urteils, P für das Prädikat, M für den beiden Prämissen gemeinsamen, zwischen ihnen vermittelnden Begriff („Mittelbegriff“). Die Standardform SaP z. B. bezeichnet das allgemein bejahende Urteil „Alle S sind P“.

[27]Aristoteles, *Anal. pr.*, A 4, 25b 37–39 (Aristoteles *1960*; benutzte Übersetzung Aristoteles *1992*). Vgl. Patzig *1963*, § 2, 13*f*. Patzig unterscheidet die intensionale „aristotelische“ Deutung von der extensionalen „traditionellen“ Deutung des Syllogismus.

Verknüpfung von Implikationen gelesen: $A \prec B \mathbin{\dot\wedge} B \prec C \mathrel{\ddot\rightarrow} A \prec C$ mit A, B, C für Prädikate.[28]

Dem Arndtschen Argument, Wolff habe den Modus BARBARA intensional verstanden, ist entgegenzuhalten, daß sich Wolff zumindest hinsichtlich der Stellung der Glieder an die extensionale Deutung des Syllogismus anschloß, in der nicht davon die Rede ist, daß ein Prädikat einem Subjekt zukommt, sondern daß der Umfang des Subjekts im Umfang des Prädikats enthalten ist. In der „Deutschen Logik“ schreibt Wolff z. B. von der „Ordnung der Glieder“ im Schluß (*1713*, Kap. 4, § 7):

> Aus dem, was bißher erwehnet worden, erhellet, es könne das Mittel-Glied [Mittelbegriff] niemals in den Hinter-Satz [Konklusion] kommen. Hingegen in dem Ober-Satze wird es mit dem Hinter-Gliede [Prädikat], und in dem Unter-Satze mit dem Förder-Gliede [Subjekt] des Hinter-Satzes zusammen gesetzet.

Auch in den „Regeln der Schlüsse in der ersten Figur“ betont er (*1713*, Kap. 4, § 12): „Das Förder-Glied des Hinter-Satzes ist zugleich das Förder-

[28]Die von Arndt vorgelegte Rekonstruktion ähnelt im Ergebnis der des Algebraikers der Logik Ernst Schröder, der eine allgemein bejahende Aussage der Form „alle a sind b“, wie sie im Modus BARBARA allein vorkommt, durch $a \preccurlyeq b$ notiert, wobei die für Subjekt (S) und Prädikat (P) gesetzten Zeichen a und b Klassensymbole sind, das Subsumtionszeichen $\preccurlyeq$ für die Kopula „ist“ verwendet wird. Eine solche Interpretation ist für allgemein bejahende Urteile ohne Probleme möglich (Schröder *1891*, 221*f*.). Der Modus BARBARA hat dann die Form $(a \preccurlyeq b)(b \preccurlyeq c) \preccurlyeq (a \preccurlyeq c)$. Schröder bezeichnet ihn als „Subsumtionsschluß“ und setzt ihn als Prinzip II seinem Klassenkalkül voraus (*1890a*, 170–174). Schröder verwendet nicht die traditionelle Anordnung der Prämissen, sondern die Gocleniussche Anordnung, bei der der Untersatz vorangestellt wird. Er motiviert seine Bevorzugung damit, daß diese Form „in der That [...] die zur Erreichung des Schlusses bequemere, zur Vorbereitung der Schlussfolgerung geeignetere“ sei: „sie erscheint als die natürliche für die Logik des Umfanges,“ während die traditionelle Form für die von Aristoteles verfolgte intensionale Logik die natürlichere sei (*1890a*, 173*f*.). Schon Lambert hatte von der Willkürlichkeit der Ordnung der Hypothesen gesprochen, an die „wir uns im Reden und im schriftlichen Vortrage nicht“ binden. „Die Mathematiker, die vielleicht am meisten förmliche Schlüße, und am wenigsten Fehlschlüße machen, fangen z. E. in der ersten Figur nicht bey dem Obersatze an, sondern bey dem Untersatze, weil nicht nur dieser immer in der Figur vor Augen liegt, sondern auch, weil von dessen Subjecte eigentlich die Rede ist“ (*1764a*, Dia., § 225). Die Vertauschung der Prämissen ändert an der Gültigkeit der Schlüsse nichts, nur verlieren die traditionellen Merkworte für die syllogistischen Modi (ausgenommen allerdings gerade im Fall des Modus BARBARA) ihren Sinn, weil ja die Vokale die Art und Reihenfolge der Standardformen im Schluß kennzeichnen.

Glied des Unter-Satzes in der ersten Figur", was nur für die extensionale Form zutrifft. Dieser entspricht auch sein Beispiel eines Schlusses nach dem Modus BARBARA (*1713*, Kap. 4, § 16):

bAr.	Alle Menschen sind sterblich.
bA.	Alle Gelehrten sind Menschen.
rA.	Also müssen alle Gelehrten sterben.

Aus diesen Stellen wird deutlich, daß Wolff wohl weder der Arndtschen, noch der Schröderschen Rekonstruktion zugestimmt hätte. Selbst wenn dies jedoch der Fall gewesen wäre, müßte weiterhin Arndts Behauptung geklärt werden, daß das Wolffsche, auf Euklids erstes Axiom zurückgehende Substitutionsprinzip auf derselben Gesetzlichkeit beruhe wie der syllogistische Schluß, der syllogistische Schluß sogar unmittelbar Ausdruck dieser Gesetzlichkeit sei. Eine Symbolisierung der im Substitutionsprinzip ausgedrückten Identitäten könnte wie folgt aussehen: $A = C \wedge B = C \dot{\prec} A = B$. Eine Voranstellung der zu eliminierenden Glieder wäre ebenfalls möglich: $C = A \wedge C = B \dot{\prec} A = B$. Bei diesem als „Komparativität" bezeichneten Verhältnis handelt es sich in der zweiten Form hinsichtlich der Stellung von Subjekt, Prädikat und zu eliminierendem Mittelbegriff nicht um einen Schluß der ersten Figur, sondern um einen der dritten Figur. Er läßt sich unter *Voraussetzung* der Transitivität der Gleichheitsrelation in einen Schluß umwandeln, bei dem die Stellung der Begriffe derjenigen des Modus BARBARA entspricht. Durch Abschwächung der in den Urteilen ausgedrückten Gleichheitsbeziehungen in Implikationen ergibt sich dieser Modus. Eine solche Abschwächung ist aber nur beim Modus BARBARA ohne Probleme möglich. Sie führt schon bei den anderen Schlüssen der ersten Figur zu ungültigen Schlüssen.

Auch wenn es die hier vorgeführte Ableitung in gewissem Sinne erlauben würde, einen modifizierten Substitutionsschluß als Grenzfall des Modus BARBARA aufzufassen, ist es angesichts des normativen Charakters der traditionellen Syllogistik nicht sehr wahrscheinlich, daß eine solche Ableitung den Wolffschen Vorstellungen entsprochen hätte. Es verwundert daher auch nicht, daß es andere Versuche gegeben hat, die Verbindung zwischen Substitutionsschluß und Syllogistik zu erklären. Moritz Wilhelm Drobisch betont z. B., daß der im mathematischen Denken gebräuchliche Substitutionsschluß der Schlußweise der dritten Figur folgt (*1851*, § 90), ja er charakterisiert die dritte Figur geradezu dadurch, daß in ihr der Schlußsatz durch *Substitution* der Begriffe zustande komme, während er in der ersten Figur durch Subsumtion, in der zweiten durch Opposition der Begriffe entstehe. Als „reine" Schlüsse der dritten Figur hebt er DARAPTI $MaP \wedge MaS \dot{\prec} SiP$ und FELAPTON $MeP \wedge MaS \dot{\prec} SoP$ hervor. Die weiteren vier Modi der dritten Figur seien abgeleitet, weil sie noch eine Folgerung *ad subalternatum* heranzögen (*1851*, § 88). Daß sich die quantitativen Verhältnisse in den Aussagen bei einer Anwendung auf in der Mathematik übliche Identitätsaussagen nicht widerspiegeln, stört Drobisch nicht (*1851*, § 90, 102):

> Da aber diese Gleichungen nicht, wie gewöhnlich die in Worten ausgedrückten Urtheile, Umfangsverhältnisse, sondern Identitäten des Inhalts ausdrücken, also gar keine (quantitativen) Umfangsbestimmungen haben können, so hat auch der Schlusssatz keine solche, sondern ist eine Identität von Inhaltsbestimmungen ohne logische Quantität.

Mit dieser Argumentation ist die Isomorphie allerdings noch nicht bewiesen. Drobisch berücksichtigt bei seiner Analogiebildung zwar den normativen Charakter der Syllogistik, seine Erklärung ist aber kaum auf die Wolffsche Logik mit ihrer Hervorhebung der ersten Figur anwendbar.

3.1.2 Wolff als Fortsetzer Leibnizscher Philosophie?

In Wolffscher Logik und Metaphysik finden sich alle Elemente des Leibnizprogramms wieder, sie sind jedoch weit verstreut und oft nicht ausgeführt. Insbesondere fehlt die Leibnizsche „Ideologie" des Rechnens außerhalb der Mathematik, die Anwendung kalkulatorischer Verfahren auf eine symbolisch notierte Logik. Die Bedeutung formaler Deduktionen und Beweise durch Zurückführung aller Erkenntnisse auf Vernunftwahrheiten tritt bei Wolff insofern in den Hintergrund, als er die Bedeutung der Empirie, also kontingenter Wahrheiten hervorhebt. In der Betonung der Empirie erhält Wolffs enzyklopädisches Programm einer rationalistischen Durchdringung aller vorhandenen Wissenschaften wie auch der „erfindenden" Erschließung neuen Wissens eine von der Leibnizschen abweichende Richtung: die im Verfolg der mathematischen Methode produzierten „Beweise" bestehen meist in der Zurückführung auf empirische Evidenzen.

Guido Zingari sieht dann auch in der bevorzugten Funktion, die Wolff der Erfahrung beimißt, die wohl wichtigste Neuerung der „Deutschen Logik" gegenüber der Leibnizschen Philosophie (Zingari *1980*, 275):

> Das deduktive logische Schema, das noch unverkennbar in Leibniz wurzelt, wird hier von einer anderen Konzeption, und zwar einer erkenntnistheoretischen, überwunden und ergänzt.

In noch stärkerem Maße gilt diese Problemverschiebung hin zu erkenntnistheoretischen Aspekten bei dem Versuch, die Zentralfrage der Aufklärung „Was ist vernünftiges Denken?" zu beantworten, für seine „Lateinische Logik",[29] denn dort tritt die mathematische Methode zugunsten einer rationalistischen Prinzipienlehre in den Hintergrund.

Für die Logik trifft also ebenfalls das zu, was Jean École schon *1964* in Hinblick auf die Wolffsche Kosmologie formuliert hat: Wolff orientiere sich zwar zweifellos am Leibnizschen Vorbild, habe aber sowohl in den großen Linien als auch im Detail eigene Wege eingeschlagen (École *1964*, 8):

> Wolff, sans contredit, se situe dans la ligne de Leibniz dont il s'inspire beaucoup, mais, loin d'être un leibnizien à la lettre, il transforme ce qu'il emprunte, de la même façon d'ailleurs que ce qu'il retient des autres auteurs, au point d'en faire quelque chose de nouveau qui porte sa marque propre.

Eine Originalität solcher Art hat École auch für die Wolffsche Metaphysik festgestellt.[30] Im Ergebnis dieser Analysen wird die philosophiegeschichtliche Einordnung Wolffs als Kompilator bzw. Vulgarisator Leibnizscher Philosophie weitgehend relativiert. École schließt sich dem Urteil von George Gusdorf an, Wolff sei « une des victimes de l'histoire de la philosophie ».[31]

Für den hier verfolgten Zusammenhang ist allerdings nicht die „gerechte" Bewertung der philosophischen Leistungen Wolffs von Interesse, sondern der Umstand, daß Wolff schon zu Lebzeiten als Propagator und Systematisierer der Leibnizschen Philosophie gegolten hat, ja daß Leibniz

[29] Vgl. Schenk *1980*. Zu den Differenzen zwischen „Deutscher" und „Lateinischer Logik" vgl. Risse *1970*, 585–589.

[30] École *1990*. Die Originalität Wolffs hebt auch schon M. Wundt in seiner Geschichte der Philosophie an der Universität Jena hervor (*1945*, 147*f*.).

[31] Gusdorf *1960*, 180. Gusdorf richtet diese Kritik gegen eine Philosophiegeschichtsschreibung, die sich nur auf die als Genies bekannten Persönlichkeiten konzentriere, die anderen aber im Schatten halte. Gusdorf übersieht, daß die kritisierte Einordnung Wolffscher Philosophie, wie aus nachfolgendem Abschnitt hervorgeht, schon zu Wolffs Lebzeiten vorgenommen wurde, der späteren Philosophiegeschichtsschreibung also nur vorgeworfen werden kann, die Kategorisierung nicht revidiert zu haben.

nicht anders als über Wolff wirken konnte, damit aber eine falsche Identifikation beider philosophischer Systeme verbunden war. Früher Ausdruck dieser Identifikation war der Terminus „Leibniz-Wolffsche Philosophie".[32]

3.1.3 „Leibniz-Wolffsche Philosophie"

In seiner Lebensbeschreibung schreibt Wolff, daß ihm von Leibniz zunächst kaum etwas bekannt gewesen sei. Als er aber seine „Deutsche Metaphysik" (*1720*) geschrieben habe, sei Leibniz' *Théodicée* herausgekommen und auch seine Streitschriften mit Samuel Clarke. Erst danach habe Wolff in seine Ontologie, Kosmologie und seine rationale Psychologie einige Leibnizsche Begriffe aufgenommen und mit seinem System vereinigt, „und dieses hat nach dem Anlaß gegeben, daß, da H. Bülffinger meine Metaphysick *philosophiam Leibnitio-Wolfianam* genannt, man überhaupt meine Philosophie *Leibnitio-Wolfianam* geheißen" (Wolff *1841*, 142). Wolff schreibt den Terminus „Leibniz-Wolffsche Philosophie" also Georg Bernhard Bilfinger (1693–1750)[33] zu, einem seiner ältesten Schüler. Daß Wolff dieser Bezeichnung mit dem darin ausgedrückten Zweifel an seiner Originalität durchaus kritisch gegenüberstand, belegen andere Stellen. So schrieb er am 11. Mai 1746 in einem Brief an den Grafen C. E. v. Manteuffel von der „Confusion", die Bilfinger gemacht habe, „welcher zuerst mit der *Philosophia Leibnitio-Wolfiana* aufgezogen kommen."[34] In seiner Lebensbeschreibung spielte Wolff den Leibnizschen Einfluß konsequenterweise herunter.

[32] Für eine Zusammenstellung von Belegen vgl. Arndt *1980*, 5*f*. Vgl. Wolters *1984*.

[33] Zu Bilfinger vgl. Hartmann *1875*, Rapp *1955*. Richard Wahl vergleicht Bilfingers Metaphysik mit den Metaphysiken von Leibniz und Wolff (*1884*), darin auch ein historischer Anhang „Stellung der Universität Tübingen zu der neuen Philosophie und deren Vertreter Bilfinger" (218–231).

[34] Ostertag *1910*, 60. Zitiert auch bei Wuttke *1841*, 82. Max Wundt stellt fest, daß der Terminus in Bilfingers Schriften nicht auffindbar sei (Wundt *1945*, 150). Er belegt dagegen Verwendungen in den *Bedenken über die Wolffische Philosophie* des Wolff-Kritikers Franz Budde (*1724*, § 13) und in anderen Streitschriften gegen die Wolffsche Philosophie. Budde spricht in seinen *Bedenken* im Zusammenhang mit einer Kritik am Wolffschen Monadenbegriff von der „Haupt-Summa der *Philosophiæ Leibnitio-Wolffianæ*". Dies kommentiert Wolff in seiner mit Repliken versehenen Ausgabe der Buddeschen Kritik: „Ich weiß aber nicht, warum er dieses die Haupt-Summa *Philosophiæ Leibnitio-Wolffianæ* nennet: denn ich habe mich in meiner *Metaphysic* erkläret, auch oben erinnert, daß ich zur Zeit die *monades* Leibnitianas noch nicht angenommen" (Wolf *1724*, 104, Anm. d). Zu dem Jenenser Budde (Johannes Franciscus Buddeus) und seiner Schule vgl. M. Wundt *1932*, 65–90.

Diese Lebensbeschreibung war nicht zur Veröffentlichung bestimmt, sondern sollte Friedrich Christian Baumeister das Material für eine Überarbeitung seiner *1739* erschienenen Biographie *Vita, Fata et Scripta Christiani Wolfii* liefern. Während der Leibniz zugetane Wolffianer Baumeister diesem einen entschiedenen Einfluß auf die Entwicklung der Wolffschen Philosophie beigemessen hatte, wollte Wolff mit seinen autobiographischen Aufzeichnungen gerade erreichen, „das *praejudicium* zu benähmen, als wenn ich bloß des H. von Leibnitz Philosophie weitläufftiger ausführen oder erklären wollte."[35]

Diese Initiative zeigte keine Wirkung, denn schon bald zog das Eponym in Buchtitel ein. *1737* veröffentlichte Georg Volckmar Hartmann seine *Anleitung zur Historie der Leibnitzisch-Wolffischen Philosophie.* Hartmann ging darin den Hauptquellen der Wolffschen „Welt-Weisheit" (Philosophie) nach. Diese Hauptquellen seien „keine andern als die *Scholasti*sche und die Leibnitzische Welt-Weißheit" (*1737*, 430). Hartmann hob hervor: „Am meisten aber, was die neuern betrifft, dem Hrn. von Leibnitz gefolget: Daher man auch seine Welt-Weißheit die Leibnitzisch-Wolffische *Philosophie* nennet" (431). Carl Günther Ludovici, der schon zuvor mit ausführlichen Darstellungen zur Leibnizschen (*1737*) und zur Wolffschen Philosophie (*1735–1738*) hervorgetreten war, veröffentlichte daraufhin gegen Hartmann eine Zusammenstellung von Ergänzungen zu den beiden vorangegangenen Werken, die den Titel *Neueste Merckwürdigkeiten der Leibnitz-Wolffischen Weltweisheit* (*1738*) trug. Arndt weist darauf hin, daß Ludovici den Ausdruck „Leibniz-Wolffische Weltweisheit" als „Inbegriff der sich überschneidenden Wirkungsgeschichten der jeweiligen Lehren beider Philosophen" gebrauchte (Arndt *1980*, 6). Im ersten Band seiner *Historie der Wolffischen Philosophie* (*1735*, § 136) hatte Ludovici noch die Verschiedenheit der Philosophien bezüglich ihres formalen Systemcharakters hervorgehoben.[36]

Auch wenn das Eponym „Leibniz-Wolffsche Philosophie" samt der damit verbundenen Schulbezeichnung in Hinblick auf die Logik nicht gerechtfertigt war,[37] so mußte doch in rezeptionsgeschichtlicher Sicht der

[35]Wolff an den Görlitzer Bürgermeister Dr. Gehler am 6. Januar 1744; zitiert bei Wuttke *1841*, 102; Arndt *1980*, 7.

[36]Vgl. Arndt *1980*, 6, und Fn. 13, S. 6*f*.

[37]Risse betont, daß sich Leibniz' „Nachwirkungen in der sog. leibniz-wolffschen Schule hinsichtlich der Logik fast ausschließlich auf die Diskussion der von seinen Nachfolgern meist grundsätzlich metaphysisch, nicht primär logisch verstandenen Prinzipien des Widerspruchs und des zureichenden Grundes" beschränkten (Risse *1970*, 170*f*.).

Niedergang der Wolffschen Schule zugleich auch die Erinnerung an Leibniz tangieren, der Mißkredit der Wolffschen Philosophie auch auf das Interesse an der Leibnizschen Logik rückwirken, zumindest soweit die Leibnizsche Lehre lediglich über die Nachfolger Wolffs vermittelt und die Erinnerung daran nicht durch Rückgang auf die Quellen aufgefrischt wurde.

3.1.4 Wolffsche Schule

Wilhelm Risse bemerkt, daß Wolff

> als letzter Denker des Abendlandes, hauptsächlich auf dem von Leibniz gelegten Fundament, eine regelrechte Schule gebildet und, nationale und konfessionelle Schranken übersteigend, für rund ein halbes Jahrhundert die philosophische Diskussion beherrscht [hat]. An ihm schieden sich die Geister.[38]

Die Betonung des Zusammenhanges zwischen Mathematik und Logik findet sich vor allem bei den Denkern, die an die „Deutsche Logik" mit ihrer Betonung der mathematischen Methode anschlossen. Von diesen Schülern gingen aber nur wenige über Wolff hinaus in Richtung auf eine rechnende Logik im Leibnizschen Sinne. Dazu gehört Gottlob Heinrich Richter, der in der Schrift *De reductione logicae ad arithmeticam* (*1745*) unter Rückgriff auf die Hobbesschen Überlegungen zur *computatio* eine rechnende *logica mathematica* propagierte.[39]

Joachim Georg Darjes (1714–1791)[40] wählte in seinen deutschen und lateinischen logischen Schriften unter Verzicht auf die Verwendung charakteristischer Zeichen eine mathematische Darstellungsform. Er reicherte die Logik als Lehre von den Kräften des menschlichen Verstandes mit Psychologie an und ging in seiner Darstellung der formalen Regeln des Schließens weit über Wolff hinaus. „In denkwürdiger Folgerichtigkeit," so schreibt Risse,[41]

> greift Darjes [...] in seiner lateinischen Logik über Wolff zurück auf Leibniz' Programm einer mathematischen Logik, worin sich der Kalkül, d. h. die Regel zur Findung und Beurteilung sachhaltiger Urteile mittels der Substitution von Zeichen für Begriffe in drei Problemkreisen

[38]Risse *1970*, 610. Zur Logik der Wolffschen Schule vgl. ebd., 610–659.

[39]Richter *1745*, § 4; vgl. Risse *1970*, 617*f*.

[40]Zur Biographie vgl. Richter *1876*.

[41]Risse *1970*, 643, mit Bezug auf Darjes' lateinische Logik (*1742*).

> vollzieht: 1. wird in der sog. *characteristica* der Bedeutungsgehalt der Begriffe festgestellt, 2. wird in der sog. *combinatoria* deren Verbindungsmöglichkeit geprüft, und 3. wird auf diesen Voraussetzungen in der sog. *characteristica combinatoria* die Einsetzbarkeit bedeutungshaltiger Begriffe geregelt.

Nach mathematischem Vorbild bezeichnet Darjes Begriffe durch die Quantität ihrer Merkmale. Durch Vorstellen von Plus- und Minuszeichen spricht er Merkmale zu oder ab. Die Analogie zur Klassenlogik ist aber nur scheinbar, denn, so Risse (*1970*, 645),

> das Allgemeine [ist] nicht durch das quantitative Enthalten einer Menge von Individuen[,] sondern durch die nur unvollständige qualitative Individuation definiert [...].

3.2 Johann Heinrich Lambert

Es hat im 17. und 18. Jahrhundert einige von Leibniz und Wolff weitgehend unabhängige Versuche gegeben, mathematisierte und symbolisierte Logiken zu konstruieren, die über eine schlichte Darstellung der Logik *more geometrico* hinausgingen, meist im Anschluß an die formale scholastische Konsequenzenlogik. Zu nennen sind z. B. die logischen Arbeiten von Hieronymus Saccherius, Johann Andreas Segner, Johann Jacob Hentsch und Leonard Euler.[42] In der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts wurden dann mathematisierte Logiken diskutiert, in denen dem Leibnizschen System entsprechend universelle Charakteristik und Kalkül in den Vordergrund rückten, ohne daß Leibniz' Entwürfe jedoch bekannt gewesen wären. Wohl am konsequentesten ging Johann Heinrich Lambert[43] auf diesem durch Leibniz vorgezeichneten Weg. Dabei waren seine wesentlichen

[42]Vgl. Risse *1970*, 252–293.

[43]Johann Heinrich Lambert (* 26. August 1728 in Mühlhausen im Elsaß; † 25. September 1777 in Berlin), als Sohn unbemittelter Eltern geboren, war weitgehend Autodidakt. Nach Tätigkeiten als Schreiber erhielt er 1748 eine Hauslehrerstelle beim Reichsgrafen Peter von Salis in Chur, die er bis 1758 innehatte. Nach einer dreijährigen Reise zu den wissenschaftlichen Zentren Europas, die er mit seinen beiden Schülern unternahm, gab er die Stelle auf, um sich der Veröffentlichung seiner Schriften zu widmen. Während seines Aufenthaltes in Augsburg (1759–1762) erhielt er zeitweise eine besoldete Titularprofessur an der neu gegründeten Bayerischen Akademie der Wissenschaften in München. 1765 wurde er als ordentliches Mitglied der physikalischen Klasse an die Akademie der Wissenschaften in Berlin berufen. Zur Biographie vgl. den 1778

philosophischen Bezugspunkte Christian Wolff und John Locke (Arndt *1965c*, XXXVIII), über die er jedoch in Logik und Mathematik weit hinausging. Seine im *Neuen Organon* (*1764a*) und in kleineren Schriften zum Kalkül entwickelte logische Lehre wird „als die umfassendste theoretische Ausgestaltung des Gedankens einer ‚mathesis universalis' betrachtet".[44]

3.2.1 Lamberts Charakteristik

Lambert war zunächst Mathematiker und Naturwissenschaftler. Seine wissenschaftlichen Arbeiten betrafen neben der Mathematik kosmologische, astronomische und physikalische Fragen sowie Probleme der Technik. Unter den methodischen Vorgaben der Mathematik wendete er sich schon bald auch logischen und metaphysischen Gegenständen zu, die in der Zeit zwischen 1760 und 1770 im Zentrum seiner Interessen standen.[45] Sein posthum veröffentlichtes „Monatsbuch" (Lambert *1915*), in dem er über seine

erstmals anonym veröffentlichten Artikel von Georg Christoph Lichtenberg (Lichtenberg *1970*) und vor allem die von Daniel Huber herausgegebene Sammlung zum 100. Geburtstag Lamberts (Huber [Hg.] *1829*), die die wesentliche Quelle aller späteren Darstellungen wurde. Darin enthalten sind eine Biographie von Matthias Graf (*1829*), eine Darstellung von Lamberts theoretischer Philosophie von Simon Erhardt (*1829*) und seiner mathematischen und physikalischen Leistungen von Daniel Huber (*1829*). Die regelmäßig erzählten Anekdoten gehen auf Christoph Heinrich Müllers, auf eigenem Erleben und auf einer Sammlung Johann Georg Sulzers beruhende Darstellung von Lamberts Charakter zurück, die dem zweiten Band der posthum herausgegebenen *Logischen und philosophischen Abhandlungen* Lamberts beigegeben ist (Müller *1787*). Die trotz ihres einschränkenden Titels *J. H. Lambert in Chur* umfangreichste Biographie hat Felix Humm *1972* vorgelegt. Vgl. auch den biobibliographischen Teil von Günter Schenks Nachwort zu der von ihm veranstalteten Ausgabe des *Neuen Organon* (Schenk *1990b*). Werkbibliographie, Sekundärliteratur und Nachlaß sind mustergültig durch Max Steck erschlossen worden (Steck *1970*).

[44]Arndt *1965c*, XII; zur *mathesis universalis* bei Lambert vgl. auch Ciafardone *1971*.

[45]Zur Lambertschen Reform der Metaphysik vgl. Todesco *1987*. Eine Interpretation des *Neuen Organon* (Lambert *1764a*) im Hinblick auf Lamberts Vorgängerschaft zu Kant, also in metaphysischem Interesse, hat Robert Zimmermann schon *1879* veröffentlicht. Zimmermann setzt Lambert an die erste Stelle in der Reihe der eklektischen Denker zwischen Wolff und Kant (*1879*, 2). Karl Leonhard Reinhold spricht sogar davon, daß Lamberts *Architectonic* (Lambert *1771*) das rationalistische Fundament der Metaphysik untergraben habe „und diejenige Periode herbeyführen half, welche die Zwischenzeit bis zur Erscheinung der *Kritik der reinen Vernunft* ausmacht, und die von ihren alten Freunden die *Eklektische*, von ihren neuen Gegnern aber die *Synkretistische* genannt wird" (Reinhold *1796*, 174). Zur Begriffsbestimmung der Eklektik oder eklektischen Philosophie, mit der in der Frühaufklärung zunächst das selbständige,

wissenschaftlichen Aktivitäten Buch führte, zeugt aber schon früh von seinen Versuchen einer mathematischen und symbolischen Fassung der Logik. Es finden sich Einträge über „Logica algebraica“, „Analysis characteristica“ oder „Logica characteristica“. Schon 1753 begann er nach Lektüre von Georg Friedrich Meiers als normative Instrumentalwissenschaft gefaßter *Vernunftlehre* (*1752a*)[46] mit dem Versuch, die von Meier aufgestellten Regeln des Vernunftgebrauchs in eine mathematisch-logische Sprache zu bringen.[47] Die daraus entstandenen „Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ wurden erst posthum veröffentlicht (Lambert *1782a*). Eine weitere wichtige Vorarbeit zu seinen großen logischen und metaphysischen Werken ist die im November 1761 verfaßte Schrift „Abhandlung vom criterium veritatis“, die aber ebenfalls zu Lebzeiten unveröffentlicht blieb (Lambert *1915*). 1764 veröffentlichte Lambert dann sein logisches Hauptwerk *Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein* (*1764a*). Ihm folgte eine unmittelbar im Anschluß verfaßte, aber erst *1771* veröffentlichte, auf den mathematisch-logischen Methoden des *Neuen Organon* aufbauende Metaphysik mit dem Titel *Anlage zur Architectonic oder Theorie des Einfachen und des Ersten in der philosophischen und mathematischen Erkenntniß*.[48] 1765 publizierte Lambert in den *Nova Acta Eruditorum* einige Überlegungen zum algebraischen Kalkül, die auf den bis dato unveröffentlichten „Sechs Versuchen einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ gründeten (*1765a*). Mit der universellen Charakteristik beschäftigte er sich nochmals in einer ebenfalls in den *Nova Acta Eruditorum* veröffentlichten Diskussion der „philosophischen Algebra“ Jean Richers (Lambert *1767*).

schulunabhängige Philosophieren gemeint war, vgl. vor allem die umfangreiche Studie von Michael Albrecht (*1994*) sowie die kürzeren Arbeiten von Holzhey *1983a* und Schneiders *1985*. Eine Beurteilung der *Architectonic* als auf formaler Logik aufgebauter, konstruktiv verfahrender Wissenschaftstheorie hat Gereon Wolters *1980* vorgelegt. Vgl. dazu auch Wolters *1985*. Für eine Interpretation des Lambertschen philosophischen Werkes in Hinblick auf den Systembegriff („Systematologie") vgl. Siegwart *1988*. Um eine Hervorhebung Lamberts als Vorläufer moderner Wissenschaftstheorie geht es auch Eisenring *1942*.

[46]Lambert *1782/87*, II, 200*f*. Zu Georg Friedrich Meier vgl. vor allem Schenk *1994*; zu Meiers *Vernunftlehre* ebd., 94–96.

[47]Die Arbeiten dauerten ausweislich des „Monatsbuchs“ bis 1756.

[48]Zur Lambertschen Logik vgl. Risse *1970*, 268–276; Arndt *1965c*. *Neues Organon* und *Anlage zur Architectonic* sind durch Stellenindices erschlossen (Hinske *1983–87*). Zum Kalkül des *Neuen Organon* vgl. Wolters *1980*. Zu Lamberts Philosophie der Mathematik vgl. Krienelke *1909*.

Lambert gliedert sein *Neues Organon* in vier Abschnitte: die „Dianoiologie oder Lehre von den Gesetzen, nach welchen sich der Verstand im *Denken* richtet“, die „Alethiologie, oder die Lehre von der *Wahrheit*, sofern sie dem *Irrthum* entgegengesetzt ist“, die „Semiotik, oder die Lehre von der *Bezeichnung* der Gedanken und Dinge“ und schließlich die „Phänomenologie, oder die Lehre von dem *Schein*“ (*1764a*, III*f*.).

Ins Zentrum seiner Logik stellt Lambert den Begriff, den er zunächst psychologisch-ontologisch als Vorstellung von Sachen bestimmt (Dia., §§ 7, 118). Die Begriffsinhalte werden über die den Begriff ausmachenden Merkmale bestimmt, diese aber selbst wieder begrifflich gefaßt. Risse beurteilt die Begriffslehre wie folgt:[49]

> Das tiefste Fundament dieser ihrem äußeren Anschein nach rein formalistischen Begriffslehre ist jedoch nicht bloß formal, sondern zugleich material. Es wird als das die inhaltliche Bedeutung der Begriffe kennzeichnende und zugleich die Wahrheit der aus ihnen gezogenen Folgerungen garantierende denkbar einfachste, folglich nicht weiter zerlegbare und widerspruchsfreie Merkmal ausgegeben.

Entsprechend der mathematisch-euklidischen Methode ist die Darstellung an den mathematischen Satzarten orientiert, die nach dem Grad der Gewißheit der jeweils in ihnen ausgedrückten Erkenntnis unterschieden sind.[50] Zusätzlich führt Lambert eine Symbolisierung für die Logik ein, wobei ihm eine Anlehnung an das Muster der Arithmetik als nicht praktikabel erscheint (Dia., § 179), denn

> unsre Erkenntniß reicht noch nicht so weit, daß wir die Verhältnisse der Ausdehnung jeder Begriffe und folglich auch der Linien, so sie vorstellten, sollten auf Zahlen bringen können.

Seine Alternative im *Neuen Organon* ist eine geometrische Symbolisierung (Dia., § 173):

> Wir werden nun wiederum zu den einfachen Sätzen zurück kehren, und zeigen, daß sie auf eine gewisse Art in Ansehung ihrer Form *figürlich* vorgestellt und *gezeichnet* werden können.

[49]Risse *1970*, 270, mit Verweis auf Lambert *1764a*, Ale., § 8.

[50]Dia., § 149, zu den mathematischen Satzarten Dia., §§ 148–154.

Die Zeichnung leitet er „aus der Natur der Sache" ab; sie hat den Zweck, Beweise abzukürzen. Mit der Ableitung aus der Natur der Sache ist mehr als eine bloße Abbildung der Verhältnisse der Dinge gemeint und mit der Abkürzung von Beweisen mehr als eine Veranschaulichung durch Illustration. Es geht ihm also nicht nur um eine Vereinfachung des Verständnisses. Dadurch, daß aus gegebenen Symbolen nach Verknüpfungsregeln der Interpretation zugängliche Symbolkomplexe erzeugt werden können, wird die symbolisierte Logik zum Kalkül.[51] Für Lambert dient die Charakteristik wie schon für Leibniz und Wolff in erster Linie als Werkzeug für die *ars inveniendi*. Christoph Heinrich Müller berichtet (*1787*, 363):

> Er sagte mir oft, und bewies es mit vielen Beyspielen, daß wie die Algebra weiter führe als blosses Rechnen, so auch die Logik da noch Sätze finde, wo die abstrakten Begriffe an und für sich nicht mehr zu vergleichen seyen. Die Logik ist, sagte er, zur algebraischen Gewißheit und Leichtigkeit zu bringen, und er dachte darauf wenigstens die Möglichkeit davon zu beweisen, wenn es ihm nicht glücken sollte, sie selbst in einem solchen Kleide darzustellen.

Die Theorie des Verhältnisses zwischen Zeichen und Dingen und seine Überlegungen zur erkenntnistheoretischen Reichweite des Operierens mit Symbolen entfaltet Lambert erst im dritten Hauptstück des *Neuen Organon*, der Semiotik.[52] Die symbolische Erkenntnis, also die Erkenntnis, die unter Verwendung von Zeichen zustandekommt, ist für Lambert „unentbehrliches Hülfsmittel zum Denken" (Sem., § 12). Eine Sonderform der symbolischen Erkenntnis ist die *figürliche* symbolische Erkenntnis, in der also die verwendeten Zeichen sichtbar sind, z. B. Schriften, Zahlen, Noten u. a. (Sem., § 22). Die symbolische Erkenntnis heißt *wissenschaftlich*, wenn „die Theorie der Sache und die Theorie ihrer Zeichen mit einander verwechselt werden können" (Sem., § 23). Eine solche Reduktion der Theorie der Sache auf die Theorie der Zeichen will „das dunkle Bewußtseyn der Begriffe mit der anschauenden Erkenntniß, mit der Empfindung und *klaren* Vorstellung der Zeichen verwechseln" (Sem., § 24). Die traditionellen Bezeichnungen der syllogistischen Modi erfüllen dieses Kriterium nicht, weil sie neben ihrer benennenden Funktion allenfalls als Gedächtnisstütze zur Unterscheidung einfacher Schlußarten dienen (Sem., § 27). Ein Beispiel

[51] In Dia., § 186, deutet Lambert an, daß die Natur der Umkehrung partikulär verneinender Sätze aus der Art der Zeichnung deutlich werde.

[52] Zur Lambertschen Zeichentheorie vgl. auch Söder *1982*.

für ein wissenschaftliches Zeichensystem ist Lamberts noch darzustellender Linienkalkül, bei dem sich aus der Angabe der syntaktischen Elemente die Schlußarten in der Zeichnung „von selbst" ergeben. Das vollkommenste Muster einer wissenschaftlichen Charakteristik ist aber die Algebra (Sem., § 35):

> Wird [...] eine Aufgabe aus andern Wissenschaften auf eine algebraische reducirt, so kann man von derselben ganz abstrahiren, und die Auflösung der algebraischen Aufgabe ist zugleich auch die von der andern Aufgabe, welche man auf die algebraische reducirt hatte.

Die *Postulate* der Algebra sind im gesamten Reich der Wahrheiten allgemein und unbedingt möglich,[53] dennoch gibt es Grenzen ihrer Übertragbarkeit, wie es die Unmöglichkeit von $\sqrt{a-b}$ für $b > a$ zeigt (Sem., § 35a). An dieser von Lambert gemachten Einschränkung wird deutlich, daß er noch weit von der abstrakten Auffassung einer von der traditionellen Arithmetik abgelösten Algebra entfernt ist.

Die auf Bereiche auch außerhalb der Mathematik angewendete Algebra fällt nicht mit der universellen Charakteristik zusammen, denn sie ist „nicht eine Zeichenkunst der *Größen* selbst, sondern nur ihrer *Verwandelungen* und *Verhältnisse*" (Sem., § 38). Sie genügt damit der Wolffschen Forderung, die Leibnizsche allgemeine Zeichenkunst durch eine „Verbindungskunst der Zeichen" zu erweitern (Sem., § 39). Lambert deutet in dem Zusammenhang die Möglichkeit an, das Begriffsgebäude zu arithmetisieren, vollständig zu formalisieren und damit zu einer eindeutigen (wissenschaftlichen) Sprache (Sem., § 39) zu gelangen:

> Denn sollen wir die Vergleichung weiter ausdehnen, so wird die Zeichenkunst jeder einzelner Begriffe nur dem Zahlengebäude, die Verbindungskunst der Zeichen aber der Algeber gleichen. Dieses erhellet daraus, weil jeder Begriff, eben so wie jede Zahl, etwas eigenes hat, dagegen aber die Verbindungskunst der Zeichen auf die allgemeinen Verhältnisse der Begriffe, schlechthin als Begriffe betrachtet, geht, wie die Algeber die Größen nur als Größen betrachtet, und ihre Verhältnisse bestimmet.

Die Verbindungskunst der Zeichen wird kombinatorisch gefaßt (Sem., § 41). Sie bezieht sich auf

[53] Lambert verweist auf allgemeine Ausführungen zur Möglichkeit des in Postulaten Geforderten in Ale., § 246.

> die allgemeinen Verhältnisse der Begriffe, Sätze, und überhaupt jeder Wahrheiten. *Sie bestimmt, welche zusammengesetzte Möglichkeiten aus allen möglichen Verbindungen der an sich unbedingten Postulaten der Alethiologie entstehen, wie weit sie reichen, welche Verhältnisse sie haben, und wie sie sich in einander verwandeln lassen* etc.

Im Rahmen einer allgemeinen Charakteristik ist eine Übersetzungstheorie erfordert, die das Verhältnis zwischen Zeichen und Bezeichnetem festlegt. Zeichen für Dinge (Größen) müssen dabei von denen für Operationen unterschieden sein. Letztere sind aber willkürlich gewählt, sie sind keine direkten Bilder der algebraischen Operationen und ihrer Verhältnisse. Erst die Übersetzungstheorie zeigt, „wie man diese Zeichen der Sache gemäß verwechseln solle“, sie bestimmt „zugleich auch den Erfolg jeder Verwechselung“ (Sem., § 54). In der Anwendung der allgemeinen Charakteristik sind zwei Übersetzungsakte notwendig. Zunächst wird das Auszudrückende in die Sprache der Symbole übersetzt, die geforderten Operationen dann in der Symbolsprache durchgeführt und das Ergebnis schließlich wieder auf den realen Fall durch Übersetzung übertragen (Sem., § 57). Zu der in der Übersetzungstheorie vorausgesetzten ein-eindeutigen Zuordnung von Zeichen und Begriffen tritt selbstverständlicherweise eine ein-eindeutige Zuordnung von Ding und Begriff, da die Zeichenoperationen ja „der Sache gemäß“ sein sollen. Max E. Eisenring (*1942*, 19) spricht daher von „einer totalen Dopplungs-Symbolik der Erkenntnis“, die ihrer Form und ihrem Inhalt nach interpretiert wird.

3.2.2 Algebraische Merkmalskalküle

Die paradigmatische Funktion der Algebra als Verbindungskunst von Zeichen und Ausgangspunkt einer vollständigen Symbolisierung der begrifflichen Welt ließ Lambert schon früh, in den Jahren 1753 bis 1756, die Schaffung von algebraischen Logikkalkülen versuchen, die aber erst posthum in den von dem Berliner Astronomen Johann (III) Bernoulli herausgegebenen *Logischen und philosophischen Abhandlungen* veröffentlicht wurden.[54] Während im späteren *Neuen Organon* der traditionelle Kanon der Logik, wie er in der Lehre der Wolffschen Schule vorgefunden werden konnte, mit gelegentlichen Hinweisen auf die Möglichkeiten einer kalkulatorisch

[54] Lambert *1782/87*. Zur Geschichte und Einordnung der Veröffentlichung vgl. Hans Werner Arndts Einleitung zur Reprintausgabe (Arndt *1967*).

verfahrenden symbolischen Logik abgearbeitet wurde, ist die kalkülmäßige Behandlung der Logik der eigentliche Gegenstand der „Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“.[55]

„Wir stellen uns eine Sache in unsern Gedanken vor, wenn wir dieselbe vermittelst einiger Merkmale von andern Sachen unterscheiden, und diese Vorstellung nennen wir Begriffe.“ Daraus folgt, daß wir auch Begriffe von Merkmalen haben, ein Begriff selbst aus Begriffen als seinen Merkmalen zusammengesetzt ist. Mit diesen Worten beginnt Lambert den ersten Versuch seiner „Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ (Lambert *1782a*, I., § 1), in dem er, an der klassischen Begriffstheorie orientiert, eine algebraische Fassung dieser Relationen zwischen den Begriffen zu geben versucht. Zentral sind die Kategorien des „Geschlechts“ und des „Unterschieds“ von Begriffen. Das Geschlecht eines Begriffes wird durch den Inbegriff der Merkmale bestimmt, die er mit anderen Begriffen gemeinsam hat. Das Geschlecht fällt also mit dem *genus proximum* zusammen, dem einer gegebenen Menge von Begriffen zugehörigen nächsten Oberbegriff. Der Unterschied gibt das Merkmal an, durch das sich ein Begriff von einem anderen unterscheidet (*differentia specifica*), wobei diese beiden Begriffe unter denselben Oberbegriff fallen (I., § 4). Die Absonderung der spezifischen Merkmale eines Begriffs führt auf das *Geschlecht* dieses Begriffs, die Absonderung der gemeinsamen Merkmale auf seine *Art* (I., § 7). Lambert führt folgende Symbolik ein:[56]

Es sey		
das Zeichen	der Gleichgültigkeit	$=$
das Zeichen	der Zusetzung	$+$
	der Absonderung	$-$
	des Gegentheils	$\times$
	der Allgemeinheit	$>$
	des besondern	$<$
	des Bindwörtgens	$\sim$
	gegebene Begriffe	a, b, c, d &c.
	unbestimmte	n, m, l &c.
	unbekannte	x, y, z

[55] Lambert *1782a*. Vgl. zu Lamberts algebraischen Kalkülen Lewis *1918*, 19–29; Dürr *1945*.

[56] Lambert *1782a*, I., § 9, von Ungenauigkeiten im Satz bereinigt. Ein Zeichen für die Verneinung wird nicht angegeben.

des Geschlechts γ
des Unterschieds δ
der Verneinung.

Ein Begriff kann dann durch sein Geschlecht unter Hinzufügung des spezifischen Unterschieds definiert werden (I., § 10):

$$a = a\gamma + a\delta \; .$$

$a\gamma^2$ bestimmt ein höheres Geschlecht, $a\delta^2$ einen höheren Unterschied. $(a\gamma + a\delta)^n = a(\gamma + \delta)^n$ sind Definitionen höheren (n-ten) Grades. Die symbolischen Operationen entsprechen denen der Arithmetik.

Zum Vergleich von Begriffen dient Lambert ihre Ähnlichkeit: „Zween Begriffe sind [...] so weit ähnlich, als sie einerley Merkmale haben" (I., § 24). Die gemeinsamen Merkmale z. B. der Begriffe a und b ergeben sich aus der multiplikativen Verknüpfung ab. Die eigenen Merkmale eines mit einem anderen ähnlichen Begriffs werden mit Hilfe eines senkrechten Strichs symbolisiert. Die eigenen Merkmale des a im Vergleich zum b sind definiert als $a \mid b = a - ab$, die des b: $b \mid a = b - ab$ (I., § 25). Lambert wendet diese Überlegungen an, um zwei Begriffe aus Urteilen zu identifizieren, d. h. festzustellen, ob der Prädikatsbegriff mit dem Subjekt oder einem seiner Teile zusammenfällt. So symbolisiert Lambert z. B. das allgemein-bejahende Urteil „Alle a sind b" unter Verwendung des Allgemeinheitszeichens $>$ und der Kopula $\sim$[57] mit

$$\begin{array}{llcl} & >a & \sim & b\,. \\ \text{Dies ist} & b + a \mid b & = & a\,, \\ \text{wegen} & a \mid b & = & a - ab \\ \text{folgt} & b + a - ab & = & a \\ \text{also} & b & = & ab\,. \end{array}$$

Also ist b ein Merkmal von a (I., § 32).

Im zweiten Versuch „Welcher das Lehrgebäude der Begriffe enthält", wendet Lambert seine Merkmalslogik auf die Begriffslehre an. Von zentraler Bedeutung ist für ihn das Verhältnis zwischen Merkmalsbegriffen. Er unterscheidet das *logische Verhältnis*, bei dem es nur auf die Anzahl der Merkmale ankommt, vom *metaphysischen Verhältnis*, „wo es auf die

[57]Lambert verwendet hier ein Zeichen, das von dem bei Einführung des „Bindwörtgens" im § 9 gegebenen abweicht.

Beschaffenheit des Merkmals ankömmt" (II., § 10). Das metaphysische Merkmal wird durch einen griechischen Buchstaben symbolisiert. Um auszudrücken, daß ein Merkmal c durch das metaphysische Merkmal α bestimmt wird, wird zwischen beide Symbole das Zeichen :: („von") gesetzt. Als Beispiel formuliert Lambert für i = Feuer, c = Wärme und α = Ursache die Gleichung $i = \alpha :: c$, die besagt: „Das Feuer ist die Ursache der Wärme". Nimmt man den Gegenbegriff zum metaphysischen Merkmal hinzu, also die Wirkung zur Ursache, lassen sich Verhältnisgleichungen formulieren, z. B. „Das Feuer ist zur Wärme wie die Ursache zur Wirkung", im Lambertschen Symbolismus:

$$\frac{i}{c} = \frac{\alpha}{\cdot} \, ,$$

wobei der Punkt für den Gegenbegriff steht (I., § 15).

Der „von"-Operator ist in der Literatur verschieden gedeutet worden. Während Clarence Irving Lewis ihn als Antizipation der erst von Charles S. Peirce und Ernst Schröder eingeführten relativen Multiplikation feiert (Lewis *1918*, 29), dabei aber den kategorialen Unterschied zwischen metaphysischem und logischem Merkmal außer acht läßt,[58] deutet Karl Dürr den Ausdruck $\alpha :: c$ als den Wert einer kennzeichnenden Funktion $\alpha :: x$, wobei das metaphysische Merkmal α eine Beziehung (Relation) bezeichnet (*1945*, 60). In der Gleichung $i = \alpha :: c$ stellt α die Beziehung zwischen i und c her; in dem von Lambert gegebenen Beispiel wird also ausgedrückt, daß das Feuer i in der Beziehung der Ursache zur Wärme c steht. Deutet man α wie Lewis als Relativ im Peirce-Schröderschen Sinne, müßte die Gleichung $\alpha = i; c$ heißen, was ersichtlich nicht der Lambertschen Notation entspricht. Dürr weist richtig darauf hin, daß die Form $\alpha :: x$ der von Russell und Whitehead eingeführten "description" $\mathrm{R}`y$ entspricht, die in der Notation der *PM* (I, 31) wie folgt definiert ist:

$$\mathrm{R}`y = (\imath x)(x\mathrm{R}y) \quad \mathrm{Df.}\,,$$

wobei $(\imath x)$ ein die Relation R zwischen x und y erfüllendes Individuum bezeichnet.

[58]In der Peirce-Schröderschen Algebra der Relative bilden die mittels relativer Multiplikation verknüpften Symbole ein Relativ, das die Art der Relation ausdrückt. So wird z. B. das zweistellige Relativ „Liebhaber von —" etwa in der Aussage „a ist Liebhaber von b" durch $c = a; b$ ausgedrückt. Die durch relative Multiplikation verknüpften Glieder stehen also auf gleicher kategorialer Stufe.

Im III. Versuch, „welcher die Einrichtung der Wissenschaften zu deren [der Zeichenkunst] Gebrauch enthält", wird das Verhältnis zwischen Begriffen, Symbolik und Sprache thematisiert, insbesondere behandelt Lambert eine durch die Kennzeichnungsfunktion ermöglichte Definitionslehre. Die „metaphysische Definition" eines A wird durch die Gleichung $A = N :: B$ ausgedrückt (III., § 20). Das darin enthaltene synthetische Element der Verbindung von metaphysischem und logischem Merkmal kann umgekehrt werden. Durch algebraische Umformung ergibt sich mit $\frac{A}{N} = B$ die „Identifikation" des B (III, § 21) bzw. die „metaphysische Absonderung" des N aus dem A (III., §§ 23–25). Diese Lehre wendet Lambert auf Definitionen in verschiedenen Wissenschaften an, die in Form von Identitätsaussagen gebracht werden sollen.[59]

Die Kunst, aus allgemeinen oder unbestimmten Begriffen andere Begriffe abzuleiten, nennt Lambert „allgemeine Analytik" oder „Analytica logica speciosa" bzw. „logistica speciosa universalis" (IV, § 5). Er nimmt mit dem Namen „Logistik" eine sehr viel spätere, erst 1904 eingeführte Bezeichnung vorweg. Sein analytisches Verfahren wendet er im IV. Versuch auf die Urteilslehre an. Dabei formuliert er u. a. Aufgaben, spezielle Standardformen algebraisch „zu zeichnen", d. h. in Identitätsaussagen unter Verwendung der „Bestimmung" (d. i. der Quantifikation) des Prädikats umzuformen (IV., Aufgaben 11–18, §§ 30–39). Die Ergebnisse der Urteilslehre wendet er schließlich auf die Schlußlehre an, u. a. mit dem Ziel, „eine allgemeine Formel aller Schlüsse" zu finden (IV., Aufgabe 19, § 49).

Der V. Versuch, „Welcher die Rechenkunst der Vernunftlehre oder die Art der Begriffe oder die dafür gesetzte[n] Zeichen zu berechnen lehret", bringt, ergänzt durch einige Beispiele im VI. Versuch, die Anwendung der Logistik auf die Lehre von Substanzen und Akzidenzien. Dort erörtert Lambert auch die Möglichkeit, algebraisch notierte Ausdrücke zu arithmetisieren und damit Operationen mit Begriffen numerisch abzubilden. Die „ganze Arithmetik" erscheint ihm als „ein besonderer Fall des *calculi universalis* oder *logici*" (V., § 23). Daraus schließt Lambert, daß auch die algebraische Geometrie und die algebraische Mechanik Anwendungen des *Calculus universalis* sind. Denn die Anwendung der Algebra in diesen Wissenschaften setzt eine vorgängige Arithmetisierung voraus. Eine solche Arithmetisierung ist in allen den Wissenschaften leicht möglich (V., § 24), wo

[59] Vgl. seine vier Postulate für Definitionen in den Wissenschaften (III., § 64).

1. Die Substanzen in einfachere Substanzen von gleicher Art können getheilt oder aufgelöset werden.
2. Wo die einfachere Substanzen zwar verschieden, aber durch eine einförmige Reduction auf Substanzen von gleicher Art gebracht werden.

Lamberts algebraische Kalküle sind sehr kontrovers beurteilt worden. Johannes Lepsius z. B. sind in seiner preisgekrönten Arbeit über Lamberts kosmologische und philosophische Leistungen dessen Bemühungen um den logischen Kalkül nur die Bemerkung wert, daß „deren Principien [...] zu unklar, so wie die Resultate zu dürftig sind, als dass sie eine eingehende Erörterung verdienten" (Lepsius *1881*, 90). In einer Anmerkung stellt er fest, daß sich in den logischen Abhandlungen „eine Fülle von Material [findet], das jedoch ohne allen Wert ist" (ebd., Fn. 229). Mit Bezug auf die Universalsprachenbewegung seiner Zeit fügt er hinzu (*1881*, 90):

> Gleichwohl zeigt das Wiederaufleben solcher Bestrebungen, dass der Trieb nach einer wissenschaftlichen Behandlung der Philosophie wieder rege wurde, wenn er auch hier auf einen Holzweg gerathen war.

Auch Wilhelm Risse beurteilt den algebraischen Kalkül kritisch (*1970*, 275*f.*):

> Der in der Begriffs- und Urteilslehre angewandten Addition und Subtraktion von Merkmalen mag noch ein gewisser wohlbegründeter Sinn abzugewinnen sein, auch wenn die Additionsformel $A = A\gamma + A\delta$ wegen der Abhängigkeit der Differenz von der Gattung nicht strikt umkehrbar ist. Die in der Schlußlehre angewandte formalistische Multiplikation und Division eines Begriffs mit seinen nun als Koeffizienten bezeichneten Merkmalen dagegen ist inhaltlich vollends unbegreiflich. [...] Im Ganzen dürfte dieses formalistische Verfahren weder der traditionellen Logik noch einem leistungsfähigen Kalkül genügen. Und in sich erweist es sich in seinem Übergang von der Merkmals- zur Umfangs- und endlich zur rein algebraischen Konstruktion als nicht hinreichend präzise, um die Logik grundlegend reformieren zu können.

In der Geschichtsschreibung der mathematischen bzw., allgemeiner, symbolischen Logik haben diese Texte eine andere Wertschätzung erfahren. Während der noch darzustellende Linienkalkül des *Neuen Organon* kaum erwähnt wird, finden Lamberts Erörterungen in den „Sechs Versuchen" lobende Aufnahme, weil sie "some ingenious analogies between logic and ordinary algebra" enthalten.[60] Dürr (*1945*, 48) hebt hervor, daß „gerade diejenigen Theorien des Jugendwerkes, die vom Standpunkt der modernen Logik aus als höchst bedeutsam erscheinen, [...] in der späteren Abhandlung [*Neues Organon*] nicht mehr zu finden" sind. Nikolaj Ivanovič Styazhkin vertritt sogar die Meinung, daß Lamberts Resultate, trotz solcher symbolischen Eigenheiten wie numerischen Koeffizienten und Brüchen, die logisch uninterpretierbar erscheinen, "stand much closer to the present-day form of symbolic logic than does, for example, the calculus of G. W. Leibniz" (Styazhkin *1969*, 116).

3.2.3 Der Linienkalkül im *Neuen Organon*

In der Dianoiologie des *Neuen Organon* verwendet Lambert eine geometrische Symbolisierung, um Beziehungen zwischen Begriffen auszudrücken. Die Ausdehnung eines allgemeinen Begriffs wird durch eine Linie dargestellt (Dia., § 174).[61] Individuen werden als Punkte auf der Linie verstanden (Dia., § 175). Ein Begriff A wird demnach mit A ———— a symbolisiert, oder, wenn seine Ausdehnung nicht vollständig bestimmt ist, unter Andeutung der Verlängerung der Linien nach einer oder nach beiden Seiten, z. B. ..... A ———— a ..... (Dia., § 179).

Das allgemein bejahende Urteil „Alle A sind B" wird so gedeutet, daß alle Individuen (von) A unter den Begriff B fallen, sinnfällig symbolisiert durch Übereinandersetzen der Linienschemata für A und B (Dia., § 181), z. B.

..... B ———— b .....
A ———— a

Die übrigen Standardformen werden ebenso in unmittelbar einleuchtender Form symbolisiert:
Allgemein verneinende Sätze („Kein A ist B") (Dia., § 183), z. B.

A ———— a B ———— b .

[60] Kneale/Kneale *1962*, 348. Kneale und Kneale schränken allerdings ihr Urteil ein, wenn sie meinen, daß keine dieser Analogien "provides the basis for a satisfactory calculus" (ebd.).

[61] Zum Lambertschen Linienkalkül vgl. Wolters *1980*, 120–166. Wolters kommt nach einer „Rekonstruktion des Linienkalküls (LK)" (144–162) zu dem Schluß: „Der (LK) ist somit ein ***vollständiger (diagrammatischer) Kalkül der Syllogistik*** und, soweit mir bekannt, das ***einzige*** logische Diagramm mit diesen Eigenschaften" (162).

Partikulär bejahende Sätze („Einige A sind B") (Dia., § 184):

B ———— b
..... A ..... ,

wobei auch

..... B ———— b .....
..... A ———— a .....

oder

B —— b
..... A ———— a .....

möglich wären.
Partikulär verneinende Sätze („Einige A sind nicht B") (Dia., § 185):

B —— b
..... A ..... ,

wobei auch

B —— b
..... A —— a .....

oder

B .....
A —— a

möglich wären.

Das graphische Verfahren eignet sich zudem dazu, das Verhältnis zwischen einer Gattung und den ihr zugehörigen Arten auszudrücken. So symbolisiert die Zeichnung

A ———————————— a
B — b C ———— c D — d ,

daß die Summe der drei Arten $B + C + D$ die Gattung A ausmacht (Dia., § 188). Während sich kopulative Sätze („A ist B und C", „Sowohl A als auch B ist C") geometrisch darstellen lassen (Dia., §§ 191–193), scheitert das Verfahren allerdings bei disjunktiven Sätzen („A ist entweder B oder C") (Dia., § 190).

Ausführlich und durchaus wohlwollend behandelt Lambert die Syllogistik im Abschnitt über die einfachen Schlüsse (Dia., §§ 195–261); schon die frühe Kritik verstand ihn darin als Fortsetzer von Leibniz und Wolff. So schreibt Daniel Huber (*1829*, 27), daß Lambert auf die „des damit im Mittelalter getriebenen Misbrauches wegen, verkannte Syllogistik des Aristoteles" zurückgeführt habe. „Leibniz hatte schon einige Winke darüber gegeben, und Wolf die Syllogistik wieder in Ansehen gebracht," doch Lambert sei weiter gegangen als Wolff. Huber meint Lamberts Neubewertung der Schlüsse der zweiten, dritten und vierten Figur, deren Beweiskraft Wolff gegenüber derjenigen der ersten Figur herabsetzt. Neben formalen Unterschieden der Schlußfiguren sieht Lambert auch Differenzen in ihrem Gebrauch bzw. Anwendungsbereich. Die Unterschiede betreffen damit auch die Sache selbst. Die Schlußfiguren sollten in den Fällen angewendet werden, in denen ihre Anwendung am natürlichsten sei (Dia., § 231):

> Die erste zur Erfindung oder Beweis der Eigenschaften eines Dinges, die andre zur Erfindung oder Beweis des Unterschieds der Dinge, die dritte zu Erfindung und Beweis der Beyspiele und Ausnahmen, die vierte zu Erfindung und Ausschließung der Arten einer Gattung.

Die zweite, dritte und vierte Figur seien nicht weniger evident als die erste. Zwar gründe nur die erste Figur unmittelbar auf dem *dictum de omni et nullo* („Was von allen A gilt, gilt von jedem A"; „Was von allen A nicht gilt, gilt von keinem A"), die anderen Figuren aber auf nicht weniger fundamentalen Prinzipien:[62] die zweite Figur auf dem *dictum de diverso* („Dinge, die verschieden sind, kommen einander nicht zu"), die dritte Figur auf dem *dictum de exemplo* („Wenn man Dinge A findet, die B sind, so gibt es A, die B sind") und schließlich die vierte Figur auf dem *dictum de reciproco* (I „Wenn kein M B ist, so ist auch kein B dieses oder jenes M"; II „Wenn C dieses oder jenes B ist oder nicht ist, so gibt es B, die C sind oder nicht sind" (Dia., § 232).

Die geometrische Symbolik kann angewendet werden, um die Verhältnisse im Syllogismus zu veranschaulichen. Das folgende Bild entspricht z. B. dem Modus DARAPTI („Alle M sind C", „Alle M sind B", also „Einige B sind C") in der dritten Figur:

[62] Zu den *dicta* Lamberts vgl. Wolters *1980*, 114–117. Wolters liest sie als methodologische Funktionszuweisungen an die Syllogistik.

$$
\begin{array}{ccc}
\ldots\ldots C & \text{———————} & c\ \ldots\ldots \\
M & \text{———} & m \\
\ldots\ldots B & \text{———————} & b\ \ldots\ldots
\end{array}
$$

Im fünften Hauptstück der Dianoiologie betrachtet Lambert zusammengesetzte Schlüsse, d. h. Schlüsse, deren Sätze nicht einfach (d. h. Standardformen) sind, sondern komplex. Zusammengesetzte Sätze können bedingt, kopulativ und disjunktiv sein (Dia., § 262).

3.2.4 Charakteristik in der Metaphysik

Lambert hat seine Metaphysik *Anlage zur Architectonic oder Theorie des Einfachen und des Ersten in der philosophischen und mathematischen Erkenntniß 1771*, also erst sieben Jahre nach Fertigstellung bei dem Verleger Kants Johann Friedrich Hartknoch und auf Kants Fürsprache hin veröffentlicht.[63] In ihr wird die im *Neuen Organon* entfaltete Theorie der Grundbegriffe zu einer Grundlehre ausgebaut, also die Architektonik einer Lehre von den Grundgesetzlichkeiten des realen Seins angestrebt.[64]

Auch die Metaphysik ist unter Anwendung der mathematischen Methode geschrieben. Lambert weist Wolff die Ehre zu, mit der Euklidischen (mathematischen) Methode als erster überhaupt eine Methode in die Philosophie eingeführt zu haben (*1771*, § 11), es könne aber nicht gesagt werden (§ 12),

> daß *Wolf* die *Euclidische* Methode ganz gebraucht habe. In seiner Metaphysic bleiben die *Postulata* und Aufgaben fast ganz weg, und die Frage, *was* man definiren solle, wird darinn nicht völlig entschieden.

Für Lambert beginnt die Untersuchung abstrakter Begriffe mit Vorüberlegungen anhand eines Fallbeispieles. Die Allgemeinheit dieser Vorüberlegungen wird durch Grundsätze und Postulate gesichert. Die Grundsätze entsprechen den Euklidischen Axiomen, also unabhängig vom axiomatisierten Gegenstandsbereich geltenden Sätzen, die allerdings bei Lambert

[63] Zur Veröffentlichungsgeschichte vgl. Arndt *1965d*, V–VII.

[64] Schon Anfang der sechziger Jahre des 18. Jahrhunderts hatte Lambert die Frage einer Übertragung der Sicherheit der Mathematik auf die Metaphysik bearbeitet. Sein Versuch, die Preisaufgabe der Berliner Akademie der Wissenschaften zur Frage „Sind die metaphysischen Wissenschaften derselben Evidenz fähig wie die mathematischen?" zu bearbeiten, wurde erst *1918* veröffentlicht.

mit Bezug auf den zu rekonstruierenden Gegenstandsbereich formuliert sind. Die Postulate geben die allgemeine und unbedingte Möglichkeit an, bestimmte Begriffe zu bilden oder die Grenzen der Begriffsbildung den Grundsätzen entsprechend zu bestimmen (§ 13). Praktisch sieht dies so aus, daß Lambert die Grundsätze und Postulate vollständig aufstellt, die für die von ihm behandelten einfachen Begriffe gelten. Dies sei am Beispiel der *Einheit* und der „aus ihrer Wiederholung erwachsenden *Zahlen*" veranschaulicht (*1771*, § 77):

> Die Grundsätze sind folgende:
>
> 1. Jede Zahl ist sich selbst gleich.
> 2. Jede Zahl ist von jeder größern oder kleinern nothwendig verschieden.
> 3. Jede Zahl bezieht sich auf ihre Einheit, aus deren Wiederholung sie erwächst.
> 4. Zwo Zahlen, deren jede einer dritten Zahl gleich ist, sind unter sich gleich.
> 5. Zwo Zahlen, die ein gleicher Theil einer dritten sind, sind unter sich gleich.
> 6. Die Einheit ist die Basis der Grade.
>
> Die *Postulata* aber sind folgende:
>
> 1. Jede Zahl kann so vielmal genommen werden, als man will.
> 2. Jede Zahl kann als eine größere Einheit angesehen werden.
> 3. Zu jeder Zahl lassen sich noch Einheiten und Zahlen hinzusetzen.
> 4. So groß man eine Zahl nimmt, lassen sich noch größere nehmen.

Die *Architectonic* ist als „tiefsinnige[s] mathematisch-logische[s] Werk" bezeichet worden (Erhardt *1829*, 10). Sie ist jedoch, von einigen mathematischen Beispielen abgesehen, weitgehend frei von Symbolismen. Lambert diskutiert die Charakteristik in der Metaphysik ausführlich (*1771*, § 81). Er setzt bei der Möglichkeit an, Begriffe, die Verhältnisse im Raum ausdrücken, auf andere abstrakte Begriffe metaphorisch zu übertragen.

> So geben wir den Gedanken und Begriffen eine *Ausdehnung*, und setzen *sie vor, in, neben, außer* und *unter* einander. Dadurch wird ihnen gleichsam ein *Ort* angewiesen, und dabey läßt sich ein *Abstand* gedenken.

Er stellt sodann eine Analogie zwischen Begriffen körperlicher Dinge, bei denen die Teile der Dinge eine Rolle spielen, und der Entwicklung von abstrakten Begriffen aus ihren Teilen auf. Unter Voraussetzung der Gültigkeit und Allgemeinheit dieser Analogie (ebd.)

> [...] läßt sich die Sache umkehren, und es können auch abstracte Begriffe unter sinnlichen Bildern und etwann gar wissenschaftlich [im Sinne der wissenschaftlichen Semiotik] vorgestellet werden.

Lambert verweist auf den Linienkalkül des *Neuen Organon*, in dem er die Theorie der Schlüsse „gleichsam vor Augen gemahlet" (§ 81).

An anderer Stelle (§ 170) erwägt er zur Veranschaulichung der Enthaltenseinsrelation zwischen Begriffen das Ineinandersetzen von Figuren. Dieses Verfahren, das heute mit den Vennschen Diagrammen verbunden wird, oft auch auf Leonard Eulers *Lettres à une princesse d'Allemagne*[65] zurückgeführt wird, findet sich erstmals im *1712* veröffentlichten *Nucleus Logicae Weisianae* des Gießener Philosophen Johann Christian Lange,[66] und auch Lambert verweist auf dieses Buch (*1771*, § 170),

> wo die ganze Syllogistic durch *in* und *nicht in einander* gezeichnete Cirkel, so wie auch durch *vor, nach* und *unter einander* gezeichnete Vierecke und andere figürliche Vorstellungen vor Augen gemalt ist. Das Buch kam bereits 1712 heraus, und ist der Königl. Preußischen Societät der Wissenschaften, und damit *Leibnitzen*, ihrem damals noch lebenden Präsidenten, dedicirt. Ob es *Wolfen* unbekannt geblieben, steht dahin.[67]

Dazu ergänzt Lambert in der Vorrede (XIII), daß er

[65]Euler *1768*, dort vor allem die Briefe Nr. CII–CV an Markgräfin Friederike Charlotte Ludovica Luise, Tochter des Markgrafen Friedrich Heinrich v. Brandenburg Schwedt. Die Briefe sind zwischen dem 14. 2. 1761 und dem 24. 2. 1761 datiert.

[66]In der von Lange (1669–1756) besprochenen Logik des Zittauer Rektors Christian Weise (1642–1708) mit dem Titel *Nucleus Logicae*, die Lange ebenfalls *1712* in einer „Nova editio" herausgab, finden sich keine graphischen Veranschaulichungen von Umfangsverhältnissen.

[67]Leibniz verweist in dem Fragment „De novis formis syllogisticis" (*C*, 206–210, bes. 209), wo er eine Veranschaulichung der Syllogismen mittels Liniengrafiken präsentiert, zwar nicht auf Langes Kommentar zur Logik Weises, aber auf Langes *Inventum novum*

> kaum begreife, wie dieses Werk *Wolfen* unbekannt geblieben, der doch damals lebete, und dem alles, was auch nur auf eine entferntere Art zu *Leibnitzens* Zeichenkunst dienen konnte, wichtig vorkommen mußte.

Die Möglichkeit einer Charakteristik auch in der Metaphysik beherrscht vor allem die letzte Redaktion der *Architectonic*, denn Lambert nimmt den Gegenstand in der Vorrede ausführlich auf und stellt sich darin explizit in die Leibnizsche Tradition. Für Lambert scheint Leibniz eine Charakteristik zu fordern, die im Bereich der Qualitäten das leistet, was die Algebra im Bereich der Quantitäten vermag. Neben der treffenden Symbolisierung von Dingen müßten auch Symbole für Relationen, Verknüpfungen und Bestimmungen gefunden werden (XXII),

> und diese Zeichen sollen so beschaffen seyn, daß sie statt der Dinge selbst dienen, so daß, was man mit den Zeichen vornimmt und vermittelst derselben findet, eben so gut gefunden sey, als wenn man die Dinge selbst vorgenommen hätte. Man sieht leicht, daß eben dieses auch von den Begriffen kann verstanden werden, und daß man in dieser Absicht *wissenschaftliche Zeichen für die gesammte Erkenntniß* verlangen kann.

Lambert unterscheidet nun zwei Klassen von Zeichen: solche, die für die Form stehen, und solche, die für den Inhalt, die Materie, stehen. Die Symbolisierung des Inhalts hält er für problematisch, denn es scheine (XXII*f.*),

> die Materie müsse durch Zeichen vorgestellet werden, die gewissermaßen die Sachen vorbilden oder Bilder der Dinge sind, weil sie widrigen Falls ganz willkührlich seyn würden, und dann keine andere Anspielung auf die Sache hätten, als die, so sie durch ihre Verbindung und durch die die Form vorstellende Zeichen erhalten würden. Die Form bestimmt ohnehin keine Materie, dafern sie nicht einer besondern Materie eigen ist. Sie kann also meistens *in abstracto* betrachtet werden, und um so mehr ist sie allgemeiner Zeichen und einer allgemeinen Theorie dieser Zeichen fähig.

quadrati logici universalis (*1714*). Die Bezugnahme von Leibniz auf Lange erwähnt Risse *1970*, 213. In dem Text „De formæ logicæ comprobatione per linearum ductus" (*C*, 292–320), wo er sowohl Linien- als auch Kreisgraphiken verwendet, gibt Leibniz keinen Nachweis an. Leibniz hätte aber Kreisgraphiken den *Universalia Euclidea* von Johann Heinrich Sturm (*1661*) entnehmen können, die er in seiner *Dissertatio de arte combinatoria* erwähnte. Diese Antizipation der Eulerschen Kreise findet sich in einem zweiten Teil der Schrift mit dem Titel „Novi Modi Syllogizandi" (69*ff.*). Sturm hatte wie Leibniz bei Erhard Weigel studiert. Ich danke Christian Thiel für diesen Hinweis.

Unter den Formen der Erkenntnis hebt Lambert die *logische Form* besonders hervor, die nur aus den Operationen des Verstandes abgeleitet wird. Sie habe wegen dieses Ursprungs den wesentlichen Anteil an der Schaffung einer allgemeinen Zeichenkunst und sei nicht wie die Sprache eher hinderlich oder wie die Topik teils der Form der Erkenntnis, teils der Form der Dinge zuzurechnen. Die Schaffung einer *characteristica universalis* als allgemeiner Lehre der Bezeichnung von Dingen und der Verbindung von Zeichen bleibt für Lambert aber weiterhin nur Programm, zu dem die veröffentlichten Werke allenfalls Beiträge liefern konnten. Dieses übergeordnete Programm zergliedert Lambert in einen Komplex von 14 Teilen (XXIV–XXVI):

1. Ob die Zeichenkunst in der Sprache zu suchen?
2. Ob ein System der Begriffe dazu dienen könne?
3. Ob die Dinge nach derjenigen Art können gezeichnet werden, wie wir sie nach unserer Vorstellung zergliedern und verbinden?
4. Wie die Zeichenkunst nach den vier Operationen + − . : müßte beschaffen seyn?
5. Ob der *Calculus logicus*, oder die logische Formeln (Man sehe *Act. Erud.* Nov. et Dec. 1767)[68] in den übrigen Wissenschaften in Absicht auf die Form genugsam sey, und mit Nutzen gebraucht werden könne?
6. Ob bey der Form der Erkenntniß überhaupt eine characteristische Zeichnung und Rechnung angebracht werden könne?
7. Ob man durch eine neue Sprache und Sprachlehre zu einer Art der Zeichenkunst gelangen könne?
8. Ob nicht dem allgemeinen Calcul eine der Regel *Falsi* ähnliche Methode, besonders mit Hypothesen umzugehen, vorgehen müsse?
9. Ob wir bereits in den nicht mathematischen Wissenschaften eine *Analysin* haben, welche ein *Abstractum* von derjenigen sey, so die griechischen Mathematiker gebrauchten, (Man sehe Pappus am Anfange des 7ten Buches.)[69] und die noch dermalen außer der Algeber gute Dienste thut?

[68]Lambert *1765a* (der Band der *Nova Acta Eruditorum* für die Jahre 1764 und 1765 erschien 1767).

[69]Vgl. die Sammlung der Schriften des Pappus von Alexandria (4. Jahrhundert n. Chr.) *1875–78*. Das Buch 7 liegt in einer griechisch-englischen Ausgabe vor (Pappus *1986*).

10. Ob die Abtheilung der Begriffe in Arten und stufenweise höhere Gattungen zur allgemeinen Zeichenkunst gebraucht werden könne?
11. Ob die Zeichenkunst bey Begriffen anfangen müsse, die nach allen Combinationen verbunden werden können?
12. Ob die Theorie der Ursachen und Wirkungen, und der Veränderungen überhaupt die ersten Beyspiele zum allgemeinen *Calcul* angeben werde?
13. Ob die Verwickelung und das Auseinanderlesen verwickelter Begriffe nach ihren verschiedenen Arten und Formen einer Zeichenkunst fähig sey?
14. Ob dieses nicht auch in Ansehung verworrener Sätze, Beweise und Fragen statt habe?

Lambert kommt hier in gewisser Weise zu den Ansätzen zurück, die er in seinen „Sechs Versuchen“ vertreten hatte. Während ihm die Algebra das hinreichende Instrumentarium zur Symbolisierung von Denk*operationen* bietet, erscheint das Problem der „Zeichenkunst der Begriffe“ noch weitgehend ungelöst. Die Möglichkeit einer (dem Leibnizschen arithmetischen Kalkül entsprechenden) Arithmetisierung der Begriffe wird angedeutet, aber nicht ausgearbeitet. Der in den „Sechs Versuchen“ verfolgte Weg einer Symbolisierung der Einteilung und Verhältnisse der Begriffe nach ihren Gattungen und Arten, die zu recht komplizierten Ergebnissen führte, wird als noch der Klärung bedürftige Frage formuliert (Frage 10). Lambert deutet an, daß eine Lösung des Problems der Begriffscharakteristik in der Konstruktion einer neuen Sprache liegen könne (1, 7).

Arndt weist darauf hin, daß sich eine kombinatorische Charakteristik gleichermaßen in den Systemen von Leibniz, Wolff und Lambert findet. Sie gebe den Zusammenhang zwischen begrifflich und real Zusammengesetztem und biete in ihrer Anwendung auf die philosophischen Wissenschaften das wesentliche Mittel für eine Verwirklichung der *mathesis universalis*: Das Verhältnis zwischen charakteristischem Zeichen und dem durch ihn repräsentierten Begriff sei transitiv, ebenso das Verhältnis zwischen Begriff und den in ihm vorgestellten Dingen. Daraus folge unter Umgehung des Begriffs die Transitivität des Verhältnisses zwischen Zeichen und vorgestellten Dingen. Dies sei der Kerngedanke des allgemeinen Kalküls bei Leibniz.[70] Arndt stellt fest:

[70] Arndt *1965c*, XXXVII; Arndt verweist auf Scholz *1931*, 53*f*.

Es dürfte ein in der Geschichte der Philosophie seltener Vorgang sein, daß ein Werk, welches in einer umfassenderen und ursprünglicheren Form einen wesentlichen Teil der Grundgedanken enthält, auf denen, vermittelt durch andere Schriften ein Autor aufbaut, erst ein Jahr nach dessen eigener Schrift erscheint. Die „Nouveaux Essais“ von Leibniz, erst 1765[71] veröffentlicht, blieben ohne Einfluß auf Lamberts schon erschienenes Werk. Mit Erstaunen hat schon die zeitgenössische Kritik, unter der Feder des gelehrten und scharfsinnigen Mendelssohn, auf die übereinstimmenden Auffassungen beider Werke hingewiesen.[72]

3.3 Gottfried Ploucquet

Noch vor Veröffentlichung von Lamberts *Neuem Organon* war der dort konzipierte geometrische Kalkül Gegenstand einer Kontroverse mit Gottfried Ploucquet[73], in die auch der Schüler Ploucquets und Württembergische Prinzenerzieher Georg Jonathan Holland (1742–1784)[74] involviert war. Die relevanten Texte dieser Kontroverse wurden schon 1766 in einer

[71] Leibniz *1765b*.

[72] Arndt *1965c*, XXXVIII. Arndt bezieht sich auf Moses Mendelssohns 1766/67 in der *Allgemeinen deutschen Bibliothek* erstmals erschienene Rezension des Lambertschen *Organon* (Mendelssohn *1991*). Mendelssohn schreibt dort: „Bey Gelegenheit der veränderlichen und fortdaurenden Merkmale, die Hr. L. § 21 u. f. nur mit kurzen Worten berührt, können wir nicht umhin, unsere Leser auf die letztlich herausgekommenen *Nouveaux Essais sur l'entendement humain* in den *Oeuvres posthumes de Mr. Leibniz* zu verweisen, allwo diese Materie mit einer Gründlichkeit und Ausführlichkeit behandelt worden, die völlig befriedigend ist, auch nicht die geringste Dunkelheit zurük läßt“ (*1991*, 34).

[73] Gottfried Ploucquet (* 25. August 1716 in Stuttgart; † 13. September 1790 in Tübingen) wurde nach Besuch des herzoglichen Gymnasiums in Stuttgart 1732 Stipendiat des Tübinger Stifts. Dort und an der Universität Tübingen studierte er zunächst Philosophie. Durch Israel Gottlieb Canz, den Ordinarius für Rhetorik und Poetik, wurde er mit den Lehren Christian Wolffs vertraut gemacht. Nach der Magisterprüfung 1734 studierte Ploucquet Theologie und wurde nach dem 1738 bestandenen Examen Vikar und Hauslehrer, schließlich Pfarrer. 1747 wurde er auswärtiges Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin und 1750 zum Professor für Logik und Metaphysik an der Universität Tübingen ernannt, wo er 1763 das Rektorat innehatte. Zur Biographie vgl. Aner *1909*, Menne *1970*. Zur Logik Ploucquets siehe Menne *1969*, *1970*, Risse *1970*, 276–284. Aspekte seiner Philosophie diskutieren Bornstein *1894* und Rülf *1920*, ohne hinsichtlich der Logik angemessen zu sein.

[74] Zu Holland vgl. Eschbach *1986* mit Bezug auf Holland *1764*.

Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul Herrn Prof. Ploucquets betreffen von August Friedrich Bök herausgegeben[75] und fanden in dieser Ausgabe weite Verbreitung.[76] Diese Diskussion war für mehr als 70 Jahre die letzte ernsthafte Auseinandersetzung mit symbolischen Logiken, bevor diese durch Sir William Hamilton, George Boole und Augustus De Morgan in Großbritannien und Moritz Wilhelm Drobisch in Deutschland neu geschaffen wurden.

3.3.1 Ploucquets Logikkalkül

Schon in seinen *1759* veröffentlichten *Fundamenta philosophiae speculativae*[77] hatte Ploucquet einen mit symbolischen Mitteln verfahrenden Kalkül vorgelegt, den er in zwei Schriften des Jahres 1763 modifizierte.[78] In der ersten Fassung seiner Symbolik (*1759*, § 34; Bök [Hg.] *1766*, *3f.*) setzt Ploucquet Großbuchstaben für Subjekte und Prädikate. Durch Nebeneinandersetzen z. B. der Buchstaben *ABC* wird ausgedrückt, daß dem Subjekt *A* das Prädikat *B* zukommt, diesem wiederum das Prädikat *C*. Durch einen waagerechten Strich wird die zusprechende Kopula ausgedrückt, A— B bezeichnet also „A est B", während das Zeichen $>$ die absprechende Kopula darstellt: $A > B$ bedeutet „A non est B". Die Umfänge der Standardaussagen werden durch Voranstellen von Quantifikationsbuchstaben deutlich gemacht. Ploucquet verwendet O für „omnes", N für „nullus" und Q für „quiddam". Diese Art der Symbolisierung von Quantitäten der Subjekte in Urteilen findet sich schon in Christian Weises *Nucleus logicae* (*1712*). Der Modus DARII hat in dieser Symbolik die Form (Ploucquet *1759*, § 72):

Si enim	O.*M*-*P*
	Q.*S*-*M*
erit quoque	Q.*S*-*P*

Die für die Konversion der Urteile nützliche Quantifikation des Prädikats wird durch entsprechende kleine Quantifikationsbuchstaben symbolisiert.

[75] Bök [Hg.] *1766*, Repr. Ploucquet *1970*.

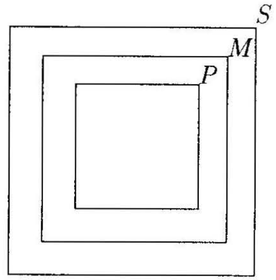
[76] Zur Kontroverse vgl. Schenk *1990a*. Die Kontroverse war schon von v. Eberstein *1794/98*, I, 309–312, behandelt worden.

[77] Auszug in Bök (Hg.) *1766*, 1–14.

[78] Gemeint sind seine *Methodus tam demonstrandi directe omnes syllogismorum species* (*1763a*) und *Methodus calculandi in logicis inventa* (*1763b*). Beide Schriften sind in der Bökschen Sammlung nachgedruckt (Bök [Hg.] *1766*, 15–28, 29–80).

Später vereinfacht Ploucquet die Darstellung weiter, indem er für universelle Begriffe Großbuchstaben und für partikuläre Begriffe Kleinbuchstaben verwendet (*1763b*, § 24). In der von Ploucquet im algebraischen Kalkül verfolgten extensionalen Behandlung des Begriffs sind die Prädikate in negativen Urteilen universell, in positiven dagegen partikulär. In positiven Urteilen sind Subjekt und partikuläres Prädikat umfangsgleich, in negativen Urteilen besteht eine solche Umfangsgleichheit zwischen Subjekt und generalisiertem Prädikat nicht. Faßt man Umfangsgleichheit als Identität, so liefert ein Urteil den Vergleich zwischen zwei Begriffen hinsichtlich ihrer Identität bzw. Nicht-Identität. Ploucquets Urteilstheorie kann somit als „Identitätstheorie" angesehen werden.[79]

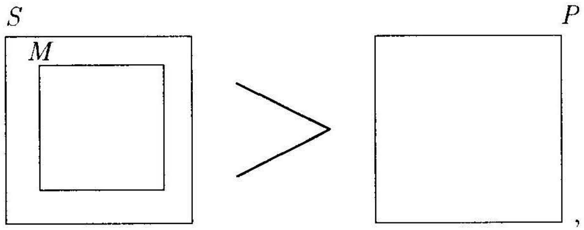
Ploucquet verwendet bemerkenswerterweise zwei Formen der Symbolisierung von Schlüssen, eine intensionale geometrische und eine extensionale algebraische Methode. Den geometrischen Kalkül will er eigenen Angaben zufolge schon 1758 gefunden haben (*1765*, Bök [Hg.] *1766*, 157). Er zeichnet z. B. den in den Prämissen „alle *M* sind *P*" und „Alle *S* sind *M*" ausgedrückten Sachverhalt unter der Voraussetzung, daß „man das Prädikat in einem bejahenden Saz als einen Theil von dem Begrif des Subjekts betrachtet" (*1765*, Bök [Hg.] 1766, 157), daß also die Merkmale des *P* auch dem *S* zukommen, mit dem Bild:



Aus der Zeichnung läßt sich sofort ablesen, daß dann auch alle *S* *P* sind (Modus BARBARA).

[79] Vgl. Schenk *1990a*, 897. Ploucquet betrachtet als Beispiel für eine Identität von Subjekt und Prädikat das Urteil „Etlich Menschen sind Meßkünstler". Dieses Urteil würde auf Descartes, Newton u. a. zutreffen. Newton und Descartes sind Geometer, da aber Newton nicht der Geometer Descartes und Descartes nicht der Geometer Newton ist, so ist Descartes der Geometer Descartes etc.

Wenn kein Merkmal des M dem P zukommt, alle Merkmale des M aber dem S, ergibt sich aus der Zeichnung (unter Verwendung der absprechenden Kopula >)



,

daß kein Merkmal des P dem S zukommt.

Wegen der Unbequemlichkeiten „in Ansehung des Versuchens und der Abänderung der Zeichnungen in verschiedenen Fällen" gibt Ploucquet dieses Verfahren wieder auf, strebt aber weiterhin eine Notation an, in der man sich der Gültigkeit eines Schlusses aus den Vordersätzen durch „ein blosses Anschauen" versichern könne (*1765*, Bök [Hg.] *1766*, 159). Er versucht dies durch die Analyse solcher „Serien" von Urteilen, die Instanzen der von ihm gesetzten Vordersätze sind. Die Setzung eines universell verneinenden und eines partikulär bejahenden Urteils (Konfiguration „EI"), z. B. (*1759*, § 76, Bök [Hg.] *1766*, 8*f*.)

N.M-P
Q.S-M ,

wird von folgenden Urteilen erfüllt:

$M > P$. $M > P$. $M > P$. etc.
SM. SM. SM. SR. SQ.[80]

Zumindest diejenigen S, die den M zugeordnet sind („quæ cum M conjunguntur") sind von allen P ausgeschlossen. Es ergibt sich also der Schluß Q.$S > P$ („einige S sind nicht P"), also die Konfiguration EIO. Dies entspricht dem Modus FERISON.

Muß Ploucquet diese Art des „Ablesens" des Schlußsatzes in seiner ersten Schrift noch für alle vier Figuren durchspielen, reduziert er 1763 die Vorschriften für den Übergang von den Vordersätzen auf die Konklusion

[80] SM steht für S-M.

auf eine einzige Regel: „In conclusione termini sumendi sunt in eadem extensione, quam habent in praemissis", im Schlußsatz haben also Subjekt und Prädikat denselben Umfang wie in den Prämissen (*1763a*, Bök [Hg.] *1766*, 18). Sein Vorgehen sei an einem Beispiel veranschaulicht, in dem in den Prämissen ein universell verneinendes und ein universell bejahendes Urteil stehen:

N.M-P
O.M-S

Die Schlußsequenz beginnt mit dem quantifizierten Subjekt, der erste Schritt muß also im Versetzen von S, M, P bestehen („Ponantur tres termini S. M. P"). Dabei benutzt er für die in unserem Beispiel notwendige Umkehrung der zweiten Prämisse die traditionelle Regel, daß in bejahenden Urteilen das Prädikat partikulär, in verneinenden Urteilen aber universell ist.[81] Es ergibt sich für die erste Prämisse qSOM (wobei die zusprechende Kopula nicht gezeichnet wird). Die symbolische Form der zweiten Prämisse ist dann OM>OP. Unter Anwendung der Regel, daß Subjekt und Prädikat in der Konklusion den gleichen Umfang wie in den Prämissen haben müssen, ergibt sich der Schlußsatz qS>OP. Die sich ergebende Sequenz der Urteile „qSOM, OM>OP, dann S>OP", verknüpft Ploucquet zu einer einzigen Sequenz qSOM>OP, wobei sich der Schlußsatz durch Zusammenlesen von quantifiziertem Subjekt und quantifiziertem Prädikat ergibt (vgl. *1763a*, Bök [Hg.] *1766*, 23).

3.3.2 Die Auseinandersetzung zwischen Lambert und Ploucquet

Noch vor Veröffentlichung seines *Neuen Organon* sandte Johann Heinrich Lambert eine Exposition des Werkes mit einer Darstellung des geometrischen Kalküls an Abraham Gotthelf Kästner, der sie im März 1764 in den *Göttinger Anzeigen von gelehrten Sachen* veröffentlichte (Lambert *1764b*). Daraufhin unterzog Georg Jonathan Holland im Anhang seiner

[81] Für eine sprachphilosophische Kritik an der „Distribution von Subjekt und Prädikat" vgl. Geach *1956*. Peter Thomas Geach zeigt dort, daß die Lehre der Distribution nur vor dem Hintergrund der mittelalterlichen *Suppositio*-Lehre verständlich ist. Wenn die traditionelle Lehre der Begriffsbildung heute als überwunden angesehen wird, so muß dies auch für die Lehre der Distribution gelten (ebd., 74). Vgl. auch Geach *1960*, *1968* (gegen Toms *1965*) und *1976*.

Abhandlung über die Mathematik[82] den von Lambert angekündigten geometrischen Kalkül einem Vergleich mit der von Ploucquet veröffentlichten „logikalischen Rechnung". Er kam zu dem Ergebnis, daß das Ploucquetsche Verfahren leichter zu handhaben sei und genauer sei (Bök [Hg.] *1766*, 105). Auf diesen Vergleich antwortete Lambert in den *Leipzigischen Anzeigen* (*1765b*), wodurch Ploucquet zu der Abhandlung *Untersuchung und Abänderung der logikalischen Constructionen des Herrn Professor Lambert* provoziert wurde (*1765*), auf die Lambert in einem weiteren Aufsatz reagierte (*1765c*). Die Diskussion wurde von Ploucquet beschlossen (*1766a*).

Die Auseinandersetzung drehte sich im wesentlichen um drei Punkte:[83] (1) In einem nicht sehr heftig geführten Prioritätsstreit beharrte Ploucquet darauf, als erster auf die Idee einer geometrischen Repräsentation des Kalküls gekommen zu sein. (2) Es kamen die unterschiedlichen Auffassungen zur Urteilstheorie (allgemeine Aussagen, disjunktive Aussagen, Verhältnis von Extension und Intension) zur Sprache. (3) Für den hier verfolgten Zusammenhang ist der dritte Punkt von besonderer Bedeutung: die Überlegungen, welche Arten von Kalkülen zulässig seien und in welchen Gebieten Kalküle angewendet werden können.

Der Punkt ist deshalb interessant, weil Ploucquet vom Gedanken einer *characteristica universalis* abgeht und auch den Kalkül nicht universell eingesetzt, sondern auf die Logik beschränkt sehen will. Ploucquet bezweifelt Lamberts Behauptung, die universelle Charakteristik könne auch in der Metaphysik eingesetzt werden (*1765*, Bök [Hg.] *1766*, 200), denn „eine solche Characteristik [würde] nur etwas weniges und das erste von der *Ontologie* begreiffen" (ebd., 200*f.*). In einem Kalkül könnten zwar Dinge dargestellt werden und formal behandelt werden, von der Natur der Dinge werde aber völlig abstrahiert.

In dieser Begrenzung der Reichweite von Kalkül und Charakteristik setzt sich Ploucquet nicht nur von Lambert, sondern explizit auch von Leibniz ab. Er glaubt, daß in einem Leibnizschen Werk, „so nächstens zum Vorschein kommen solle" – gemeint sind wohl die 1765 in der Raspe-

[82]Holland *1764*, der Anhang ist wieder abgedruckt in Bök (Hg.) *1766*, 95–108. Eine Chronologie des Streites gibt Holland in seinem Brief an den Herausgeber des Lambertschen Briefwechsels Johann Bernoulli, dat. Lüden in Schlesien, 1. September 1781 (Lambert *1782b*, 3–5).

[83]Vgl. die Zusammenstellung dieser Punkte in Schenk *1990a*.

schen Ausgabe veröffentlichten *Nouveaux Essais*[84] –, nichts von einer Anwendung von Kalkül und Charakteristik auf die Metaphysik zu lesen sein werde (ebd., 201*f.*).

> Dieser grosse Mann schriebe An. 1714. an *Remond*,[85] daß, wenn er jünger wäre, oder durch geschikte junge Leute unterstüzt würde, Er vielleicht eine Art von einer *speciosa generali* geben könnte, wodurch alle Wahrheiten, in so fern sie einen Beweis zulassen, auf eine gewisse Rechnungs-Art könnten gebracht werden. Ist nun Leibniz noch kaum vor seinem Tod mit einem solchen Gedanken beschäftiget gewesen, von deme er gar nichts ausführen können: so ist leicht zu erachten, daß Er dasjenige, was Er in jüngern Jahren davon zu Papier gebracht haben mag, selbst nicht hoch geachtet. Aus eben dem angeführten Schreiben habe auch [Original: „anch"] verstanden, daß Leibniz niemalen auf den wahren Begrif von einem Calcul der *Dinge* gekommen, weilen Er glaubte, daß Universal-Calcul mit Universal-Sprache einerley seye.

Ploucquet behauptet, daß sein eigener logischer Kalkül der Lambertschen Forderung entsprechend zur Lösung einer jeden Aufgabe ausreiche, wenn diese nur zuvor auf eine rein logische Form gebracht worden wäre und der Berechnung überhaupt fähig sei. Nur zweifelt er daran, daß alle Aufgaben sich tatsächlich auf Logik reduzieren lassen und daß alle logischen Aufgaben tatsächlich durch einen Kalkül aufzulösen sind (203*f.*). Daher müsse der Versuch scheitern, einen allgemeinen Kalkül anzugeben (ebd., 202):

> Eine General-Methode zu geben, wie in allen möglichen Fällen einerley Calcul ohne sich viel zu besinnen, sicher könne gebraucht werden, ist unmöglich, weilen die wirkliche Anwendung auf der Verschiedenheit der Aufgaben beruhet, welche zu entdeken es auf einen guten Verstand ankommt, welcher aber durch keine Regeln formirt wird.

[84]Leibniz *1765b*. Wie sehr Ploucquet an dieser Nachlaßedition interessiert war, zeigt der Umstand, daß er noch in die Böksche Edition seiner Kalkülschriften „Anmerkungen über Leibnizens *Difficultates logicas*" (*1766b*) aufnehmen ließ, gemeint sind die „Difficultates quaedam logicae" (*E* I, 101–104; *GP* VII, 211–217), die von Raspe ebenfalls erstmals veröffentlicht wurden.

[85]Ploucquet bezieht sich auf Leibniz' Brief an den französischen Platoniker Nicolas Remond vom 10. Januar 1714, in dem Leibniz seinen philosophischen Entwicklungsweg darstellt und seine Gedanken zu einer universellen Charakteristik skizziert (*GP* III, 605–608; zweisprachiger Auszug in Leibniz *1989*, 318–325).

Wie fern Ploucquet einem algebraischen Kalkül stand, zeigt seine Reaktion auf Lamberts zweite Replik in der *Leipziger Zeitung* (*1765c*). Lambert hatte sich dort auf seinen im gleichen Jahr in den *Nova Acta Eruditorum* veröffentlichten, auf den „Sechs Versuchen" beruhenden algebraischen Kalkül bezogen und erwähnt, daß mit dem Zeichen + die Zusammensetzung von Substanzen und mit dem Zeichen der Multiplikation deren Bestimmung und deren Grade bezeichnet werden können. Ploucquet versuchte nun, in einer ausführlichen Erörterung die Unzulänglichkeit dieses algebraischen Kalküls nachzuweisen (Bök [Hg.] *1766*, 252–256), den er „zu der logischen Berechnung nicht dienlich zu seyn erachte" (ebd., 256). In einem Anhang nimmt er gesondert zur Multiplikation in der Logik Stellung. Dort (ebd., 264) erklärt er es für „schlechterdings unmöglich, daß der arithmetische Calcul auf die Logik, als ein Objekt von verschiedener Art applicirt werde". Man müsse sich davor hüten, die arithmetische oder algebraische Form mit der logischen zu vermengen. Bei einem Schluß z. B. von „einige Materien sind rund" und „einiges Gold ist eine Münze" auf „einige Goldmaterie ist eine runde Münze" erscheine es, als würden die Begriffe multipliziert.

> Es ist aber dieses keine *Multiplication*, sondern eine *Verbindung* der Begriffe. Dann ein anders ist *runde Münze*, und ein anders *rund mal Münz*, welches ungereimt ist.

Ploucquet vollzieht hier die Möglichkeit einer *Interpretation* algebraischer Verknüpfungsoperationen nicht nach.

3.4 Kant: Kritizismus versus Rationalismus

3.4.1 Lambert und Kant

> Die *Lambertsche Architektonik* kam itzt um so mehr zur Unzeit, jemehr sie in der That fast nur damit umging, das Ausgemachte auszumachen, und einen beyspiellosen Tiefsinn auf zwecklose dialektische Kunststücke, auf Vermengung der Logik mit der Ontologie, Vervielfältigung unfruchtbarer Maximen, und ein mathematisches Spiel mit den Elementarbegriffen verschwendete. *Lambert*, dem die Logik und Mathematik so viel, und die Metaphysik so wenig zu danken hat, dürfte vielleicht nicht weniger beygetragen haben, die Transcendentalphilosophie auf eine Zeitlang in Deutschland verhasst, als *Feder* beygetragen hat, die Empirische beliebt zu machen.

Mit diesen deutlichen Worten kommentierte Karl Leonhard Reinhold 19 Jahre nach Lamberts Tod dessen Leistungen in der Metaphysik.[86] Der Perspektivenwechsel in der Philosophie des ausgehenden 18. Jahrhunderts wird deutlich: die rationalistischen Bemühungen in der Nachfolge Leibnizens werden mit dem Verdikt der Irrelevanz belegt. Reinholds abschließende, mit einer negativen Analogie zum Empirismus Johann Georg Heinrich Feders[87] verbundene Behauptung, Lambert habe dafür gesorgt, daß die Transzendentalphilosophie in Deutschland zeitweise verhaßt gewesen sei, verwundert allerdings, war doch gerade die Transzendentalphilosophie dafür verantwortlich, daß der Lambertschen Philosophie keine nachhaltige Wirkung beschieden war.

Mit dem Königsberger Philosophen Immanuel Kant (* 22. April 1724 in Königsberg; † 12. Februar 1804 in Königsberg) stand Lambert zwischen 1765 und 1770 im Briefwechsel.[88] Der Briefwechsel dokumentiert eine erstaunliche Übereinstimmung in erkenntnistheoretischen und metaphysischen Interessen und Ansätzen bei allerdings abweichenden Ergebnissen. Diese Ähnlichkeiten und Divergenzen haben in der Literatur breite Beachtung gefunden.[89] Lambert sprach in seinem ersten Schreiben an Kant vom November 1765 von der „Aehnlichkeit der Gedankensart" beider, da

[86] Reinhold *1796*, 184. Zu Karl Leonhard Reinholds (1757–1823) Leben und Werk vgl. v. Schönborn *1991*.

[87] Johann Georg Heinrich Feder (1740–1821) war in einen heftigen Streit mit Kant wegen einer kritischen Rezension von Kants *Kritik der reinen Vernunft* in den *Göttingischen Anzeigen von gelehrten Sachen* v. 19. 1. 1782 involviert, die von Christian Garve (1742–1798) verfaßt (Garve *1782*) und von Feder redaktionell bearbeitet worden war. Vgl. die Darstellung in der Autobiographie Feders (*1825*, 115–129). In seiner „zur Prüfung der Kantischen Philosophie" verfaßten Schrift *Ueber Raum und Caussalität* (*1787*) betonte Feder gegen Kant u. a. den empirischen Charakter der Kausalität.

[88] Die Korrespondenz ist in der Bernoullischen Ausgabe des Lambertschen Briefwechsels (Lambert *1782b*) und im ersten Band des Kantschen Briefwechsels (Kant *1922*) abgedruckt.

[89] Vgl. z. B. schon Zimmermann *1879* und Otto Baensch *1902*, nach dessen Meinung „die Gestalt Lamberts [...] sich aus der Geschichte der Kantischen Philosophie wegdenken [läßt]" (103). Baensch nimmt als wesentliches Kriterium für sein Urteil die methodischen Differenzen zwischen Kant und Lambert, die auch hier hervorgehoben werden. Wilhelm S. Peters (*1968*) weist Baenschs Urteil in seiner Rigidität als ungerechtfertigt zurück. Auch Wolters sieht einen Einfluß Lamberts auf Kant, warnt aber davor, diesen überzubewerten. Der Einfluß habe sich auf einen, wenn auch zentralen Aspekt der *Kritik der reinen Vernunft* beschränkt: das Verhältnis zwischen reinen Ideen (Kategorien) und den Objekten der Erfahrung (Wolters *1985*, 134).

er sehe, „daß wir in vielen neuen Untersuchungen auf einerley Gedanken und Wege gerathen" (Lambert *1782b*, 335), eine Artigkeit, die Kant in fast schon übersteigerter Weise in seiner Antwort vom 31. Dezember 1765 retournierte, er halte Lambert „für das erste Genie in Deutschland [...], welches fähig ist[,] in derjenigen Art von Untersuchungen, die mich auch vornehmlich beschäftigen, eine wichtige und dauerhafte Verbesserung zu leisten" (Lambert *1782b*, 340*f*.). Ähnlich enthusiastisch äußerte sich Kant auch in einem Brief an Johann (III) Bernoulli vom 16. November 1781, nachdem dieser ihm vorgeschlagen hatte, den Briefwechsel zwischen Kant und Lambert zu veröffentlichen (Kant *1922*, 276–279). Kant berichtete in seiner Antwort, Lambert habe angeregt, beide sollten gemeinsam an der Reform der Metaphysik arbeiten. Diesem Geschäft habe Kant aufgeschlossen gegenübergestanden, er habe auch einige Ideen zu einer möglichen Verbesserung dieser Wissenschaft gehabt, „die ich aber allererst zur Reife wolte kommen lassen, um sie meinem tiefeinsehenden Freunde zur Beurtheilung und weiteren Bearbeitung zu überschreiben" (Kant *1922*, 277). Die gemeinsame Arbeit wurde so immer weiter aufgeschoben. Den erwarteten Beistand bei der Beurteilung seiner Gedanken habe er schließlich „durch den unerwarteten Tod dieses ausserordentlichen Genie's" schwinden gesehen, ein Verlust, den Kant umso mehr bedauerte, als Lambert

> gerade der Mann war, den sein heller und erfindungsreicher Geist eben durch die *Unerfahrenheit* in metaphysischen Speculationen desto vorurtheilfreyer und darum desto geschickter machte,

die in der *Kritik der reinen Vernunft* später vorgetragenen Sätze zu prüfen (ebd., 278).

Auf Fragen der formalen Logik und der mathematischen Methode ging Kant in diesem brieflichen Austausch nicht ein, obwohl sie von Lambert im dritten Brief vom 3. Februar 1766 ausführlich behandelt wurden. Lambert stellte dort die Frage „ob oder wie ferne die Kenntniß der Form zur Kenntniß der Materie unseres Wissens führe?" Die Bedeutung, die Lambert einer bejahenden Antwort für die Metaphysik beimaß, wird aus dem genannten ersten Aspekt der Frage deutlich, „denn 1. ist unsere Erkenntniß von der Form, so wie sie in der Logik vorkömmt, so unbestritten und richtig als immer die Geometrie" (Lambert *1782b*, 347). Ließe sich die Erkenntnis der Materie auf die Erkenntnis der Form gründen, bestünde die Aussicht, metaphysische Erkenntnis mit gleicher Sicherheit wie geometrische zu gewinnen. Kant wich den Überlegungen Lamberts zum Verhältnis von Form und Materie (ebd., 347–349) aus. Der Briefwechsel stockte für einige Jahre, Kants nächster Brief datiert vom 2. September 1770.[90]

3.4.2 Kritik an kalkulatorischer Logik

Kants Schweigen zu Lamberts logischen Überlegungen mag in seiner ambivalenten Haltung zur formalen Logik aristotelischer Provenienz begründet sein: Daß die Logik den sicheren Gang einer Wissenschaft „schon von den ältesten Zeiten her gegangen sei", schreibt er in der Vorrede zur zweiten Auflage seiner *Kritik der reinen Vernunft* von *1787*, zeige sich daran (*KrV* B VIII), daß

> sie seit dem *Aristoteles* keinen Schritt rückwärts hat thun dürfen, wenn man ihr nicht etwa die Wegschaffung einiger entbehrlichen Subtilitäten, oder deutlichere Bestimmung des Vorgetragenen als Verbesserungen anrechnen will, welches aber mehr zur Eleganz, als zur Sicherheit der Wissenschaft gehört. Merkwürdig ist noch an ihr, daß sie auch bis jetzt keinen Schritt vorwärts hat thun können und also allem Ansehen nach geschlossen und vollendet zu sein scheint.

In seiner eigenen Logik, der nach ihrem Herausgeber, dem Königsberger Privatdozenten der Philosophie Gottlob Benjamin Jäsche, benannten „Jäsche-Logik" (Kant *1800*) bemerkt Kant ebenfalls, daß die Logik von Aristoteles' Zeiten an nicht viel an Inhalt gewonnen habe, was ihrer Natur nach auch gar nicht möglich gewesen wäre. „Aber sie kann wohl gewinnen in Ansehung der *Genauigkeit*, *Bestimmtheit* und *Deutlichkeit*" (*1800*, A 18, Akademie-Ausgabe 20). Den Versuchen, diese Verbesserungen durch kalkulatorische und symbolische Methoden im Rahmen einer *ars inveniendi* zu erreichen, erteilte er eine deutliche Absage: „Die Logik ist [...] keine allgemeine Erfindungskunst und kein Organon der Wahrheit; – keine Algebra, mit deren Hülfe sich verborgene Wahrheiten entdecken ließen"

[90] In seinen Reiseerinnerungen erzählt Johann Friedrich Abegg eine Anekdote von Kants Tischfreund Christian Friedrich Jensch, der 1766 Lambert mit einer Empfehlung von Kant aufgesucht hatte. „Man habe von allerlei philosophischen und mathematischen Gegenständen gesprochen. Auf einmal, als das Gespräch auf ein anderes Gebiet kam, habe Lambert sich in die Höhe gerichtet, die Augen geschlossen und gesprochen: Was nicht gewogen und berechnet werden kann, geht mich nichts an, davon verstehe ich nichts! Kant äußerte darauf: Es ist schon recht, daß im Grunde alles am Ende auf den Kalkül ankommt. Aber, bis es dahin gebracht worden ist, wird viele Arbeit nötig sein" (Deiter *1910*, 61).

(ebd., A 17, Akademie-Ausgabe 20). Insbesondere der seinerzeit neuesten Logik dieser Ausrichtung, Lamberts *Neuem Organon*, wird ein Wert abgesprochen (ebd., A 18, Akademie-Ausgabe 21):

> Von *Lamberts Organon* glaubte man zwar, daß es die Logik sehr vermehren würde. Aber es enthält weiter nichts mehr als nur subtilere Eintheilungen, die, wie alle richtigen Subtilitäten wohl den Verstand schärfen, aber von keinem wesentlichen Gebrauche sind.

Die allgemeine Logik[91] sei in neuerer Zeit von Leibniz und Wolff auf den Weg gebracht worden. Die Wolffsche Logik sei die beste, die man habe. Alexander Gottlieb Baumgarten habe Wolffs Logik konzentriert,[92] die Baumgartensche Logik sei dann von Meier kommentiert worden.[93] Es war dann auch der *Auszug aus der Vernunftlehre* (*1752b*) von Georg Friedrich Meier, den Kant über Jahre hinweg zum Leitfaden seines Logikunterrichtes machte.[94]

[91]Die allgemeine Logik abstrahiert als Logik des allgemeinen Verstandesgebrauchs „von allem Inhalt der Erkenntniß, d. i. von aller Beziehung derselben auf das Object, und betrachtet nur die logische Form im Verhältnisse der Erkenntnisse auf einander, d. i. die Form des Denkens überhaupt" (*KrV* B 79).

[92]Gemeint ist Baumgartens *Acroasis logica* (*1761*), die, so Risse, in ihrer „Begründung der Philosophie in der Erkenntnis- statt in der Seinsfrage eine schwerwiegende erkenntnistheoretische Umdeutung traditioneller Lehren" enthält (Risse *1970*, 647; zu Baumgartens Logik ebd., 646–649).

[93]Kant *1800*, A 18, Akademie-Ausgabe 21. Diese Behauptung Kants läßt sich nicht rechtfertigen. Meier war zwar Schüler und späterer Freund A. G. Baumgartens. Er übersetzte dessen lateinisch geschriebene Metaphysik ins Deutsche (Baumgarten *1776*) und schloß sich in seiner Ästhetik (Meier *1748–1750*) eng an das Vorbild Baumgartens an (vgl. Schenk *1994*, 67). Seine beiden Logiken (*1752a,b*) erschienen aber neun Jahre vor der Baumgartenschen *Acroasis logica* (*1761*).

[94]Jäsche berichtet in seiner Vorrede, daß „seit dem Jahre 1765 [...] Herr Prof. *Kant* seinen Vorlesungen über die Logik ununterbrochen das *Meier*'sche Lehrbuch [...] als Leitfaden zum Grunde gelegt" habe (Jäsche *1800*, A VI*f*., Akademie-Ausgabe 3). Kant habe sein Exemplar des Bandes mit Papier durchschossen und seine Ergänzungen auf die freien Seiten geschrieben. Dieser Band „enthält also wenigstens das Wesentliche von alle dem, was der berühmte Commentator des Meier'schen Lehrbuches in seinen nach einer freien Manier gehaltenen Vorlesungen seinen Zuhörern über die Logik mitzutheilen pflegte, und das er des Aufzeichnens werth geachtet hatte" (ebd., A VIII, Akademie-Ausgabe 4). Kant selbst erklärte in seiner *Nachricht von der Einrichtung seiner Vorlesungen in dem Winterhalbenjahre von 1765–1766* (Kant *1765*), daß er die Absicht habe, den Teil der Logik zu behandeln, der „eine Kritik und Vorschrift des *gesunden Verstandes*" sei (ebd., A 10, Akademie-Ausgabe 310). Er werde die Logik nach Meier vortragen, „weil dieser die Grenzen der jetzt gedachten Absichten wohl vor Augen hat und zugleich Anlaß giebt, neben der Cultur der feineren und gelehrten Vernunft die Bildung des zwar gemeinen, aber thätigen und gesunden Verstandes zu begreifen, jene für das betrachtende, diese für das thätige und bürgerliche Leben" (ebd., A 12, Akademie-Ausgabe 310*f*.).

3.4.3 Transzendentale und formale Logik

Für das Geschäft einer *Kritik der reinen Vernunft* spielt die formale Logik, also in der Kantschen Terminologie der analytische Teil der allgemeinen Logik (*KrV* B 84*f*.), nur eine untergeordnete Rolle, da sie nur das „bloß logische Kriterium der Wahrheit, nämlich die Übereinstimmung einer Erkenntniß mit den allgemeinen und formalen Gesetzen des Verstandes und der Vernunft" liefert und damit eine „negative Bedingung aller Wahrheit" (B 84). Die Analytik ist der „wenigstens negative Probirstein der Wahrheit". In ihr können alle Erkenntnisse hinsichtlich der formalen Übereinstimmung mit ihren Regeln geprüft werden, bevor die inhaltliche Prüfung beginnt, ob die gegebene Erkenntnis hinsichtlich ihrer Gegenstände eine positive Wahrheit enthalte (ebd.). An gleicher Stelle polemisiert Kant scharf gegen den Organon-Gedanken, also gegen eine Instrumentalisierung der Logik für die Findung von Wahrheiten, wie sie von Leibniz, Wolff und Lambert angestrebt worden war.[95]

Die allgemeine Logik, so Kant, die ja doch bloß ein Kanon, also ein Regelwerk zur Beurteilung der Erkenntnis sei, sei „gleichsam wie ein *Organon* zur wirklichen Hervorbringung, wenigstens zum Blendwerk von objectiven Behauptungen gebraucht, und mithin in der That dadurch gemißbraucht worden" (*KrV* B 85). Dieser, fälschlicherweise als Organon betrachtete Teil der allgemeinen Logik heiße Dialektik und sei „eine Logik des Scheins". Da die Dialektik nichts über den Inhalt der Erkenntnis lehre, sondern unabhängig von den Gegenständen der Erkenntnis lediglich die formalen Bedingungen der Übereinstimmung mit dem Verstand behandle (B 86),

> so muß die Zumuthung, sich derselben als eines Werkzeugs (Organon) zu gebrauchen, um seine Kenntnisse wenigstens dem Vorgeben nach auszubreiten und zu erweitern, auf nichts als Geschwätzigkeit hinauslaufen, alles, was man will, mit einigem Schein zu behaupten, oder auch nach

[95]Wilhelm Windelband bemerkt pointiert, daß Kant die analytischen Formen der allgemeinen Logik auf „eine Polizei des korrekten Denkens über jeden beliebigen Inhalt" reduzierte (*1904*, 164).

Belieben anzufechten. Eine solche Unterweisung ist der Würde der Philosophie auf keine Weise gemäß.

Kant will aber auf die Dialektik nicht ganz verzichten, sie vielmehr „als eine Kritik des dialektischen Scheins" einsetzen (ebd.).

Wichtigstes Hilfsmittel für die Erfüllung des Kantschen Programms einer Begründung der Metaphysik als Wissenschaft ist also nicht die allgemeine Logik, sondern die transzendentale Logik, die von ersterer durch ihren Gegenstand unterschieden ist. Die transzendentale Logik ist die Wissenschaft von Ursprung, Umfang und objektiver Gültigkeit der Vernunfterkenntnisse. Sie hat es (*KrV* B 81*f.*)

> bloß mit den Gesetzen des Verstandes und der Vernunft zu thun [...], aber lediglich, sofern sie auf Gegenstände *a priori* bezogen wird und nicht wie die allgemeine Logik auf die empirischen sowohl als reinen Vernunfterkenntnisse ohne Unterschied.

Der normative Gehalt der kanonischen formalen Logik bleibt jedoch Bestandteil des Kantschen Systems, „eingebettet in das System seiner Transzendentalphilosophie", wie Rainer Stuhlmann-Laeisz feststellt (*1976*, 116). Kants normative allgemeine Logik steht in der Tradition der protestantischen Schullogik. Für diese Feststellung ist die Debatte über den apokryphen Charakter der Jäsche-Logik unerheblich.[96]

3.4.4 Philosophie, Mathematik und mathematische Methode

Die transzendentale Hauptfrage,[97] von deren positiver Beantwortung die Möglichkeit der Metaphysik als Wissenschaft abhängt, lautet „Wie sind

[96]Einen Vergleich der Jäsche-Logik mit dem Meierschen *Auszug aus der Vernunftlehre* (*1752b*) legte Jakob Sonderling schon *1903* vor. Für die Einordnung der Kantschen Logik in die logische Tradition und die Bewertung des Kantschen Logikkorpus vgl. die Arbeiten von Tonelli *1975*, *1994*, Stuhlmann-Laeisz *1976*, Pozzo *1989*, Boswell *1991*, Hinske *1992*, Conrad *1994*, Malzkorn *1995*. Zu Kants „Problem der formalen Logik" vgl. Menzel *1965*. Zur Kanon-Organon-Unterscheidung vgl. zusammenfassend Carboncini/Fister *1982*. Zur Unterscheidung zwischen formaler und transzendentaler Logik vgl. grundlegend Barone *1957*, 121–228, sowie Paton *1957–1958*, dazu Grayeff *1959–1960*. Das Logikkorpus wird durch einen in Arbeit befindlichen *Kant-Index* (Hinske *1986ff.*) erschlossen.

[97]Diese Bezeichnung findet sich in den *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können* von *1783*, A 47.

synthetische Urteile *a priori* möglich?" (*KrV* B 19). Die erste der vier Unterfragen der transzendentalen Hauptfrage lautet: „Wie ist reine Mathematik möglich?" Sie zeigt die herausragende Rolle, die Kant der Mathematik für die Bewältigung seines metaphysischen Programms zugedacht hat.[98] Die Mathematik dient ihm als Paradigma einer erfolgreichen Wissenschaft, deren Aussagen synthetisch sind, aber nicht empirisch. Sie sind unabhängig von der Erfahrung denknotwendig, gelten also „a priori".[99] Die wohl bekannteste Stelle, an der Kant seine Wertschätzung für die Mathematik ausdrückt, findet sich in den *Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft* von *1786* (Akademie-Ausgabe 470):

> Ich behaupte aber, daß in jeder besonderen Naturlehre nur so viel *eigentliche* Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin *Mathematik* anzutreffen ist. Denn nach dem Vorhergehenden erfordert eigentliche Wissenschaft, vornehmlich der Natur, einen reinen Theil, der dem empirischen zum Grunde liegt, und der auf Erkenntniß der Naturdinge *a priori* beruht. Nun heißt etwas *a priori* erkennen, es aus seiner bloßen Möglichkeit erkennen. Die Möglichkeit bestimmter Naturdinge kann aber nicht aus ihren bloßen Begriffen erkannt werden; denn aus diesen kann zwar die Möglichkeit des Gedankens (daß er sich selbst nicht widerspreche), aber nicht des Objects als Naturdinges erkannt werden, welches

[98]Zur Kantschen Philosophie der Mathematik vgl. u. a. Friedman *1992*, insbes. Kap. 2; Kitcher *1975*. Eine Sammlung neuerer englischsprachiger Studien hat Carl J. Posy *1992* herausgegeben. Zu Kants Grenzbestimmung von Mathematik und Philosophie vgl. auch Wolff-Metternich *1995*. Einen bemühten Versuch, Kant als Vorläufer moderner axiomatischer und strenger Mathematik herauszustellen, hat Gottfried Martin in seiner Habilitationsschrift 1939 ~~versucht~~ (Neudruck *1972*). Seine Studie hat als Sammlung einschlägiger Stellen ihren Wert. Vgl. auch die Arbeit "Kant as 'Mathematiker'" seines Schülers Joon Fang (*1986*). In ihrer Arbeit über die mathematischen Grundsätze Kants kümmert sich Ingeborg Schüssler nicht um dessen ablehnende Äußerungen zur Möglichkeit einer rechnerisch vorgehenden Logik. Sie versteigt sich zu der Behauptung einer „Union von Logik und Mathematik", in der die formale Logik „in die Stelle der Prinzipienwissenschaft einer axiomatisch-logisch begründeten Mathematik einrücken könnte" (*1979*, 114) und in der die Mathematik „den Charakter eines logischen *Kalküls* konstanter Größen überhaupt" gewinnt (116). Zum Verhältnis der Kantschen Logik zur mathematischen Logik (Logistik), insbesondere zur Möglichkeit der Zurückführung moderner formaler Strukturtheorien auf reine Anschauung vgl. auch Wuchterl *1958*, *1964*.

[99]Vgl. *KrV* B 14–18. Zum paradigmatischen Charakter der Mathematik als Wissenschaftsideal bei gleichzeitiger Ablehnung der mathematischen Methode in Bereichen außerhalb der Mathematik vgl. auch Engfer *1982*, 55–67.

außer dem Gedanken (als existirend) gegeben werden kann. Also wird, um die Möglichkeit bestimmter Naturdinge, mithin um diese *a priori* zu erkennen, noch erfordert, daß die dem Begriffe correspondirende *Anschauung a priori* gegeben werde, d. i. daß der Begriff construirt werde. Nun ist die Vernunfterkenntniß durch Construction der Begriffe mathematisch. Also mag zwar eine reine Philosophie der Natur überhaupt, d. i. diejenige, die nur das, was den Begriff einer Natur im Allgemeinen ausmacht, untersucht, auch ohne Mathematik möglich sein, aber eine reine Naturlehre über *bestimmte* Naturdinge (Körperlehre und Seelenlehre) ist nur vermittelst der Mathematik möglich, und da in jeder Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen wird, als sich darin Erkenntniß *a priori* befindet, so wird Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft enthalten, als Mathematik in ihr angewandt werden kann.

Die Stelle ist hier mit dieser Ausführlichkeit wiedergegeben, um dem falschen Eindruck zu entgehen, der durch den oft zitierten ersten Satz erweckt wird, wenn die Kantsche Begründung unterschlagen wird. Der paradigmatische Charakter der Mathematik ergibt sich aus Kants Wissenschaftsbegriff, der unabhängig von der Anwendung der in der rationalistischen Tradition so genannten „mathematischen Methode" ist, vielmehr erkenntnistheoretisch begründet wird. Kant will nämlich nur solche Wissenschaften „eigentliche Wissenschaften" nennen, deren Gewißheit apodiktisch ist, die also auf apriorisch erkannten Prinzipien beruhen. „Erkenntniß, die blos empirische Gewißheit enthalten kann, ist ein nur uneigentlich so genanntes *Wissen*" (A 468). Naturwissenschaften, wenn sie Wissenschaften sein wollen, brauchen daher einen nicht-empirischen, reinen Teil. Sie müssen also Lehren voraussetzen, die diese reinen Erkenntnisse bereitstellen: Metaphysik und Mathematik (A 469):

> Reine Vernunfterkenntniß aus bloßen *Begriffen* heißt reine Philosophie oder Metaphysik; dagegen wird die, welche nur auf der *Construction* der Begriffe vermittelst Darstellung des Gegenstandes in einer Anschauung *a priori* ihr Erkenntniß gründet, Mathematik genannt.

Aus dieser Bestimmung ergibt sich schon, daß es unmöglich ist, Metaphysik mathematisch zu fassen. Dies ist erneut eine deutliche Absage an die Möglichkeit einer *mathesis universalis*.

Schon in seiner vorkritischen Periode hat Kant vor einer Ausweitung der mathematischen Methode auf die Philosophie gewarnt. Die Schrift „Untersuchung über die Grundsätze der natürlichen Theologie und der

Moral" (Kant *1764*) zur Beantwortung der Preisaufgabe der Berliner Akademie der Wissenschaften für das Jahr 1763 ist in ihrem größten Teil den Divergenzen zwischen Mathematik und Philosophie hinsichtlich Methode, Gegenstand und Art der Gewißheit gewidmet.

In der transzendentalen Methodenlehre der *Kritik der reinen Vernunft* verschärft Kant diese Trennung noch. „Die Mathematik", so schreibt er dort, „giebt das glänzendste Beispiel einer sich ohne Beihülfe der Erfahrung von selbst glücklich erweiternden reinen Vernunft" (B 740). Solche Beispiele seien ansteckend, so habe es dann auch Versuche gegeben, die so erfolgreiche mathematische Methode auch in anderen, nicht mathematischen Bereichen einzusetzen. Er fragt daher (B 741),

> ob die Methode, zur apodiktischen Gewißheit zu gelangen, die man in der letzteren Wissenschaft mathematisch nennt, mit derjenigen einerlei sei, womit man eben dieselbe Gewißheit in der Philosophie sucht, und die daselbst *dogmatisch* genannt werden müßte.

Kant kommt zu einem negativen Ergebnis, denn philosophische Erkenntnis ist für ihn Vernunfterkenntnis aus Begriffen, mathematische Erkenntnis dagegen Vernunfterkenntnis aus der Konstruktion von Begriffen. Einen Begriff konstruieren heißt, die zugehörigen nicht-empirischen Anschauungen darzustellen (B 741). Aus dem Vorgehen bei der Konstruktion geometrischer Figuren leitet Kant den Satz ab: „die philosophische Erkenntnis betrachtet [...] das Besondere nur im Allgemeinen, die mathematische das Allgemeine im Besonderen, ja gar im Einzelnen" (B 742). Kant bemerkt, daß dies ein formaler Unterschied sei, kein Unterschied in den Gegenständen. Er bestreitet damit die Auffassung, daß Philosophie und Mathematik über ihre Gegenstände unterschieden werden können, wenn behauptet wird, daß erstere Qualitäten, letztere aber Quantitäten behandeln (B 742–B 745). Es gibt also zwei methodisch unterschiedene Arten des Vernunftgebrauchs.

In einer weiteren ausführlichen Erörterung behandelt Kant die Frage, ob Definitionen, Axiome und Beweise, also die Garanten mathematischer Gründlichkeit (d. i. Strenge), auf die Philosophie übertragen werden könnten. Er kommt zu dem Ergebnis, „daß keines dieser Stücke in dem Sinne, darin sie der Mathematiker nimmt, von der Philosophie könne geleistet, noch nachgeahmet werden" (B 754*f.*).

Bei aller Wertschätzung, die Kant seinen großen philosophischen Vorläufern Leibniz und Wolff, aber auch Lambert entgegenbringt, die transzendentalphilosophische Begründung von Metaphysik wird den Ansätzen, die mathematische Methode auf die Philosophie zu übertragen, antagonistisch entgegengesetzt.

3.5 Hegels Kritik am Formalismus

Während Kant der Mathematik noch eine herausragende Stellung unter den Arten des Vernunftgebrauchs zugestand, allerdings auf einer Trennung von Mathematik und Philosophie und damit auch von Mathematik und Logik beharrte, vertrat Hegel eine sowohl hinsichtlich der Logik als auch hinsichtlich der Mathematik wesentlich radikalere Position. Georg Wilhelm Friedrich Hegel (* 27. August 1770 in Stuttgart; † 14. November 1831 in Berlin) sprach der Mathematik die Relevanz für eine auf das Wesen der Dinge gehende, also metaphysisch orientierte Philosophie ab. Dieses Verdikt übertrug er auch auf die formale Logik, also auf den Bereich der allgemeinen Logik, den Kant als akzeptiertes Wissen nicht hinterfragte. Dabei trat er ausdrücklich gegen Leibniz auf, der dennoch insgesamt wohlwollend im Deutschen Idealismus rezipiert wurde.[100] Das Interesse der idealistischen Philosophen galt jedoch vor allem Leibniz' späten metaphysischen Schriften.

In der Einleitung zum ersten Band seiner in zwei Bänden erschienenen *Wissenschaft der Logik* kritisiert Hegel die Auffassung, daß die Logik die Wissenschaft vom Denken im Allgemeinen sei, dieses Denken aber die bloße Form der Erkenntnis ausmache, die Logik also von allen Inhalten abstrahiere und die materialen Bestandteile der Erkenntnis davon unabhängig seien. Nach dieser Auffassung könne die Logik (Hegel *1812/13*, Einleitung, II*f.*)

[100]Das Standardwerk zur Leibnizrezeption im Deutschen Idealismus und insbesondere durch Hegel hat Guido Zingari *1991* vorgelegt (dt. *1993*, vgl. auch die Vorarbeit von *1986*). Er schreibt darin, daß der Deutsche Idealismus keine Wiederherstellung der Leibnizschen Philosophie geleistet habe, ihm habe vielmehr „die Idee eines *Leibnizismus*" vorgeschwebt (Zingari *1993*, 5). Die Wiederaufnahme Leibnizscher Themen habe zu einer Zersplitterung der Komponenten des Leibnizschen Systems beigetragen (ebd., 63). In seiner Analyse der Differenzen zwischen der Leibnizschen und der Hegelschen Logik hebt Zingari auf die methodischen Unterschiede und Hegels Kritik am Formalen ab. Schon *1860* hat Émile Saisset die philosophischen Systeme von Leibniz und Hegel verglichen. Er war allerdings vor allem an metaphysischen und theologischen Fragen interessiert.

> nur die formalen Bedingungen wahrhafter Erkenntniß angeben, nicht aber reale Wahrheit selbst enthalten, noch auch nur der *Weg* zu realer Wahrheit seyn [...], weil gerade das Wesentliche der Wahrheit, der Inhalt, ausser ihr liege.

Für Hegel ist Logik die Grundwissenschaft seines philosophischen Systems. In der *Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften* definiert er sie als die „Wissenschaft *der reinen Idee*, das ist, der Idee im abstracten Elemente des *Denkens*" (Hegel *1830*, 27). Er betont: „Die *Logik* fällt daher mit der Metaphysik zusammen, der Wissenschaft der *Dinge* in *Gedanken* gefaßt, welche dafür galten, die *Wesenheiten* der *Dinge* auszudrücken" (*1830*, 34).

In der *Wissenschaft der Logik* erwähnt Hegel Kants Einschätzung des „Aggregat[s] von Bestimmungen und Sätzen, das im gewöhnlichen Sinne Logik heißt" (*1812/13*, Einleitung, XV). Kant preise die Logik darüber glücklich, daß ihr eine solch frühe Vollendung zuteil geworden sei. Aber wenn die Logik, so Hegel, „seit Aristoteles keine Veränderung erlitten hat, [...] so ist daraus eher zu folgern, daß sie um so mehr einer totalen Umarbeitung bedürfe."[101] Er stellt fest, daß dieses Bedürfnis zur Umgestaltung schon längst empfunden worden sei (Einleitung, XVI*f.*):

> In der Form und Inhalt, wie sie [d. i. die Logik] sich in den Lehrbüchern zeigt, ist sie, man darf sagen, in Verachtung gekommen. Sie wird noch mit geschleppt mehr im Gefühle, daß eine Logik überhaupt nicht zu entbehren sey, und aus einer noch fortdauernden Gewohnheit an die Tradition von ihrer Wichtigkeit, als aus Ueberzeugung, daß jener gewöhnliche Inhalt und die Beschäftigung mit jenen leeren Formen, Werth und Nutzen habe.

Hegel spricht vom „todten Inhalt der Logik" (Einleitung, XVII), der so „geistlos" sei, weil seine Bestimmungen in ihrer Festigkeit unverrückbar gelten und nur in äußerliche Beziehungen zueinander gebracht würden. Dadurch, daß die Operationen in Urteilen und Schlüssen vor allem auf quantitative Bestimmungen zurückgeführt werden, „beruht alles auf einem äusserlichen Unterschiede, auf bloßer Vergleichung, wird ein völlig analytisches Verfahren und begriffloses Kalkuliren" (Einleitung, XVIII). Für ein solches Rechnen gilt natürlich die Analogie zur Mathematik: „Man

[101]*1812/13*, Einleitung, XV*f.* Für einen Vergleich der Logiken von Aristoteles, Kant und Hegel vgl. O'Farrell *1973*.

hat daher nicht mit Unrecht dieses Denken dem Rechnen und das Rechnen wieder diesem Denken gleichgesetzt" (ebd.).

An gleicher Stelle polemisiert Hegel auch gegen die Methode der traditionellen Logik. Seine Forderung lautet: „Ausserdem, daß die Logik den Geist in ihren todten Inhalt zu empfangen hat, muß ihre *Methode* diejenige seyn, wodurch sie allein fähig ist, reine Wissenschaft zu seyn" (ebd.). Dies sei aber bei dem gegenwärtigen Zustand der Logik nicht gegeben, sie habe ungefähr die Form einer Erfahrungswissenschaft. Auch die reine Mathematik habe ihre Methode, „die für ihre abstracten Gegenstände und für die quantitative Bestimmung, in der sie sie allein betrachtet, passend ist" (ebd.). Hegel verweist auf die Vorrede zu seiner *Phänomenologie des Geistes*, in der er „über diese Methode und überhaupt das untergeordnete der Wissenschaftlichkeit, die in der Mathematik Statt finden kann [...] das Wesentliche gesagt" habe.[102] Für die Philosophie, so fordert Hegel dort, müsse ein neuer Begriff wissenschaftlicher Behandlung entwickelt werden (*1807*, L–LV). Eine Philosophie, die Wissenschaft sein soll, kann „hiezu ihre Methode nicht von einer untergeordneten Wissenschaft, wie die Mathematik ist, borgen."[103] Konsequenterweise lehnt Hegel Versuche ab, die mathematische Methode auf die Philosophie zu übertragen. Spinoza, Wolff und andere hätten sich verführen lassen, „sie auch auf die Philosophie anzuwenden, und den äusserlichen Gang der begrifflosen Quantität zum Gange des Begriffes zu machen, was an und für sich widersprechend ist."[104] Bisher habe die Philosophie ihre Methode noch nicht gefunden, und in einem Seitenhieb auf Kant bemerkt er, daß sie vielmehr das systematische Gebäude der Mathematik mit Neid betrachtet habe (ebd.).

Es verwundert nicht, daß auch die Versuche einer Charakteristik in der Logik, die ja erst die Philosophie einer kalkulatorischen Behandlung nach mathematischer Methode zugänglich machen würde, in Hegels Augen keine Gnade fanden. Hegel erwähnt, daß der „grosse, in dem Auffassen und Combiniren der tiefern Verhältnisse der algebraischen Grössen unendlich fruchtbare und scharfsinnige *Euler*" und „besonders der trocken verständige *Lambert*" durch geometrische Verfahren versucht hätten „die logischen Beziehungsweisen zu einem *Calcul* zu *erheben*; – oder vielmehr in der That herabzusetzen" (*1816*, 61). Hegel kritisiert (ebd., 63):

[102] Einleitung, XIX.

[103] *1832*, Vorrede zur ersten Ausgabe, X*f*.

[104] *1812/13*, Einleitung, XIX. Vgl. zu Hegels Kritik an der mathematischen Methode in der Philosophie Verra *1971*.

> Da der Mensch die Sprache hat, als das der Vernunft eigenthümliche Bezeichnungsmittel, so ist es ein müssiger Einfall, sich nach einer unvollkommnern Darstellungsweise umsehen und damit quälen zu wollen. [...] Es ist vergeblich, ihn [den Begriff] durch Raumfiguren und algebraische Zeichen zum Behuffe des *äusserlichen Auges* und einer *begrifflosen, mechanischen Behandlungsweise*, eines Calculs, festhalten zu wollen.

Die natürliche Sprache bleibt für Hegel die oberste Meta-Sprache. Ausdrucksvielfalt wird offenbar mit Vollkommenheit gleichgesetzt. Mehrdeutigkeiten werden in Kauf genommen.[105]

An anderer Stelle diskutiert Hegel im Rahmen einer Kritik am formalen, d. h. begrifflosen Schluß Leibniz' Anwendung des kombinatorischen Kalküls auf die Schlußlehre als „das Aeusserste von diesem begrifflosen Nehmen der Begriffsbestimmungen des Schlusses", wie Hegel es in der von ihm als wertlos erachteten traditionellen Syllogistik vorfand (*1816*, 163). Es „[...] unterschied sich von der verruffenen *Lullianischen Kunst* durch nichts, als daß sie von Seiten der *Anzahl* methodischer war, übrigens an Sinnlosigkeit ihr gleich kam" (ebd., 164). Mit der Leibnizschen Anwendung des kombinatorischen Kalküls hing

> ein Lieblingsgedanke Leibnitzens zusammen, den er in der Jugend gefaßt, und der Unreifheit und Seichtigkeit desselben unerachtet, auch späterhin nicht aufgab, von einer *allgemeinen Charakteristik* der Begriffe, – einer Schriftsprache, worin jeder Begriff dargestellt werde, wie er eine Beziehung aus andern ist, oder sich auf andere beziehe – als ob in der vernünftigen Verbindung welche wesentlich dialektisch ist, ein Inhalt noch dieselben Bestimmungen behielte, die er hat, wenn er für sich fixirt ist.[106]

Unmittelbar im Anschluß an diese Kritik geht Hegel auch auf den Ploucquetschen Kalkül ein, den er „als consequenteste Verfahrensweise", den Schluß einem Kalkül zu unterwerfen, bezeichnet. Hegel kritisiert insbesondere Ploucquets abstrakte Identitätstheorie, „welche das Schliessen zu einer völlig gehaltleeren und tavtologischen [sic!] Formirung von Sätzen macht" (164*f*.). Das „schlimmste, was von einer Erfindung über die Darstellung der logischen Wissenschaft gesagt werden kann," sei Ploucquets

[105] Stekeler-Weithofer *1992a*, 122–124.

[106] Hegel *1816*, 164.

Empfehlung, dem Ungebildeten mit Hilfe des Kalküls die Logik mechanisch beizubringen (165).

Die Polemiken gegen Leibniz und Ploucquet finden sich in einer „Anmerkung", die Hegels Darstellung der kategorischen Syllogistik unter der Überschrift „Der Schluß des Daseyns" folgt.[107] Die vierte und letzte Figur der dort behandelten Schlüsse ist übrigens als der mathematische Schluß bezeichnet, womit der Substitutionsschluß gemeint ist: „Wenn *zwey Dinge oder Bestimmungen einem Dritten gleich sind, so sind sie unter sich gleich*" (155). Der mathematische Schluß, so Hegel, gelte als Axiom der Mathematik, „*als ein an und für sich einleuchtender, erster Satz*, der keines Beweises d. h. keiner Vermittlung fähig sey noch bedürfe, nichts anderes voraussetze, noch daraus hergeleitet werden könne" (156).

Der mathematische Schluß exemplifiziert für Hegel die „abstrakte Äußerlichkeit" der Mathematik, denn in ihm werde sogar noch von der qualitativen Formbestimmung der Urteile in allgemeine, besondere und einzelne abstrahiert. Darauf beruhe seine Evidenz. Der Schluß nehme nur qualitative Gleichheit oder Ungleichheit auf. In ihm werde überhaupt nichts „begriffen": „das Einleuchtende dieses Schlusses beruht daher nur darauf, daß er an Gedankenbestimmung so dürftig und abstract ist" (156*f.*).

Problematisch wird Hegels Auffassung von Art und Aufgabe der Mathematik als Wissenschaft[108] durch seine Kritik am „untergeordnete[n] der Wissenschaftlichkeit, die in der Mathematik statt finden kann". Hegel änderte in dieser Frage seine Meinung nicht. Noch in der 1832 posthum veröffentlichten Neuausgabe der *Wissenschaft der Logik* verweist Hegel auf seine Ausführungen zu diesem Gegenstand in der Vorrede zur *Phänomenologie des Geistes* von *1807*. Mathematisches Erkennen, so behauptet Hegel dort, ist für die Sache, also den Gegenstand der Erkenntnis äußerlich. „Das Mittel, Construction und Beweis, enthält daher wohl wahre

[107]Eine Analyse dieser Teile der Hegelschen *Wissenschaft der Logik* hat Wolfgang Krohn *1972* vorgelegt.

[108]Zum Verhältnis Hegels zur Mathematik seiner Zeit vgl. Moretto *1984*, *1986*, *1988*; Rebuffo *1989*. Im Zentrum dieser Erörterungen steht Hegels Rezeption der Infinitesimalmathematik von Lagrange und Cauchy, die Einfluß auf seine Philosophie des Unendlichen gewonnen hat. Teilweise ist die Darstellung von Hegels Philosophie der Mathematik auf diesen Aspekt eingeschränkt (so z. B. bei Stekeler-Weithofer *1992b*). Zum Verhältnis Hegels zu Cauchy vgl. insbesondere Michael Wolff *1986*. Wolff spricht Hegel einen „hohen Grad fachlicher Informiertheit" zu, der es ihm erlaubt habe, sich über die Unzulänglichkeiten aller bisherigen Grundlegungsversuche in der Analysis „ein fundiertes selbständiges Urteil" zu bilden (*1986*, 200).

Sätze," so Hegel, „aber ebenso sehr muß gesagt werden, daß der Inhalt falsch ist" (*1807*, L). Hegel kommt zu dem Urteil (LII):

> Die *Evidenz* dieses mangelhafften Erkennens, auf welche die Mathematik stolz ist, und womit sie sich auch gegen die Philosophie brüstet, beruht allein auf der Armuth ihres *Zwecks* und der Mangelhaftigkeit ihres *Stoffs*, und ist darum von einer Art, die die Philosophie verschmähen muß.

Der *Zweck* der Mathematik ist das „unwesentliche, begrifflose Verhältniß" der Größe, ihr *Stoff* „*Raum* und das *Eins*" (*1807*, LII). Programmatisch ist damit die Tür für eine Philosophie der Mathematik zugeschlagen, obwohl in Hegels Darstellungspraxis bei Erörterungen über das Unendliche, die Kategorie der Einheit oder den Raum mathematische Beispiele eine wichtige Rolle spielen.

3.6 Leibniz' Utopie

Die Kritiken von Kant und Hegel waren in einer tiefgreifenden Wendung der philosophischen Blickrichtung begründet, in der die Möglichkeit einer *rechnerischen* Erschließung *neuen* Wissens bezweifelt und darüber hinaus bestritten wurde, daß die Methoden der *ars inveniendi* überhaupt eine Aufgabe bei der erkenntnistheoretischen Begründung des kognitiven Vermögens des Menschen einnehmen können. Die Organon-Funktion der Logik wurde in ihrer Relevanz für die philosophischen Wissenschaften in Frage gestellt.

Diese radikale anti-rationalistische Blickwendung von Kritizismus und Idealismus stand allerdings an einer extremen Position in der kritischen Leibnizrezeption jener Zeit, in der eher der utopische Charakter der logischen Programmatik Leibniz' hervorgehoben wurde, der seinem Gesamtwerk nicht angemessen sei und eine Ausarbeitung nicht lohne. Als paradigmatisch für diese Einstellung können die Bemerkungen Johann Gottfried von Herders im Leibniz-Abschnitt seiner *Adrastea* angesehen werden.[109] Sie zeigen, wie wenig mit Leibnizens verstreuten Bemerkungen zum Gegenstand ohne Kenntnis der Nachlaßüberlieferung anzufangen war. Herder schreibt (*1809*, 406*f.*):

[109]v. Herder *1802*, zitiert nach der Tübinger Werkausgabe (*1809*). Vgl. die von Suphan veranstaltete Ausgabe v. Herder *1877–1913*, dort Bd. 23 (1885).

> Mehrmals sprach Leibnitz von einem *allgemeinen Sprachcharakter*, ohne ihn näher zu bestimmen; man hat darüber viel gemuthmaaßet von einer doppelten Seite. Erstlich als über eine *Algebra*, worinn alle Wahrheiten der Vernunft, ihrem Verhältniß, auch dem Grad ihrer Wahrscheinlichkeit nach, berechnet würden; sonach wäre sie eine *symbolisirte Metaphysik*, die sich auf Thatsachen wenig anwenden ließe, und liefe zuletzt auf eine *Methode symbolisch zu denken*, eine Logik, hinaus. *Plou*[c]*quet* und *Lambert* haben eine in Ansehung der Syllogismen diese bezeichnende Rechnungsart versucht; ohne ersichtlichen Nutzen und ohne Nachfolge. Denn sind in der Philosophie die *erst-erfaßten Ideen* nicht rein und wahr, was hülfe Alles weitere Rechnen mit Symbolen? Zudem wird dem abstracten Denken aller Reiz entnommen, wenn man nicht mehr laut denket, sondern *stumm rechnet*; beim Rechnen denkt man so wenig, als man neue Begriffe erjaged.

Die zweite Deutung des „allgemeinen Sprachcharakters“ spielt auf das Leibnizsche Interesse an der chinesischen („Sinesischen“) Schrift an, die Leibniz, so Herder, als Beispiel eines „philosophischen *Orbis pictus*“ angesehen habe. Auch bei dieser Deutung[110] bleiben für Herder einige Aspekte ungeklärt (*1809*, 407*f.*):

> Ob man damit in der Wissenschaft oder im reinen Denken weiter gekommen wäre, und nicht Vorurtheile, die am Wort kleben, mit Nebenbegriffen, *die am Zeichen haften*, vertauscht hätte? Ob alle wissenschaftlichen Nationen und Schulen sich entschlossen hätten, *dies* Zeichen- oder Bilderbuch anzunehmen und in dessen Form zu denken? Ob es überhaupt gefördert hätte, die menschliche Seele einer freien Combination der Gedanken mittelst eigenen, auch neuen Gebrauchs der Worte zu entnehmen, und vor eine *Bildertafel der Kindheit* zu stellen? bliebe die Frage. Gnug, der verständige Leibnitz säumte mit diesem Werk nicht vergebens; wir finden auch nicht, daß er je mit Ernst daran gegangen sei.

[110] Auf diesen Aspekt der wissenschaftlichen Zwecken dienenden Universalschrift beschränkte noch *1869* Ludwig Grote seine Deutung der *characteristica universalis*. Es sei quasi „ein wissenschaftlicher Großhandel“, den Leibniz zu befördern suche. Wie das Geld das Mittel im „kaufmännischen Welthandel“ sei, so sei dies im wissenschaftlichen Verkehr „die Schrift, der durch verständliche Zeichen vermittelte Austausch der Gedanken.“ Grote betont, daß Leibniz nicht eine Universalsprache, sondern eine Universalschrift suche, die an die Stelle der „indirecten Wortschrift“ eine „directe Gedankenschrift“ setze (Grote *1869*, 389).

Gegen die Einführung einer „Charakterschrift“ nach chinesischem Vorbild führt Herder das sehr fragwürdige Argument an, daß es die Mandarine „trotz ihrer den Laut nicht charakterisirenden Bilderschrift seit Jahrtausenden in den Wissenschaften so gar nicht weit gebracht“ hätten. „‚Was den Geist erweckt, erfinde man; nicht aber, was ihn fesselt, lähmt und tödtet‘. Ohne Zweifel dachte Leibnitz so und ließ seine *Buchstaben- und Buchstabirtafel menschlicher Gedanken* ruhen“ (408). Eine Kenntnis der im Nachlaß dokumentierten rastlosen Bemühungen Leibniz' hätte Herder eines Besseren belehrt.

Ähnlich wie Herder argumentieren auch andere Leibniz-Interpreten des 18. Jahrhunderts. „Philosophische Algebra“, „allgemeine Sprache“, „allgemeine Charakteristik“ werden, wenn sie überhaupt erwähnt werden, als Ausgeburten eines genialen Geistes dargestellt, lediglich hingeworfen und ohne Bezug zur Zeit, die daher keine Resonanz bei Leibniz' Nachfolgern fanden, aber auch ohnedies utopisch und ohne Zukunft waren. Abraham Gotthelf Kästner konzentriert sich z. B. in seiner am 10. Juni 1769 in der königlich deutschen Gesellschaft zu Göttingen vorgetragenen *Lobschrift auf Gottfried Wilhelm Freyherrn von Leibnitz* auf einen Kommentar zur Leibnizschen Monadenlehre und zu seinen Leistungen in der Mathematik, insbesondere in der „Fluxionsrechnung“. Auf Leibniz' Überlegungen zur universellen Charakteristik geht er nur am Rande ein (Kästner *1769*, 21):

> Einige noch unbekannte Gegenden der Welt der Wissenschaften zeigte Leibniz in allzu großer Entfernung, und niemand hat sich nach ihm noch dahin gewagt. Dergleichen sind die Analysis Situs, und die allgemeine Sprache, oder eigentlich, die philosophische Algebra.

Johann Georg von Eckart, der nach seinem „Vorbericht“ neunzehn Jahre mit Leibniz bekannt und „sehr lange“ sein Sekretär war, berichtet in seiner Leibnizschen Lebensbeschreibung aus dem Jahre *1779* kurz über den Leibnizschen Nachlaß und äußert im Zusammenhang mit den in Hannover verwahrten Briefwechseln (v. Eckart *1779*, 127):

> Was für ein Geist muß dieses gewesen seyn, der so ganz flüchtig in Briefen Sachen aufs Tapet brachte, bey denen einem Huygens, l'Hopital, und Bernoulli schwindelte! Ich meine seine hingeworfenen Ideen von der Lagerechnung, allgemeinen Charakteristik oder philosophischen Algebra, und Dynamik, so wie mehrere andere tiefe Meditationen.

Anders als Eckart, dem die nachgelassenen Entwürfe Leibniz' offenbar bekannt waren, fand Herder keine Ausführung eines algebraischen Kalküls bei Leibniz; er erwähnt Lambert und Ploucquet als Vollender Leibnizscher Andeutungen. Herders ablehnende Kritik wird dann auch von Lamberts Biographen Matthias Graf als Bestätigung dafür genommen, daß Lambert mit seinen Bemühungen, „eine Bezeichnung und Berechnung der Verhältnisse der Begriffe aufzufinden und die Qualitäten, gleich den Quantitäten zu bestimmen" (Graf *1829*, 28), in der gelehrten Welt wenig Beifall gefunden habe. „Er verwunderte sich selbst, daß sein Calcul der Qualitäten so wenig Sensation gemacht" (Graf *1829*, 60, Anm. 32). Andererseits sind Lamberts Versuche nicht vollkommen unbeachtet geblieben. Johann August Eberhard gab z. B. der zwei Jahre nach Lamberts Tod herausgegebenen *Pyrometrie* (Lambert *1779*) eine Darstellung „Ueber Lamberts Verdienste um die theoretische Philosophie" bei, die von den Herausgebern der *Logischen und Philosophischen Schriften* an dieser entlegenen Stelle hervorgeholt und dem zweiten Band ihrer Sammlung angeschlossen wurde. Eberhard referiert darin aus Lamberts „De universaliori calculi idea Disquisitio, una cum annexo specimine" (*1767b*) neutral und mit Bezug auf Leibniz die Grundgedanken und Ziele einer *characteristica universalis*:

> Diese kleine Schrift giebt nicht nur einen richtigen Begriff von Leibnitzens *speciosa generali*, der so oft ist verfehlt worden, indem man sie bald blos auf die syllogistische Bezeichnungskunst eingeschränkt, die nur ein Theil davon ist, bald einen Calcul der intensiven Größen, bald gar eine allgemeine Sprache darunter verstanden; sie zeigt die Möglichkeit einer solchen allgemeinen Charakteristik, und enthält einen Versuch in derselben an einigen leichten Begriffen. Die Analogie zwischen den *zusammengesetzten Ganzen* bey den *Quantitäten*, und zwischen dem *Besondern* bey den *Qualitäten* auf der einen Seite, so wie der Theile, woraus das Ganze besteht, und der Begriffe des Allgemeinen, welche in dem Begriffe des Besondern, als Merkmale zusammen kommen, läßt sich nicht verkennen. Und wenn man diese Analogie annimmt, so läßt sich kaum zweifeln, daß man eben so, wie man zusammengesetztere Größen durch derivative Zeichen ausdruckt, die nach gewissen Regeln aus primitiven zusammengesetzt sind, eben so auch besondere Begriffe durch derivative Zeichen ausdrücken könne, die ebenfalls nach gewissen Regeln aus den primitiven Zeichen der allgemeineren Begriffe zusammengesetzt sind. Nur müßte man erst die Begriffe in ihre ersten Merkmale aufgelöset und für die allgemeinsten schickliche primitive Zeichen erfunden haben.

> Das ist es, was bey dieser Erfindung die erste und größte Schwierigkeit macht, von dessen Nothwendigkeit *Leibnitz* wohl überzeugt war, was aber, wenn es einmal zu Stande gebracht wäre, die Untersuchung und Erfindung der Wahrheit so sehr erleichtern würde. Der Verstand würde, vermittelst der Zeichen, die abstractesten Begriffe rein und genau fassen, und in ihrer Verbindung, vermittelst untrüglicher Regeln, sicher zu Werke gehen können.[111]

Die Analogie zwischen Intensionen und Extensionen von Begriffen wird hier klar erkannt, der Nutzen der Charakteristik für eine *ars inveniendi* betont, allerdings unter der Einschränkung, daß sie diesen Nutzen nur dann entfalten kann, wenn für die Begriffe, und gemeint sind *alle* Begriffe, die vollständige Liste ihrer einfachsten Merkmale zusammengestellt ist, die dann Basis einer Zuordnung charakteristischer Zeichen sein kann. Dies ist angesichts der Begrenztheit des menschlichen Leistungsvermögens ein utopisches Ansinnen.[112]

Während Eberhard der Verbindung von Charakteristik und Kalkül, wenn sie denn geleistet werden kann, einen großen Wert zuspricht, so bezweifelt Johann Christoph Schwab in seiner Preisschrift von *1796* den praktischen Nutzen einer kalkulatorischen Logik. Er gesteht ihr eine vereinfachende Funktion in der Syllogistik zu, übergeht jedoch den universalen Anspruch der allgemeinen Charakteristik. Mit Blick auf Gottfried Ploucquets extensionalen Kalkül erklärt er (*1796*, 64):

> Wenn auch dieser Calcul den grossen, praktischen Nutzen nicht hat, den ihm sein Erfinder beylegt; so simplificirt er doch die *Aristotelische* Theorie des Syllogismus, und macht die ganze Lehre von den *Figuren* entbehrlich. Kurz, er ist immer ein schätzbarer Beytrag zur *allgemeinen Charakteristik*.

[111] Eberhard *1779*, Zit. nach *1787*, 340*f*.

[112] Diese Ausführungen Eberhards sind bemerkenswert, ist er doch in seinem Leibniz-Beitrag für das *Pantheon der Deutschen* (*1795*) auf Leibniz' Versuche zu einer universellen Charakteristik und zu Logikkalkülen nicht mit einem Wort eingegangen.

Kapitel 4

Die „logische Frage" und die Entdeckung der Leibnizschen Logik

Die Diskussion der Leibnizschen *mathesis universalis* mit ihren logischen Elementen konnte sich erst auf einer neuen Grundlage entfalten, als die wichtigsten diesbezüglichen Nachlaßschriften einem breiteren Publikum zur Verfügung standen. Im Zentrum dieses Kapitels steht die Edition des Hallenser Philosophen Johann Eduard Erdmann, die den Beginn der deutschen Leibnizforschung markiert (Glockner *1932a*, 60). Sie stellte für die frühe Rezeption der Leibnizschen Logik die alleinige Quellenbasis dar. Zunächst wird aber diese neue, etwa 1840 beginnende Leibnizrezeption in den Kontext der philosophischen Logikdiskussion gestellt, die in der Zeit nach Hegels Tod um die sogenannte „logische Frage" geführt wurde.

4.1 Der Kontext: die „logische Frage"

Die Hegelsche Identifikation von Logik und Metaphysik läßt sich als radikale Antwort auf eine seit langem erhobene Forderung nach einer Reform der Logik deuten. Radikal ist die Antwort insofern, als, um eine Darstellung Wilhelm Windelbands aufzunehmen (*1904*, 164*f.*), das „schöpferische Prinzip" der gegen die formale Logik gesetzten transzendentalen Logik Kants anerkannt wurde, Hegel und seine Nachfolger aber konsequenter als jener eine „völlige Revision der alten allgemeinen Logik" auf erkenntnistheoretischer Grundlage anstrebten. In ihrer Radikalität bot die Hegelsche Einlösung des Kantschen Reformprogramms durch die Identifikation von Logik und Metaphysik, Hegels Desinteresse für formal-logische Gegenstände und seine Abwertung von Mathematik und Naturwissenschaften genug Raum für polemische Auseinandersetzungen. So sehr Hegels Position in seinem von formalen und positiven Wissenschaften abgegrenz-

ten System der Philosophie begründet ist, so sehr hat sie doch mit ihrer Geringschätzung der in jener Zeit von Erfolg zu Erfolg eilenden positiven und formalen Wissenschaften zu Irritationen unter Naturwissenschaftlern und Mathematikern geführt. Die bis dahin in dieser Form nicht vorhandene Kluft zwischen Philosophie und Wissenschaften rief bei ihnen den Eindruck hervor, mit ihren in der wissenschaftlichen Praxis entstandenen logischen und erkenntnistheoretischen Problemen bei den Philosophen an der falschen Adresse zu sein. Als Beispiel für eine solche Auffassung sei die Kritik des Stettiner Mathematiklehrers und Philosophen Robert Graßmann (1815–1901) angeführt, der *1872* in seiner *Begriffslehre oder Logik*, dem zweiten Buch seiner *Formenlehre oder Mathematik*, nach einer Kritik an der Kantschen Logik behauptete: „Noch weniger hat *Hegel* mit seiner Logik 1812 genützt, dessen Trugschlüsse und willkürliche Behauptungen der Wissenschaft unendlich geschadet haben" (Graßmann *1872c*, 4). An anderer Stelle kritisierte er die Schulphilosophie seiner Zeit und schrieb (*1875*, 116*f.*):

> Den Gipfel und, wie es scheint, auch den Schluss dieser willkürlichen Systeme und Schulen bildet die Hegel'sche Schule. Mit einer Anmasung sonder Gleichen verwirft sie den Weg und die Ergebnisse strenger Wissenschaft, mit einer Verblendung, welche nur modernen Philosophen eigen ist, glaubt sie in den Phrasen der Schule das Wesen der Sache ergriffen zu haben, ohne dass sie sich um die Sache kümmert, mit einem Hochmuthe, der an Wahnsinn grenzt, leugnet sie Offenbarung und Gotteslehre, um auch Gott aus dem Nichtse ihrer eigenen Gedankenwelt durch Formeln zu erzeugen. Sie hat durch dieses Gebahren unsägliches Unheil gestiftet und ein Mistrauen gegen alle Philosophie erweckt, welches nicht ohne bedenkliche Frucht für die geistige Entwickelung der neuesten Zeit gewesen ist, und der Halbheit und Phrasenherrschaft wesentlich Vorschub geleistet hat.

Graßmann schloß (*1875*, 119):

> Es gehört eine Gedankenlosigkeit sonder Gleichen dazu, wenn solcher Unsinn eine Schule finden kann, welche mit cynischer Frechheit die bedeutendsten Männer neuerer Zeit, einen Newton, Berzelius u. s. w. aburtheilt, und ihre hohlen gedankenlosen Phrasen an die Stelle der Wissenschaft setzen will.

In der von Robert Graßmann mit aller Deutlichkeit kritisierten Abwertung von Mathematik und Naturwissenschaften gegenüber der Philosophie bei Hegel und in seiner Schule mag eine der Ursachen für die letztendliche philosophische Auflösung des Hegelschen Systems gesehen werden. Die Analogie, die Hegel selbst zwischen Mathematik und formaler Logik gezogen hatte, zeigte, daß er ein zum angestammten Bestand der Philosophie gehöriges Wissensgebiet ebenfalls mit dem Diktum philosophischer Irrelevanz belegen wollte. Hegel betrieb also nicht nur eine Abgrenzung der Philosophie von anderen Wissenschaften, sondern auch eine „Bereinigung" ihres traditionellen Gegenstands- und Methodenbereiches. Es ist daher nicht verwunderlich, daß die Diskussion um die Logik zu einem zentralen Punkt der Kritik am Hegelschen System wurde.

4.1.1 Friedrich Adolf Trendelenburg und die „logische Frage"

Es war der große Kritiker der Hegelschen Philosophie, Friedrich Adolf Trendelenburg,[1] der die Hegelsche Logik und die dialektische Methode in Frage stellte und die Logikdiskussion unter die Formel der „logischen

[1]Friedrich Adolf Trendelenburg (* 30. November 1802 in Eutin; † 24. Januar 1872 in Berlin) erhielt schon auf dem Eutiner Gymnasium eine tiefgehende philologische und philosophische Ausbildung. 1822 begann er ein philologisches, historisches und philosophisches Studium an der Universität Kiel, wo er u. a. bei Karl Leonhard Reinhold und Johann Erich v. Berger hörte. 1823/24 wechselte er an die Universität Leipzig und schließlich nach Berlin. 1826 wurde er von der Philosophischen Fakultät der Universität Berlin promoviert. Er nahm danach eine Erzieherstelle an und wurde 1833 vom Preußischen Kultusminister Karl v. Altenstein zum außerordentlichen Professor der Philosophie an der Universität Berlin ernannt, zugleich auch im Ministerium beschäftigt, wo er sich auf die Stelle eines Schulrates vorbereitete. 1835 wurde er Mitglied der wissenschaftlichen Prüfungskommission für Kandidaten des höheren Schulamtes in Berlin. Nachdem ihm eine Professur in Kiel in Aussicht gestellt worden war, wurde seine außerordentliche Professur 1837 in eine ordentliche Professur für praktische Philosophie und Pädagogik umgewandelt. Trendelenburg, der „ein volles Menschenalter die Berliner Universität beherrschte" (Petersen *1913*, V), war fünfmal Dekan der Philosophischen Fakultät und dreimal Rektor der Universität. 1846 wurde er zum ordentlichen Mitglied der königlichen preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ernannt, ein Jahr später übernahm er die Stelle des Sekretärs der philosophisch-historischen Klasse. Zur Biographie Trendelenburgs vgl. Bratuschek *1872*, *1873*, Bonitz *1872*, Petersen *1913*. Für neuere Darstellungen zu Trendelenburgs Logik und Metaphysik vgl. Rosenstock *1964*, Mangiagalli *1983*.

Frage" stellte.[2] Trendelenburg war einer der großen Beweger in der Logik der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts und dies obwohl oder vielleicht auch gerade weil er sich als Kritiker sowohl der spekulativen als auch der formalen Logik hervortat. In der Lehre trat er engagiert für die aristotelische Philosophie ein. Mit seinen *Elementa logices Aristotelicae*,[3] die als Schullektüre weite Verbreitung fanden, stellte er die Diskussion um die sich gewöhnlich „aristotelisch" nennende formale Logik auf eine solidere Quellengrundlage.[4]

Den Terminus „die logische Frage" verwendete Trendelenburg in dem erstmals in der *Neuen Jenaischen Allgemeinen Literatur-Zeitung* veröffentlichten Aufsatz „Zur Geschichte von Hegel's Logik und dialektischer Methode" (*1842b*). Er behandelte darin laut Untertitel „Die logische Frage in Hegel's Systeme" und rief „zu ihrer wissenschaftlichen Erledigung" auf. Worin sah Trendelenburg die „logische Frage"? Er formulierte sie explizit erst gegen Ende seines Artikels: „Ist Hegel's dialektische Methode des reinen Denkens ein wissenschaftliches Verfahren?" (414). Indem Trendelenburg die Frage verneinte, bestritt er den Absolutheitsanspruch der dialektischen Methode in der Logik und damit im philosophischen System überhaupt. Daß er damit den Zusammenhang des Hegelschen Systems aus den Angeln zu heben glaubte,[5] soll in unserem Zusammenhang nicht weiter interessieren. Bedeutender waren die Konsequenzen seiner Kritik für die formale Logik. Trendelenburg referierte die Apologeten der Dialektik

[2]Trendelenburg gilt als die Personifizierung der Krise des Hegelianismus (vgl. Grillo/Dazzi *1971*). Eine Analyse der Trendelenburgschen Kritik an der Hegelschen *Wissenschaft der Logik*, die „für die Schule Hegels verheerende Folgen" hatte, legte Josef Schmidt *1977* vor (Zit. 4). Diese Folgen werden auch durch Schmidts Ergebnis nicht gemildert, daß Trendelenburgs Einwände gegen Hegels Logik sich in fast allen Punkten als unhaltbar erweisen, da Trendelenburg von einem Verständnis der *Wissenschaft der Logik* ausgeht, „welches einem prüfenden Vergleich mit den entsprechenden Texten Hegels nicht standhält" (196). Vgl. auch die frühe Konfrontation Hegels mit Trendelenburg durch den Hegelianer Karl Rosenkranz (*1872*). Zur Rolle Trendelenburgs als „Architekt des neukantianischen Philosophieverständnisses und der Wissenschaftstheorie" vgl. Köhnke *1986*, 23–57, Zit. 58.

[3]Trendelenburg *1836*, [5]1862, [9]1892. Die dieser Textsammlung beigegebenen lateinischen Erläuterungen veröffentlichte Trendelenburg später separat in deutscher Sprache (*1842a*).

[4]Vgl. auch die Herausarbeitung der Unterschiede zwischen der Lehre des Aristoteles und der formalen Logik des 19. Jahrhunderts in Trendelenburg *1840*, I, 18–21.

[5]Trendelenburg *1842b*, 420, mit Bezug auf seine eigene Logikschrift *Logische Untersuchungen* (2 Bde., *1840*).

wie folgt: „In demselben Masse als die formale Logik der Aufgabe, das Erkennen zu begreifen, nicht genügte, sah man darin einen indirecten Beweis für die Wahrheit der speculativen Dialektik“ (*1842b*, 406). Wenn nun diese Dialektik selbst als unzureichend erwiesen war, blieb es zwar bei der Defizienz der alten formalen Logik, die auch Trendelenburg nicht müde wurde zu betonen,[6] die sie ersetzende Alternative fiel aber weg; Anlaß genug, Aufgabe und Status der formalen Logik im Rahmen der Theorie des Erkennens neu zu überdenken. Der Terminus „Die logische Frage“ wurde in die Logikreformdiskussion übernommen, allerdings in einer weniger spezifischen Form. Er bezeichnete allgemein die kontroversen Auseinandersetzungen in Deutschland um Gestalt und Aufbau der Logik.[7] Mit der Lösung von Hegels Position in dieser Frage war unmittelbar eine Wiederannäherung an Kant verbunden, und damit ging ein Wiedererwachen der philosophischen Wertschätzung für die Mathematik einher.[8]

[6]Vgl. z. B. seine *Logischen Untersuchungen*, wo er in dem Abschnitt „Die formale Logik“ die formal-logischen Systeme von August Detlef Christian Twesten (*1825*) und Moritz Wilhelm Drobisch (*1836*) kritisierte.

[7]In diesem Sinne schrieb Georg Leonhard Rabus in dem Band *Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und Die logische Frage* (*1880a*, 1): „ ‚Die logische Frage‘ ist hervorgegangen aus dem Zweifel an der Berechtigung der formalen Logik“. Rabus behandelt in dieser frühen Dokumentation der Logikreformdiskussion die Beiträge von insgesamt 248 Autoren. Einen weiteren Versuch einer Gesamtdarstellung hat Gerhard Stammler *1936* mit seinem Werk *Deutsche Logikarbeit seit Hegels Tod als Kampf von Mensch, Ding und Wahrheit* vorgelegt, von dem aber nur ein Band über *Spekulative Logik* erschienen ist. Längere zeitgenössische Aufsätze, in denen Bezug auf „die logische Frage“ genommen wird, wurden von Hermann Ulrici (*1869/70*, separat *1870a*, dagegen George *1870* mit der Antwort Ulricis *1870b* sowie Ulrici *1880*) und Georg Leonhard Rabus (*1873/74*, *1880b*) veröffentlicht.

[8]Daß die Hervorhebung der paradigmatischen Rolle der Mathematik auch ohne Rückgriff auf Kant möglich war, zeigt die Logik Hermann Ulricis, die auf dem „Satz der Identität und des Widerspruchs“ als Grundgesetz des Denkens als unterscheidender Tätigkeit aufgebaut ist. Auf diesem Satz, so Ulrici, beruhten auch die Axiome der Mathematik: „Den Satz der Identität und des Widerspruchs umstoßen zu wollen, wie Hegel zu Gunsten seiner dialektischen Methode (die allerdings fällt, wenn jener stehen bleibt) versucht hat, heißt daher die Mathematik umstoßen. Glücklicher Weise indeß ist Hegel's Argumentation nur ein Gewebe von Sophismen und Mißverständnissen“ (*1860*, 39).

4.1.2 Logikreformdiskussion

4.1.2.1 Ablösungsprozesse

Die von Trendelenburg ausgelöste Diskussion war eine Reformdiskussion.[9] Obwohl sie sich am Hegelschen System entzündete und die Diskussionsteilnehmer die von Hegel vertretene Position zu überwinden versuchten, war es nicht die Hegelsche Logik, die zur Disposition stand, sondern vielmehr die „alte aristotelische Logik“. Die aristotelisch-scholastische Syllogistik stand zwar im Zentrum der Kritik, sie sperrte sich aber zunächst der tiefgreifenden Reform. Windelband drückt dies in einer Übersicht[10] über die logischen Reformbemühungen des 19. Jahrhunderts wie folgt aus (*1904*, 165):

> Es liegt in der Natur der Sache, daß dabei [bei der Logikreform] das geringere Maß von Fruchtbarkeit und Entwicklungsfähigkeit auf der Seite der formalen Logik gewesen ist. Denn die Besinnung auf die Regeln des korrekten Denkfortschritts, die Technik des richtigen Denkens, ist in der Tat von der früheren Philosophie unter den Voraussetzungen der naiven Weltansicht zu einer hohen Vollkommenheit gebracht worden. Was Aristoteles im genialen Wurf geschaffen, ist im späteren Altertum und im Mittelalter mit feinster Filigranarbeit ausgestaltet worden: eine Beweis- und Widerlegungskunst, die in der Theorie des Schlusses gipfelt und die von da aus rückwärts die Lehre vom Urteil und vom Begriff konstruiert

[9]Der Reformaspekt wird von den meisten neueren Darstellungen nicht oder nur am Rande berücksichtigt. Sie sind meist aus der Perspektive des Endes der Entwicklung geschrieben, z. B. um die Vorgeschichte der Entwicklung symbolisch-logischer Systeme darzustellen oder um die Einflüsse auf die großen Innovatoren in der Logik, Gottlob Frege und Edmund Husserl, zu erhellen. Eine Ausnahme ist Hartwig Franks Pionierstudie "Reform Efforts of Logic at Mid-Nineteenth Century in Germany" (*1991*).

[10]Mit dieser Übersicht gibt Windelband eine exzellente vielschichtige Analyse der Logikentwicklung im 19. Jahrhundert, mit der das ganze Spektrum der Logik jener Zeit abgedeckt wird. Den symbolisch-logischen Bemühungen stand Windelband allerdings skeptisch gegenüber. Die englische mathematische Logik, die mit ihrer Quantifikation des Prädikats zwar eine korrekte Umfangsdarstellung der Urteilslehre ermöglicht habe, damit aber den „lebendige[n] Sinn aller Urteile, die ein sachliches Verhältnis zwischen Subjekt und Prädikat zu behaupten oder zu verneinen berufen sind, rettungslos unter den Tisch“ fallen lasse (*1904*, 166*f.*), sei „eine Logik des grünen Tisches, mit der die lebendige Arbeit der Wissenschaft nichts anzufangen weiß“ (167). Sie sei ein „logischer Sport [...], dem das Verdienst einer Übung formalen Scharfsinns nicht abzusprechen ist“ (ebd.).

hat. An diesem sicher gefügten Bau ist, wenn man einmal die Grundlagen angenommen hat, nicht zu rütteln: er kann nur hier und da verfeinert und vielleicht neuen wissenschaftlichen Bedürfnissen adaptiert werden.

Die formale Logik blieb damit von den Reformbemühungen weitgehend ausgespart, und sie wurde in ihrer Bedeutung für die Sammeldisziplin Logik zurückgedrängt. Die Reformen betrafen vor allem zwei Bereiche: das Problem der Grundlegung der Logik, das vor allem mit psychologischen Hilfsmitteln angegangen wurde, wodurch die Prioritätsfrage zwischen Logik und Psychologie aufgeworfen wurde, und den Bereich der logischen Anwendungen, was zu einer Schwerpunktverlagerung des Interesses auf den Methodologieteil der traditionellen Logik führte. Mit der reformierten angewandten Logik wurde versucht, den Anforderungen zu genügen, die die sich stürmisch entwickelnden Wissenschaften an die Logik stellten.

Beide hier skizzierten Reformprozesse hatten für die traditionelle Gestalt der Logik und der Philosophie destruktive Auswirkungen. Die Psychologismusdiskussion kulminierte im beginnenden 20. Jahrhundert in der Herauslösung der Psychologie aus dem Verband der Philosophie. Die Psychologie konstituierte sich nun als eigenständige wissenschaftliche Disziplin. Durch die Methodologie-Debatte wurde die Wissenschaftstheorie aus dem Verband der Logik herausgelöst. Schließlich führte die durch die von Mathematikern vorangetriebene und von den Philosophen weitgehend ignorierte Entwicklung der symbolischen Logik zur Herauslösung eines Teils der formalen Logik aus dem Kompetenzbereich der Philosophie und zur Eingliederung in die Mathematik, wo die Logik für Grundlegungsaufgaben instrumentalisiert wurde.

Dieser dreifache Ablösungsprozeß mußte sich naturgemäß in einer tiefgreifenden Umgestaltung der Logik auswirken, und auch die Philosophie war tangiert, die die von Hegel verordnete Hermetik endgültig abstreifte und an den Rändern zu den Fachwissenschaften durchlässig wurde. Für einige Bereiche der Philosophie ergaben sich fatale Konsequenzen. Die wesentlichen innovativen Schübe in formaler Logik und Wissenschaftstheorie gingen nun von Mathematikern und Naturwissenschaftlern aus oder zumindest von Gelehrten, die über eine Doppelqualifikation verfügten.

4.1.2.2 Formale Logik

Im 19. Jahrhundert wurde die weitere Ausgestaltung der formalen Logik nach aristotelisch-scholastischer Tradition in der Schule Herbarts gepflegt, und sie fand in Moritz Wilhelm Drobisch (1802–1896) ihren hervorragenden und einflußreichen Vertreter. Auch die symbolisch-logischen Systeme der Briten und die deutschen algebraisch-logischen und logizistischen Systeme von Ernst Schröder und Gottlob Frege, aber auch Friedrich Albert Langes Versuch eines geometrischen Kalküls[11] wurden in dieser Tradition gesehen und damit als weitgehend wertlos für die Logikreformdiskussion erachtet, denn sie enthielten, so die philosophischen Kritiker,[12] lediglich Umgestaltungen der traditionellen formalen Logik.

4.1.2.3 Psychologismus

Die eigentliche Reformdiskussion beschritt den im Windelbandschen Zitat angedeuteten Weg der Kritik, indem sie die Grundlagenfrage neu stellte und die Kriterien für die Evidenz logischer Prinzipien neu bestimmte. Von zentralem Interesse wurde das Verhältnis zwischen dem, was im Denken geschieht und dem, was geschehen soll. Während ersteres der Psychologie, und zwar einer als philosophische Disziplin verstandenen Psychologie, als Gegenstand zugeschrieben wurde, wurden die normsetzenden Funktionen an die Logik verwiesen. Die Abgrenzung dieser beiden Perspektiven auf das Denken wurde zum wesentlichen Gegenstand der Reformdiskussion. Windelband sprach von den Gefahren der Verquickung logischer und psychologischer Untersuchungen im Rahmen des „unvermeidlichen Verhältnisses“ von Logik und Psychologie (Windelband *1904*, 169*f*.):

> Muß der Logiker von psychologischen Analysen dessen, was im Urteil wirklich geschieht, ausgehen, so schieben sich ihm leicht unvermerkt die dabei gewonnenen Gesichtspunkte auch als Kriterien für die logische Behandlung der Sache unter, und ist der entscheidende Differenzpunkt einmal verfehlt, so droht die ganze Logik nur eine Auszweigung der Psychologie zu werden, wie es früher z. B. von Beneke verlangt und ausgeführt worden ist. Die feste Abgrenzung gegen diesen Psychologismus ist eine Lebensfrage für die Logik als philosophische Disziplin.

Windelband bezog sich hier auf den „Psychologismusstreit“ in der deutschen Philosophie, der sich im ausgehenden 19. Jahrhundert um die Stel-

[11] Zu Lange vgl. Thiel *1994a*.

[12] Zur Einschätzung symbolisch-logischer Systeme in der deutschen Philosophie vgl. Buhl *1966*, Peckhaus *1988* und, mit neuem Material, aber unangebrachten Wertungen Pulkkinen *1994*. Zur Rezeption der Booleschen Algebra der Logik durch Hermann Ulrici vgl. Peckhaus *1995*.

lung der Psychologie in der Philosophie, insbesondere aber um ihr Verhältnis zur Logik drehte, und der letztendlich im beginnenden 20. Jahrhundert zur Konstitution der Psychologie als eigenständige Wissenschaft führte, sie also aus dem Verband der Philosophie herauslöste.[13]

Die Funktion des Ausdrucks „Psychologismus" als polemischer „Kampfbegriff"[14] verdeckt in seiner nivellierenden Tendenz die Unterschiedlichkeit der Konzepte, mit denen an eine psychologische Begründung der Logik und, damit verbunden, an die Neubestimmung des Verhältnisses zwischen Philosophie und Psychologie herangegangen wurde.[15] Matthias Rath unterscheidet drei Arten von Psychologismus:

Der *attributive* Psychologismus versucht für bestimmte philosophische Fragen eine Teildisziplin der Philosophie, die Psychologie, nutzbar zu machen und damit „philosophische Teildisziplinen zu verpsychologisieren" (Rath *1994b*, 311). In die Vorgeschichte dieser Spielart gehört Jakob Friedrich Fries (1773–1843), der in seinem *System der Logik* (1811, ^{3}*1837*) der weitgehend mit Aristoteles abgeschlossenen „demonstrativen Logik" eine „anthropologische Logik" gegenüberstellt, die sich unter Anwendung des methodischen Hilfsmittels der inneren Erfahrung der Grundfrage „Wie kommen Begriff und Denken unter die Thätigkeit des menschlichen Geistes?" widmet (*1837*, 3). Hauptvertreter des attributiven Psychologismus

[13]Vgl. grundlegend die differenzierte Studie von Matthias Rath *1994a*. Eine gute Zusammenfassung seiner Ergebnisse gibt Rath in seinem *1994b*. Die „disziplinäre Trennungsgeschichte" von Philosophie und Psychologie hat Nicole D. Schmidt in ihrer Hamburger Dissertation „erkundet" (*1993*, *1995*). Eine umfassende Studie zum Psychologismus unter Betonung der Psychologismusdiskussion in den ersten beiden Dekaden des 20. Jahrhunderts hat Martin Kusch *1995* vorgelegt. Die Studie dient ihm als Probe einer "Sociology of philosophical knowledge".

[14]Faktisch verwendet Husserl den Begriff polemisch, auch wenn er betont, daß er ihn ohne „abschätzende ‚Färbung'" gebrauche (*1900*, § 18, 52, Anm.).

[15]Der Ausdruck „Psychologismus" wurde schon von Johann Eduard Erdmann zur Kennzeichnung der systematischen Position Friedrich Eduard Benekes verwendet, der in seinem *Lehrbuch der Logik als Kunstlehre des Denkens* (*1832*) die Logik als Zweig der Psychologie eingeordnet hatte. Gewöhnlich wird als Quelle die erste Ausgabe von Erdmanns *Grundriss der Geschichte der Philosophie* (*1866*) genannt, z. B. Rath *1994a*, 32, mit Bezug auf Stumpf *1892*, Eisler *1910*, wo Erdmann die Priorität in der Tat zugewiesen wird, ohne daß jedoch eine Belegstelle genannt wird. In der genannten Ausgabe von Erdmanns *Grundriss* ist bei den Ausführungen zu Beneke (*1866*, 644–647) der Ausdruck allerdings nicht zu finden. Erdmann hat ihn offenbar erst in die 2. Auflage (1870, 646) übernommen. Er findet sich auch in der weitverbreiteten, von Benno Erdmann bearbeiteten 4. Auflage (1896, 681).

sind Alois Riehl (1844–1924)[16] und Benno Erdmann (1851–1921). Beide wollten durch eine Psychologisierung der Logik die Logik als Wissenschaft retten.[17] Diese Rettung wird über eine Bindung der Logik an das wissenschaftliche Denken versucht. Benno Erdmann bestimmt die Logik (*1892*, § 4.17)

> als die Wissenschaft von den formalen Voraussetzungen des wissenschaftlichen Denkens, d. i. als die Wissenschaft von den formalen Voraussetzungen giltiger Urteile über die Gegenstände der Sinneswahrnehmung und des Selbstbewusstseins.

Er trennt damit die normativ verstandene Logik von der als Tatsachenwissenschaft aufgefaßten Psychologie,[18] betont aber, daß „die psychologische Erkenntnis des Tatbestandes der Urteilsvorgänge eine Voraussetzung der logischen Entscheidung über ihre Giltigkeit [ist], die stete Beachtung verdient." In diesem Sinne bleibt „das logische Sollen vom Sein abhängig" (*1892*, § 5.21).

Wesentlich radikaler als der attributive Psychologismus ist der *substitutive* Psychologismus, in dem, wie Rath schreibt, „die Psychologie nicht mehr als innerphilosophischer Steinbruch zur Lösung anderer, nichtpsychologischer Probleme angesehen" wird, sondern als „Grundwissenschaft der Philosophie überhaupt und damit aller Wissenschaften" (*1994b*, 314). Diese Position ist schon in Benekes philosophischem System angelegt, in

[16]Vgl. insbesondere Riehls Freiburger Antrittsvorlesung *Ueber wissenschaftliche und nichtwissenschaftliche Philosophie* (*1883*), in dem die Philosophie als „Erkenntniswissenschaft" neu bestimmt (38), die Psychologie als methodische Leitwissenschaft konstituiert (42) und die Logik als deskriptiver Teil der Wissenschaftslehre gesehen wird (43). Die Logik „beschreibt den Aufbau eines wissenschaftlichen Ganzen aus seinen Elementen und ihrer Verbindung" (ebd.). Vgl. auch die Analyse von Rath *1994a*, 66–76.

[17]B. Erdmann *1892*, vgl. die Analyse bei Rath *1994a*, 114–120.

[18]Vgl. B. Erdmann *1892*, § 5: „Logik und Psychologie". Erdmanns Unterscheidung war ganz im Sinne Johann Friedrich Herbarts, für den die Logik als die Wissenschaft des Verstandes nicht untersuche, „nach welchen geistigen Gesetzen es geschehen könne, dass wir uns im Denken nach der Beschaffenheit des Gedachten richten und vest [sic!] bestimmen, und dadurch uns über das Spiel der Einfälle und Launen erheben". Letztere Untersuchung sei wie alles, was geistige Ereignisse betrifft, der Psychologie vorbehalten. „In der Logik ist es nothwendig, alles Psychologische zu ignoriren, weil hier lediglich diejenigen Formen der möglichen Verknüpfung des Gedachten sollen nachgewiesen werden, welche das Gedachte selbst nach seiner Beschaffenheit zulässt" (Herbart *1813*, § 34).

dem die Logik als „Wissenschaft *vom Denken*“ definiert wird, der die Aufgabe gestellt ist, „die Formen und die Entstehungsweise unserer Denkentwickelungen vollständig und klar darzulegen“ (Beneke *1832*, § 1). Die Logik ist für Beneke wie die gesamte Philosophie eine empirische, psychologisch begründete Wissenschaft, die sich lediglich auf innere Erfahrung stützt (§ 16):

> Die Logik ist daher in dieser Bearbeitungsweise von Anfang an eine *angewandte* Psychologie: wie dies alle philosophischen Wissenschaften werden müssen, wenn sie zu voller Klarheit und Bestimmtheit ausgebildet werden sollen.

Auch die empiristische Logik (*1843*; dt. *1849*) John Stuart Mills (1806–1873) kann im Sinne des substitutiven Psychologismus interpretiert werden (Rath *1994a*, 118–142). Die radikalste Position dieser Spielart des Psychologismus hat wohl Theodor Lipps (1851–1914) vertreten und dies auch noch, nachdem Husserl seinen vermeintlichen „Todesstoß“ geführt hatte.[19] In einer Diskussion der Wundtschen Logik kritisiert Lipps schon *1880* die normative Funktion der Logik, wie sie z. B. von Benno Erdmann hervorgehoben wird. Die Logik gebe zwar die Gesetze „richtigen Denkens“ an, dieses Denken sei aber zugleich das Denken, das wir der Natur gemäß denken müssen. Die Regeln des Denkens seien demnach „identisch mit den Naturgesetzen des Denkens selbst. Die Logik ist dann [...] nach dieser Auffassung ihrer Aufgabe Physik des Denkens oder sie ist überhaupt nichts“ (*1880*, 531). Psychologie als die Lehre von den Naturgesetzen des Denkens wird mit der Logik als Lehre von den Regeln des Denkens identifiziert, und Lipps geht noch weiter: „man kann fragen, was denn überhaupt Philosophie anders sein könne, als Psychologie in des Wortes weitestem Sinne“ (*1880*, 538). *1912* behandelt Lipps die Logik als Urteilslehre. Ein Urteil sei, so Lipps, nur im *Akt* des Urteilens zu erfassen, Logik könne damit nur psychologisch verfahren, wenn sie nicht blind darauf losreden wolle (11). Die gesamte Urteilslehre werde an die Erfahrung gebunden, eine reine Denknotwendigkeit gebe es nicht: „Mit anderen Worten: Logik ist nichts oder sie ist Psychologie“ (11).

Als dritte Art des Psychologismus erwähnt Rath den eher reflexiven *konstruktiven* Psychologismus, der sich durch den Versuch auszeichnet, die

[19]Zum Verhältnis von Philosophie und Psychologie bei Theodor Lipps vgl. Rath *1993*; *1994a*, 155–179; *1994b*, 314–316. Die Darstellung folgt weitgehend Rath *1994b*.

Psychologie als eigenständige Wissenschaft in einem reformierten Wissenschaftssystem zu verorten.[20]

4.1.2.4 Antipsychologismus

Bedeutungsvoller als der oben zitierte „normative Antipsychologismus“ Windelbands (Kusch *1994*, 53) waren die Kritiken Gottlob Freges und Edmund Husserls. Im Vorwort zum ersten Band seiner *Grundgesetze der Arithmetik* (*1893*) sprach Frege vom „verderbliche[n] Einbruch der Psychologie in die Logik“, die „durch und durch psychologisch verseucht zu sein“ scheine.[21] Das Gegenbild des „psychologischen Logikers“ wurde für ihn durch Benno Erdmann personifiziert, dessen *Logische Elementarlehre 1892* erschienen war. Auch Frege reflektierte die Sein-Sollen-Unterscheidung und dies in Hinblick auf den Begriff des „Denkgesetzes“, dessen Doppelsinn er für verhängnisvoll hielt. Während die normative Lesart als Festsetzung, „wie gedacht werden soll“, für ihn unproblematisch war, kritisierte er die Vorstellung, daß die Denkgesetze in derselben Weise das Denken regierten wie die Naturgesetze die Vorgänge der Außenwelt (Frege *1893*, XV):

> Dann können sie nichts anderes als psychologische Gesetze sein; denn das Denken ist ein seelischer Vorgang. Und wenn die Logik mit diesen psychologischen Gesetzen zu thun hätte, so wäre sie ein Theil der Psychologie.

Edmund Husserl, von dem behauptet wird, er habe an der Schwelle zum 20. Jahrhundert allem Psychologismus den „Todesstoß“ versetzt,[22] war tief von Freges Psychologismuskritik beeindruckt, die sich auch gegen seine eigene, auf psychologische Grundlagen gestellte *Philosophie der Arithmetik*

[20]Rath *1994b*, 316. Vgl. Rath *1994a*, 180–247.

[21]Frege *1893*, XIV*f*. Für eine Analyse der Fregeschen Argumentation vgl. Kusch *1995*, 30–41.

[22]Pfeil *1934*, 179. Dies ist natürlich nicht unwidersprochen geblieben. Lutz Geldsetzer ist sogar so weit gegangen, zu behaupten, „daß die als philosophische Strömung von Husserl ausgehende Phänomenologie entgegen dem eigenen Selbstverständnis der meisten Phänomenologen die zweite große Gestalt des deutschen Psychologismus [nach Fries] gewesen und geblieben ist.“ Immerhin wurden ihre Ergebnisse von den Psychologen selber als wichtiger Beitrag zu ihrer Wissenschaft rezipiert, und außerdem stand die Phänomenologie in engem Kontakt zu den psychologischen Forschungen von Franz Brentano und Alexius v. Meinong (Geldsetzer *1990*, 437).

(*1891*) wendete.[23] Den gesamten ersten Band seiner *Logischen Untersuchungen* widmete er unter dem Titel *Prolegomena zur reinen Logik* (*1900*) der Kritik der seinerzeit vorherrschenden Logikbegründung. Die ersten beiden Kapitel sind dem alten Streit um die Frage, ob die Logik Wissenschaft oder Kunst, beides oder keines von beidem sei, gewidmet. Auch Husserl erkannte die normativen Elemente der Logik an, die unter Hinzunahme bestimmter Zwecksetzungen zu einer praktischen Disziplin, einer *Kunstlehre*, werde (vgl. Husserl *1900*, § 15, 47). Jede normative Disziplin setze aber eine oder mehrere theoretische Disziplinen als Fundamente in dem Sinne voraus (ebd., § 16, 47*f.*),

> daß sie einen von aller Normierung ablösbaren theoretischen Gehalt besitzen muß, der als solcher in irgendwelchen, sei es schon abgegrenzten oder noch zu konstituierenden, theoretischen Wissenschaften seinen natürlichen Standort hat.

Das theoretische Fundament der normativen Logik sah Husserl in der formalen „reinen Logik", die in ihrer mathematischen Form zur *Konstruktion* von Theorien und zur strengen und methodischen Lösung formaler Probleme den Mathematikern zugeschrieben wird, in ihrer eigentlich theoriebildenden Funktion aber den Philosophen obliegt.[24]

Breiteren Raum nimmt Husserls Darstellung und Kritik psychologistischer Logikbegründung ein (Kapitel 3–10). Seine Kritik setzt an der Behauptung an, das von ihm reklamierte theoretische Fundament der Logik liege in der Psychologie. Husserl gesteht zwar zu, daß die Psychologie an der Fundierung der Logik beteiligt sei, er bezweifelt aber, daß sie das *wesentliche* Fundament sei. Seine Begründung bereitet er mit dem Hinweis

[23]Vgl. Freges Rezension von Husserls *Philosophie der Arithmetik* (Frege *1894*). Frege schreibt dort, daß Husserls Versuch der Zahlbegründung zu denen gehört, „bei welchen diese Reinigung [der Gegenstände von ihren Besonderheiten] im psychologischen Waschkessel vorgenommen wird. [...] Die jetzt so beliebte Mischung aus Psychologie und Logik giebt für diesen Zweck eine gute Lauge ab" (ebd., 316). In seinem Buch *Psychologism* analysiert Martin Kusch Husserls Argumente ausführlich (*1995*, 41–62). Zum Verhältnis zwischen Husserl und Frege vgl. Dagfinn Føllesdals Klassiker von *1958* (englisch *1994*). Dem Vergleich der philosophischen Systeme von Husserl und Frege ist der von Leila Haaparanta herausgegebene Sammelband *Mind, Meaning and Mathematics* gewidmet (Haaparanta [Hg.] *1994*).

[24]Husserl, *1900*, § 71, 252–254. Diese philosophische Gestalt der reinen Logik entwickelt Husserl der Idee nach im Kapitel 11 des ersten Bandes der *Logischen Untersuchungen* (*1900*, §§ 62–72, 228–257) und arbeitet sie im zweiten Band (*1901*) aus.

auf die „reine Logik" vor, in der schon in ihren Vorformen bei Kant und Herbart die wesentlichen theoretischen Grundlagen der Logik unabhängig von der Psychologie erarbeitet worden seien (*1900*, § 20, 71).

Die Gründung der Logik auf die Tatsachenwissenschaft Psychologie habe zudem leicht zu widerlegende empiristische Konsequenzen. Erstens ermangele es der Psychologie noch an exakten Gesetzen, sie beruhe auf zwar sehr wertvollen, aber nur vagen Verallgemeinerungen der Erfahrung (§ 21, 72). Sind die psychologischen Gesetze nicht exakt, so muß dies auch von den darauf gegründeten logischen Gesetzen gelten. Die Fundierung der sogenannten logischen Gesetze, die den eigentlichen Kern der Logik ausmachten, auf solche von empirischen Unbestimmtheiten geprägten Verallgemeinerungen würde aber ihren „wahren Sinn von Grund auf ändern", denn die „Prinzipien" der Logik, die Gesetze der Syllogistik und die der anderen Schlußarten „sind offenbar echte Gesetze und nicht ‚bloß empirische', d. i. ungefähre Regeln" (§ 21, 73). Zweitens: Selbst wenn die Psychologie exakte Gesetze hätte, so wäre damit nicht viel gewonnen, denn auch vermeintlich exakte Naturgesetze seien nicht *a priori* erkennbar, sondern beruhten auf induktiver Verallgemeinerung. Die Induktion begründe aber nicht die Geltung eines Gesetzes, sondern nur die mehr oder minder hohe Wahrscheinlichkeit seiner Geltung. Würden logische Gesetze von Gesetzen solcher Art abgeleitet, würden auch sie lediglich den Rang bloßer Wahrscheinlichkeit haben (§ 21, 62). Husserl betont (ebd.):

> Demgegenüber scheint nichts offenkundiger, als daß die ‚rein logischen' Gesetze insgesamt *a priori* gültig sind. Nicht durch Induktion, sondern durch apodiktische Evidenz finden sie Begründung und Rechtfertigung.

Hätten schließlich drittens die logischen Gesetze ihre Erkenntnisquelle in psychologischen Tatsächlichkeiten, so hätten sie selbst einen psychologischen Gehalt „und zwar in doppeltem Sinne: sie müßten Gesetze für Psychisches sein und zugleich die Existenz von Psychischem voraussetzen bezw. einschließen" (§ 23, 69). Dies sei aber nachweislich falsch, denn kein logisches Gesetz impliziere eine Tatsache, „auch nicht die Existenz von Vorstellungen oder Urteilen oder sonstigen Erkenntnisphänomenen" (ebd.).

Die psychologistischen Reformversuche wirkten sich durchaus auf die nach Windelbands Einschätzung weitgehend reformresistente formale Logik aus. So ist eine für die Gestalt der formalen Logik einflußreiche Konsequenz des Rufes „alles Denken ist Urteilen"[25] die Tendenz, die Dominanz der Schlußlehre zugunsten einer Hervorhebung der Urteilslehre zu brechen, eine Tendenz, die sich durch die verschiedenen Richtungen der Logik des 19. Jahrhunderts zieht und von Hermann Ulrici, Friedrich Ueberweg, Benno Erdmann u. a. verfolgt wurde. Psychologische Theorien wurden direkt zum Anlaß für Reformulierungen der formalen Logik genommen, wie die einflußreiche Konzeption Franz Brentanos zeigt. Im ersten Band seiner *Psychologie* (*1874*) ordnete er das Urteilen unter seine psychischen Hauptklassen ein, zusammen mit dem Vorstellen und Leidenschaften wie Liebe und Haß.[26] Für die Logik ergibt sich eine Dominanz der Interpretation der Urteilsformen hinsichtlich ihrer Qualität, mit der, zumindest dem Anspruch nach, die aristotelische Logik überwunden wird.[27]

4.1.2.5 Von der angewandten Logik zur Wissenschaftstheorie

Die dem Psychologismusstreit zugrundeliegenden Reformbemühungen galten dem Grundlegungsproblem in der Logik. Eng damit waren Anstrengungen verbunden, das Anwendungsproblem in den Vordergrund des Interesses zu schieben. „Logik als Wissenschaft" war das Stichwort, wobei allerdings nicht leicht feststellbar ist, in welchem Sinne hier die Wissenschaftlichkeit der Logik gefordert wurde. „Logik als Wissenschaft" kann mindestens dreierlei bedeuten.

1. Es kann damit eine Logik gemeint sein, die sich nicht als *Kunstlehre* versteht. Es würde dann der alte Antagonismus zwischen Wissenschaft und Kunst (Technik) angesprochen, der aber in Hinblick auf die Logik in der Mitte des 19. Jahrhunderts nicht mehr allgemein als Gegensatz verstanden wurde,[28] denn die Befürworter einer normativen Konzeption der Logik waren zugleich diejenigen, die die Wissenschaftlichkeit der Logik forderten.

2. Es kann die Anwendung „wissenschaftlicher" Methoden in der Logik gemeint sein, was die Parole zeitlich relativieren würde, denn die dann zugelassenen Methoden hängen vom jeweils akzeptierten Wissenschaftsbegriff ab. Für Kant noch lag das Maß der Wissenschaftlichkeit eines Wissensbereiches im Grad seiner Zurückführbarkeit auf synthetische Urteile a priori. Im ausgehenden 19. Jahrhundert waren dagegen Mathematik und Physik die großen methodischen Leitwissenschaften. Während eine Mathematisierung der Logik von deren philosophischen Vertretern meist abgelehnt wurde, brachten die psychologischen Begründungsversuche eine Bindung der Logik an die (innere) Erfahrung mit sich und damit eine Annäherung an das empiristische Methodenparadigma der Physik. Eine solche Beschränkung des Programms einer „Logik als Wissenschaft" auf die Adaption von Methoden würde den Begründungszirkel einer normativen Logik, die die Regeln auch für diejenigen Denkprozesse angeben muß, durch deren Ausführung diese Regeln selbst erst erzeugt werden, auch auf die Methodenebene übertragen. Denn in ihren angewandten Teilen soll die Logik diejenigen Methoden begründen, durch deren Anwendung sie selbst erst zur Wissenschaft wird.

3. Es kann die Dienstbarmachung der Logik für die Wissenschaften gemeint sein, ein Programm, das zwar ebenfalls in der traditionellen Gestalt der Logik angelegt war, durch die Hegelsche Trennung philosophischer von positiven Wissenschaften aus dem Blick geriet, im Zuge der stürmischen Entwicklung der Wissenschaften aber von virulenter Bedeutung wurde.

Es war wohl vor allem der dritte Aspekt, der bei dem Umorientierungsprozeß vorherrschte. Dies wird auch von Wilhelm Windelband bestätigt (*1904*, 175):

> Die Betonung der methodologischen Seite der Logik entsprach den allgemeinen wissenschaftlichen Zuständen der letzten Jahrzehnte des neunzehnten Jahrhunderts, in denen die Philosophie sich allmählich durch möglichst nahen Anschluß an die Erfahrungswissenschaften zu neuer Selbstgestaltung herausarbeitete.

[25] Es seien nur zwei Beispiele genannt: Eduard Beneke: „Alles *Denken* wird in *Urteilen* ausgesprochen" (*1832*, § 19); Benno Erdmann: „In der nachfolgenden Untersuchung soll unter Denken in weiterer Bedeutung nichts anderes als Urteilen verstanden werden" (*1892*, § 1.1).

[26] Franz Brentano wurde vor allem in Österreich einflußreich, wirkte aber auch auf Edmund Husserl. Zu seinen Anhängern gehören Anton Marty und Franz Hillebrand. Eine Revision der überkommenen Syllogistik im Lichte der Brentanoschen Psychologie gibt Hillebrand *1891*. Für eine Kritik vgl. schon Enoch *1893*. Zu Brentano und seinem Erbe in der "Austrian Philosophy" vgl. Smith *1994*.

[27] Vgl. Brentanos *Die Lehre vom richtigen Schluß* (*1956*, §§ 29–30).

[28] Es sei denn, man verknüpft wie Wilhelm Wundt mit dem „Kunstlehre"-Terminus eine vor allem technisch angelegte formale Logik (*1880*, 3). Wundt setzt in der Tat seine eigene Logikkonzeption einer solcherart verstandenen Kunstlehre-Konzeption entgegen.

Obwohl sich die Konzentration auf die Methodenlehre in der Tat erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts durchsetzte, wurde die Forderung einer Orientierung an empirisch verfahrenden Naturwissenschaften schon früh der Hegelschen Metaphysik, aber auch der traditionellen Logik entgegengesetzt. 1834 z. B. hatte der Hegelgegner Otto Friedrich Gruppe (1804–1876) die Falschheit oder zumindest Nutzlosigkeit der aristotelischen Logik behauptet (*1834*, 140), stattdessen eine sprachkritische Analyse des Denkens gefordert, die sich wie die gesamte anti-metaphysische Philosophie an der Baconschen empirischen Methode der Naturwissenschaften orientieren sollte. Doch statt (154)

> die so bewährte Methode zu benutzen, um alte philosophische Irrthümer in ihrer Wurzel aufzusuchen, will man von dem Standpunkt jener falschen und verkehrten Metaphysik aus vielmehr großväterlich und schulmeisterlich über die Leistungen der neuern Wissenschaft absprechen.

Ähnlich äußert sich Friedrich Adolf Trendelenburg in der ersten Auflage seiner *Logischen Untersuchungen*. Dort bezeichnet er es im Anschluß an eine Polemik gegen formale Logik und dialektische Methode als „die nächste Aufgabe",[29] daß sich die Logik der „Thatsache der Wissenschaften" als der „Basis des logischen Problems" zu stellen, und die Frage nach der Möglichkeit der Erkenntnis in Hinsicht auf deren objektive Ansprüche zu beantworten habe (*1840*, 100*f.*). In dem in der zweiten Auflage (*1862*) neu eingefügten ersten Kapitel „Logik und Metaphysik als grundlegende Wissenschaft" wird Trendelenburg allerdings deutlicher:[30]

> Wenn alle Wissenschaften insgesammt hier auf die Logik, dort auf die Metaphysik hinweisen, als auf die Erkenntniss eines Allgemeinen, das sie voraussetzen: so wird diejenige Erkenntniss, welche die Wissenschaft in ihrem Wesen begreifen und *Theorie der Wissenschaft* sein will, die Metaphysik und die Logik gemeinsam umfassen müssen. Erst aus beiden Beziehungen lässt sich die innere Möglichkeit des Wissens verstehen und das Denken in seinem Streben zum Wissen begreifen.

Der geforderte Verbund von Logik und Metaphysik als *Theorie der Wissenschaft* würde die Autonomie dieser Disziplinen gegenüber den Wissenschaften beenden, denn (*1862* II, 419):

[29] So die Überschrift des dritten Abschnittes Trendelenburg *1840* I, 100–109.

[30] *1862*, 11. Zu Trendelenburgs wissenschaftstheoretischer Konzeption vgl. Köhnke *1986*, 35–48.

> die Logik und Metaphysik haben in ihnen [den Wissenschaften] ihren Stoff der Betrachtung; sie finden in ihnen Methoden und vorausgesetzte Principien vor und haben die Aufgabe, ihren Ursprung und ihre Einheit aufzusuchen.

Der zunehmende Begründungsbedarf der Wissenschaften, den deren Vertreter selbst an die Philosophie herantrugen, wurde im Laufe des 19. Jahrhunderts zum treibenden Faktor für die Interessenverschiebung in Richtung auf die Methodologie hin. Windelband spricht vom „wachsenden Bedürfnis nach philosophischer Vereinheitlichung" (*1904*, 175). Zumindest für die Anforderungen der Naturwissenschaften „konnte man dabei in den gewohnten Geleisen bleiben", denn die „angewandte Logik" der überlieferten Logikkonzepte „war durchgängig und prinzipiell eine Lehre vom Wesen der Naturforschung" (ebd., 177).

Logikreform durch Gestaltung der Logik als Wissenschaft war damit zunächst lediglich eine Frage des Focus, auf den die logische Forschung ausgerichtet war, eine Verschiebung der Schwerpunkte, die sich z. B. bei Christoph Sigwart in dem „Versuch" äußerte, „die Logik unter dem Gesichtspunkt der Methodenlehre zu gestalten" (Sigwart *1873*, V). Die Methodologie wurde somit auch für Sigwart zum Fluchtpunkt logischer Bemühungen. In seiner Konzeption ergab sich eine Dreiteilung der Logik. Er unterschied (Sigwart *1873*, 16–20):

- einen *analytischen Teil*, „in welchem *das Wesen der Function*" (*1873*, 16) zu betrachten ist, für welche die Kriterien und Regeln des Denkens formuliert werden;

- einen gesetzgebenden, *normativen Teil*, in dem die Gesetze und Bedingungen des Denkens angegeben werden (bei Sigwart wird in diesem Teil die traditionelle formale Logik abgehandelt), und schließlich

- einen *technischen Teil*, die Methodenlehre, in dem die Regeln für die wissenschaftlichen Verfahren angegeben werden, die bei Sigwart im Induktionsverfahren gipfeln.

In ähnlicher Weise bestimmt Wilhelm Wundt Stellung und Aufbau der „wissenschaftlichen Logik". Deren Aufgabe liegt für ihn darin, „Rechenschaft zu geben von denjenigen Gesetzen des Denkens, welche bei der Erforschung der Wahrheit wirksam sind" (Wundt *1880*, 1). Durch diese

Aufgabenbestimmung erhalte die Logik ihre Stellung zwischen der Psychologie als der allgemeinen Wissenschaft des Geistes und allen anderen theoretischen Wissenschaften (ebd.). Die wissenschaftliche Logik sei normativ, ihre Darstellung müsse aber weitere Gegenstände berücksichtigen: „eine psychologische Entwicklungsgeschichte des Denkens, eine Untersuchung der Grundlagen und Bedingungen der Erkenntniss, und eine Berücksichtigung der logischen Methoden der wissenschaftlichen Forschung“ (ebd., 2), kurz: „*die Logik bedarf der Erkenntnisstheorie zu ihrer Begründung und der Methodenlehre zu ihrer Vollendung*“ (ebd.). Auch in Wundts Auffassung ist die Wissenschaftlichkeit der Logik durch ihre methodologische Zwecksetzung bestimmt.

Wundt setzt seine Logikkonzeption wie schon Trendelenburg der dialektischen Logik und der formalen Logik entgegen. Letztere sei an der Darstellung der Formen des Denkens interessiert. Vertreter der formalen Logik faßten dies als die einzige Aufgabe der logischen Wissenschaften auf. Wundt kritisiert die Beschränkung der formalen Logik auf die „bloss formale Wahrheit“ und ihre Konzeption als „Wissenschaft des Schliessens“.[31] Die Kritik Wundts an der formalen Logik kann nur als eine Kritik an einer beschränkten Zwecksetzung durch die Vertreter der formalen Logik gemeint gewesen sein, denn wie auch Sigwart führt Wundt die gesamte Lehre der formalen Logik in seinem Werk mit, behandelt sogar ausführlich Ansätze der zeitgenössischen mathematischen Logik, denen er einen eigenen Kalkül zur Seite stellt,[32] sowohl in der Urteilslehre („Der Algorithmus der Urtheilsfunctionen“, 222–269) als auch in der Schlußlehre („Der Algorithmus des Schliessens“, 339–357).[33] Es bleibt fraglich, welche Autoren

[31]Wundt *1880*, 2; interessanterweise mit Hinweis auf Richard Whatelys *Elements of Logic* (*1826*), ein Werk, mit dem das neue Interesse an der formalen Logik in Großbritannien allererst eröffnet wurde. Whately definiert: "Logic, in the most extensive sense which the name can with propriety be made to bear, may be considered as the Science, and also as the Art, of Reasoning" (*1826*, 1).

[32]Der Wundtsche Kalkül konnte allerdings vor dem gestrengen Urteil von Christine Ladd-Franklin, Mitglied des Logiker-Kreises um Charles S. Peirce an der Johns Hopkins University, nicht bestehen. Sie schrieb unter Bezugnahme auf Ernst Schröders *Operationskreis des Logikkalkuls* (*1877*): "It was shown that the essential features of Wundt's Algebra of Logic are those which it has in common with that of Schroeder, and that in those respects in which it differs, it differs for the worse" (Ladd *1881*, 130*f.*). Zur differenzierteren Beurteilung des Wundtschen Kalküls vgl. Kreiser *1975*, *1977*.

[33]Den Terminus des „Algorithmus“ übernimmt Wundt von Joseph-Remi-Léopold Delbœuf (1831–1896), der *1876* eine ≺Logique algorithmique≻ veröffentlicht hatte.

Wundt bei seiner Kritik vor Augen hatte, denn selbst der Hauptvertreter der formalen Logik im 19. Jahrhundert und vehemente Streiter für die formale Wahrheit, Moritz Wilhelm Drobisch, betonte zwar, daß die Beurteilung der *materiellen* Wahrheit des dem Denken Gegebenen und des daraus durch Denken Abgeleiteten außerhalb des Bereichs der Logik liege (*1851*, § 7, bes. 7), er stellte aber die Brücke zu den für die Beurteilung zuständigen Wissenschaften durch eine ausführliche Methodenlehre („Von den methodischen Formen des Denkens“) her.

Die Verlagerung des Interesses auf die Methodenlehre ließ den Umfang des methodologischen Teils der Logik anschwellen. In den zweibändigen Logiken von Sigwart (*1878*) und Wundt (*1883*) ist jeweils der gesamte zweite Band der Methodenlehre gewidmet. Bernard Bolzano stellte sogar seine gesamte Logik unter den Titel einer *Wissenschaftslehre*.[34] Die Wissenschaftslehren von Wundt und Bolzano, die beide selbst ausgezeichnete Wissenschaftler waren, sind wichtige Schritte hin zur Entwicklung der modernen Wissenschaftstheorie, wobei sich Wundt nicht auf Mathematik und Physik als Paradigmawissenschaften beschränkt, sondern in seiner Methodenlehre u. a. auch die „Logiken“ der Chemie, Biologie, Geschichtswissenschaften und Gesellschaftswissenschaften behandelt.

Ein Symptom für die in Deutschland in dieser Intensität neue Bindung von Philosophie und Logik an die Wissenschaften war das Interesse, das man den britischen Empiristen und Wissenschaftstheoretikern, insbesondere John Stuart Mills in England so einflußreichem *A System of Logic* (*1843*) entgegenbrachte. 1849 kam eine erste Übersetzung dieses Werkes (Mill *1849a*) zusammen mit einem die induktive Logik betreffenden Auszug (Mill *1849b*) auf den deutschen Markt, die nicht etwa von einem Philosophen gefertigt worden war, sondern von dem Chemiker Jacob Heinrich Wilhelm Schiel.[35] Die zunächst harschen Reaktionen in der

Diese Logik erschien *1877* separat. Der belgische Philosoph und Mathematiker hatte im Wintersemester 1858/59 u. a. bei Friedrich Ueberweg in Bonn studiert (vgl. Lange *1871*, 492). Delbœuf nahm in seine *Prolégomènes philosophiques de la géométrie* (*1860*) eine Übersetzung von Ueberwegs „Principien der Geometrie“ (*1851*) auf.

[34]Bolzano *1837*. Die Logik Bolzanos konnte in seiner Zeit keine Wirksamkeit entfalten. Sie wurde erst durch Husserl einem breiteren Publikum bekannt gemacht (vgl. Winter *1969*, 165). Zur Biographie und den Problemen von Bolzanos Wirksamkeit vgl. Winter *1969*.

[35]Schiel bezieht sich in seinem Vorwort (Schiel *1849*) auf ein begeistertes Urteil von Justus Liebig, dem Begründer der Agrikulturchemie, der in der unter dem Titel *Thier-Chemie* veröffentlichten 3. Auflage seiner *Organischen Chemie* (*1846*) den Nutzen

deutschen rationalistisch und kritisch geprägten Philosophie[36] wichen eher wohlwollenden Bezugnahmen auf Mill, obwohl das Millsche Werk als „wenig originell" eingeschätzt wurde,[37] gehörte doch die Theorie der Induktion schon zum traditionellen Bestand der deutschen Methodenlehren.

Es ist ein ebensolches Symptom, daß die Algebra der Logik George Booles den Sprung über den Kanal erst schaffte,[38] nachdem sie von William Stanley Jevons zum Ausgangspunkt seiner einflußreichen *Principles of Science* (*1874*) gemacht worden war. Jevons baute diese Wissenschaftslehre auf seine Version des Booleschen Kalküls auf, die er schon *1864* in seiner *Pure Logic* vorgestellt hatte. Eine systematisch eher oberflächliche von Jevons vorgenommene Änderung war die Lösung der engen Analogie zwischen logischem Symbolismus und mathematischer Symbolik. Jevons befreite damit die Logik vom Odium einer mathematischen Spezialdisziplin. Die symbolische Notation diente ihm nur noch als *Mittel* zum Ausdruck allgemeiner Wahrheiten (Jevons *1877*, 13); die Logik erhielt den Charakter eines Werkzeugs für die Wissenschaften.

Schon 1877 veröffentlichte Louis Liard (1846–1917), damals Professor an der Faculté de Lettres in Bordeaux und mit Jevons befreundet,[39] zwei Aufsätze über die logischen Systeme von Jevons und Boole (*1877a,b*), die er für ein *1878* veröffentlichtes Bändchen *Les logiciens anglais contemporains* verwendete, das bis 1907 fünf Auflagen erlebte und bereits *1880* von dem Berliner Gymnasiallehrer Johannes Imelmann ins Deutsche übersetzt wurde. Der damals noch in Graz lehrende Alois Riehl veröffentlichte *1877* einen vielgelesenen Aufsatz über „Die englische Logik der Gegenwart", in dem vor allem das Jevonssche Logiksystem vorgestellt wurde. Der Aufsatz erschien im ersten Band der von Richard Avenarius gegründeten Zeitschrift *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie*, er mußte also angesichts des programmatischen Titels des Journals den Anschein erwecken, als hielten Herausgeber und Autor die Jevonssche Logik für die wirklich wissenschaftliche Logik.[40] Für die wohlwollende Rezeption dieser Wissenschaftslehre spielte es offenbar keine Rolle, daß Jevons seine *Principles of Science* als Gegenschrift zur Millschen Logik konzipiert hatte.[41] Dieses Nebeneinander von induktiven und deduktiven Methoden zeichnete schon den Weg zum späteren logischen Empirismus vor. Dessen Programmatik nimmt Jevons selbst vorweg, wenn er im Vorwort zur ersten Auflage seiner *Principles of Science* in einer Kritik an der empiristischen Methode Francis Bacons über die Ziele seiner Wissenschaftstheorie schreibt (*1877*, ix):

> I endeavour to show that hypothetical anticipation of nature is an essential part of inductive inquiry, and that it is the Newtonian method of deductive reasoning combined with elaborate experimental verification, which has led to all the great triumphs of scientific research.

hervorhebt, den er aus Mills Buch gezogen habe. Er glaube, so schreibt Liebig, daß ihm in den Teilen, wo er den Versuch mache, das Verhältnis von Chemie und Physik zu Physiologie und Pathologie zu erörtern, „kein anderes Verdienst [...] zukommt, als daß er einzelne von diesem eminenten Philosophen aufgestellte Grundsätze der Naturforschung weiter ausgeführt und auf einige specielle Vorgänge angewendet hat" (Liebig *1846*, XVI; zitiert bei Schiel *1849*, V; vgl. Hennemann *1959*, 45, *1975*, 71). Liebig veröffentlichte später eine eigene Schrift zu den Problemen der Induktion und Deduktion (*1865*).

[36]Man vergleiche die polemische Sammelrezension „Die sogenannte inductive Logik" des Anti-Empiristen Hermann Ulrici (*1852*).

[37]Wundt *1904*, 28*f*. Folgt man Wundt, so wurde den deutschen Philosophen die Beschäftigung mit Mills *System of Logic* von den Wissenschaftlern praktisch aufgenötigt: „von Justus Liebig zuerst der deutschen Gelehrtenwelt empfohlen, ist es [Mills Buch] von dieser, der damals philosophische Interessen im allgemeinen ferne lagen, vielfach als ein Ratgeber in allen den Fällen angesehen worden, wo man sich notgedrungen mit philosophischen Fragen beschäftigen mußte" (29).

[38]Die Boolesche Logik wurde in Deutschland weitgehend ignoriert, sieht man einmal von Hermann Ulricis früher (und wohlwollender) Rezension der Booleschen *Laws of Thought* ab (Ulrici *1855*); zum Kontext vgl. Peckhaus *1995*.

[39]Für biographische Hinweise vgl. Tannery *1939*, 437–438.

[40]Avenarius befand sich dann auch in heftiger Fehde mit Hermann Ulrici, dem Herausgeber der bis dahin einflußreichsten philosophischen Zeitschrift in Deutschland, der *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*. Der Streit war von Ulrici mit dem Argument ausgelöst worden, mit dem anmaßenden Titel der Zeitschrift würde sich die Redaktion zum Richter über Wissenschaftlichkeit oder Unwissenschaftlichkeit philosophischer Abhandlungen aufspielen. Vgl. Ulrici *1877*, 224*f*. Zum Programm der *Vierteljahrsschrift* vgl. Köhnke *1986*, 391–402; zum Streit zwischen Avenarius und Ulrici vgl. Peckhaus *1988*, 192*f*.; *1995*.

[41]Jevons faßte die Induktion als schlichte inverse Anwendung der Deduktion auf (*1877*, xxviii, 11–12). Die eigentliche Auseinandersetzung mit Mill eröffnete Jevons in seiner Artikelserie "Mill's Philosophy Tested" (*1877/78*). Diese Auseinandersetzung blieb auch den deutschen Philosophen nicht verborgen, denn schon *1879* veröffentlichte der Liard-Übersetzer Johannes Imelmann einen Bericht darüber in den *Philosophischen Monatsheften*.

4.1.3 Logik und Mathematik

Im Rahmen der Logikreformdiskussion spielte die Bestimmung des Verhältnisses zwischen Logik und Mathematik durch eine Bestimmung der Beziehungen zwischen logischer und mathematischer Methode eine wichtige Rolle. Die in der Diskussion vertretenen Auffassungen können unter die folgenden Titel gesetzt werden:

(1) logischer Charakter mathematischer Methoden;

(2) mathematischer Charakter logischer Methoden;

(3) Mischformen: Nebeneinander logischer und mathematischer Methoden.

„Mathematische Methode“ ist hier vor-terminologisch zu verstehen. Die noch im 18. Jahrhundert so einheitliche Verwendung als Terminus für das axiomatisch-deduktive Verfahren nach Euklidischem Vorbild wurde im Laufe des 19. Jahrhunderts durchbrochen. Die Methodendiskussion wurde nun von dem Faktum der jeweiligen disziplinären Eigenständigkeit von Philosophie und Mathematik geprägt, durch das sich die akademische Praxis des 19. von der des 18. Jahrhunderts unterschied. So konnte denn auch den wohl breitesten Konsens die Bestimmung finden, daß eine nach mathematischer Methode verfahrende Wissenschaft Darstellungsformen der Mathematik aufnimmt, um einen ähnlichen Grad der Gewißheit ihrer Aussagen zu erreichen.

4.1.3.1 Logischer Charakter mathematischer Methoden: Friedrich Ueberweg

Als Vertreter der Auffassung, daß mathematische Methoden logisch rekonstruiert werden können, kann Friedrich Ueberweg genannt werden.[42]

[42]Friedrich Ueberweg (* 22. Januar 1826 in Leichlingen; † 9. Juni 1871 in Königsberg i. Pr.) studierte in Göttingen und Berlin Philologie, Philosophie, Mathematik und Naturwissenschaften. Er hörte u. a. in Göttingen Philosophie bei Rudolf Hermann Lotze, in Berlin Philosophie bei Eduard Beneke, Karl Ludwig Michelet und Friedrich Adolf Trendelenburg, Mathematik bei Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet und Carl Gustav Jacob Jacobi. Er machte 1850 in Berlin sein Staatsexamen und promovierte im gleichen Jahr in Halle mit einer Arbeit über Platon. Ueberweg ging in den Schuldienst, lehrte in Dresden, Duisburg und Elberfeld, wo „die Mängel seiner pädagogischen Befähigung“ hervortraten (Lange *1871*, 490). Er gab daraufhin den Lehrerberuf auf und habilitierte sich im November 1852 als Privatdozent für Philosophie in Bonn. Erst nach 10jähriger Privatdozententätigkeit wurde er 1862 als außerordentlicher Professor an die Universität Königsberg berufen und dort 1867 zum ordentlichen Professor ernannt, nachdem er einen Ruf an die Universität Basel abgelehnt hatte. Zur Biographie vgl. Lange *1871*; Wittmütz *1990*. L. H. P. S. Schlegels Dissertation über Ueberwegs Urteilstheorie (*1992*) bringt für den hier behandelten Gegenstand wenig Relevantes.

Ueberweg hatte *1857* noch als Bonner Privatdozent für Philosophie sein einflußreiches Werk *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren* vorgelegt. Dort definiert er Logik als „die Wissenschaft von den normativen Gesetzen oder den Idealgesetzen der menschlichen Erkenntniß“. Er begreift sie als Erkenntnislehre und glaubt damit den Mittelweg gefunden zu haben (*1857*, 1) zwischen der formalen

> oder bestimmter: *subjectivistisch-formalen Logik*, welche das Denken mit Abstraction von seiner Bedeutung für das Erkennen betrachtet, und der *mit der Metaphysik identificirten Logik*, welche mit den Gesetzen des Erkennens zugleich den allgemeinsten Inhalt aller Erkenntniß darstellen will.

Ueberweg unterscheidet zwischen der „reinen oder allgemeinen“ und der „angewandten oder besonderen“ Logik. Die Methoden der Mathematik, die als die „Wissenschaft von den Verhältnissen der Größe und der Lage“ definiert ist (*1857*, 13), behandelt er in der angewandten Logik. Ueberweg betont, daß gesetzmäßige Zusammenhänge in der Mathematik wie in anderen Wissenschaften „immer nur entweder deductiv, d. h. syllogistisch, oder inductiv“ gefunden werden. Mathematische Urteile sind aber nie im Kantschen Sinne *a priori* gewiß. Dort, wo die mathematischen Grundsätze synthetische Urteile sind wie im Falle der geometrischen Axiome – die Arithmetik bedarf seiner Ansicht nach keiner Axiome[43] –, beruht

[43]Ueberweg *1851*, 20. Ueberweg bezieht sich hier auf Kant, der in seiner *Kritik der reinen Vernunft* schrieb (B 204*f.*): „Denn daß Gleiches, zu Gleichem hinzugethan oder von diesem abgezogen, ein Gleiches gebe, sind analytische Sätze, indem ich mir der Identität der einen Größenerzeugung mit der andern unmittelbar bewußt bin; Axiome aber sollen synthetische Sätze *a priori* sein.“ Das Zitat ist irreführend, denn Kant sah auch die Arithmetik auf synthetische Urteile a priori gegründet, denen er allerdings nicht den Status von Axiomen zuerkennen wollte, weil sie nicht allgemein seien und eine unendliche Anzahl hätten. Kant nennt sie stattdessen „Zahlformeln“ (*KrV* B 205*f.*). Ueberweg schloß sich der Kantschen Auffassung an, daß geometrische Axiome synthetische Urteile seien, kritisierte aber wieder ihren apriorischen Status.

ihre Gewißheit auf empirischer Beobachtung und Induktion, wobei Fehlendes hypothetisch ergänzt wird. Die Hypothesen erlangen Gewißheit durch die Übereinstimmung des syllogistisch aus ihnen Geschlossenen mit dem empirisch Gegebenen. Ueberweg zeigt sich hier ganz auf dem Boden der britischen induktiven Logik stehend. Ueberwegs Affinität zur induktiven Logik mag auch der Grund dafür sein, daß er zu einem der bekanntesten deutschen Logiker in Großbritannien wurde. Sein *System der Logik* wurde schon *1871* ins Englische übersetzt.

Die Deduktion mathematischer Sätze aus Definitionen und Prinzipien und damit auch der in umgekehrter Richtung verlaufende mathematische Beweis beruht nach Ueberwegs Ansicht fast ausschließlich auf der syllogistischen Methode. „Die syllogistische Methode“, so schreibt er (*1857*, 308), „ist der Lebensnerv der mathematischen Beweisführung“. Mathematische Beweise seien zwar enthymemisch, also verkürzt in der Form des Ausdrucks, nicht aber in der syllogistischen Gedankenform. Ueberweg zeigt dies bemerkenswerterweise an einem syllogistischen „Beweis“ des Euklidschen Parallelenpostulats (304–308). Dieses 11. Axiom der Geometrie Euklids besagt, daß zwei Geraden derselben Ebene, die von einer dritten so geschnitten werden, daß die beiden inneren Winkel auf der einen Seite der schneidenden Geraden kleiner als zwei rechte sind, einander schneiden müssen. Ueberweg konstruiert den Beweis „auf Grund der von demselben unabhängigen Axiome und Lehrsätze der Arithmetik und Geometrie“ (305) und der Definitionen von gerader Linie, Parallellinie, Winkel und Richtung als Abfolge von 15 Syllogismen, davon 13 des Modus BARBARA. Diesen Befund verallgemeinert Ueberweg dahingehend, daß die direkten mathematischen Beweise für affirmative Lehrsätze fast ausschließlich durch Syllogismen dieses ersten Modus der ersten Figur geführt werden (*1857*, 304). Bei der erwiesenen Unabhängigkeit des Parallelenpostulats ist es nicht verwunderlich, daß der „Beweis“ in die letzten Auflagen des *Systems der Logik* nicht mehr übernommen wurde.[44]

[44]Der Beweis ist in der 2. Aufl. von 1865 unverändert übernommen, in der 5. Auflage von 1882 aber nicht mehr enthalten. In der 3. Auflage von 1868 ist er zwar gedruckt (305–310), durch Erläuterungen Ueberwegs aber wesentlich relativiert. Ueberweg ergänzte den Hinweis, daß das Euklidische Axiom in einen axiomatischen Teil und einen damit verbundenen Lehrsatz gegliedert werden könne. Als Axiom könne man annehmen, daß wenn zwei gerade Linien durch eine beliebige Gerade so geschnitten werden, daß gleiche korrespondierende Winkel entstehen, dann durch jede andere schneidende Linie ebenfalls korrespondierende Winkel entstehen. Dieses Axiom sei aber auch noch zu kompliziert, als daß es dem Charakter eines Axioms entsprechend unmittelbar einleuchtend wäre (*1857*, ^{3}1868, 306). Der für die Euklidische Geometrie neue, nicht direkt definierbare Begriff der Richtung würde aber einen ähnlichen Gedanken ausdrücken. Bei der Verwendung des Richtungsbegriffes sei ein Element philosophischer Begriffserörterung enthalten „und im mathematischen Betracht bleibt ein axiomatisches Element zurück“ (*1857*, ^{3}1868, 305*f.*, Fußnote.). Damit besteht Ueberwegs „Beweis“ nicht in einer Zurückführung auf die übrigen Euklidischen Axiome, sondern auf andere, nicht einmal explizit genannte, sondern im Richtungsbegriff implizit enthaltene Axiome.

Kann durch dieses syllogistische Beweisverfahren neue Erkenntnis entstehen? Ueberweg ist dieser Auffassung und dies gegen Friedrich Schleiermacher, der in seiner *Dialektik* (*1839*, 287) erklärt hatte:

> Ein Fortschritt im Denken, eine neue Erkenntniß[,] kann also durch den [syllogistischen] Schluß nicht entstehen, sondern er ist bloß Besinnung darüber[,] wie man zu einem Urtheil, das Schlußsaz ist, gekommen ist oder gekommen sein könnte; [...] eine neue Einsicht ist damit niemals gewonnen.

Gegen die Behauptung, durch das mathematische Verfahren könne Erkenntnis entstehen, wendet Schleiermacher ein, daß dieses Verfahren nur zum Schein syllogistisch sei, es komme in der Mathematik vielmehr auf die Erfindung von Hilfslinien an. Wer diese habe, habe auch den Beweis, dessen Konstruktion er schließlich syllogistisch analysiere (287). „Die rechten Mathematiker“, fährt Schleiermacher fort, „geben auch nichts auf den Syllogismus, sondern sie führen alles auf die Anschauung zurükk“ (288).

Dem hält Ueberweg entgegen, daß die Beweiskraft nicht in den Hilfslinien liege, sondern in den durch sie ermöglichten Anwendungen schon früher bewiesener Sätze und schließlich der Axiome und Definitionen auf den zu beweisenden Satz, „*und diese Anwendung ist ihrem Wesen nach ein syllogistisches Verfahren*“ (*1857*, 261), die Hilfslinien seien die Wegweiser, nicht die Wege der Erkenntnis. Ueberweg gesteht allerdings zu (261), daß

> um die passenden Syllogismen aufzufinden, die Kenntniß der syllogistischen Regeln nicht ausreicht, sondern ein eigenthümlicher mathematischer Sinn, ein divinatorisches Talent[,] erforderlich ist, und daß dieses Talent, indem es wie mit einem Blick ganze Reihen verschlungener Beziehungen durchschaut, grade am wenigsten die breite Form vollständig entwickelter Syllogismen zu lieben pflegt.

Die Erfindungskunst des Mathematikers ist also verantwortlich für die Entstehung neuer Erkenntnis im Rahmen ansonsten analytischer Beweisverfahren.

4.1.3.2 Mathematischer Charakter logischer Methoden: Moritz Wilhelm Drobisch

Der Leipziger Mathematiker, Astronom und Philosoph Moritz Wilhelm Drobisch[45] ist ein Vertreter der Ansicht, daß logische Methoden einen mathematischen Charakter hätten. *1836* veröffentlichte er seine *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen*, die in der ersten Auflage noch den Untertitel „Nebst einem logisch-mathematischen Anhange“ trug. Die Logik erfuhr zu Lebzeiten Drobischs insgesamt fünf Auflagen (^{5}1887). Bemerkenswerterweise unterblieb von der stark überarbeiteten zweiten Auflage an (*1851*) der Titelhinweis auf den Anhang, der gleichwohl, in ebenfalls stark überarbeiteter, teilweise gekürzter Fassung, Bestandteil des Buches blieb. Die Ausrichtung dieses Werkes wird aber auch durch den neuen Untertitel treffend wiedergegeben: „Mit Rücksicht auf Mathematik und Naturwissenschaft.“

Die Vorrede zur ersten Auflage enthält eine scharfe formal-logische Positionsbestimmung, die in die späteren Auflagen nicht mehr aufgenommen wurde. Dies ist vielleicht eine Folge der Kritik Adolf Trendelenburgs,[46] auf die Drobisch in der Vorrede zur zweiten Auflage ausführlich einging (abgedruckt *1887*, III–XIV) und der wohl auch im Anhang „Manches, was mehr blosse mathematische Spekulation als logisch bedeutsam schien“ (*1887*, XIII) zum Opfer fiel. In der ersten Auflage jedenfalls behauptete Drobisch, daß es in seiner an Herbart orientierten philosophischen Denkweise nur *eine* Darstellung der Logik geben könne (*1836*, VI),

> die den Charakter dieser Wissenschaft in seiner ganzen Strenge, Nacktheit und Entschiedenheit wiederzugeben sich nicht scheut. Die Logik ist in der That nichts andres als bloßer Formalismus, sie will und soll nichts andres seyn.

Den möglichen Einwand, seine Darstellung vermeide zwar eine Vermengung der Logik mit der Metaphysik, trage aber die „Schuld einer neuen unerlaubten Amalgamation der Logik, nämlich der mit Mathematik“ (VIII), beantwortete Drobisch damit, daß es ihm nur darum gehe, „dasjenige von mathematischer Vorstellungsweise, was in den logischen Formen unabweislich liegt,“ ans Licht zu ziehen, „nirgends aber mit Willkür Mathematik in die Logik“ hineinzutragen (VIII). Drobisch wendete sich damit gegen die Logiker der Wolffschen Tradition, die im 18. Jahrhundert Logiken in mathematischem Symbolismus präsentierten, wobei er ausdrücklich auf Johann Heinrich Lambert verwies. Drobisch offenbarte allerdings sein Wohlwollen diesen Versuchen gegenüber und machte deutlich, daß seine Kritik von der Praxis diktiert sei (VIII*f.*):

> Wäre es die Absicht gewesen, die Logik als eine Art von Mathematik, gleichsam als eine qualitative Arithmetik, darzustellen, so fehlte es hierzu nicht an reichlichem, dem Verfasser leicht zugänglichem Stoffe – und vielleicht mag es der Mühe werth seyn[,] künftig noch einmal genauer zu erörtern, wie weit man darin gehen kann –; hier aber lag es, – theils um des Gebrauchs dieser Schrift für öffentliche Vorträge willen, theils um jeden Schein fern zu halten, als sey Vergleichung mit der Mathematik die leitende Idee gewesen – hier lag es nur in dem Plane, die Logik ganz aus ihrem eignen Grund und Boden hervorwachsen zu lassen.

Die Bezüge zu Mathematik und Naturwissenschaften finden sich auch bei Drobisch vor allem in Abschnitten, die heute üblicherweise in die Wissenschaftstheorie fallen würden, die damals aber in der Methodenlehre der Logik behandelt wurden. Ungewöhnlich ist, daß Drobisch seinem Werk einen mathematisch-logischen Anhang anfügt. In einem zweiten Abschnitt, der

[45] Moritz Wilhelm Drobisch (* 16. August 1802 in Leipzig; † 30. September 1896 in Leipzig) beschäftigte sich schon auf der Fürstenschule in Grimma mit Mathematik und Astronomie. 1820 nahm er das Studium der Mathematik und der Philosophie an der Universität Leipzig auf, wo er 1824 promoviert wurde, zugleich habilitierte er sich an der dortigen Philosophischen Fakultät. 1826 wurde er zum außerordentlichen Professor für Mathematik und Astronomie ernannt und schließlich zum ordentlichen Professor befördert. Nach dem Tod seines philosophischen Lehrers Wilhelm Traugott Krug (1842) wurde ihm zusätzlich eine ordentliche Professur für Philosophie übertragen, ein Fach, über das er schon zuvor sehr erfolgreich gelesen hatte. 1868 legte er die mathematische Professur nieder, setzte seine Lehre in der Philosophie aber noch bis zu seinem 84. Lebensjahr fort. Philosophisch schloß Drobisch an Herbart an. Er gilt als einer der bedeutendsten und selbständigsten Denker der Herbartschen Schule. Zur Biographie Drobischs vgl. Hermann *1897*; Neubert-Drobisch *1902*.

[46] Trendelenburg hatte sich bei seiner Kritik an der formalen Logik in den *Logischen Untersuchungen* insbesondere gegen Twestens *Die Logik, insbesondere die Analytik* (*1825*) und Drobischs *Neue Darstellung der Logik* (*1836*) gewandt (Trendelenburg *1840*, I, 4–18).

in den späteren Auflagen allerdings wegfiel, behandelt er die „Algebraische Construction der einfachsten Urtheilsformen und darauf gegründete Ableitung der Schlüsse“. Drobisch symbolisiert dort die einfachsten Urteile als Umfangsverhältnisse durch algebraische Gleichungen und Ungleichungen. Bedeuten A, B die Umfänge des Subjekts und des Prädikats, a, b Teile dieser Umfänge und X den Umfang eines unbekannten Begriffs, der größer ist als die Summe $A + B$ der Umfänge von Subjekt und Prädikat, so lassen sich unter Verwendung des „Kleiner“-Zeichens zur Darstellung der Enthaltenseins-Relation die möglichen Urteilsformen wie folgt symbolisieren (*1836*, 132):

1)	$A = b$	das allgemein bejahende Urtheil.
2)	$A = B$	dasselbe, wenn das Prädicat dem Subjecte ausschließlich zukommt (also das Urtheil reciprocabel ist).
3)	$a = b$	das besonders bejahende Urtheil.
4)	$a = B$	dasselbe, sofern es analytischen Ursprungs.
5)	$A < X - B$	das allgemein verneinende Urtheil.
6)	$A = c < C < X - B$	, wo c den Theil des Umfangs C eines dritten Begriffs bedeutet, dasselbe, sofern es synthetischen Ursprungs.
7)	$a < X - B$	das besonders verneinende Urtheil.
8)	$a < A - B$	dasselbe, sofern es analytischen Ursprungs.

Drobisch erhält hier statt der üblichen vier acht Standardformen, da er auch die Prädikate quantifiziert. Der erste Ausdruck besagt „Alle A sind B“, wobei die von Drobisch gegebene Form genauer ausdrückt, daß der Umfang von A nur mit einem Teil des Umfangs von B zusammenfällt.

Drobisch setzt nun diesen Symbolismus ein, um mit Hilfe eines „Rechnungsmechanismus“ direkt auszurechnen, welche Prämissenverbindungen zu gültigen Schlüssen führen, und um die Korrektheit der traditionellen syllogistischen Modi zu beweisen. Der Modus BARBARA erscheint in der Drobischschen Rechnung als (134):

$$\begin{array}{lll} M & = & p \\ \underline{S} & \underline{=} & \underline{m} \quad (< M, \; = p') \\ S & = & p' \quad (\text{wo } p' < p) \end{array}$$

Die beiden Prämissen besagen, daß M mit p, einem Teil des Umfangs von P, zusammenfällt und S mit einem Teil des Umfangs von M. Dieser Teil ist natürlich in M enthalten. M fiel ja mit p zusammen. Der Teil von M, mit dem m zusammenfällt, wird p' genannt. p' liegt aber in p. Durch Substitution von p' für m erhält man den Schlußsatz.

4.1.3.3 Mischformen: Rudolf Hermann Lotze

Drobisch führt hier ein Stück „rechnende Logik“ vor, in dem logische Operationen, hier der Übergang von zwei Prämissen auf eine Konklusion im vermittelten Schluß, durch Verfahren vorgenommen werden, die der arithmetischen Rechnung ähneln. Er vertritt damit den Gedanken eines Logikkalküls, wie ihn der Göttinger Philosoph und habilitierte Mediziner Rudolf Hermann Lotze[47] in der „Anmerkung über logischen Calcül“ der zweiten Auflage seiner *Logik* von *1880* (256–269) kompetent kritisierte. Unter Bezug auf die *Laws of Thought* von George Boole (*1854*) und den *Operationskreis des Logikkalkuls* von Ernst Schröder (*1877*) äußerte Lotze seinen Zweifel, „daß dieser Calcül Mittel zur Auflösung von Aufgaben darbieten werde, welche den gewöhnlichen Methoden der Logik unüberwindlich wären“ (*1880*, 256). Er schloß seine Kritik mit einer Weissagung, die sich bisher allerdings nicht erfüllt hat (269):

> Ich bin überzeugt: wenn nun wirklich einige Menschenalter hindurch die alte Logik ganz vergessen wäre, dann aber von einem Glücklichen wieder entdeckt würde, so würde man in ihr den so lange gesuchten, nun endlich gefundenen, naturgemäßen Gang des Denkens begrüßen,

[47]Rudolf Hermann Lotze (* 21. Mai 1817 in Bautzen; † 1. Juli 1881 in Berlin) begann 1834 ein Studium der Philosophie und Naturwissenschaften in Leipzig, wo er unter anderem bei Christian Hermann Weiße, dem Physiologen Ernst Heinrich Weber und dem Psychophysiker Gustav Theodor Fechner hörte. 1838 wurde er zum Dr. phil. promoviert. Nach kurzer Tätigkeit als Arzt in Zittau habilitierte sich Lotze in Leipzig für Medizin (1839) und für Philosophie (1840). Lotze lehrte beide Fächer in Leipzig, bis er 1844 als Nachfolger Johann Friedrich Herbarts nach Göttingen berufen wurde. 1880 folgte er einem Ruf nach Berlin, wo er aber schon nach kurzer Zeit starb. Zur Biographie vgl. Gabriel *1989a*, bes. XI; Baumann *1881*; Rehnisch *1884*; Falckenberg *1901*; Wentscher *1913*, *1925*. Das neue Interesse an Lotzes Logik ist vor allem der Frage nach möglichen Einflüssen Lotzes auf Gottlob Frege geschuldet. Vgl. Gabriel *1989a,b* sowie die von Gabriel zusammengestellten Literaturhinweise in Lotze *1989a*, bes. XL–XLI. Für eine Bibliographie von Primär- und Sekundärliteratur siehe Kuntz *1971*.

aus welchem die Sonderbarkeiten und zugleich die dennoch in gewissem Maße vorhandene Triftigkeit der logischen Rechnungen begreiflich würde, mit denen man sich bis dahin beholfen hätte.

Es mag bei dieser Kritik Lotzes an der „rechnenden“ Logik befremdlich erscheinen, wenn er hier als Autor präsentiert wird, der mit seiner Theorie des Zusammenwirkens logischer und mathematischer Methoden in der Logik eine Mischform vertrat. Lotze, der von Wilhelm Windelband (*1957*, 544) „die weitaus bedeutendste Erscheinung unter den Epigonen der deutschen Philosophie“ genannt wurde, hatte *1843* eine *Logik* herausgegeben, die den wesentlichen Grundstock des ersten Buches einer *1874* erstmals veröffentlichten (^{2}*1880*), in sein *System der Philosophie* eingebauten umfassenderen Logik bildete, deren erstes Buch eine „reine Logik“ („Vom Denken“), das zweite eine Wissenschaftstheorie („Vom Untersuchen“) und das dritte Buch eine Erkenntnistheorie („Vom Erkennen“) behandelte.[48] Lotze hält den formalen Teil der Logik für wenig verbesserungswürdig, denn „Erweiterungen und Verbesserungen ihres Formalismus“ zu versuchen, „jedoch innerhalb des allgemeinen Characters, den derselbe einmal hat und haben muß“, so betont er im Vorwort zur ersten Auflage (*1874*), halte er „für unfruchtbare Arbeit.“ Von Interesse ist Lotzes Logik vor allem wegen der herausgehobenen Stellung, die Lotze dem Prinzip der Identität $A = A$ mit seiner verneinenden Form, dem Prinzip des Widerspruchs, als „erstes Denkgesetz“ beimaß,[49] wegen Lotzes Auffassung des Begriffs als Funktion seiner Merkmale[50] sowie wegen seiner erkenntnistheoretischen Unterscheidung der Wirklichkeit von Ideen und Gesetzen als *Geltung* von der Wirklichkeit der Dinge als *Sein* (*1880*, § 320).

[48] Zur Lotzeschen Logik vgl. Knower *1933* und insbesondere in Hinblick auf die historische Einordnung des Fregeschen Logiksystems Gabriel *1989a,b*.

[49] Zu Lotzes Identitätstheorie vgl. Göldel *1935*, § 6, 98; Gabriel *1989b*, XIV–XVII.

[50] In *1880*, § 28, betont Lotze gegen formale Logiker wie Drobisch, daß der „Bau eines Begriffs“ nicht treffend durch die Gleichung $S = a + b + c + d\ldots$ symbolisiert werden könne, sondern allenfalls durch $S = F(a, b, c, \ldots)$, wobei der mathematische Ausdruck nur andeute, daß $a, b, c, \ldots$ „auf eine im Einzelfall genau angebbare, im Allgemeinen höchst vielförmige Weise verknüpft werden müssen, um den Werth von S zu ergeben.“ Dies hat schon Bruno Bauch (*1919*, *47f.*) zu einer Parallelisierung mit der Begriffstheorie Gottlob Freges veranlaßt, die von Hans D. Sluga (*1980*, 57) aufgenommen, aber von Gottfried Gabriel (*1989a*, XXV, Anm. 20) als zu weitgehend zurückgewiesen wurde. *1965* schrieb Christian Thiel (150, Anm. 14), daß von der für Frege charakteristischen Auffassung des Begriffs als Funktion noch „am allerwenigsten feststeht, daß *Frege* sie für seine Begriffstheorie von *Lotze* übernimmt.“

Die von Lotze propagierte enge Verbindung zwischen Logik und Mathematik ergibt sich aus seiner Analyse der elementaren Denkhandlungen. Zu diesen elementaren Denkhandlungen gehören nämlich für Lotze „die bejahende Setzung des Inhalts, die verneinende Abtrennung von jedem andern, endlich die vergleichende Größenschätzung der Unterschiede und Aehnlichkeiten“ (*1880*, § 19). Der letztgenannten Leistung des Denkens liegen drei Paare von Größenunterscheidungen zugrunde: das Mehr oder Weniger, das Größer oder Kleiner und das Eine oder Viele (§ 17). Lotze will die Folgerungen aus diesen Größenbestimmungen in seiner Logik nicht untersuchen; interessant ist die Begründung (§ 18): „Sie [die Folgerungen] haben sich längst zu dem großen Gebäude der Mathematik entwickelt, dessen reiche Gliederung jeden Versuch einer Wiedereinschaltung in den Zusammenhang der allgemeinen Logik verbietet.“ Es liegt also kein prinzipieller Grund gegen eine Behandlung der gesamten Mathematik in der Logik vor, sondern nur ein in Umfangsrücksichten begründeter praktischer. Lotze betont dann auch (ebd.):

> Aber die ausdrückliche Hinweisung darauf ist nothwendig, daß alles Rechnen eine Art des Denkens ist, daß die Grundbegriffe und Grundsätze der Mathematik ihren systematischen Ort in der Logik haben, daß wir uns endlich das Recht wahren müssen, auch später überall, wo das Bedürfniß es verlangt, unbedenklich auf die Ergebnisse zurückzugreifen, welche die Mathematik unterdessen, als ein sich für sich selbst fortentwickelnder Zweig der allgemeinen Logik, gewonnen hat.

Der Hinweis auf den unbedenklichen Rückgriff auf die Ergebnisse der Mathematik führt auf die Lotzesche Schlußlehre. Dort hat Lotze nämlich nach „Vorbemerkungen über die Aristotelische Syllogistik“ und Ausführungen über den syllogistischen Schluß, darunter versteht er Schlüsse durch Subsumption, Induktion und Analogie, einen Abschnitt über „mathematische Folgerungen“ aufgenommen (§§ 105–119). Dies sind Schlüsse durch Substitution, durch Proportion und aus konstitutiven Gleichungen. Den Schluß durch Substitution veranschaulicht er durch das Beispiel (§ 109):

$$\begin{array}{rrcl} \text{Obersatz:} & M & = & a \pm bx \pm cx^2 \ldots \\ \text{Untersatz:} & S & = & sM \\ \hline \text{Schlußsatz:} & S & = & s(a \pm bx \pm cx^2 \ldots) \end{array}$$

Der Schluß durch Proportion dient Lotze der Vermittlung „zwischen Erscheinungen oder Merkmalen, die unter einander unvergleichlich sind“

(§ 113). Einen solchen Schluß veranschaulicht er mit folgendem Schema (§ 114):

$$\begin{array}{rrcl} \text{Obersatz:} & E : e & = & T : t \\ \text{Untersatz:} & E & = & \mathfrak{F}(e) \\ \hline \text{Schlußsatz:} & T & = & \frac{\mathfrak{F}(e)\cdot t}{e} \end{array}$$

Die dritte Form der mathematischen Folgerungen hängt eng mit Lotzes Auffassung vom Begriff zusammen, nach der ein Begriff durch den funktionalen Zusammenhang seiner Merkmale bestimmt ist. Eine konstitutive Gleichung drückt einen solchen Zusammenhang aus, und Lotze führt als Beispiel Definitionen geometrischer Gebilde durch algebraische Gleichungen in der analytischen Geometrie an. Diese Gleichungen erlauben zahlreiche Folgerungen über die Gestalt solcher Gebilde: „nur sehr wenige Beziehungsstücke [...] [z. B. der Gleichung einer Kurve] enthalten hier, als eine Urproportion, eingeschlossen in sich und aus ihnen ableitbar alle Verhältnisse, die zwischen irgend welchen Theilen der Curve stattfinden müssen" (§ 117). Die von Lotze genannten Schlußformen waren natürlich nicht neu, sondern gehörten zum Standardrepertoire der nichtsyllogistischen Teile der überkommenen Schlußlehren. Neu war aber die Art der Notation und das Gewicht, das Lotze dieser Art von Schlüssen zuerkennt.

Lotze pflichtet der Ansicht bei, daß diese drei Formen mathematischer Folgerungen nur auf Größenverhältnisse anwendbar seien. Unter Bezug auf den Schluß durch Substitution erklärt er aber, daß diese Beschränkung auf mathematischen Gebrauch ihn nicht hindern könne, diesen Schluß unter die systematischen Formen aufzunehmen, und er wiederholt (§ 112):

> Denn zunächst muß man doch nicht ganz vergessen, daß jedenfalls das Rechnen auch zu den logischen Thätigkeiten gehört und daß nur eine praktisch begründete Spaltung des Unterrichts die vollkommene Heimatsberechtigung der Mathematik in dem allgemeinen Reiche der Logik übersehen läßt. Aber nicht nur deshalb haben diese Formen hier ihren Platz, weil sie einem Theile unserer Denkarbeit unentbehrlich sind; sie bleiben vielmehr auch für diejenigen Fälle, in denen das nicht ausführbar ist, was sie verlangen, die Ideale unserer logischen Bestrebung.

Lotze hat den Abschnitt über die mathematischen Folgerungen übrigens nicht erst in die verschiedenen Ausgaben seiner *1874* erstmals erschienenen *Logik* aufgenommen, ähnliche Ausführungen finden sich unter der

Überschrift „die mathematischen Begründungsformen" auch in seiner ersten *Logik* (*1843*, 190–207).

4.1.3.4 Die Distanz der Logik zur Mathematik

Trotz der engen Verbindung, die von den hier paradigmatisch herangezogenen Autoren zwischen Logik und Mathematik gesehen wurde, blieb eine Distanz ihrer Darstellungen zur mathematischen Praxis. Im Rahmen der Logikdiskussion des 19. Jahrhunderts wurde zwar die Kantsche Wertschätzung für die Mathematik gegen die Hegelsche Abwertung rehabilitiert, aber der Anschluß an die Probleme der Mathematik wurde nicht erreicht. Dies hatte vor allem zwei Gründe:

(1) Die Diskussion über das Verhältnis zwischen Mathematik und Logik diente logischen, nicht mathematischen Zwecken. Die Logik sollte nicht etwa für einen Einsatz in der Mathematik instrumentalisiert, sondern durch Fühlungnahme mit der Mathematik reformiert werden. Dies galt auch für Ueberwegs syllogistische Rekonstruktion des mathematischen Beweises, die, wie er selbst zugab, mit der enthymematischen Beweispraxis der Mathematiker wenig gemein hat. Durch den Nachweis, daß alle mathematischen Beweise syllogistisch rekonstruiert werden können, wollte Ueberweg lediglich die Beweiskraft des Syllogismus demonstrieren.

(2) Von entscheidender Bedeutung für die weiterbestehende Kluft zwischen philosophischer Logik und Mathematik war aber, daß die Logikautoren die Änderungen in der mathematischen Ontologie nicht mitmachten.[51] Diese Änderungen betrafen vor allen Dingen die Trennung der Mathematik vom Größenbegriff, mit der erst die strukturelle Auffassung der Mathematik und der Siegeszug algebraischer Methoden möglich wurde. Die von den genannten Autoren erarbeiteten Konzepte blieben damit für die Grundlagenprobleme der damals zeitgenössischen Mathematik ohne Belang.

[51]Zum Wandel in der mathematischen Ontologie vgl. Gray *1992*.

4.2 Johann Eduard Erdmann und der Beginn der Leibnizforschung

4.2.1 Die Edition Johann Eduard Erdmanns

In diesem Abschnitt soll der Wirkung der Leibnizschen *Opera Philosophica* nachgegangen werden, die der Hallenser, zum „rechten Flügel“ der Hegelschen Schule gehörende Philosophiehistoriker Johann Eduard Erdmann in zwei Teilen 1839 und 1840 veröffentlichte (Leibniz *1839/40*).[52]

Die bis zur Erdmannschen Edition maßgebliche Werkausgabe stammte von Louis Dutens (1730–1806), der, in Frankreich geboren, den größten Teil seines Lebens auf Wanderschaft in Frankreich, Italien und England zubrachte.[53] Der Dutensschen Ausgabe (Leibniz *1768*) kommt das Verdienst zu, erstmals eine ziemlich vollständige Zusammenstellung der weitverstreut gedruckten Schriften Leibniz' geboten zu haben, sie enthält aber auch bis dahin noch nicht veröffentlichte Korrespondenzen, die Dutens nach Umfrage bei ihm bekannten Gelehrten erhalten hatte. Aus Deutschland hatte er jedoch kaum Stücke bekommen. Der Rezensent der *Allgemeinen deutschen Bibliothek* meinte dazu, daß dies wohl nicht daran gelegen haben könne, „daß keine mehr vorhanden seyn sollten, sondern es wird immer aus eben den Gründen unterblieben seyn, aus denen sie selbst in Deutschland bisher noch ungedruckt geblieben.“[54] Nicht genutzt

[52]Johann Eduard Erdmann (* 5. Juni 1805 in Wolmar, Livland; † 12. Juni 1892 in Halle), Sohn des Wolmarer Pfarrers Johann Wilhelm Erdmann, hatte in Dorpat und Berlin Theologie und Philosophie studiert. Zu seinen Lehrern hatten Friedrich Schleiermacher und vor allem Georg Friedrich Wilhelm Hegel gehört. 1829 übernahm er die Wolmarer Pfarrerstelle seines 1824 verstorbenen Vaters. 1832 schied er aus dem Amt aus und siedelte nach Berlin über, wo er sich 1834 für Philosophie habilitierte. 1836 wurde er als außerordentlicher Professor nach Halle berufen, 1839 zum ordentlichen Professor ernannt. Zur Biographie vgl. B. Erdmann *1893* und vor allem Glockner *1932a*. Diese Biographie ist auch der von Hermann Glockner besorgten Reprint-Ausgabe von Erdmanns *Versuch einer wissenschaftlichen Darstellung der neueren Philosophie* beigegeben (Glockner *1932b*).

[53]Zur Biographie von Dutens und zur Beurteilung seiner Leibniz-Edition s. Heinekamp *1983*, *1986*.

[54]Eberhard *1770*, 119. Derselbe Rezensent merkt auch an, daß seit etwa 20 Jahren „die Freunde der Leibnizischen Gedenkensart so sehr in dessen Vaterlande abgenommen [haben], daß man bald in Italien, Frankreich und England mehrere finden wird, als irgend in Deutschland gewesen.“ Unter den Gründen für die Unterdrückung der Schriften von Leibniz werde nicht Patriotismus zu finden sein, „sondern vielmehr alle

hat Dutens jedenfalls die umfangreichen Nachlaßbestände der Bibliothek in Hannover.[55]

Neben der Dutensschen Ausgabe ist auch die einige Briefe und sechs Stücke aus dem Nachlaß enthaltende, von Rudolf Erich Raspe veranstaltete Ausgabe der lateinischen und französischen Schriften (Leibniz *1765*) zu erwähnen.[56] Die Raspesche Ausgabe wurde berühmt durch die Wiederauffindung der 60 Jahre lang verschollenen *Nouveaux Essais* (Leibniz *1765b*). Sie enthält aber auch für die universelle Charakteristik relevante Stücke: „Difficultates quaedam logicae“ und „Historia et commendatio linguae charactericae“. Raspe gilt als „der Mann, der Leibniz fand“.[57] Seine und die Dutenssche Ausgabe führten zu einer ersten Wiederentdeckung von Leibniz, die vor allem durch das Interesse an Leibniz' Metaphysik geprägt war.

Anders als Dutens hat Erdmann die Hannoverschen Handschriftenschätze für seine Ausgabe extensiv genutzt.[58] Erdmanns editorische Beschäftigung mit Leibniz war durch sein Projekt eines *Versuchs einer wissenschaftlichen Darstellung der Geschichte der neueren Philosophie* (womit die Periode von Descartes bis zu Erdmanns Lehrer Hegel gemeint ist) motiviert, das noch auf philosophiegeschichtliche Vorlesungen während seiner Berliner Privatdozentenzeit zurückging. Als Erdmann von Berlin nach Halle berufen wurde, stand die Zeit von Leibniz bis Kant auf seinem Programm, und es war die Unzufriedenheit mit den damals existierenden Werkausgaben, die Erdmann von der Notwendigkeit überzeugte, vor einer Darstellung des Leibnizschen Systems eine Edition von dessen philosophischen Schriften in Angriff zu nehmen. Erdmann plante, die Ausgabe von Raspe (Leibniz *1765a*) mit den philosophischen Teilen der Ausgabe von Dutens zu vereinigen und durch Texte aus dem Nachlaß zu ergänzen. Im

die Umstände, welche machen, daß fast immer die Ausländer anfangen müssen, den Deutschen zu zeigen, was sie in ihrem eignen Lande öffentlich zu schätzen haben“ (ebd.).

[55]Dies lag zum einen daran, daß Dutens Überschneidungen mit dem Editionsplan Rudolf Erich Raspes vermeiden wollte, zum anderen aber auch an den damaligen Verhältnissen in der Hannoverschen Bibliothek. Vgl. Heinekamp *1986*, 10, und ebd., Fn. 37, 38, sowie Heinekamp *1983*, 272, Anm. 12.

[56]Zu Raspe vgl. Hallo *1934*. Die Raspesche Ausgabe wurde 1778 von Johann Heinrich Friedrich Ulrich ins Deutsche übersetzt (Leibniz *1778/1780*).

[57]Die zitierte Kennzeichnung stammt aus einem Brief Herders an Raspe vom Mai 1774, zit. nach Hallo *1934*, 175.

[58]Vgl. zur Entstehung der Erdmannschen Leibniz-Ausgabe Glockner *1932a*, 59–65.

Herbst 1836 reiste Erdmann nach Hannover, um den Nachlaß zu sichten. Für Glockner (*1932a*, 60) begann damals die deutsche Leibnizforschung, da „ihre drei Begründer G. E. Guhrauer, J. E. Erdmann und G. H. Pertz damals nebeneinander in Hannover arbeiteten.“

4.2.2 Johann Eduard Erdmann über Leibnizens „philosophische Methode“

Erdmanns Darstellung von Leibniz' System erschien *1842*. Sie ist für den hier behandelten Kontext von Bedeutung, weil Erdmann erstmals auf eine Verknüpfung von Mathematik und Philosophie hinweist, die auch die philosophischen Teile Leibnizschen Schaffens für Mathematiker interessant machen konnte. In einem Abschnitt über „die philosophische Methode“ behandelt Erdmann ausführlich die Leibnizsche Logikkonzeption. Dabei heißt „Methode“ die Art und Weise, wie mit Hilfe der Erkenntnisprinzipien alle Erkenntnis abgeleitet werden kann (Erdmann *1842*, 109). Diese Erkenntnisprinzipien sind der Satz des Widerspruchs und der Satz vom zureichenden Grund (106–109). Ausführlich bespricht Erdmann Leibniz' Brief an Wagner, seine Definition der Logik als „Kunst, den Verstand zu gebrauchen“ und die Auffassung, daß die Logik der Schlüssel aller Wissenschaften und Künste sei. Erdmann hebt Leibniz' Betonung des Formalen hervor, seine Hochschätzung des Syllogismus und sein Urteil über Aristoteles, der der erste gewesen sei, der mathematisch außerhalb der Mathematik geschrieben habe (112). In den Lehren über den Syllogismus sei eine Art allgemeine Mathematik enthalten, eine Anweisung, allen Irrtum zu vermeiden.

> Nicht allein aber eine Anwendung der logischen Methode, sondern völlig mit ihr zusammenfallend ist ihm die *mathematische*, sie ist ihm die eigentlich philosophische Methode. Auch in dem Briefe an G. Wagner nennt er die Mathematik immer die eigentliche *Wisskunst*, und alle die Hinweisungen Leibnitz's darauf, wie die Wissenschaft als ein methodisch geordnetes Ganzes darzustellen sey, so lückenhaft sie auch sind, zeigen deutlich, dass ihm was er *scientia generalis* nennt, mit der *mathesis universalis* zusammenfällt.[59]

Erdmann geht ausführlich auf die „mathematische Behandlung der Philosophie“ durch Leibniz ein, nicht nur deshalb, weil sie bei Christian Wolff

[59]Erdmann *1842*, 113.

und in der Wolffschen Schule von Bedeutung war, sondern auch, „weil gerade dieser Punkt bei den Darstellungen der Leibnitz'schen Philosophie bisher immer mit Stillschweigen übergangen worden ist.“ Der Grund dafür war, wie Erdmann selbst schreibt, daß das meiste, was Leibniz über diesen Gegenstand geschrieben habe, erst durch Erdmanns eigene Ausgabe zugänglich geworden sei. Die mathematische Methode sei bei Leibniz nicht auf die Geometrie oder die Analysis beschränkt, sondern Leibniz habe „einen ganz andern Calcul eingeführt“ (114), der eine allumfassende Methode sei, mit der das Ganze der Wissenschaften darzustellen sei. Erdmann erwähnt den Enzyklopädie-Gedanken und den Akademienplan zur Bereitstellung des Datenmaterials für eine solche allgemeine Wissenschaftslehre, und er behandelt ausführlich den Leibnizschen Kalkül als „methodisches Operieren“ mit diesen Daten „in Weise des *Rechnens*“ (119). Nicht weniger ausführlich diskutiert Erdmann Leibniz' Gedanken einer „Characteren-Schrift“ für den Kalkül, die Zeichen verwende, „deren man sich bedienen kann, ohne dass man in jedem Augenblick nöthig hätte, sich deren Bedeutung zu erinnern“ (122). Erdmann vergißt nicht zu erwähnen, daß eine solche Pasigraphie (Begriffsschrift) zwar den Unterschied der Sprachen zum Verschwinden bringen würde, der Universalsprachengedanke für Leibniz aber nicht im Vordergrund gestanden habe: Der Hauptpunkt sei vielmehr (122*f.*),

> dass jeder Fehler im Denken sich sogleich als eine fehlerhafte Combination der Charactere darstellen müsste, und also durch Anwendung der characteristischen Schrift ein Mittel gegeben seyn würde, bei einem streitigen Punkt wie bei jeder andern Rechnung den Fehler zu entdecken.

Erdmann weist auf die wesentlichen, von ihm veröffentlichten Fundstellen für diese Gedanken hin: Neben dem Brief an Wagner u. a. die beiden Fragmente „Specimen demonstrandi in abstractis“ und „Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis“. In letzterem ist der Kalkül *K XIX* (*E* I, 94–97) enthalten.

Mit Erdmanns Darstellung war zweierlei erreicht: Die Leibnizsche Logikkonzeption wurde in die beginnende philosophische Diskussion um die sogenannte „logische Frage“ eingebracht. Dabei ist von Bedeutung, daß dies von Seiten eines Hegelianers geschah,[60] da doch die in den Hegelschen

[60]Von einem Desinteresse an der „ars combinatoria, der Charakteristik, dem Begriff der Methode und der Wissenschaft, der Mathesis universalis und dem Gedanken der

Schulen verbreitete Geringschätzung der formalen Logik im Kreuzfeuer der Kritik stand. Zweitens ist Erdmanns Hervorhebung des mathematischen Charakters der philosophischen Methode wichtig, da sie die Aufmerksamkeit derjenigen auf Leibniz richtete, die im Zeitalter der wissenschaftlichen Revolution die in den philosophischen Systemen verlorengegangene Verbindung zwischen Philosophie und Wissenschaften wiederherstellen wollten. Es bleibt schließlich noch festzuhalten, daß die Erdmannsche Edition der einschlägigen Quellenwerke erst durch die 1875 bis 1890 erfolgte, teilweise bis heute noch maßgebliche Ausgabe der philosophischen Schriften durch Carl Immanuel Gerhardt, der im Hauptberuf Mathematiklehrer war, ersetzt wurde.[61] Für die frühe logische Rezeption stand also allein die Erdmannsche Ausgabe, die von Ravier nicht einmal unter die „großen Editionen“ gerechnet wird,[62] zur Verfügung.

4.3 Erste Auseinandersetzungen

Das von Erdmann vorgelegte Nachlaßmaterial führte zu ersten umfassenderen Auseinandersetzungen mit der Leibnizschen Logik bei Franz Exner, František Bolemír Květ und Hermann Kern, allesamt Anhänger Johann Friedrich Herbarts,[63] aber auch bei dem Neo-Aristoteliker Friedrich Adolf Trendelenburg. Zu erwähnen ist aber zunächst Gottschalk Eduard Guhrauer, der seine Kenntnis der Leibnizschen Logik u. a. aus eigenem Nachlaßstudium schöpfte.

‚Enzyklopädie‘“, die Guido Zingari dem Deutschen Idealismus und Hegel attestierte (Zingari *1986*, 273), kann bei Erdmann jedenfalls keine Rede sein. In seinem *Grundriss der Logik und Metaphysik* (*1841*) propagiert Erdmann gleichwohl im Anschluß an Hegel eine enge Verbindung von Logik und Metaphysik, tut die formale Logik aber nicht als unnütz oder schädlich ab. Ihm geht es vielmehr darum, eine Logik als Wissenschaft zu konstituieren, in der die Regeln der alten formalen Logik nicht verworfen, sondern begriffen würden (§ 2).

[61] Zu Gerhardt und zu seiner Editionstätigkeit vgl. Heß *1986*.

[62] Vgl. Ravier *1937*, « Appendice. Les grandes éditions ».

[63] Sie werden zumindest vom Herbart-Schüler Friedrich Heinrich Theodor Allihn zur Herbartschen Schule gerechnet (vgl. Allihn *1861*). In gängigen Darstellungen zu Herbart und seiner Schule (z. B. Weiss *1928*, Koschnitzke *1988*) werden die Genannten nicht erwähnt.

4.3.1 Guhrauers Kritik an der Universalcharakteristik

Zu denen, mit denen Hermann Glockner die Leibniz-Forschung beginnen läßt, gehört auch Gottschalk Eduard Guhrauer,[64] der Herausgeber der deutschen Schriften von Leibniz (Leibniz *1838–40*). Guhrauer legte 1842 eine zweibändige Leibniz-Biographie vor (Guhrauer *1842*), die zur Säkularfeier *1846* neu herausgegeben wurde. Er nimmt darin im ersten Band ausführlich zum Leibnizschen Gedanken einer *characteristica universalis* Stellung. Über diesem „höchsten Projekt“ (*1846*, I, 320) schwebe allerdings „noch ein gewisses Dunkel“, so gibt er zu bedenken, wo doch die spätere Nachwelt dem „Geometer und Analysten Leibnitz“ bereits Gerechtigkeit habe widerfahren lassen. Guhrauer ordnet die Leibnizsche allgemeine Charakteristik in dessen Erkenntnistheorie ein (I, 320–322) und zitiert ausführlich Kernstellen in deutscher Übersetzung. Er geht auf die in der *Dissertatio de arte combinatoria* ausgesprochene Möglichkeit ein, die menschlichen Gedanken in einige wenige primitive Gedanken aufzuteilen und den so erhaltenen Elementen eindeutig Charaktere zuzuweisen, mit deren Hilfe dann Charaktere abgeleiteter Begriffe gebildet werden könnten (I, 323). Er erwähnt Leibnizens Versuche, dieses Postulat umzusetzen, darunter den algebraischen „Begriffs-Kalkül“, wobei er vor allem auf das Fragment „Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis“ (I, 324*f.*) Bezug nimmt, das er als „eine Anwendung der algebraischen Symbolik auf Begriffe“ charakterisiert (I, 325).

Mit dem Problem, „ob und wie Charaktere, welche den primitiven Gedanken entsprechen, gefunden werden können“ (I, 325), leitet Guhrauer seine Kritik ein. Er erwähnt den arithmetischen Kalkül, und geht auf einige Probleme ein, die Leibniz im Zusammenhang mit seinem Programm

[64] Gottschalk Eduard Guhrauer (* 15. Mai 1809 in Bojanowo, Großherzogtum Posen; † 5. Januar 1854 in Breslau) studierte 1829–1832 an der Universität Breslau, 1832–1834 an der Universität Berlin Philologie und Philosophie. In Breslau hörte er u. a. bei Christlieb Julius Braniß und in Berlin bei Friedrich Schleiermacher. Entscheidend für sein Interesse an Leibniz wurde der Gewinn der am 3. August 1831 von der Philosophischen Fakultät der Universität Breslau gestellten Preisaufgabe „Laudationem Godofr. Guil. Leibnitii, in qua non tam philosophiae conditum ab illo systema quam magnum ejus momentum ad literas, mores, religionem et res civiles Europae respiciatur.“ Guhrauer promovierte 1835 in Berlin. 1841 wurde er Kustos der Breslauer Universitätsbibliothek, zugleich habilitierte er sich in Breslau mit der 1842 gedruckten Schrift *Quaestiones criticae ad Leibnitii opera philosophica pertinentes*. Zur Biographie vgl. Hettner *1879*.

selbst eingestanden hat. Leibniz' Vorstellungen über die für die Kalkülisierung der Philosophie benötigte Zeit nimmt Guhrauer als Indiz für die Absurdität des Leibnizschen Programms (I, 329*f.*):

> Man halte gegen diese Verheißungen den Gang, welchen der menschliche Geist in der Geschichte seiner Entwickelung nimmt, und dessen allgemeinere Gesetze ein tieferes Selbstinnewerden des philosophirenden Geistes ans Licht gefördert hat, und man wird, um es kurz zu sagen, kaum umhin können, bei aller Ehrfurcht vor dem Genie des großen Leibnitz, die allgemeine Charakteristik oder den philosophischen Calcul mit dem Stein der Weisen oder dem Geheimnisse der Goldbereitung auf eine Linie zu stellen, nur daß Leibnitz das reine Gold der Wahrheit auf endlichem Wege zu finden wähnte, während jene nur das irdische materielle Metall im Auge hatten.

Guhrauer beurteilt die allgemeine Charakteristik als Leibnizsche Manie, die niemals etwas mehr als ein „Gedankending“ gewesen sei (I, 330):

> Daß jede ursprüngliche Production des Genies, in der Poesie, wie in der Wissenschaft, synthetisch geschehe, und die Analysis die Synthesis voraussetze, diese Einsicht, welche wir einer tiefern Natur- und Kunstanschauung verdanken, stellt uns auf einen Punkt, wo uns der große Mann in einer Selbsttäuschung befangen scheint, wenn er die concrete Wahrheit selbst in den Regionen der Speculation, durch reine Analysis für erreichbar glaubte.

Und er wirft Leibniz vor, daß er mit seinem Programm seine eigene Philosophie widerlege (I, 331):

> Ohne es zu wollen, hätte Leibnitz in der That in der Ausführung jenes kühnen Entwurfs seine eigne, an seine Individualität geknüpfte Speculation über die Natur, die Seele und das Universum, maßgebend für alle Zeit, als einen absoluten Dogmatismus aufgestellt. Nicht genug, die Lösung jener ewigen Probleme für seine Zeit und nach den ihm dargegebenen Mitteln ausgesprochen zu haben, hätte er sie durch ewige Charaktere und einen mechanischen Formalismus fixiren mögen.

Leibniz' Versuch, die Charakteristik auch auf die Ästhetik anzuwenden, sei Produkt der rationalistischen Zeitstimmung (I, 333):

> Hier, in dieser Ansicht von der Kunst und Poesie, spricht der große Mann nur den Geist seines Jahrhunderts aus; es ist immer diese Verkennung der Idee des Unendlichen, Ursprünglichen, Individuellen, das geregelte Ceremoniel des gesellschaftlichen und höfischen Lebens, übertragen auf die Region der Phantasie.

4.3.2 Franz Exner und Leibniz' Universalwissenschaft

Schon *1843* veröffentlichte der österreichische Philosoph Franz Exner[65] eine Abhandlung „Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft“. Exner geht darin auf die Fehldeutungen ein, die Leibniz' Gedanken zur Schaffung einer Universalsprache erfahren hätten, die er in Friedrich Schleiermachers Rede vor der Berliner Akademie der Wissenschaften am 7. Juli 1831 beispielhaft repräsentiert sieht. Schleiermacher zufolge hat Leibniz „ein System von Bezeichnungen“ schaffen wollen, „welche jeder mit Leichtigkeit in seiner Sprache und als seine Sprache liest.“[66] Exner betont dagegen (*1843*, 4):

> Allein es ist nicht richtig, dass L. dieses eigentlich gewollt. Der Gedanke einer allgemeinen Sprache ist bei ihm nur ein kleiner Bestandtheil einer grössern Gedankenmasse, ein Corollarium, das er sich gefallen lässt, aber keineswegs als Hauptsache betrachtet wissen will.

[65]Franz Exner (* 28. August 1802 in Wien; † 21. Juni 1853 in Padua), österreichischer Philosoph und Schulorganisator, studierte Jura und Philosophie in Wien und Pavia. Er wurde 1827 in Wien zum Dr. phil. promoviert und war danach als Supplent für Philosophie und Pädagogik an der Universität Wien tätig. Von 1831–1848 lehrte er als ordentlicher Professor für Philosophie an der Universität Prag. Von 1845 an arbeitete er in Schul- und Universitätsreform-Gremien. Zur Biographie vgl. v. Wurzbach *1858*; Allihn *1861*, 89; Meister *1957*.

[66]Schleiermacher *1835b*, 149. Damit sind die Aspekte des Leibnizschen Programms ausgedrückt, die Schleiermacher als zuträglich für die damalige Philosophie erachtet. Er erkennt natürlich an, daß Leibniz' Ziel weiter gesteckt war, daß es ihm darum gegangen sei, „der Metaphysik für immer eine feste Begründung zu geben und allen Streitigkeiten auf diesem Gebiet eine eben so leichte als sichere Lösung zu bereiten durch ein System von allgemeinen Charakteren, welches zugleich sollte eine Technik der Erfindung und der Kritik abgeben“ (139). Für Schleiermacher ist dies ein „embryonischer Gedanke“, der zwar ausgesprochen, aber „doch nicht gemacht war in die weitere Entwikklung [sic!] der Wissenschaft einzugreifen, und mit zu wenig Lebenskraft ausgestattet war, als daß er hätte können zur vollen Reife ausgetragen an das Licht der Sonne treten“ (ebd.). Der zitierte Vortrag ist die zweite Akademie-Rede über Leibniz, die Schleiermacher gehalten hat. Eine erste allgemeine Betrachtung präsentierte er in der öffentlichen Sitzung der Berliner Akademie der Wissenschaften am 3. Juli 1815 (Schleiermacher *1835a*).

Leibniz habe vielmehr „die Erfindung einer Methode" beabsichtigt, „welche allem Wissen zur Notwendigkeit und Evidenz der Mathematik verhilft."

> Hiezu führt sie [die Methode] zuerst die ganze Gedankenmasse des Menschen auf ihre wenigen Elemente, Stammgedanken zurück, und drückt jedes durch ein Zeichen aus; aus diesen aber leitet sie die zusammengesetzten Begriffe, und daraus alle weiteren Kenntnisse ab durch Operationen, welche dem Rechnen der Mathematiker vollkommen analog sind. Die Wissenschaft dieser Methode, welche allen übrigen Wissenschaften, auch der Philosophie und Mathematik, zu Grunde liegt, heisst *scientia generalis* oder *universalis*; die Bezeichnung der Begriffe *characteristique*; die Ableitungsweise *calculus ratiocinator* oder *generalis*; die so beschaffene Bezeichnung ist zugleich fähig, als allgemeine Sprache zu dienen.[67]

Durch Erdmanns Ausgabe der Leibnizschen philosophischen Werke werde nun ein helleres Licht auf Leibniz' universalwissenschaftliche Konzeption geworfen. Die neu zugänglichen Schriften würden auch die nachgeordnete Stellung der *lingua universalis* gegenüber der *scientia generalis* belegen (6). Gegen Guhrauer, der die Anfänge von Leibniz' Versuchen zu einem philosophischen Kalkül auf 1675/76 datiert (*1842a*, 18*ff.*), weist Exner darauf hin, daß in der *Dissertatio de arte combinatoria* (*1666*) „bereits Hauptgedanken der Erfindungskunst, und zwar nicht bloss im Keime, sondern in beträchtlicher Entwickelung" enthalten seien (Exner *1843*, 9).

Exner diskutiert Möglichkeiten, die von Leibniz als Grundlage der allgemeinen Charakteristik benötigten „Stammbegriffe" zu isolieren. Der Versuch, zu diesem Zwecke alle einfachen Vorstellungen aufzuzählen, falle allerdings „ins Abenteuerliche" (Exner *1843*, 18). Auch die Stammbegriffe in den Kategorien sehen zu wollen, hält er für wenig fruchtbar, denn die Kategorien hätten „noch nicht das nöthige Ansehen, um den von L. bezweckten ewigen Frieden in den Wissenschaften herzustellen" (18). Selbst wenn es gelingen sollte, die Stammbegriffe vollständig aufzuzählen, bezweifelt Exner die Möglichkeit, daraus das gesamte Wissen kombinatorisch ableiten zu können („Einem Mann, der so gut zu rechnen verstand wie L., konnten die in der Combination so vieler Elemente liegenden Schwierigkeiten nicht entgehen" [21]). Insgesamt scheitere die

[67]Exner *1843*, 4.

Erfindungskunst schon an ihren Voraussetzungen, der Auffindung aller einfachen Begriffe und deren vollständiger Kombination.

Ausführlich behandelt Exner im Anschluß den philosophischen Kalkül (24*ff.*), kritisiert aber, daß bei den Kalküloperationen Substitution, Addition und Subtraktion die bei der Formellehre einigermaßen beachtete Form der Begriffe wieder vergessen werde. Schon bei den Sätzen, die dem Kalkül als wahr vorausgesetzt würden, komme ein falscher vor (24).

> Es soll nämlich AB *est* A allgemein gelten, A mag was immer für ein Bestandtheil des Begriffes AB sein. Ein Dreieck ist aber offenbar keine Linie, obgleich der Begriff Linie als Bestandtheil im Begriffe Dreieck enthalten ist.

Exner bezieht sich hier offenbar auf die in den „Addenda ad specimen calculi universalis" (*E* I, 98*f.*) angeführten „Propositiones per se vera" (98), deren zweite Aussage lautet: „*ab* est *a*, animal rationale est animal". Der Satz besagt, daß einem Begriff, dem die Merkmale *a* und *b* zukommen, jedenfalls das Merkmal *a* zukommt. In dieser intensionalen Sichtweise bezeichnet „est" natürlich nicht die Koinzidenz. In seiner Kritik mischt Exner extensionale und intensionale Zugangsweise. Überdies ist sein Gegenbeispiel nicht zutreffend. Zwar enthält ein (gezeichnetes) Dreieck Linien, nicht aber der Begriff „Dreieck" den Begriff „Linie".

Inwieweit ist nun die Leibnizsche Idee der mathematischen Methode auch in nicht-mathematischen Wissenschaften tragfähig? Exner betont (26):

> Die Zeit ist vorüber, wo man das Wesen der Mathematik darein setzte, dass man wie Euklid mit Definitionen und Axiomen beginnt und zu Theoremen und Problemen fortschreitet. Wer jetzt so etwas in der Philosophie versuchte, hätte zwar nicht zu fürchten, dass er wie einst Wolf die Theologen beunruhigte; wohl aber müsste man ihn an Kants Ausspruch erinnern, dass die mathematische Methode, jene Euklidische nämlich, der Philosophie bisher nichts genützt, vielmehr wesentlich geschadet habe.

Der Kantschen Einstellung hält Exner die Meinung Bernard Bolzanos entgegen, der in seiner *Wissenschaftslehre* (*1837*) drei Gründe anführe, „aus welchen unsere Behauptungen im Gebiete der Mathematik um so viel mehr *Zuversicht* haben als im Gebiete der Philosophie" (Exner *1843*, 27). Die mathematischen Lehren ließen sich meist durch die Erfahrung bestätigen, die ernsthafte Beschäftigung verschiedener Personen mit der Mathematik führe zu übereinstimmenden Ergebnissen und die Resultate der Mathematik verhielten sich gleichgültig gegenüber unseren Streit hervorrufenden Leidenschaften.[68]

Mit dieser Argumentation intendiert Exner, die Identifikation der „mathematischen Methode“ mit der Euklidischen Axiomatik durch Neubestimmung ersterer zu überwinden. Er sieht dann auch den wesentlichen Vorzug der Mathematik nicht im axiomatisch-deduktiven, sondern im kalkulatorischen Verfahren und damit in nichts, „was diese Wissenschaft von den übrigen wesentlich unterscheidet, ja es zeigt sich, dass der Calcul der Hauptsache nach nichts ist, als das gewöhnliche logische Verfahren“ (29). Nehme man diese Auffassung an, so lasse sich die Ablehnung der mathematischen Methode nicht mehr aufrecht erhalten. Die als Größenlehre verstandene Mathematik unterscheide sich von anderen Wissenschaften lediglich durch ihre Grundbegriffe: das Zählen in der reinen Größenlehre und das Nebeneinandersein in der Geometrie (33*f.*). Die geringe Anzahl der mathematischen Grundbegriffe lege ihre abkürzende Darstellung in einer Zeichensprache nahe, letztere habe aber nicht nur den Vorteil der Kürze, sondern auch den der „völligen Deutlichkeit“ (34*f.*). Die in der Mathematik erfolgreiche Anwendung des Kalküls lasse sich als Ideal für andere Wissenschaften ansehen, ein Ideal (39),

> dem die Wissenschaften sich immer mehr, aber wegen der Menge ihrer von einander unabhängigen Grundbegriffe und deren vielen nicht mit ihnen zugleich gegebenen, sondern grössentheils sehr verborgenen Beziehungen nur langsam nähern können.

Trotz ihrer Schwächen sieht Exner eine heilsame Wirkung der Leibnizschen Logik auf die Philosophie. Unter Bezug auf Stellen aus der Erdmann-Edition resümiert er (39):

> Seine Universal-Wissenschaft ist ihm die wahre Logik; beide, Universal-Wissenschaft und Logik, sind ihm die Kunst des Beurtheilens und Erfindens; mathematisch schreiben heisst ihm *in forma* schreiben, was er auch ausserhalb der Mathematik für möglich hält; die logische Schlussform ist ihm ein Calcul; die Formeln, Relationen und Operationen seiner Universal-Wissenschaft entsprechen den Begriffen, Urtheilen und Schlüssen der Logik; der zweite Theil der Universal-Wissenschaft endlich, die Erfindungskunst, ist ein Inbegriff relativ allgemeiner logischer Methoden. Einer Überschätzung der Logik können wir ihn hiebei nicht beschuldigen. Es war nicht seine Meinung, dass die blosse Kenntniss der logischen Regeln so Grosses zu leisten vermöge, sondern ihre Anwendung, worin sich bekanntlich Männer oft sehr schwach gezeigt, welche jene in hohem Grade besassen.

[68]Die Ausführungen Bolzanos finden sich in Bd. 3 der *Wissenschaftslehre* (§ 315, 244), in einer Auseinandersetzung mit Kant. Bolzano hebt auf die praktische Bewährung von syllogistischer Schlußlehre und Mathematik ab.

Die moderne Philosophie entspreche nur sehr unvollkommen dem Ideal der Wissenschaften, das in der vollkommenen Deutlichkeit aller Begriffe und ihrer Beziehungen liege, wofür der Kalkül nur eine besondere Darstellungsform sei (40),

> und so dürfte auch das aus der Untersuchung des L'schen Gedankens erhaltene Resultat wenig nach ihrem [d. i. der damals modernen Philosophie] Geschmacke sein. Sie hat der Deutlichkeit der Begriffe eine nebelhafte Verschwommenheit, der Sicherheit der Entwicklungen den kühnen Sprung vorgezogen; weil die Logik protestirte, ward sie in Bann gethan; weil das Verfahren der Mathematik warnte, ward sie für einen unwissenschaftlichen Popanz erklärt. Was hat man gewonnen? Verachtung von Seiten anderer Wissenschaften, das Misstrauen des grossen Publicums, das Zerwürfniss der Schulen und die beschämende Erfahrung, trotz langer Mühe so wenige gesicherte Fortschritte gemacht zu haben, dass noch heute kaum eine Lehre absurd genug ist, um nicht für einige Zeit ihre Anhänger zu finden.

4.3.3 Hermann Kern und Leibniz' *scientia generalis*

Im Programm des Königlichen Pädagogiums zu Halle für *1847* veröffentlichte der Schulmann Hermann Kern[69] einen Kommentar zur Leibnizschen *scientia generalis*. Er schließt sich an die Vorarbeiten Exners an, will aber

[69]Hermann Kern (* 12. September 1823 in Jüterborg; † 4. Juli 1891 in Berlin [?]) begann 1842 nach dem Gymnasialbesuch in Hildburghausen ein Studium der Mathematik, Philologie und Philosophie an der Universität Leipzig, u. a. bei den Herbartianern Moritz Wilhelm Drobisch und Gustav Hartenstein. 1845 wurde er zum Doktor der Philosophie promoviert und trat 1846 als Lehrer für Mathematik und Physik, später auch für Philosophische Propädeutik in das Kgl. Pädagogium in Halle ein. 1848 wurde er als Professor an das Gymnasium Casimirianum in Coburg berufen. 1853 übernahm er zusätzlich die Direktion der dort unter seinem Einfluß gegründeten Alexandrinen-Schule, einer höheren Töchterschule. Später wechselte er nach Berlin, wo er die Direk-

vor allem Gegenstände behandeln, die von Exner nur wenig beachtet worden sind (6). In einem ersten Teil fragt Kern zunächst nach den Quellen von Leibniz' *scientia generalis*. Ausgehend von Leibniz' Brief an Wagner ordnet er die *scientia generalis* in die teilweise logikkritischen Philosophiereformbemühungen von Petrus Ramus über Francis Bacon, René Descartes bis hin zu John Locke ein. Im zweiten Teil diskutiert Kern die Vorschläge von Johann Eduard Erdmann und Gottschalk Eduard Guhrauer zur zeitlichen Einordnung von Leibniz' Manuskripten zur Logik. Guhrauer hatte die Leibnizschen Schriften zur *scientia generalis* auf die Zeit zwischen 1676 und 1687 datiert, sie stammen damit aus den Jahren, wie Trendelenburg schreibt (*1867a*, 5), „nach der Erfindung der Differenzialrechnung, in welcher Leibniz die Anwendung und die Macht des Zeichens erweitert hatte.“ Im dritten Teil schließlich behandelt Kern kurz die Rolle der „logica probabilium“ im philosophischen Kalkül und in der Geschichte der Mathematik.

4.3.4 František Bolemír Květ und Leibniz' Logik

1857 veröffentlichte der böhmische Philosoph František Bolemír Květ[70] eine nach den Quellen gearbeitete Darstellung von *Leibnitz'ens Logik*. Im Vorwort hebt Květ hervor, daß die Leibnizsche Logik im Gegensatz zu seiner Metaphysik noch nicht die Beachtung gefunden habe, die ihr gebühre (*1857*, III),

> obgleich gerade diese der Unabgeschlossenheit ungeachtet berufen zu sein scheint, der Philosophie eine erfreulichere Zukunft zu sichern, da sie die Begriffe sowol der nominalistischen als auch der realistischen Excentricität zu entledigen, die objectiven Vernunftwahrheiten in den [Original: „das“] Bereich der Subjectivität einzuführen, die zu einer früher kaum geahnten Bedeutung gebrachten Erfahrungswahrheiten den Urthatsachen näher zu stellen und „den Verstand nicht nur zu gebrauchen, sondern auch, was verborgen ist, zu erfinden“ bemüht ist, und sich die engen Schranken der Aristotelischen Logik kühn überschreitend, zur Universalwissenschaft zu erheben sucht.

tion der Luisenstädtischen Gewerbeschule, später des Friedrich-Wilhelms-Gymnasiums übernahm. Zur Biographie vgl. Heindl (Hg.) *1859*, 347–351; Allihn *1861*, 93; Kullnick *1961*, 136.

[70] František Bolemír Květ (* 11. April 1825 in Tabór, Böhmen; † 18. Juli 1864 in Warschau), studierte Jura und Philosophie an der Universität Prag. Nach Erziehertätigkeit studierte er in Gießen (1852) und Prag (1858). Er war danach als Mittelschulprofessor in Prag tätig, bevor er als Professor für tschechische Sprache und Literatur an die Universität Warschau berufen wurde. In seinen philosophischen Schriften ging Květ von Herbart aus. Zur Biographie vgl. Allihn *1861*, 98; Havel *1969*.

Für seine Darstellung verwendet auch Květ die Erdmannsche Ausgabe. Er rekonstruiert die Elemente der Leibnizschen *scientia generalis* (§ 2), betont die Originalität der Zusammenschau, nicht der einzelnen Elemente des Programms (§ 5). Der Gedanke einer von einem System weniger Stammbegriffe ausgehenden, kombinatorisch verfahrenden Ableitung sämtlichen menschlichen Wissens sei „das eigentliche Embryo der Leibnitz'schen Logik; er verliess ihn nicht mehr, und begleitete ihn bis ans Grab“ (§ 6). Květ behandelt u. a. die enge Verknüpfung der Leibnizschen Logik mit der „monadischen Weltanschauung“ (§§ 10*f.*) und mit der aristotelischen Logik (§ 12).

Květ präsentiert die *ars iudicandi* (§§ 14*ff.*) im Rahmen der Diskussion von Leibniz' Begriffslehre (§§ 15–21), seines „Wahrheitssystems“ (§§ 22–32), der allgemeinen Charakteristik (§§ 33–40) und des philosophischen Kalküls (§§ 41–48). Im Kapitel über die Charakteristik betont auch Květ die Nachgeordnetheit der Universalsprache: „Leibnitz strebte nie eine Universalsprache an, sie ergab sich ihm als ein accidenteller Vortheil aus der allgemeinen Charakteristik“ (§ 35). Er erwähnt die verschiedenen Symbolisierungsversuche durch Zahlen, Bildsymbole („abenteuerliche Bilderchen“), „Buchstaben der Mathematik“ und „charakteristische Zahlen“, letzterer Natur „äusserst schwer zu ermitteln“ sei (§ 40).

Im Abschnitt über den philosophischen Kalkül behandelt er u. a. das Fragment „Non inelegans Specimen demonstrandi“ sowie dessen Addenda mit ausführlichen Zitaten (§ 45). Diese („äusserst mageren“) Fragmente belegen ihm, „wie weit sein Urheber hinter den anstrebten Ideen zurückgeblieben sei“ (§ 46). Dafür argumentiert Květ allerdings in einer Art, die anzeigt, daß er die Idee der symbolischen Logik nicht begriffen hat. Leibniz setze in den Voraussetzungen des philosophischen Kalküls die Hauptpunkte der formalen Logik schon voraus, kritisiert Květ, so z. B. den Begriff des allgemein bejahenden Urteils, die Gesetze der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten, damit auch den kontradiktorischen Gegensatz sowie die einfachste Form des kategorischen Schlusses. Die Kalküloperationen beschränke Leibniz

> auf die Substitution, Addition und Subtraction. Dadurch stellt er die Begriffe als blosse Summen dar, was sie aber offenbar nicht sind; die Begriffstheile dürfen durchaus nicht als blosse Summanden betrachtet werden.[71]

Im zweiten Hauptstück diskutiert Květ die *ars inveniendi*, erachtet es dabei aber als (§ 48)

> eine in der That höchst peinliche Sache, bemerken zu müssen, dass die Leser nicht nur die ganze Schwäche, weil sie die Mängel ihres Substrates bereits kennen gelernt hatten, sondern geradezu die Unmöglichkeit derselben schon im vorhinein ahnen.

Die „Unhaltbarkeit und Unabgeschlossenheit“ der besser „Entdeckungskunst“ (*ars detegendi*) als „Erfindungskunst“ heißenden (§ 49) *ars inveniendi* sieht Květ vor allem in der für die begrenzten menschlichen Fassungskräfte unmöglichen Durchführbarkeit ihres Programms.

Bei seiner vehementen Kritik an der Leibnizschen Logik, die einem „blossen Entwurfe“ gleiche, „dessen Ausführung und Vollendung geradezu unmöglich ist; ihr Abschluss würde den Abschluss aller Wissenschaften [...] voraussetzen“ (59), verwundert Květs doch versöhnliches Fazit. Er findet „bedeutungsvolle Winke“ zur induktiven Logik und zu dem sich den Fesseln der herkömmlichen Logik entwindenden philosophischen Kalkül. Darüber hinaus hebt er besonders Leibniz' „Konzeptualismus“ hervor (60):

> Leibnitzens Conceptualismus und seine Objectivität der Vernunftwahrheiten scheinen den hohen Beruf zu haben, in dem Dualismus [zwischen Nominalisten und Realisten], der beinahe so alt ist, wie die Philosophie selbst, das grosse Versöhnungswort zu führen.

4.3.5 Trendelenburg und Leibniz' *characteristica universalis*

Die größte Wirkung ging von Adolf Trendelenburgs *1857* erstmals veröffentlichter Darstellung „Über Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik“ aus. Es handelt sich um einen Festvortrag, den Trendelenburg am 3. Juli 1856 bei der Leibnizfeier der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehalten hat. Dem Wiederabdruck dieser Schrift im dritten Band der weitverbreiteten *Historischen Beiträge zur Philosophie*

[71]§ 46. Das Argument ist offenbar Exner entlehnt.

Trendelenburgs (*1867a*) war eine weitere Akademieabhandlung „Ueber das Element der Definition in Leibnizens Philosophie“ (*1876b*) beigegeben, in der das Bild Leibnizscher Logik abgerundet wird.

Trendelenburg geht das Programm der Leibnizschen Logik von der allgemeinen Charakteristik her an. „Der fortschreitende menschliche Geist,“ so schreibt er (*1867a*, 1), „verdankt keiner wirklichen *Sache* so viel als dem *Zeichen*.“ Er betont die Rolle von Zeichen für die Kommunikation und für das Denken. Trotz der Verwachsenheit des gehörten oder gesehenen Zeichens mit der durch das Hören oder Sehen hervorgerufenen Vorstellung besteht nur in den seltensten Fällen ein inneres Verhältnis zwischen Zeichen und dem Inhalt der hervorgerufenen Vorstellung (3):

> Der Laut schlägt diejenige Vorstellung in uns an, welche sich mit blinder Gewöhnung, aber nicht mit unterscheidendem Bewusstsein, welche sich psychologisch, aber nicht logisch in *dies* Zeichen und in kein anderes gekleidet hat.

In der Wissenschaft ist nun die Möglichkeit geschaffen worden, von der Unbestimmtheit der Worte der Sprache abzusehen und „die Gestaltung des Zeichens und den Inhalt des Begriffs in unmittelbare Berührung“ zu bringen, also solche Zeichen zu ersinnen, „welche die im Begriff unterschiedenen und zusammengefassten Merkmale unterscheidend und zusammenfassend darstellen“ (3). Die Anfänge einer solchen „Begriffsschrift“ – dies ist der Terminus, den Frege später von Trendelenburg übernahm[72] – seien schon gemacht, Trendelenburg hebt als Beispiele die Ziffern des dekadischen Zahlsystems hervor, die ein hervorragendes Beispiel böten, „wie mit dem zutreffenden Zeichen die Herrschaft über die Sache“ zugenommen habe (4). Die Ausweitung eines solchen Ansatzes „auf das ganze Feld der Gegenstände“ würde zu einer „charakteristischen Sprache der Begriffe“ und zu einer „allgemeinen Sprache der Sache“ führen (4). Leibniz habe dieses Programm vertreten, und die vielen Namen, die er ihm gegeben habe, *lingua characterica* [sic!] *universalis*, Alphabet des menschlichen Gedankens, *calculus philosophicus*, *calculus ratiocinator*, *spécieuse générale*, zeugten von der Bedeutung, die er ihm beigemessen habe. Leibniz' Ziel sei (6)

[72]Christian Thiel hat nachgewiesen, daß der Terminus „Begriffsschrift“ schon von Wilhelm v. Humboldt verwendet wurde (*1995*). v. Humboldt äußert ihn in dem Vortrag „Ueber die Buchstabenschrift und ihren Zusammenhang mit dem Sprachbau“, den er am 20. Mai 1824 vor der historisch-philologischen Klasse der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehalten hat (publiziert v. Humboldt *1826*).

eine adaequate und daher allgemeine Bezeichnung des Wesens und zwar durch eine solche Zergliederung in die Elemente der Begriffe, dass dadurch eine Behandlung desselben durch Rechnung möglich werde.

Trendelenburg skizziert das Leibnizsche Programm, indem er es zu der *ars magna* Raymundus Lullus' und zu den Universalsprachenkonzepten des 17. Jahrhunderts in Verbindung setzt und von ihnen abgrenzt. Es sei das Streben nach einer Adäquatheit der Bezeichnung, die eine vollständige Analyse der Begriffe und ihre Zerlegung in die ersten Bestandteile voraussetze. Erst nach einer solchen Zerlegung könnten die Bestandteile unterscheidende und damit adäquate Zeichen eingeführt werden. Die vollständige Analyse verbürge die Allgemeinheit der Leibnizschen *characteristica universalis*, die sich damit über „aus Wahl, Natur und Zufall" gemischte Erzeugnisse wie die künstlichen Sprachen von George Dalgarno (*1661*) und John Wilkins (*1668*) erhebe, die an bestehende Sprachen angelehnt seien (14*f.*).

Während Trendelenburg die Leibnizsche Zeichentheorie weitgehend unterstützt, kritisiert er die praktische Seite, insbesondere die logische Rechnung: Er erwähnt die Darstellung der kategorischen Syllogistik mittels Gleichheit und Verschiedenheit, den logischen Kalkül und Leibniz' Überlegungen zur *analysis situs*.[73] Für Trendelenburg ist „in dem ganzen Entwurf [...] gerade die Rechnung die zweifelhaftere Seite" (23). In seiner Kritik am Kalkül schließt er sich an Exner an. Die Verknüpfung der Merkmale im Begriff sei komplizierter als dies mit den von Leibniz vorgeschlagenen Operationen ausdrückbar sei (24). Trendelenburg rät zur Selbstbeschränkung, denn (25)

> wenn aus der allgemeinen Charakteristik die Seite der Rechnung, Erfindung und Entdeckung, ausscheidet: so bleibt noch immer eine anziehende logische Aufgabe übrig, das die Elemente unterscheidende und dadurch deutliche, den Widerspruch verhütende Zeichen, die Zurückführung der blinden Vorstellung auf den scharf gedachten Inhalt, der verschlungenen auf das darin enthaltene Einfache. Es bleibt die Aufgabe, ein Zeichen zu finden, welches, wie unsere Zahlenschrift, durch den Begriff der Sache selbst bedingt ist.

[73]Trendelenburg bemerkt, daß Leibniz' Beispiele zur *analysis situs* zwar einfach und elementar seien, „obwohl es schwer ist, die grossen Folgen, welche Leibniz in diesen Betrachtungen sieht, gleicher Weise einzusehn" (*1867a*, 23). Dies ist eine offensichtliche Fehleinschätzung angesichts des Erfolgs, den Geometrie der Lage und Topologie später verzeichnen konnten.

Die für letzteres notwendige *vollständige* Zergliederung der Begriffe sei bei dem Stand der Wissenschaften aber nicht immer zu leisten, es müßten also auch willkürliche Annahmen solange zugelassen sein, bis besseres Wissen für Ersatz sorge.

Es ist Trendelenburg offenbar ein besonderes Anliegen, darauf hinzuweisen, daß mit der von Kant durchgesetzten Scheidung der Form von den Inhalten des Denkens eine sich auf die formale Seite beschränkende Charakteristik der Ausführung näher gerückt sei. Man habe in der Geschichte der Philosophie vergessen, daß dieses Programm in der weitverzweigten Schule Kants tatsächlich aufgenommen worden sei. Der Holsteiner Jurist Ludwig Benedict Trede[74] habe es in einer anonym veröffentlichten Schrift *Vorschläge zu einer nothwendigen Sprachlehre* (*1811*) angegangen. Trendelenburg schließt seinen Aufsatz mit ausführlichen Darlegungen (26–29) zu dem Tredeschen Ansatz einer rationalen Grammatik. In angeschlossenen „Litterarischen Bemerkungen" (31–47) teilt Trendelenburg weitere bis dato nicht veröffentlichte Fragmente und Briefe von Leibniz sowie einen Auszug aus Tredes Werk mit.

4.4 Zusammenfassung

Es lassen sich nach Leibniz' Tod zwei Wellen der Rezeption seiner Schriften und Nachlaßstücke feststellen. Beide Wellen wurden durch Editionsprojekte ausgelöst. Die erste Welle ist mit den Editionen von Raspe (*1765*) und Dutens (*1768*) verbunden, die in einer Zeit des philosophischen Umbruchs veröffentlicht wurden, als die rationalistischen Systeme in der Wolffschen Tradition eher erkenntnistheoretisch orientierten, später kritischen Systemen Platz machen mußten. Es ist aus diesem Grunde nicht verwunderlich, daß das Interesse vor allem der Leibnizschen Metaphysik galt. Obwohl die Editionen von Raspe und Dutens Ungedrucktes enthielten, kann von einer systematischen Aufarbeitung des Leibnizschen Nachlasses keine Rede sein.[75]

[74]Ludwig Benedict Trede (* 13. Juni 1731 in Grünhaus, Holstein; † 30. Dezember 1819 in Eutin) war fürstlich Lübeckischer Justiz- und Regierungsrat und erster Kabinettssekretär, vgl. Trendelenburg *1867a*, 46.

[75]Nachdem Friedrich Wilhelm Joseph Schelling, damals Präsident der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in München, vom Bayerischen Minister-Residenten in Hannover Joseph Freiherr v. Hormayr über den bedauernswerten Zustand des Leibniz-Nachlasses unterrichtet worden war, beklagte er sich noch 1834 bei diesem über die

Die zweite Rezeptionswelle fiel mit dem Beginn der Leibniz-Philologie zusammen. Zur gleichen Zeit arbeiten die großen Editoren Gottschalk Eduard Guhrauer, Johann Heinrich Pertz[76] und Johann Eduard Erdmann am Nachlaß in Hannover. Erdmann publizierte in seiner Ausgabe (Leibniz *1839/40*) zentrale Stücke der nachgelassenen logischen Versuche von Leibniz, und er vergaß auch nicht, in seiner Darstellung des Leibnizschen Systems (in Erdmann *1842*) ausdrücklich auf diese Stücke hinzuweisen. Damit standen erstmals über das Programmatische hinausgehende Ausführungen Leibnizens zur Universalwissenschaft, zur allgemeinen Charakteristik und zum logischen (philosophischen) Kalkül der Diskussion offen.

Die Edition der logischen Stücke traf auf ein durchaus günstiges Diskussionsklima, denn in der Zeit nach Hegels Tod waren die unter dem von Trendelenburg geprägten Stichwort der „logischen Frage“ stehenden Logikreformbemühungen beherrschendes Thema in der Philosophie. Es ging um eine Reform der als unzureichend eingeschätzten traditionellen, „aristotelisch“ genannten Logik. Die formale Logik wurde dabei in der philosophischen Diskussion meist als reformresistent, für die Logik als ganzes aber auch wenig bedeutsam eingeschätzt. Die Reformen betrafen Schwerpunktverschiebungen innerhalb der Logik hin zu Begründungsfragen und zur Anwendungsfrage. Diese Schwerpunktverschiebungen führten im Endeffekt zu Ablösungserscheinungen, durch die ehedem zum Bestand der propädeutischen Sammeldisziplin Logik zählende Bereiche aus ihrem Gegenstandsbereich, ja teilweise aus dem Kompetenzbereich der Philosophie herausgelöst wurden.[77] In der Begründungsdiskussion ging es um die Frage, inwieweit die Logik vorgängig psychologisch oder erkenntnistheoretisch fundiert werden müsse. Die Diskussion war eng mit der Debatte verbunden, ob die Psychologie Leitwissenschaft der Philosophie oder ob vielmehr die Logik auch der Psychologie vorgelagert sei. Auch wenn die von den psychologisch orientierten Logikern ausgesprochenen Begründungsansprüche gegen Ende des 19. Jahrhunderts von Frege und Husserl weitgehend erfolgreich abgewehrt wurden, hat doch die Debatte, zusammen mit dem Entwicklungsschub der Psychologie nach Konzentration auf das positivistisch-empirische Methodenparadigma („Psychologische Labors“) im beginnenden 20. Jahrhundert zu einer Konstitution der Psychologie als eigenständige Wissenschaft geführt.

„Vernachlässigung eines so kostbaren Schatzes“. Wenn sich auch nur ein halbes Dutzend philosophischer Notate im Nachlaß befänden, „sollte man sie längst hervorgehoben und bekannt gemacht haben“; Schreiben v. Schellings an v. Hormayr v. 10. Juli 1834; Zit. nach Jacobs *1983*.

[76] Johann Heinrich Pertz leitete die Herausgabe der *Gesammelten Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover*, in deren Rahmen die von Carl Immanuel Gerhardt veranstaltete Ausgabe der *Mathematischen Schriften* zwischen 1849 und 1863 erschien (Leibniz *1849–1863*).

[77] Georg Leonhard Rabus sieht in diesen Schwerpunktverschiebungen dem „Einfluss der Zeitrichtung“ geschuldete Erweiterungen der Logik, und er macht schon auf die Gefahr der Verselbständigung dieser Bereiche aufmerksam (*1880a*, 25): „Allein es ist zu besorgen, und Thatsachen begründen die Besorgnis, dass über den Erweiterungen, wie sie unterschiedlich schon in früheren Zeiten hervorgetreten sind und heute wieder eigens betrieben werden, das Logische der Logik selbst verschwindet, und umgekehrt mit der Zunahme dieser inneren Armut die übrige Kraft sich vollends in das Aussenwerk wirft.“

Der zweite Ablösungsprozeß betraf die angewandte Logik, denn diesem traditionell in Logikhandbüchern enthaltenen, die Methodenlehre betreffenden Teil wurde zunehmend mehr Gewicht beigemessen. Unter dem Schlagwort einer „Logik als Wissenschaft“ wurde über die Ausweitung der für die Anwendung in den Wissenschaften relevanten Teile der Logik (Definitionslehre, Beweislehre, induktive und deduktive Methoden, etc.) eine Wiederannäherung der Logik (und damit auch der Philosophie) an die sich stürmisch entwickelnden Wissenschaften versucht. Schon im ausgehenden 19. Jahrhundert ist jedenfalls die Tendenz feststellbar, daß sich die Methodenlehre zur Wissenschaftstheorie verselbständigt, in der die traditionell zum Kern der Logik gehörende formale Logik lediglich mitgeführt wird.

So ist es auch nicht verwunderlich, daß die ersten Reaktionen auf die Leibnizschen Logikfragmente vor allem den Gedanken der *scientia generalis* betrafen, der als zukunftsweisend erachtet wurde, während die von Leibniz ersonnenen Mittel als undurchführbar zurückgewiesen wurden. Insbesondere scheint der Gedanke des Kalküls in der Logik wenig Gegenliebe gefunden zu haben. Wenn Exner im Kalkül lediglich das gewöhnliche logische Verfahren sieht, so widerspricht dies einer solchen Einschätzung nicht, denn unter einem „gewöhnlichen logischen Verfahren“ versteht Exner offenbar die syllogistische Schlußlehre. Die für Leibniz typische Verwendung des Terminus „Kalkül“ für Verknüpfungsoperationen mit Begriffen wird von Exner hart kritisiert. Ähnlich eklektizistisch geht auch Trendelenburg vor, wenn er den Gedanken der Charakteristik für gewinnbringend auch außerhalb der schon erfolgreich mit Symbolen operierenden

Naturwissenschaften und der Mathematik erachtet, diese Charakteristik aber von der Leibnizschen Bindung an den Kalkül und von der Zwecksetzung im Rahmen einer *ars inveniendi* trennt.

Im Zuge dieser wissenschaftstheoretischen Umorientierung gewann die Mathematik gegenüber der Hegelschen Herabsetzung zunehmend an Gewicht als methodische Paradigma-Wissenschaft. Unumstritten war die enge Bindung der Mathematik an die angewandte Logik bis hin zur ihrer Identifikation mit einem Zweig der Logik (Lotze). Ob nun diese enge Beziehung durch logische (syllogistische) Rekonstruktion mathematischer Beweise (Ueberweg) oder Anwendung rechnerischer Verfahren in der Schlußlehre (Drobisch) veranschaulicht wurde, stets ging es nicht primär um eine Dienstbarmachung der Logik für Zwecke der Mathematik, sondern um die Nutzung des mathematischen Vorbilds für die Reform der Logik. Ein Einfluß von Reformansätzen in der Logik auf die Mathematik kam schon deshalb nicht zustande, weil die in der Mathematik vor sich gehenden Änderungen der Objektbereiche, die philosophisch-logische Erklärungsleistungen verlangenden Wandlungen in der mathematischen Ontologie, von den Philosophen nicht nachvollzogen wurden. Die Mathematik blieb die Wissenschaft von den Größen. Die an Grundlagenfragen orientierten Mathematiker wurden also mit ihrem Grundlegungsbedarf von den Philosophen allein gelassen. So waren es dann die Mathematiker, die die den Philosophen wenig erfolgversprechend erscheinende Reform der formalen Logik in Angriff nahmen und damit den dritten Ablösungsprozeß einleiteten: die Herauslösung von Teilen der formalen Logik aus dem Kompetenzbereich der Philosophie und ihre Übernahme in den der Mathematik. Bei diesem dritten Herauslösungsprozeß fand der Anschluß an Leibniz eine neue Legitimationsfunktion.

Kapitel 5

Leibniz und die englische Algebra der Logik

5.1 Entstehung der Algebra der Logik in England

Auch die *Geschichte* der symbolischen Logik kommt nicht ohne *Geschichten* vom zündenden Einfall, vom „Geniestreich“, aus. Es war im Frühjahr 1833 bei Doncaster, wo der achtzehnjährige George Boole[1] seit knapp zwei Jahren eine Stelle als Hilfslehrer an der Wesleyan School innehatte, als Boole eines Nachmittags bei der Wanderung über ein Feld der Gedanke kam, logische Verhältnisse in symbolischer oder algebraischer Form auszudrücken (MacHale *1985*, 19).

Erst 14 Jahre nach dieser Eingebung in Doncaster fand die Idee einer mathematischen Präsentation der Logik ihren veröffentlichten Ausdruck

[1] Der britische Mathematiker George Boole (* 2. November 1815 in Lincoln; † 8. Dezember 1864 in Ballintemple, Irland) erhielt seinen ersten Mathematikunterricht von seinem Vater John, einem angesehenen Schuhmacher und Mechaniker in Lincoln. George Boole besuchte die Elementary School und kurzzeitig auch eine Handelsschule. Seine Interessen für alte Sprachen und auch seine früh erwachte Neigung zur Mathematik mußte er durch Selbststudium befriedigen. Im Alter von 16 Jahren übernahm er eine Hilfslehrerstelle für alte Sprachen und Mathematik, um schließlich in Lincoln eine eigene Schule zu gründen.

Als Mathematiker machte sich Boole schnell einen Namen, nachdem er 1840 seine erste Abhandlung in dem im Jahr zuvor gegründeten *Cambridge Mathematical Journal* veröffentlicht hatte, mit dessen Herausgeber Duncan F. Gregory ihn eine enge Freundschaft verband. Für seine *1844* veröffentlichte Arbeit "On a General Method in Analysis" erhielt er die Royal Medal der mathematischen Abteilung der Royal Society of London. Obwohl Boole keinen akademischen Abschluß hatte, war 1849 seine Bewerbung um eine Mathematikprofessur am neugegründeten Queens College in Cork, Irland, erfolgreich. 1857 wurde er zum Fellow der Londoner Royal Society gewählt. Zur Biographie vgl. Harley *1866*, Taylor *1956/57*, Diagne *1989* und vor allem MacHale *1985*.

in *The Mathematical Analysis of Logic* (*1847*). Dabei war es wohl nicht nur die von Boole selbst erwähnte Kontroverse zwischen dem Philosophen William Hamilton aus Edinburgh und dem Londoner Mathematiker Augustus De Morgan über die Quantifikation des Prädikats, die ihn dazu anregte.[2] Wichtiger noch für das Verständnis des Prozesses der Entstehung und Etablierung der mathematischen Logik als diese initialisierenden Momente sind die Kontexte, in denen diese Gedanken und Momente stehen.[3] Von größerer Bedeutung scheinen die Bezüge gewesen zu sein, die sich zwischen einer symbolisierten Logik, der von den Cambridger Mathematikern ausgearbeiteten *Symbolical Algebra* und vor allem dem von Duncan F. Gregory, Robert Murphy und George Boole besonders für die Analysis propagierten "Calculus of Operations" ergaben.[4] Zur Klärung ihrer Entstehungsbedingungen muß die Boolesche Logik also in ihren philosophischen *und* ihren mathematischen Entstehungskontext eingebettet werden.

5.1.1 Der philosophische Kontext

5.1.1.1 Die Wiederentdeckung der formalen Logik

George MacDonald Ross sprach auf dem IV. Internationalen Leibniz-Kongreß 1983 in Hannover, der Werk und Wirkung des großen Philosophen gewidmet war, über die Leibniz-Rezeption in der englischsprachigen Philosophie. Das Interesse an Leibniz, so MacDonald Ross, habe erst im ausgehenden 19. Jahrhundert wieder zugenommen, eine Aussage, die er mit der bemerkenswerten Feststellung untermauert, daß zwischen den Editionen des Leibniz-Clarke-Briefwechsels im Jahr 1717 (Clarke *1717*) und im Jahr 1890 (in Leibniz *1890*) keine einzige Leibnizsche Schrift ins Englische übersetzt worden sei. MacDonald Ross macht dafür neben dem britischen

[2]Boole *1847*, 1. Eine ausführliche Darstellung der 1846 anhebenden Debatte, die in den 70er Jahren des 19. Jahrhunderts nach dem Tod Hamiltons eine Neuauflage erlebte, gibt Peter Heath *1966*, vii–xxxi, bes. xii–xxxi. Luis María Laita hat gezeigt, daß der Einfluß der Debatte auf die Ausgestaltung des Logikkalküls eher indirekt war, vgl. Laita *1976*, 114–154, sowie Laita *1979*.

[3]Vgl. Koppelman *1971/72*; Laita *1976*, 34–47; Grattan-Guinness *1988*, 74–76; und Barone *1965*, 29–73.

[4]Der mathematische Kontext ist materialreich bei Panteki *1991* dokumentiert. Vgl. auch schon Bryant *1901–1902*, 106; Jourdain *1910–1913*, Tl. 2 (1912), 332*f*.

"anti-historicism"[5] u. a. die im Briefwechsel dokumentierte Kontroverse zwischen Leibniz und Newton verantwortlich. Er spricht von einem spezifisch britischen Stil in der Philosophie von Ockham bis Ayer, der immer Bestandteil des angelsächsischen philosophischen Selbstbewußtseins gewesen sei. Seit der Debatte zwischen Leibniz und Newton sei dieses Selbstbewußtsein zu einem intellektuellen Chauvinismus degeneriert. Die Kontroverse habe, so MacDonald Ross, nationalistische Gefühle hervorgerufen, "which were destined to create a long-term intellectual gulf between Britain and the Continent", eine Kluft, die sich schließlich zu einem Antagonismus zwischen britischen Empiristen und kontinentalen Rationalisten verfestigt habe (MacDonald Ross *1983*, 443).

Für die britische Philosophie war ein Desinteresse an der formalen Logik spezifisch, die schon früh hinter einer wissenschaftstheoretisch orientierten Erkenntnistheorie zurückstehen mußte. Richard Whately (1787–1863), der mit seinen sehr erfolgreichen *Elements of Logic* (*1826*)[6] die formale Logik erstmals wieder in die philosophische Diskussion Großbritanniens einbrachte,[7] sah sich veranlaßt, dem Vorwort zu seinem Band einen ausführlichen Bericht über die daniederliegende logische Forschung und Ausbildung in Oxford beizugeben.[8] Whately kritisiert dort, daß nur sehr wenige Studenten der Universität Oxford gute Logiker würden und daß (*1826*, xv)

> by far the greater part pass through the University without knowing any thing at all of it; I do not mean that they have not learned by rote a string of technical terms; but that they understand absolutely nothing whatever of the principles of the Science.

Er schlägt vor: "Let the study of Logic be made *optional to those who are merely candidates for a degree*, but indispensable to the *attainment of academical honours*" (ebd., xix).

Auch Thomas M. Lindsay hebt in einem Aufsatz "On Recent Logical Speculations in England" (*1871*), den er seiner Übersetzung von Ueber-

[5]Er nennt paradigmatisch Antony Flew, der in seiner *Introduction to Western Philosophy* gegen die "antiquarians of ideas" polemisierte (Flew *1971*, insbes. 17–18).

[6]Risse weist in seiner *Bibliographia Logica* (*1965–1979*, II, 1973) 9 Auflagen bis 1848 und insgesamt 28 Ausgaben bis 1908 nach. Van Evra (*1984*, 2) erwähnt, daß in den USA bis 1913 etwa 64 Drucke erschienen.

[7]Zur Biographie vgl. E. Jane Whately *1866*. Zur Rolle von Whatelys Logik bei der Entstehung der modernen Logik vgl. Van Evra *1984* sowie Panteki *1991*, 409–422.

[8]*1826*, xv–xxii.

wegs *System der Logik* (Ueberweg *1871*) beigegeben hat, die Bedeutung von Whatelys Buch hervor (Lindsay *1871*, 557):

> Before the appearance of this work, the study of the science had fallen into universal neglect. It was scarcely taught in the universities, and there was hardly a text-book of any value whatever to be put into the hands of the student.

Trotz der nach Lindsays Ansicht mangelhaften Qualität von Whatelys *Elements*[9] lösten sie "a real study of Logic" aus, "it [...] was the forerunner of a host of logical text-books, which, if they added little to the science they profess to expound, at least showed the national zeal for the study" (ebd.).

Whatelys Buch motivierte weitere Arbeiten zur formalen Logik. Schon im Jahr nach seiner Veröffentlichung erschien George Benthams *An Outline of a New System of Logic* (*1827*), ein Werk, das als Kommentar zu Whatelys Buch konzipiert war und das von William Hamilton neben anderen Logikbüchern in einer Sammelrezension für die *Edinburgh Review* (*1833*) kritisch besprochen wurde. Mit dieser Rezension wurde wiederum Hamiltons Reputation als "the first logical name in Britain, it may be in the world" begründet.[10] 1839 schließlich veröffentlichte Thomas Solly (1816–1875) einen in mathematischer Herangehensweise verfaßten *Syllabus of Logic*.[11]

Lindsay sieht in der Nachfolge Whatelys zwei logische Richtungen, die sich durch ihre philosophischen Ursprünge unterscheiden: die auf Kant sich berufende formale Logik, vertreten vor allem durch William Hamilton (1788–1856), Henry Longueville Mansel (1820–1871)[12] und William Thomson (1819–1890),[13] und die dem Einfluß Humes verpflichtete induktive Logik, insbesondere von John Stuart Mill (1806–1873) und Alexander Bain (1818–1903).[14] Die englischen formalen Logiker hätten sich der Kantschen Maxime angeschlossen, daß die Logik nicht mit den Objekten des Denkens, sondern nur mit dessen Form zu tun habe, "they push their theory of Formal Logic much farther than Kant did, however" (Lindsay *1871*, 558). Die Beschränkungen, die sich durch Kants metaphysisches Interesse ergeben hätten, fallen bei ihnen weg: "But our English formal logicians were not held back in any such way, and their Logic is purely formal Logic from beginning to end" (ebd.). Darüber hinaus sind die britischen Studien auf eine Reform der formalen Logik ausgelegt. Augustus De Morgan konnte 1860 behaupten, daß diese Reformen es möglich erscheinen ließen, "that Kant's dictum about the perfection of the Aristotelian logic may possibly be false."[15]

Der schottische Philosoph William Hamilton[16] war wohl derjenige formale Logiker, der den größten Einfluß in Großbritannien hatte, obwohl er kein Logiklehrbuch veröffentlicht hatte, sondern seine logischen Kon-

[9] Thomas Lindsay meint, daß die *Elements of Logic* "by no means a good text-book" waren: "The author wrote without having a very extensive knowledge of his subject, and did nothing to enlarge the science he professed to teach" (*1871*, 557). Trotz des nun vorhandenen Interesses blieb die Kenntnis der formal-logischen Tradition weiterhin gering. Dies änderte sich erst mit Lindsays Übersetzung von Ueberwegs *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren* (*1871*). *1884* legte dann John Neville Keynes ein bis heute wertvolles Kompendium der traditionellen formalen Logik vor.

[10] Dieses Urteil findet sich in einem nicht abgesandten Brief De Morgans an Spalding vom 26. Juni 1857; Zit. nach Heath *1966*, xii. George Boole zählt Hamilton, bei seiner Kritik an dessen Geringschätzung der Mathematik möglicherweise nicht ohne Ironie, zu den "two greatest authorities in Logic, modern and ancient" (*1847*, 81). Die Autorität neben Hamilton ist Aristoteles.

[11] Zur Logik Thomas Sollys vgl. Panteki *1993*.

[12] Vgl. Mansels Vorwort zu seiner Ausgabe von Henry Aldrichs *Artis Logicæ Rudimenta* (Aldrich *1849*) sowie seine eigenen *Prolegomena Logica* (*1851*).

[13] Thomsons *Outline of the Laws of ~~Logic~~* erschien *1842* anonym, weitere Auflagen mit Autorangabe unter dem Titel *An Outline of the Necessary Laws of Thought* ([2]*1849*, [5]1860). Thought

[14] Vgl. Bains *Logic* (*1870*). Es ist bemerkenswert, daß Alexander Bain, der die induktive Logik gegenüber der deduktiven bevorzugte, eine wichtige Rolle bei der Verbreitung der symbolischen Logik spielte. Im ersten, deduktiven Teil seiner Logik behandelte er in einem Kapitel über "Recent Additions to the Syllogism" (*1870* I, 178–207) die logischen Systeme von Hamilton, De Morgan und Boole. Seine Logik wurde *1878* ins Polnische übersetzt und motivierte den Lemberger Gymnasiallehrer Stanisław Piątkiewicz zu algebraisch-logischen Studien. Sein „Algebra w logice" (*1888*) war die erste symbolisch-logische Schrift in Polen. Siehe dazu Batóg/Murawski *1996*.

[15] De Morgan *1860b*; Zit. nach De Morgan *1966*, 247.

[16] Sir William Hamilton (* 8. März 1788 in Glasgow; † 6. Mai 1856 in Edinburgh) studierte an den Universitäten in Glasgow, Edinburgh und schließlich am Balliol College, Oxford, mit dem Ziel, der Familientradition entsprechend Mediziner zu werden. 1812 nahm er dann allerdings eine Tätigkeit als Rechtsanwalt in Edinburgh auf. 1821 zum Professor für "Civil History" an der Universität Edinburgh ernannt, gab er seine Vorlesungen bald wegen nur geringer finanzieller Erträge wieder auf. 1836 wurde Hamilton zum Professor für Logik und Metaphysik an der Universität Edinburgh gewählt. Zur Biographie vgl. Veitch *1869*, Wolf *1970*.

zeptionen vor allem in Vorlesungen und allerdings vielgelesenen kritischen Arbeiten verbreitete, die dann in Sammelbänden seiner Werke und Vorlesungen (*1852*, *1859–1866*) nachzulesen waren. Hamilton propagierte eine Wiederaufnahme der aristotelisch-scholastischen formalen Logik, unter Kantschem Einfluß allerdings bei gleichzeitiger Abkehr von der einseitigen Bevorzugung der Syllogistik. Das Hamiltonsche Logikkonzept war um eine Revision der Standardformen zentriert. Durch Quantifikation der Prädikate erhielt Hamilton acht Standardformen:[17]

1.	A	"All A is all B"	toto-total.
2.	A	"All A is some B"	toto-partial.
3.	I	"Some A is all B"	parti-total.
4.	I	"Some A is some B"	parti-partial.
5.	E	"Any A is not any B"	toto-total.
6.	E	"Any A is not some B"	toto-partial.
7.	O	"Some A is not any B"	parti-total.
8.	O	"Some A is not some B"	parti-partial.

Die sich aus dieser Modifikation der Standardformen ergebenden Auswirkungen auf die Syllogistik veranschaulichte Hamilton unter Verwendung einer geometrischen Keilsymbolik.[18]

Wie William Hamilton widmete sich auch Augustus De Morgan der Reform der alten formalen Logik.[19] Seine Arbeiten veröffentlichte er u. a. in der *Formal Logic* (*1847*) sowie in einer Reihe von Aufsätzen, unter denen die Aufsatzserie "On the Syllogism" besondere Erwähnung verdient.[20] Grundlage von De Morgans Reformbemühungen war die offenbar unabhängig von Hamilton propagierte Quantifikation des Prädikats in Standardformen unter Verwendung einer allerdings nicht immer konsistenten symbolischen Notation. De Morgans Definition des Syllogismus, "The *syllogism* is inference of the relation which exists between two terms, as a necessary consequence of their relations to the same third, or *middle*, term,"[21] deutet die Richtung seiner Reformbemühungen an: die Subjekt und Prädikat einer Aussage verbindende Kopula wird durch Interpretation als Relation einer Deutung fähig. Im zweiten Teil seiner Aufsatzserie "On the Syllogism" entwickelt er seine "theory of the copula", wobei er unter einer abstrakten Kopula "a formal mode of joining two terms which carries no meaning, and obeys no law except such as is barely necessary to make the forms of inference follow."[22] Die damit grundgelegte Relationenlogik arbeitet er vor allem im 4. Stück von "On the Syllogism" aus. Sie gehört zu den wesentlichen Errungenschaften De Morgans und ist auch heute noch von Bedeutung.[23]

[17]Vgl. Hamilton *1859–1866*, Bd. 4 (1866), 287. Der unbedachte, lediglich englischer Stilistik geschuldete Wechsel vom kollektiven "all" zum distributiven "any" wurde schon von William and Martha Kneale kritisiert (*1962*, 353).

[18]Vgl. die Zusammenstellung "Logical Notation" in Hamilton *1859–1866*, Bd. 4 (1866), 469–486.

[19]Augustus De Morgan (* 27. Juni 1806 in Madura, Indien; † 18. März 1871 in London) zeigte schon früh mathematisches Talent. Er erhielt seine Ausbildung am Trinity College in Cambridge, wo u. a. George Peacock und William Whewell zu seinen Lehrern gehörten. 1828 wurde er zum Professor für Mathematik an der neugegründeten University of London, dem späteren University College, gewählt. Er wurde so zu einem "satellite" der Cambridger Analytical Society, die zwar inzwischen aufgelöst war, die aber immer noch ihre Statthalter hatte (Richards *1987*, 10). Seine Stellung am University College gab er 1831 aus Protest gegen die Universitätspolitik der Regierung für fünf Jahre auf, und ebenfalls aus politischen Gründen verließ er die Universität 1866 endgültig. Zur Biographie De Morgans vgl. vor allem die Erinnerungen seiner Frau Sophia Elizabeth De Morgan (*1882*) sowie Macfarlane *1916*, Dubbey *1971*, Rice *1996*.

5.1.1.2 Der Streit um die Quantifikation des Prädikats

Der Streit um die Quantifikation des Prädikats war eines der großen Themen in der Logikdiskussion Großbritanniens im 19. Jahrhundert; er kann als Zeichen für ein neu erwachtes Interesse an formal-logischer *Forschung* angesehen werden. Dieser Prioritätsstreit wurde ohne tiefergehende Kenntnis der in der kontinentalen Philosophie auffindbaren Ansätze geführt. Es war vor allem der Stil der Auseinandersetzung zwischen William Hamilton und Augustus De Morgan, der für Aufsehen sorgte. Bei dem Streit ging es um eine zunächst brieflich, dann öffentlich ausgetragene Kontroverse um den Vorwurf Hamiltons, De Morgan habe die in seinem am 9. November 1846 vor der Cambridge Philosophical Society gehaltenen Vor-

[20]De Morgan *1846*, *1850*, *1858*, *1860a*, *1862*. Die Aufsatzserie ist neben anderen logischen Schriften in einer von Peter Heath veranstalteten Ausgabe wieder abgedruckt (De Morgan *1966*). Zur De Morganschen Logik vgl. schon Halsted *1884* sowie Panteki *1991*, 422–492, Hawkins *1995*.

[21]De Morgan *1858*; Zit. nach De Morgan *1966*, 131.

[22]De Morgan *1850*, Zit. nach De Morgan *1966*, 51; die Theorie der Kopula ebd. 50–66.

[23]De Morgan *1860a*; zur De Morganschen Relationenlogik siehe vor allem das Buch von Daniel D. Merrill (*1990*).

trag "On the Structure of the Syllogism" (*1846*) entwickelte Lehre von der Quantifikation des Prädikats von Hamilton übernommen, ohne dies anzugeben. Hamilton will die Quantifikation in bejahenden Urteilen erstmals *1833* in einer Sammelrezension zur Logik vertreten haben,[24] noch vor 1840 sei er dann zu der Überzeugung gelangt, daß diese Lehre sich auch auf verneinende Urteile ausdehnen lasse. Von dieser Zeit an habe er das uneingeschränkte Prinzip gelehrt.[25] Veröffentlicht hat er dies aber erst 1846 in einem kurzen "Prospectus" für eine "New Analytic of Logical Forms"[26] als Beilage zu seiner Ausgabe der Werke von Thomas Reid. Nach dem Tod von Hamilton und De Morgan kam es 1873 zu einer neuen Polemik über den Gegenstand. Es war nämlich festgestellt worden, daß bereits in George Benthams *An Outline of a New System of Logic* (*1827*), einem Werk, mit dem sich Hamilton in seiner Sammelrezension von *1833* auseinandergesetzt hatte, die Quantifikation des Prädikats gelehrt worden war.

In diesen Kontroversen spiegelt sich ein durchaus subtiles Verständnis des Prioritätsbegriffs wieder. Der Gedanke der Quantifikation des Prädikats war an sich nicht neu. Auf frühe Vertreter dieses Gedankens ging Ljubomir Nedich schon *1886* in einer ausführlichen Auseinandersetzung mit der Lehre Hamiltons ein. In Anlehnung an ein Urteil von Thomas S. Baynes (*1873*, bes. 797) kommt Nedich aber zu der Auffassung, die Vorläufer Hamiltons hätten die Quantifikation des Prädikats lediglich als technische Vorschrift aufgefaßt,[27] Hamilton habe jedoch die ganze Tragweite des Verfahrens erkannt, indem er es zum Grundprinzip seiner „Neuen Analytik der Denkformen" gemacht habe. Deshalb ist für Nedich und Baynes Hamilton der „wahre" oder „wissenschaftliche Entdecker" (Nedich *1886*, 166*f.*).

Sieht man einmal davon ab, daß Nedichs Argument natürlich auch auf die älteren identischen Kalküle von Ploucquet und Drobisch zutrifft, die ohne eine explizite Quantifizierung des Prädikats nicht zu korrekten Resultaten führen würden, so verliert der Prioritätsstreit bei einer wirkungsgeschichtlichen Betrachtungsweise seine Relevanz. Es ist Peter Heath zuzustimmen, der seinen Bericht über die Kontroverse mit dem Urteil schließt:

> There seems little doubt, by now, that the true position on this not very important question of fact was simply this, that whatever may have been done by European logicians, Bentham was the first writer in English to quantify the predicate, Hamilton the first to make any extensive use of it, and De Morgan the first to grasp what it was all about.[28]

[24]Entsprechende Ausführungen finden sich im Neudruck in Hamilton *1852*, 161–163, Fußnote.

[25]Hamilton *1852*, 614*f.* Zu Hamiltons Quantifikation des Prädikats vgl. Fogelin *1976a* mit Korrektur *1976b*.

[26]Hamilton *1846* in Reid *1846/1863*. Der "Prospectus" wurde teilweise als Hamilton *1866b* in den *Lectures on Metaphysics and Logic* (*1866a*) abgedruckt sowie in den *Discussions* (*1852*, 646–647).

[27]Diese Ansicht vertrat Rudolf Hermann Lotze ebenfalls, ohne daß er jedoch einen qualitativen Unterschied zwischen den Ansätzen von Hamilton und De Morgan anerkennen wollte. In seiner „Anmerkung über logischen Calcül" schrieb er (*1880*, 268): „Schon die quantitative Bestimmung des Prädicats im Urtheile, von welcher die neuere englische Logik ausging, war keine neue Entdeckung, sondern die überflüssige Aufbauschung eines bekannten Gedankens zu übertriebener Wichtigkeit. Daß das Prädicat im Urtheil, die reciprocablen ausgenommen, größeren Umfang hat als das Subject, das eben in diesen Umfang eingeordnet wird, daß also nicht blos das Prädicat das Subject determinirt, sondern auch dieses das Prädicat auf diejenige Modification einschränkt, die ihm, dem Subjecte zukommt, waren alte Lehren der Logik und in ihren Umkehrungsregeln hatte sie auch für die Anwendung derselben gesorgt."

[28]Heath *1966*, xxiv. Es sei bemerkt, daß in den Prioritätsstreit auch der deutsche psychologistische Logiker Friedrich Eduard Beneke verwickelt war, dessen Beiträge, anders als die der anderen kontinentalen Antizipatoren, in Großbritannien durchaus zur Kenntnis genommen wurden (vgl. Nedich *1886*, 161, Anm. 3, mit Angaben zur englischsprachigen Literatur). Beneke hatte in der Urteilslehre seines *1842* veröffentlichten, 1843 an Hamilton gesandten zweibändigen *Systems der Logik* die Umfangsverhältnisse zwischen Subjekt und Prädikat in den Standardformen mittels Kreisdiagrammen (Sphären) veranschaulicht und wie folgt kommentiert (*1842*, 203): „Durch diese Figuren werden uns zugleich auch die *Quantitätsverhältnisse* veranschaulicht, welche auf der Seite, wo sie *von der gewöhnlichen Sprache nicht ausgedruckt werden*: auf der Seite der *Prädikate*, Statt finden. Es leuchtet in die Augen, dass diese bei den beiden bejahenden *besonders* (partikulär) bestimmt sind. Im allgemein-verneinenden Urtheile sind alle *s* von *allen p* ausgeschlossen [...]; und eben so bei dem besonders-verneinenden Urtheile einige *s* von der *ganzen* Sphäre von *p*. Dagegen fallen im allgemein-bejahenden Urtheile alle *s* nicht mit *allen p*, sondern *nur* mit *einigen p* zusammen. [...] In gleicher Weise endlich ist es im besonders-bejahenden Urtheile *nur ein Theil* der Sphäre *p*, welcher mit einigen *s* identisch ist." Beneke betont: „Hiedurch sind uns denn auch unmittelbar die Verhältnisse der *Umkehrung* (Konversion) der Urtheile gegeben" (ebd.). Weniger ausführlich findet sich diese Lehre in Benekes *Lehrbuch der Logik* (*1832*, §§ 156–160) und in seiner lateinischen Antrittsvorlesung von *1839* (§ 4). Nachdem Beneke von Hamilton die Ausgabe der Werke Thomas Reids (Reid *1846/1863*) sowie eine Dokumentation von Hamiltons Briefwechsel mit De Morgan (Hamilton *1847*) erhalten hatte, schrieb er an seinen Freund, den Pädagogen Johann Gottlieb Dressler, mit Bezug auf

5.1.2 Der mathematische Kontext

5.1.2.1 Symbolical Algebra

Untersucht man die Biographien der Vertreter der symbolischen Logik in Großbritannien in den 70er und 80er Jahren des 19. Jahrhunderts, so fällt auf, daß fast alle mit dem von Susan Faye Cannon so genannten "Cambridge Network" in Verbindung gebracht werden können (Cannon *1978*, 29–71). Damit kennzeichnet Cannon die von Cambridge ausgegangene Bewegung, die auf eine Reform der britischen Wissenschaft abzielte und zugleich auch eine Emanzipation von der Newtonschen Wissenschaftslehre bezweckte. Eine der Wurzeln dieser Bewegung war die 1812 von Charles Babbage (1791–1871), George Peacock (1791–1858) und John Herschel (1792–1871) ins Leben gerufene Analytical Society,[29] deren Gründung Joan L. Richards als "convenient starting date for the nineteenth-century chapter of British mathematical development" ansieht (Richards *1988*, 13). Wesentliche Förderung erhielt die Reformbewegung durch die 1831 gegründete British Association for the Advancement of Science, insbesondere nachdem die Association unter den Einfluß des *Cambridge Network* geraten und auf dessen emanzipatorische Ziele eingeschwenkt war.[30]

seine Beiträge zur Quantifikation des Prädikats (Zit. nach Gramzow *1899*, 237): „Nun scheint mir die Wahrscheinlichkeit, dass zwei voneinander unabhängig auf dasselbe Princip kommen, welches als das richtige durch die Sache selbst gegeben ist, allerdings nicht so gering wie Sir William; aber bei einem so gewaltigen Leser, wie diesem und dem ich überdies 1843 mein ‚System der Logik' selbst geschickt habe, hat dieses Zusammentreffen etwas Verdächtiges: umsomehr, da er dasselbe weder in seiner Ankündigung, noch einmal, ungeachtet aller Artigkeiten, in seinem Briefe an mich erwähnt hat. Ich habe ihm nun über dieses Zusammentreffen geschrieben; aber er scheint keinen besonders starken Trieb zu haben, darauf zu antworten. – Ich mache mir im Grunde aus der ganzen Theorie der analytischen Schlüsse und aus der Priorität einer auf sie sich beziehenden Entdeckung herzlich wenig, aber ich kann mir doch Fälle denken, wo ich es für nötig hielte, zur Sache nicht stillzuschweigen, und überdies interessiert sie mich psychologisch." Die Korrespondenz zwischen Hamilton und Beneke konnte von den Editoren des Benekeschen Briefwechsels nicht aufgefunden werden (vgl. Barelmann *1994*, 68). Schon Nedich sieht das auch bei Beneke feststellbare geringe Interesse an der Quantifikation des Prädikats in Deutschland in einer spezifischen Auffassung von den Aufgaben der Logik begründet: „Bei derjenigen Auffassung über die Aufgabe der Logik, die sich immer mehr Bahn bricht, und nach der sie eine Wissenschaft vom Denken, nicht aber eine Anleitung zu demselben ist, konnte den technischen Vortheilen, die die Lehre von der durchgehenden Quantification bietet, unmöglich die Bedeutung beigemessen werden, die ihr Urheber denselben gesichert wissen wollte" (Nedich *1886*, 157).

[29] Zur Gründung der Analytical Society vgl. Enros *1983*.

Der erste Erfolg der Analytical Society war die Änderung des mathematischen Prüfungssystems in Cambridge, des Tripos, durch Übernahme der Leibnizschen Notation in der Differentialrechnung statt der bis dahin gebräuchlichen Newtonschen Fluxionsrechnung:[31] "The Principles of pure D-ism in opposition to the Dot-age of the University", wie Babbage dieses Programm in seinen Erinnerungen in Anspielung auf die Unterschiede in der Leibnizschen und Newtonschen Notation beschreibt.[32] Daß gerade ein Wechsel in der Symbolik eine solch befruchtende Wirkung auf die mathematische Arbeit hatte, mag von Bedeutung gewesen sein für das Entstehen des Interesses an den Grundlagen symbolischen Operierens und für die schrittweise Lösung von einer inhaltlich gedeuteten Mathematik. Die neuen Forschungen im Bereich der Analysis liefen parallel zu innovativen Ansätzen in der Algebra; schließlich fanden Analysis und Algebra im "Calculus of Operations" eine Verknüpfung.

Die algebraischen Forschungen vor allem von George Peacock und Augustus De Morgan waren dem philosophischen Bedürfnis der Bewältigung des im ausgehenden 18. Jahrhundert aufgebrachten, eigentlich philosophischen Problems der Interpretation negativer und imaginärer Zahlen verpflichtet.[33] Der wirkungsvollste Ansatz neben dem idealistischen Weg des irischen Mathematikers William Rowan Hamilton (1800–1865), der unter Aufnahme Kantscher Ideen die Algebra als Wissenschaft von der reinen Zeit auffaßte,[34] war die Entwicklung der symbolischen Algebra, die

[30] Vgl. Cannon *1978*, 201–224, und besonders die Studie von Morell und Thackray über die *Gentlemen of Science* der British Association for the Advancement of Science (*1981*).

[31] Richards beurteilt dies so: "Abandoning the geometrical, Newtonian notation of the previous century was advocated as a significant step towards bringing English scientists into the same universe of discourse as their continental counterparts. It marked the rise of a new analytical emphasis at Cambridge and an attempt to include all of the most up-to-date developments in mathematics, both pure and applied, on the Tripos" (Richards *1988*, 16).

[32] Babbage *1864*, 29. Zu Babbage vgl. Dubbey *1978*; Hyman *1982*, dt. *1987*; Campbell-Kelly *1994*.

[33] Vgl. Pycior *1976*, *1981*, *1982*, *1984*, *1994*. Vgl. auch den klassischen Aufsatz von Ernest Nagel über "Impossible numbers" (*1935*) sowie Knobloch *1981*. Den möglichen Einfluß John Lockes auf Peacocks symbolische Algebra behandelt Durand *1990*.

[34] Hamilton *1837*; vgl. Pycior *1976*, 100*f*.; Schlote *1987*, 57–62. Diese Position, durch

George Peacock in seinem *Treatise on Algebra* (*1830*) kodifizierte, und die er 1833 in seinem berühmten Bericht vor der British Association for the Advancement of Science weiter propagierte (Peacock *1834*, bes. 198–207). Ausgangspunkt des symbolischen Zugangs zur Algebra ist das "principle of the permanence of equivalent forms", das in der Formulierung Peacocks lautet (*1834*, 198): "Whatever form is algebraically equivalent to another when expressed in general symbols, must continue to be equivalent, whatever those symbols denote" bzw. in der konversen Form (ebd., 199):

> Whatever equivalent form is discoverable in arithmetical algebra considered as the science of suggestion, when the symbols are general in their form, though specific in their value, will continue to be an equivalent form when the symbols are general in their nature as well as in their form.

Diese Prinzipien führen auf eine Unterscheidung zwischen arithmetischer und symbolischer Algebra,[35] die auf einer restriktiven Auffassung der Arithmetik als Größenlehre aufbaut. Innerhalb der als universelle Arithmetik verstandenen arithmetischen Algebra (Peacock *1834*, 183) werden Zahlen durch Symbole repräsentiert. Die Zeichen $+$, $-$ wie auch diejenigen für Multiplikation und Division stehen für auf diese Zahlen anzuwendende Operationen. Die Anwendung solcher Operationen muß wieder zu anschaulichen Quantitäten führen. Die Subtraktion $a - b$ ist daher für $a < b$ nicht möglich, denn sie führt auf "impossible results", die "foreign to the science" sind (*1842/1845* I, iv), auf "*impossible* quantities" (*1834*, 189). Die *symbolische Algebra* dagegen ist von den Einschränkungen der arithmetischen Algebra nicht betroffen. Für das genannte Beispiel heißt dies: "thus symbolical subtraction differs from the same operation in arithmetical algebra in being possible for all relations of value of the symbols or expressions employed" (*1842/1845* I, vi). Aus den "impossible quantities" der arithmetischen Algebra werden die "negative quantities"

die die Erweiterung der Zahlklassen weit weniger Einschränkungen unterworfen war als in der symbolischen Algebra, führte Hamilton zur Entdeckung neuer mathematischer Objekte, der nicht-kommutativen Quaternionen. Vgl. W. R. Hamilton *1853*; dazu Crowe *1985*, 17–46; Schlote *1987*, 62–87. Zu William Rowan Hamilton vgl. Graves *1882–1889*; Hankins *1980*; O'Donnell *1983*.

[35] Diese Unterscheidung wird in der Neuausgabe des *Treatise on Algebra* (*1842/1845*) besonders sinnfällig, wo Peacock der arithmetischen und der symbolischen Algebra jeweils einen eigenen Band widmet.

der symbolischen Algebra (*1834*, 189). Der Übergang von den natürlichen auf die ganzen Zahlen wird so ermöglicht, aber auch Interpretationen der Symbole als Linien, Kräfte, Zeiträume oder andere konkrete Größen sowie entsprechende Interpretationen der zugehörigen Operationen. Zugleich werden sich in der symbolischen Algebra zahllose Resultate ergeben, die keiner Interpretation fähig sind oder zumindest noch keine gefunden haben (*1842/1845* I, vii): "The results therefore of symbolical algebra, which are not common to arithmetical algebra, are generalizations of form, and not necessary consequences of the definitions, which are totally inapplicable in such cases" (*1842/1845* I, vii).

Ernest Nagel hat Peacocks Unterscheidung zwischen arithmetischer und symbolischer Algebra als Unterscheidung "between mathematics as a natural science, and mathematics as the science which investigates the necessary connections between premisses and conclusions" charakterisiert (*1935*, 449). Dennoch ist trotz der Wegweisung hin auf eine abstrakte, strukturelle Auffassung der Algebra eine starke Bindung der symbolischen Algebra an die „naturwissenschaftliche" Arithmetik realer Größen feststellbar, worin für Joan L. Richards die wesentliche Differenz zu modernen abstrakt-algebraischen Systemen liegt.[36] Sie hebt hervor, daß die frühen englischen Algebraiker ihre Ansichten zur mathematischen Wahrheit nicht geändert hätten. Mathematische Wahrheit sei immer noch in irgendeiner Weise an die reale Welt gebunden. Obwohl die symbolischen Algebraiker "the possibility of formal mathematical development, that one could explore empty mathematical forms without reference to a particular subject matter" durchaus erkannt hätten, sei dies angesichts ihrer realistischen Heuristik nicht ins Gewicht gefallen (J. L. Richards *1980*, 363*f.*, Zit. 364).

Peacocks System ermöglichte durchaus die Abkehr von der Interpretation algebraischer Größen als Quantitäten. Es spricht allerdings für die Deutung von Richards, daß weiterhin ein Bedarf an der Begründung des Verhältnisses von Operation und Deutung artikuliert wurde. Gerade in diesem Bereich wurden der Logik Aufgaben zugewiesen. Augustus De Morgan ging sogar so weit, zwischen einer technischen und einer logischen Algebra zu unterscheiden. Unter technischer Algebra verstand er die Lehre des Gebrauchs von Symbolen entsprechend den Regeln, die durch die

[36] Sie relativiert gängige Deutungen, die in Peacock den ersten Vertreter einer Algebra als hypothetisch-deduktives System (Bell *1954*, 180) oder allgemeiner des modernen Zugangs zur Algebra und zur gesamten Mathematik (Nový *1973*, 199) sehen.

Definition der Symbole gegeben sind. Logische Algebra sollte dagegen die Wissenschaft sein, die die Methoden untersucht, mit denen den primären Symbolen Bedeutung beigelegt wird und mit denen alle folgenden symbolischen Resultate interpretiert werden können.[37]

5.1.2.2 Calculus of Operations

Im Zentrum von Booles mathematischen Interessen stand der von Duncan Farquharson Gregory[38] begründete und vor allem in der Analysis eingesetzte "Calculus of Operations".[39] Anders als Peacock, der die symbolische Algebra über die Interpretation der in der Arithmetik für Zahlen stehenden Symbole bestimmte, machte Gregory *Operationen* mit Zeichen zum Gegenstand seiner Überlegungen. Er definierte die symbolische Algebra als "the science which treats of the combination of operations defined not by their nature, that is, by what they are or what they do, but by the laws of combination to which they are subject" (*1840a*, 208). Schlote hebt hervor, daß die Symbole der Peacockschen Symbolical Algebra nicht mit Notwendigkeit eine Interpretation als Operation, die auf andere

[37]De Morgan *1843-1847*, 173 (1843). Zu den algebraischen Arbeiten De Morgans siehe Richards *1980a*, Pycior *1983*. Eine zumindest terminologisch ähnliche Unterscheidung wird später auch Arthur Cayley formulieren, der *1864* die Algebra "tactical" und "logistical operations" umfassen läßt. Cayley versteht unter einer "tactical operation" eine solche "relating to the arrangement in any manner of a set of things", während eine "logistical operation" die tatsächliche Ausführung einer finiten arithmetischen Operation bezeichnet. Daraus ergibt sich für Cayley eine Aufteilung der Algebra in "Tactic" und "Logistic". Die Ähnlichkeit ist nur scheinbar, weil das semantische Element der De Morganschen Unterscheidung fehlt.

[38]Duncan Farquharson Gregory (* 13. April 1813 in Edinburgh; † 23. Februar 1844 in Edinburgh) erhielt seine Ausbildung in Edinburgh, bevor er sein Studium am Trinity College in Cambridge aufnahm. 1837 wurde er zum B. A. graduiert. 1840 wurde er zum Fellow am Trinity College gewählt. 1841 erhielt er den Grad des M. A. und wurde zum "Moderator", dem Hauptprüfer in der Mathematik, gewählt. Er war Mitbegründer des *Cambridge Mathematical Journal*, das er bis kurz vor seinem Tod herausgab. Schon nach seinem ersten akademischen Abschluß wandte sich Gregory einer allgemeinen Theorie der Kombination von Symbolen zu, die durch die Entdeckung einer Analogie zwischen dem Leibnizschen Differentialkalkül und den Gesetzen der Algebra motiviert war. Zur Biographie vgl. Ellis *1845*.

[39]Die grundlegende Schrift Gregorys ist sein *1840* in den *Transactions der Royal Society of Edinburgh* erschienener Aufsatz "On the Real Nature of Symbolical Algebra". Zur Geschichte der Operatorenrechnung vgl. Koppelman *1971/72*; Schlote *1987*, 48–57.

Objekte angewendet werden konnte, zuließen: „Gregory wollte hervorheben, daß auch Operatoren, Funktionen etc. durch Symbole dargestellt und diese entsprechend der symbolischen Algebra behandelt werden können" (Schlote *1987*, 49).

Schon in seiner Preisschrift "On a General Method in Analysis" (*1844*) hatte Boole den Gregoryschen "Calculus of Operations" zum wesentlichen methodischen Hilfsmittel der Analysis gemacht.[40] Zur Darlegung des grundlegenden Prinzips dieser Methode beruft er sich auf Gregory:

> There are a number of theorems in ordinary algebra, which, though apparently proved to be true only for symbols representing numbers, admit of a much more extended application. Such theorems depend only on the laws of combination to which the symbols are subject, and are therefore true for all symbols, whatever their nature may be, which are subject to the same laws of combination.[41]

Boole führte als bisher erkannt drei Kombinationsgesetze an, wobei π und ς Symbole für Operationen sind und u und v für Gegenstände stehen (ebd.):

1.	Kommutativgesetz	$\pi\varsigma u$	$=$	$\varsigma\pi u$,
2.	Distributivgesetz	$\pi(u+v)$	$=$	$\pi u + \pi v$,
3.	Indexgesetz	$\pi^m\pi^n u$	$=$	$\pi^{m+n} u$.

Es fällt auf, daß Boole das Zeichen $+$ nicht interpretierte; offenbar verwendete er es im Sinne der arithmetischen Addition, obwohl Gregory schon früher darauf hingewiesen hatte, daß die Symbole $+$ und $-$ in der symbolischen Algebra nicht etwa die arithmetischen Operationen Addition und Subtraktion bezeichneten, sondern "really the representatives of very different operations" seien.[42] Gregory hatte auch schon in früheren Arbeiten die Ansicht vertreten, daß ein Symbol algebraisch definiert sei, "when its laws of combination are given; and that a symbol represents a given operation when the laws of combination of the latter are the same as those of the former" (*1842*, 153*f.*). Er betonte nun, daß auf ein Symbol für eine beliebige Operation diese Operation selbst wieder angewendet werden kann (ebd. 154). Neben der arithmetischen Algebra gebe es also eine symbolische Algebra, die hinsichtlich der Symbolik auch nicht-arithmetische

[40]Zum Beitrag Booles siehe Schlote *1987*, 52–57.

[41]Gregory *1841*, [2]1846, 237; zitiert bei Boole *1844*, 225.

[42]Gregory *1842*, 153; siehe auch *1840b*, 227*f*.

Anwendungen berücksichtigen müsse. Als Beispiel nannte Gregory die Zeichen a und $+a$, die in der Arithmetik isomorph sind, in der Geometrie aber unterschiedlich gedeutet werden: a könne dort den durch eine Strecke ausgezeichneten Punkt bedeuten, während in der Zeichenkombination $+a$ gleichzeitig die Richtung der Strecke mit ausgedrückt werde. Eine symbolische Algebra müsse also zwischen beiden Zeichen differenzieren. Der Hartnäckigkeit der mathematischen Praxis gab er die Schuld, daß sich die Eindeutigkeit der mathematischen Bezeichnungsweisen bisher nicht durchgesetzt habe, wobei letztere nur Vorteile hätte, und es wären "our minds more free from prejudice, if we never used in the general science symbols to which definite meanings had been appropriated in the particular science" (ebd., 158).

5.1.3 Booles Logik

5.1.3.1 Algebra der Logik und Grundlegung der Mathematik

Die in der symbolischen Algebra und im Operationenkalkül angelegte Unabhängigkeit symbolischer Operationen von quantitativen Deutungen scheint in der mathematischen Praxis nicht recht funktioniert zu haben, denn 1847 stellt Boole in seiner *Mathematical Analysis of Logic* fest, daß die Annahme der symbolischen Algebra und ihrer Prinzipien dadurch verzögert werde, daß in jeder bekannten Interpretation mathematischer Symbole die Idee der Quantität involviert sei. Diese Konnotation quantitativer Verhältnisse ist für ihn Ergebnis des mathematischen Kontextes, in dem die Symbolisierung entstanden ist, und nicht universales Prinzip der Mathematik (Boole *1847*, 3*f*.). Durch Interpretation des Permanenzprinzips als Prinzip der Deutungsunabhängigkeit in einer "Algebra of Symbols" und durch seine Anwendung im nicht-mathematischen Kontext der Logik versucht er, die Lösung von der Quantität und damit eine weitere Bestätigung des Prinzips zu erreichen. Für die Logik heißt dies, daß auch hier nur die Prinzipien eines "true Calculus" vorausgesetzt werden, den Boole als "method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation" charakterisiert (4). Er betont (ebd.):

> It is upon the foundation of this general principle, that I purpose to establish the Calculus of Logic, and that I claim for it a place among the acknowledged forms of Mathematical Analysis, regardless that in its objects and in its instruments it must at present stand alone.

In der Booleschen Theorie der Logik[43] werden logische Aussagen in Symbolen ausgedrückt, deren Kombinationsgesetze auf den Gesetzen derjenigen geistigen Akte beruhen, die durch sie repräsentiert werden. Boole strebt also eine psychologische, allerdings über die Sprache vermittelte Fundierung der Logik an.[44] Der für Booles frühen Kalkül zentrale geistige Akt ist der der Auswahl zum Zweck der Klassenbildung. Der Mensch sei fähig, aus einer beliebigen Ansammlung von Objekten diejenigen Objekte zu separieren, die zu einer gegebenen Klasse gehören, und sie von den übrigen zu unterscheiden (*1847*, 5). Die symbolisch notierten geistigen Operationen folgen Kombinationsgesetzen, die denen der symbolischen Algebra entsprechen. Jede logische Aussage läßt sich exakt und streng ausdrücken. Der Beweis allgemeiner logischer Theoreme läuft damit analog zum mathematischen Beweis (ebd., 6).

Eine solche Auffassung hat Konsequenzen für den Ort der Logik in der Philosophie. Boole betont, daß eine solche Logik nicht Teil einer metaphysisch ausgelegten Philosophie sei, die sich als die Wissenschaft von der realen Existenz verstehe und nach Ursachen forsche: "On the principle of a true classification, we ought no longer to associate Logic and Metaphysics, but Logic and Mathematics" (ebd., 13). Dies will Boole mit seinem Essay zeigen. Die Logik beruhe wie die Geometrie auf nicht beweisbaren, selbstevidenten axiomatischen Wahrheiten und ihre Theoreme seien nach einer allgemeinen Lehre der Symbole aufgebaut, die auch die Grundlage der anerkannten Analysis sei. Dies sei schon in der Logik des Aristoteles der Fall, der allerdings eine weniger perfekte Symbolik verwende.

Boole führt das Symbol 1 für das Universum aller vorstellbaren Klassen von Objekten ein. Die Großbuchstaben X, Y, Z stehen für Klassen *und* für die in diesen Klassen enthaltenen Individuen. Die Symbole x, y, z separieren bestimmte Individuen aus beliebigen Klassen von Individuen oder von Klassen. So separiert x aus einer beliebigen Klasse diejenigen

[43] Zur Booleschen Logik vgl. Kneale *1948*, *1956/57*; Panteki *1991*, 493–593; und vor allem Hailperin *1986*.

[44] Boole *1847*, 5. Der psychologistische Ansatz wird in Booles "Postscript" noch deutlicher, wo er erklärt, daß sowohl Logik als auch Sprache auf unserer Fähigkeit beruhen, allgemeine Begriffe durch Abstraktion zu bilden. Die Sprache sei ein Hilfsmittel der Logik, aber kein unverzichtbares (ebd., 81). Zum Verhältnis zwischen Sprache und Logik bei Boole vgl. Bornet *1997?*.

X, die darin enthalten sind. Werden keine speziellen Klassen genannt, auf denen operiert wird, werden die Auswahlen aus dem Universum getroffen. Die grundlegende Relation im Booleschen Kalkül ist die Gleichheit (15). Dem Kalkül liegen drei Prinzipien zugrunde, die selbst wieder auf Auswahloperationen zurückgeführt werden (vgl. 16–18):

1. Die *Distributivität der Auswahl*: es macht keinen Unterschied, ob die Individuen X aus einer ungeteilten Klasse ausgewählt werden oder getrennt aus Teilen dieser Klasse, symbolisch:

$$x(u+v) = xu + xv \ ,$$

wobei $u+v$ für die ungeteilte Klasse steht, u und v jeweils für die Teile.

2. Die *Kommutativität der Auswahl*: die Ordnung nacheinander ausgeführter Auswahlakte ist unerheblich, symbolisch:

$$xy = yx \ .$$

3. Das *Indexgesetz*: die wiederholte Ausführung derselben Auswahlakte ändert an dem Ergebnis der Auswahl nichts, symbolisch:

$$x^n = x \ .$$

Boole hebt die zentrale Bedeutung des Indexgesetzes hervor, das er in den *Laws of Thought* auf die Form $xx = x$ einschränkt ("Law of Duality"). Es sei den Auswahlsymbolen eigentümlich (es gilt ja in der Arithmetik nicht allgemein) und habe eine große Bedeutung für die Reduktion komplexer Formeln auf interpretationsfähige Ausdrücke (18).

Boole strebt die Darstellung der traditionellen Syllogistik mit Hilfe seiner Auswahlsymbole und Kombinationsgesetze an. Zu diesem Zweck listet er einige Ausdrücke samt ihrer Interpretation auf:

1. Das Universum 1 wird aus der Klasse der X und der Klasse der nicht-X gebildet. Da die Klasse der X durch x bestimmt wird, wird die der nicht-X durch $1-x$ bestimmt.

2. Die Standardform „Alle X sind Y" wird durch

$$xy = x$$

ausgedrückt, denn wenn alle X in der Klasse der Y enthalten sind, wird die Nacheinanderausführung zunächst der Auswahl der Y und dann der X aus dem Universum zu keinem anderen Ergebnis führen, als wenn gleich die X ausgewählt worden wären. Rechnerisch ergibt sich

$$x(1-y) = 0 \ .$$

Das Symbol 0 für „Nichts" wird also nicht explizit eingeführt, sondern resultiert aus der Umformung.

3. Die Standardform „Kein X ist Y" wird durch

$$xy = 0$$

ausgedrückt.

4. Für die Darstellung des partikulären Urteils „Einige X sind Y" wird ein spezielles Auswahlsymbol v benötigt, mit dem die Individuen ausgewählt werden, die den Klassen der X und der Y gemeinsam sind, symbolisch:

$$v = xy \ .$$

5. Die partikulär-verneinende Aussage „Einige X sind nicht Y" kann durch

$$v = x(1-y)$$

symbolisiert werden.

Dieser Apparat wird nun auf die Gegenstände der traditionellen formalen Logik angewendet. Boole diskutiert die Umkehrung der Urteile, entwickelt die kategorische Syllogistik, behandelt hypothetische Schlüsse und hängt noch Erörterungen zur Auswahlfunktion und zu allgemeinen Lösungen von Auswahlgleichungen an. Der Kalkül der *Mathematical Analysis* enthält also die logische Multiplikation (Konjunktion), die Negation (über Komplementbildung) und eine Auswahloperation, die teilweise im Sinne der Existenzquantifikation eingesetzt wird, allerdings nicht den modernen, von Gottlob Frege und Charles S. Peirce gesetzten Standards standhält. Die logische Addition wird im Sinne der Disjunktion ausdrücklich erst in einem späten Abschnitt über disjunktive Aussagen eingeführt (52*f.*), ist aber auch in den früheren Abschnitten über die zu ihr inverse Subtraktion bei der Komplementbildung repräsentiert.

Im Booleschen Logikkalkül der *Mathematical Analysis of Logic* werden mathematische Formen auf die Logik angewendet, die psychologistisch über den geistigen Auswahlakt bei der Klassenbildung gedeutet werden. Mit Hilfe dieser Formen wird eine effizientere Analyse der Gesetze menschlichen Denkens angestrebt, wie sie in der aristotelischen Syllogistik eine Darstellung gefunden haben. Den rechnerischen Mechanismus bei der Schlußbildung rechtfertigt Boole (ebd., 2) mit einem Zitat von John Stuart Mill, der gefordert hatte, daß, wann immer es die Natur der Sache erlaube, den Denkprozeß ohne Gefahr mechanisch ausführen zu lassen, die Sprache so weit wie möglich nach mechanischen Prinzipien konstruiert sein sollte (Mill *1843*, II, 292). Diese philosophische Aufgabenstellung tritt aber gegenüber dem Ziel in den Hintergrund, die Methoden selbst zu fundieren bzw. plausibler zu machen. Die Leistungsfähigkeit des Operationenkalküls kann durch Lösung von der sich in der Mathematik praktisch ergebenden Einschränkung auf quantitative Deutungen und durch Übertragung auf sprachlich vermittelte geistige Auswahloperationen unter Beweis gestellt werden. Booles logischer Kalkül spielt damit eine wichtige Rolle in der Grundlegung der Mathematik.[45]

5.1.3.2 Der philosophische Anspruch

Schon in dem ein Jahr nach der *Mathematical Analysis of Logic* erschienenen Aufsatz "The Calculus of Logic" (*1848a*) gewinnt der Aspekt einer Reform der Logik durch Anwendung eines neuen mathematischen Hilfsmittels, des Operationenkalküls, auf Verstandestätigkeiten gegenüber dem mathematischen Grundlegungsaspekt an Boden. In dem Aufsatz expliziert Boole seine Theorie kategorischer Aussagen, die er auf folgende sechs Positionen gründet (Boole *1848a*, 184):

1. Das Geschäft der Logik besteht in der Untersuchung der Relationen zwischen Klassen und der Art und Weise, wie der Verstand diese Relationen betrachtet.

2. Unserer Anerkennung der Existenz von Aussagen vorgängig gibt es Gesetze, die den Begriff der Klasse betreffen. Diese Gesetze hängen

[45]Der Kalkül der *Mathematical Analysis* war Gegenstand späterer Bearbeitungen durch Boole, wie sich aus Annotationen in seinem durchschossenen Handexemplar ergibt; vgl. Smith *1983*.

von der Verfassung des Geistes ab und bestimmen den Charakter und die Form des Denkprozesses.

3. Diese Gesetze lassen sich mathematisch ausdrücken. Sie bilden daher die Basis eines interpretierbaren Kalküls.

4. Die Gesetze sind solcherart, daß alle Gleichungen, die in Abhängigkeit von ihnen aufgestellt werden, selbst wenn sie zweckmäßige Zeichen verwenden, perfekt gelöst werden können. Daher kann jedes Problem der Logik unter Bezug auf ein allgemeines Theorem gelöst werden.

5. Die den Prinzipien des Kalküls entsprechenden Formen von Aussagen sind denen der philosophischen (der wissenschaftlichen) Sprache analog.

6. Obgleich die Symbole des Kalküls in ihrer Interpretation nicht von der Idee der Quantität abhängen, können sie dennoch in ihrer speziellen Anwendung in der Syllogistik auf die quantitativen Bedingungen des Schließens führen.

In "The Calculus of Logic" geht es Boole vor allem um die beiden letzten Punkte und damit um die Betonung der Kompatibilität seines Logikkalküls mit der traditionellen philosophischen Logik.

In Booles Hauptwerk *An Investigation of the Laws of Thought* von *1854* wird die philosophische Zielsetzung zumindest in den Anfangsteilen ins Zentrum gestellt. Die technische Weiterentwicklung des Kalküls dient dem philosophischen Anspruch, Logik als Wissenschaft aufzubauen, ihre Methode zu entwickeln und für die Darstellung der grundlegenden Gesetze des Denkens einzusetzen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung finden ihren zusammenfassenden Ausdruck in den abschließenden Ausführungen "On the Nature of Science, and the Constitution of the Intellect" (Boole *1854*, 399–424) stark geprägt von dem, was Laita "The 'Secret' Background of Boolean Logic" genannt hat: Booles moralischen und religiösen Grundüberzeugungen (Laita *1976*, 155–249).

Auch in den *Laws of Thought* betont Boole die Verbindung zwischen den Gesetzen des Denkens und der Algebra. Diese Verbindung gehe über eine enge Analogie hinaus, denn "there is to a considerable extent an exact agreement in the laws by which the two classes of operations are conducted" (*1854*, 6). Es zeigt sich, daß die unter Verwendung einer algebraischen Symbolik erzeugten Gleichungen mit einer Ausnahme denen der

Arithmetik entsprechen. Die Ausnahme ist das "Law of Duality" $x^2 = x$, das arithmetisch nur für die Zahlen 0 und 1 gültig ist (vgl. *1854*, 37). Boole betont aber, daß die Gesetze algebraischer und mentaler Operationen unabhängig voneinander bestimmt werden müssen. Die formale Übereinstimmung könne nur *a posteriori* durch Vergleich festgestellt werden.

Boole formuliert die Logik als System von Operationen mit Symbolen. Die Symbole besitzen genau festgelegte Interpretationen. Die Gesetze, die im Bereich des symbolisch Repräsentierten gelten, bestimmen auch die Regeln für das symbolische Operieren (6). Konnte die *Mathematical Analysis of Logic* noch als ein Test der Prinzipien der symbolischen Algebra verstanden werden, durch den gezeigt wurde, daß die Gesetze dieser Algebra bei Interpretation der verwendeten Symbole als mentale Akte weiterhin gültig sind, so geht Boole in den *Laws of Thought* nicht mehr von der Algebra aus, sondern von der als Lehre von den Gesetzen des Denkens verstandenen Logik. Es ist das folgerichtige Denken, das symbolisiert wird und dessen Gesetze die Regeln für das dann symbolische Operieren abgeben. Dieses folgerichtige Denken ist schon an Sprache und damit an ein symbolisches System gebunden. Einerseits ist die Sprache nämlich das Medium, in dem Gedanken ausgedrückt werden, andererseits ist sie aber auch ein wesentliches Instrument des Denkens (24*f.*).

Boole setzt seine mathematische Symbolisierung bei den "operations of Language, as an instrument of reasoning" an (27), nicht mehr bei den mentalen Operationen selbst. Zentraler Gegenstand der Logik ist also nun nicht der mentale Akt der Klassenbildung, sondern dessen Ergebnis, sprachlich repräsentierte Klassen als Dinge, mit denen in unseren Gedanken operiert wird. Diese Denkgegenstände werden mit den Zeichen x, $y, \ldots$ symbolisiert. Die Zeichen $+$, $-$, $\times$ drücken sprachlich repräsentierte mentale Operationen mit diesen Dingen aus. Sie dienen der Kombination von Denkgegenständen zu Komplexen oder der Auflösung von Komplexen. Weiterhin verwendet Boole das Zeichen $=$ für die Identität (27). Diese Symbole werden nun zum Ausdruck fundamentaler Gesetze verwendet, die hier nur in einer Auswahl dargestellt werden:

Es gilt die Kommutativität der logischen Multiplikation

$$xy = yx \ ,$$

wobei die Zeichenverbindung xy ausdrückt, daß der durch xy repräsentierten Klasse sowohl die Eigenschaften der durch x als auch die der

durch y repräsentierten Klasse zukommen. Es gelten weiterhin das "Law of Duality"[46]

$$xx = x \text{ oder } x^2 = x \ ;$$

die Kommutativität der logischen Addition[47]

$$x + y = y + x \ ;$$

und die Distributivität von logischer Multiplikation und logischer Addition

$$z(x + y) = zx + zy \ .$$

Boole stellt fest, daß, wenn das "Law of Duality" als algebraische Gleichung, genauer, als eine Gleichung der Algebra der natürlichen Zahlen aufgefaßt würde, diese Gleichung nur für die Werte 0 und 1 gelte. Eine solche Algebra, in der die Buchstabensymbole nur die Werte 0 und 1 annehmen dürfen, fällt mit der Algebra der Logik zusammen (37*f.*):

> The laws, the axioms, and the processes, of such an Algebra will be identical in their whole extent with the laws, the axioms, and the processes of an Algebra of Logic. Difference of interpretation will alone divide them.

Da die Logik an die Sprache gebunden ist, hängt sie auch mit der Rede (*discourse*) im Sinne des inneren Monologs oder der Kommunikation mit anderen zusammen. Eine jede solche Rede ist in ihrem Gegenstandsbereich begrenzt, "there is an assumed or expressed limit within which the subjects of its operation are confined". Aber Boole betont auch einen oberen Grenzwert der Reichweite der Rede (42):

[46]Diese Bezeichnung taucht erst auf S. 51 auf. Das Indexgesetz $x^n = x$ wird nicht mehr vertreten, da schon die Form $x^3 = x$ auf nicht-interpretierbare Ausdrücke führt (vgl. 50, Fußnote). Dieser Ausdruck könnte nämlich entweder in $x(1-x)(1+x) = 0$ oder $x(1-x)(-1-x) = 0$ umgeformt werden. Der Faktor $(-1-x)$ ist nicht interpretierbar, weil für das $x = -1$ die Gleichung $x(1-x) = 0$ nicht gilt, die aber für alle Klassensymbole zutreffen muß. Der Faktor $(1+x)$ ist nicht interpretierbar, da zum Universum nicht noch eine Klasse logisch addiert werden kann (zumindest bei der von Boole gepflegten exklusiven Auffassung des logischen Oder).

[47]Boole faßt die logische Addition exklusiv auf. Die Verwendung des $+$-Zeichens zwischen Klassensymbolen impliziert "that those classes are quite distinct, so that no member of one is found in another" (33).

> The most unfettered discourse is that in which the words we use are understood in the widest possible application, and for them the limits of discourse are co-extensive with those of the universe itself.

Boole unterscheidet also zwischen dem faktisch begrenzten und immer wieder neu und anders begrenzten *universe of discourse* und dem idealen Universum. Das *universe of discourse* kann selbst zum Gegenstand der Rede werden (42):

> Furthermore, this universe of discourse is in the strictest sense the ultimate *subject* of the discourse. The office of any name or descriptive term employed under the limitations supposed is not to raise in the mind the conception of all the beings or objects to which that name or description is applicable, but only of those which exist within the supposed universe of discourse.

Das *universe of discourse* kann mit dem "actual universe of things" zusammenfallen und zwar immer dann, "when our words are taken in their real and literal sense", es kann auch begrenzt sein, wenn vor der Rede eine Verständigung über die Art der Begrenzung herbeigeführt ist. Im symbolischen Kalkül spielt das notwendig beschränkte *universe of discourse* keine Rolle, sondern nur das mit 1 symbolisierte Universum. Für dieses Symbol gilt in der Arithmetik die Gleichung

$$1y = y \ ,$$

für beliebige y. Diese Gleichung ist auch in der Logik gültig, wenn „1" ein Ausdruck für eine Klasse ist (48):

> A little consideration will here show that the class represented by 1 must be "the Universe," since this is the only class in which are found *all* the individuals that exist in *any* class.

Dem Universum entgegengesetzt ist „Nichts", durch 0 symbolisiert. Das Symbol 0 erfüllt in der Arithmetik die Gleichung

$$0y = 0 \ ,$$

für beliebige y. In der Logik gilt diese Gleichung, wenn die *Klasse*, die durch $0y$ repräsentiert wird, identisch mit der durch 0 repräsentierten Klasse ist, was immer auch die Klasse y sei (47).

> A little consideration will show that this condition is satisfied if the symbol 0 represents Nothing. In accordance with the previous definition, we may term Nothing a class. In fact, Nothing and Universe are the two limits of class extension, for they are the limits of the possible interpretations of general names, none of which can relate to fewer individuals than are comprised in Nothing, or to more than are comprised in the Universe.

Die Partikularität drückt Boole wie schon in der *Mathematical Analysis* durch ein Auswahlsymbol v aus, das er nun "indefinite class symbol" nennt (62) und für das dieselben allgemeinen Gesetze wie für die Klassen gelten, z. B.

$$v^2 = v \quad \text{oder} \quad v(1-v) = 0 \ .$$

Die Aussage „Alle Menschen sind sterblich" oder genauer „Alle Menschen sind einige sterbliche Lebewesen" wird demnach durch

$$y = vx$$

ausgedrückt, wobei y für Menschen und x für sterbliche Lebewesen steht.

Die Wertschätzung, die Boole seinem "Law of Duality" für die Grundlegung seines Kalküls entgegenbringt, wird aus der Behauptung deutlich, daß "that axiom of metaphysicians which is termed the principle of contradiction [...], is a consequence of the fundamental law of thought, whose expression is $x^2 = x$" (49). Boole bezieht sich auf die Ableitung

$$\begin{aligned} x^2 &= x \ , \\ x - x^2 &= 0 \ , \\ x(1-x) &= 0 \ . \end{aligned}$$

Der letzte Ausdruck besagt, daß eine Klasse mit ihrem Komplement keine Elemente gemeinsam hat.

Boole hat sich mit dieser Ableitung des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch aus dem "Law of Duality" viel Schelte eingetragen. Es wurde nicht akzeptiert, daß mit der formalen Ableitung die Priorität des Dualitätsgesetzes als philosophisches „Denkgesetz" schon begründet sein sollte. George Bruce Halsted bezeichnet die Ableitung als "curious error" (Halsted *1878a*, 86) und meint, daß der Satz des Widerspruchs eher der Grund als die Folge des Dualitätsgesetzes sei. Er kann sich dabei auf John

Venn berufen, der das Dualitätsgesetz "doubtless a very elementary truth" nennt, "but to regard it as the *source* of the Law of Contradiction surely argues a strange inversion of order" (Venn *1876*, 491). Auch Hermann Ulrici, der Booles *Laws of Thought* schon *1855* durchaus wohlwollend in seiner *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* rezensierte, weil er in Boole einen britischen Gewährsmann in seiner eigenen Auseinandersetzung mit dem Empirismus Mills und anderer erkannte, wollte hier nicht mehr folgen:[48]

> Gegen diese ganze Erörterung zusammt ihrem Schlusse erheben sich, wie Jeder sieht, so schwere Bedenken, daß sie den Punkt bezeichnen dürfte, auf dem die meisten Leser von dem Verf. sich trennen werden.

Unerörtert blieb bei aller Kritik, daß zumindest formal die geforderte "inversion of order" ohne Probleme durchführbar ist, da die von Boole vorgeführte Ableitung natürlich auch in der anderen Richtung funktioniert, das "Law of Duality" dann aus dem Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch abgeleitet wäre.

5.1.3.3 Psychologische Fundierung

Für die Beurteilung des philosophischen Ansatzes in den *Laws of Thought* muß noch einmal betont werden, daß Boole nicht in dem Sinne algebraisch verfährt, daß er ein System algebraischer Formeln aufstellen würde, welches dann für eine Anwendung in der Logik interpretiert werden könnte. Er fundiert vielmehr in Analogie zur Algebra gebildete einfache Formeln durch Verweis auf sprachlich repräsentierte geistige Akte und damit psychologisch.[49] Folgerichtig ist das dritte Kapitel mit "Derivation of the Laws of the Symbols of Logic from the Laws of the Operations of the Human Mind" (39–51) überschrieben. Darin will Boole zeigen, daß die *a posteriori* aus der Struktur der Sprache abgeleiteten Gesetze "in reality the laws of that definite mental operation which has just been described" seien (44). Die Basis der genannten geistigen Operationen stellen wie schon in

[48]Ulrici *1855*, 286. Zur Rezeption der Booleschen Algebra der Logik durch Ulrici vgl. Peckhaus *1995*.

[49]Ivor Grattan-Guinness meint denn auch, Booles *Laws of Thought* seien "mathematical psychology" (*1981*, 35). In einem Vergleich der psychologistischen Ansätze von Boole und Mill bezeichnet John Richards Boole als "psychological logician", Mill dagegen als "logical psychologist" (*1980*, 31).

der *Mathematical Analysis* die mit dem Gebrauch von Worten verbundene Selektion von Klassen aus dem Universum sowie die durch die logische Multiplikation ausgedrückte Sukzession von Auswahlakten dar. Diese Gesetze werden zwar empirisch erfaßt, sie sind damit aber nicht etwa empirisch begründet, sondern dem Denken apriori vorausgesetzt. Boole erhebt es zum Prinzip (40),

> that if the laws in question are really deduced from observation, they have a real existence as laws of the human mind, independently of any metaphysical theory which may seem to be involved in the mode of their statement.

Er betont, daß die Gesetze des menschlichen Geistes ein Element der Wahrheit besäßen, das von keiner späteren Auseinandersetzung mit der Natur oder Wirklichkeit der Geistesoperationen betroffen wäre. Mit diesem, die Unhintergehbarkeit des beobachtbaren Sachverhalts als Credo des britischen Empirismus überschreitenden Postulat von Prinzipien, die jeder menschlichen Geistestätigkeit vorausgesetzt sind, offenbart Booles Philosophie der Logik eine starke Affinität zu prinzipiengeleiteten Metaphysiken wie der von Leibniz.

Die Fundierung der symbolischen Formeln auf mentale Operationen führt Boole nur für die ersten Gesetze durch, die algebraische Methode gewinnt in den späteren Teilen seines Buches die Oberhand.[50] Dort gibt Boole die enge Bindung an die Syllogistik auf. Er behandelt Reduktions- und Eliminationsverfahren, die Logik der "secondary propositions" und schließlich die Anwendung der Logik auf die Wahrscheinlichkeitstheorie.

Mit dieser in den späteren Kapiteln vorherrschenden Dominanz der mathematischen Form war Boole offensichtlich selbst unzufrieden, kam sie doch seinen gestiegenen philosophischen Interessen nicht entgegen. Nach langem Schweigen über logische Fragen beabsichtigte er noch kurz vor seinem Tod, eine Fortsetzung seiner *Laws of Thought* zu schreiben,[51] in

[50]Nur auf diese späteren Teile trifft die Beurteilung Roman Murawskis zu, der die Boolesche Methode als formale Konstruktion charakterisiert, "for which one builds afterwards an interpretation" (Murawski *1990*, 292).

[51]Am 6. November 1862 schrieb Boole an De Morgan, er habe ein Bündel von dessen Briefen über Logik erneut gelesen, es sei wie das Wiederaufleben eines Interesses gewesen, das längst gestorben gewesen sei. Es gebe im ganzen Land (gemeint ist wohl Irland) keine Person außer seiner Frau, mit der er jemals über Logik gesprochen habe. Er denke aber, sich in naher Zukunft wieder mit Logik zu beschäftigen, wobei es

der deutlich werden sollte, daß die Analogie zwischen Logik und Algebra für eine Darstellung seiner Theorie der Logik nicht wesentlich sei, sondern daß es möglich sein müsse, die Ergebnisse, zu der diese Analogie geführt habe, rein logisch zu erhalten. In der geplanten Fortsetzung wollte er dieses leisten. Er schreibt:

> I seek to bring into light and prominence the philosophical elements which in my former exposition were too much hidden beneath the veil of symbolical notation. [...] I wrote the former book for mathematicians. The subject is of wide interest. This is intended for the general public. Mathematics will not appear except in the notes.[52]

Das neue Buch blieb Fragment, die Entwürfe gelangten mit dem Booleschen Nachlaß 1874 in die Royal Society nach London. Sie blieben bisher weitgehend unveröffentlicht, hatte doch Augustus De Morgan schon 1867 von einer Publikation der Fragmente abgeraten.[53]

5.1.3.4 Logik und Mathematik im Booleschen System

Schon den frühen Interpreten fiel auf, daß der Boolesche Kalkül nicht als schlichte Einverleibung der Logik durch die Mathematik charakterisiert

ihm allerdings weniger um die reinen Formen der Logik gehe, als um die Verbindung von Denken und Sprache. Vgl. die ausführliche Korrespondenz Booles mit Augustus De Morgan, in G. C. Smith *1982*, bes. 102. Im Nachlaß Booles fanden sich tatsächlich weitere Notizen zur Logik. Samuel Neil berichtet, daß Boole schon 1857 einen Band mit dem Titel *The Philosophy of Logic* geplant und teilweise auch vorbereitet hatte, der vom Verlag schon als "nearly ready" angekündigt worden sei (Neil *1865*, 172). Am 21. März 1859 schreibt Boole an De Morgan, daß er zwar viel Stoff für ein weiteres Buch über Logik habe, die Ankündigung des Verlages aber verfrüht sei (Smith *1982*, 77).

[52]Nachlaß Boole, Royal Society, London; Zit. nach Hesse *1952*, 62.

[53]Die Nachlaßstücke wurden von Mary B. Hesse gesichtet und für ihre Arbeit "Boole's Philosophy of Logic" verwertet (Hesse *1952*). Teile wurden in der von R. Rhees herausgegebenen Sammlung *Studies in Logic and Probabilities* (Boole *1952*) veröffentlicht. Der neue philosophische Ansatz zur Darstellung der Logik ist auch Gegenstand von Booles Briefwechseln mit Augustus De Morgan (kommentierte Edition: Smith *1982*) und William Stanley Jevons (Edition und Analyse: Grattan-Guinness *1991*). Die Äußerung De Morgans zur Veröffentlichungswürdigkeit der logischen Entwürfe findet sich in Smith *1982*, 119; Hesse *1952*, 61. Eine Auswahl von Texten aus dem Nachlaß wird von Ivor Grattan-Guinness und Gérard Bornet vorbereitet (Boole *1997?*).

werden konnte,[54] da die der Logik übergeordnete Theorie kaum einer als Wissenschaft der Größe und des Maßes verstandenen Mathematik entsprach. Wenn denn schon die übergeordnete Theorie eines Kalküls der Symbole den Namen „Mathematik" erhalten sollte, mußte der Mathematikbegriff erweitert und verallgemeinert werden. Boole wollte offenbar diesen Gedanken ausdrücken, als er schrieb: "It is not of the essence of mathematics to be conversant with the ideas of number and quantity" (Boole *1854*, 12). In seiner *Symbolic Logic* schlug John Venn dann auch eine Sprachbereinigung vor: "We may therefore regard Symbolic Logic and Mathematics as being branches of one language of symbols, which possess some, though very few, laws of combination in common."[55] Venn konzedierte allerdings selbst denen, die in jener Zeit die Logik „mathematisch" nannten, daß sie mit einer solchen Redeweise nicht verschiedene Gegenstände vermischten, da sie unter „Mathematik" jede solche Sprache reiner Symbole verstünden, die Venn lieber als Genus ansehen würde, das die Mathematik als eine seiner Species umfaßt (xvii). Venn zweifelte nicht, daß dies auch Booles Meinung gewesen sei. Boole hatte in seiner im Oktober 1851 im Queen's College, Cork, gehaltenen Rede über "The Claims of Science" über die Prinzipien "of thought and reason" gesprochen, aus denen die Ausdrücke der grundlegenden Gesetze des Denkens abgeleitet werden könnten. Die Ergebnisse dieser Ableitung

> constitute the true basis of mathematics. I speak here, not of the mathematics of number and quantity alone, but of mathematics in its larger, and I believe, truer sense, as universal reasoning expressed in symbolical forms, and conducted by laws, which have their ultimate abode in the human mind.[56]

Eine solche allgemeine Mathematik ist der eigentlichen Mathematik vorgelagert, denn "while it has one development in the particular science of

[54]Bei modernen Interpreten findet sich diese Einsicht nur selten. Für Sybille Krämer z. B. ist die „logische Algebra" Booles nur eine „restringierte Form der numerischen Algebra" (*1988*, 128).

[55]Venn *1894*, xvi. In ähnlicher Weise äußert sich Sophie Bryant (*1901–1902*, 106): "The symbolism of the Calculus of Operations is, indeed, the natural mean term, in the development of mathematical invention, between common mathematics and that general formal science which Boole called Mathematics in the wider sense of the word. We may – perhaps we must – call it General Formal Logic; but General Mathematics would be better."

[56]Boole *1851*, Zit. nach der Ausgabe in Boole *1952*, 195.

number and quantity, it has another in a perfect logic" (*1952*, 195). Boole betonte (209),

> that the ultimate laws of logic – those alone upon which it is possible to construct a science of Logic, – are mathematical in their form and expression, although not belonging to the mathematics of quantity.

Venn (*1894*, xvii*f.*) zitiert auch Robert Harley, der zu dieser Stelle festgestellt hatte (Harley *1867*, 4), daß Boole den Terminus "mathematical [...] in an enlarged sense" gebraucht habe,

> as denoting the science of the laws and combinations of symbols, and in this view there is nothing unphilosophical in regarding logic as a branch of mathematics, instead of regarding mathematics as a branch of logic.

Später wurde Harley noch deutlicher. Unter explizitem Bezug auf Gregorys "Calculus of Operations" bemerkte er in einer Rede vor der British Association for the Advancement of Science 1881: "To perceive that algebra embraces not only arithmetic in its widest sense, but the whole science of symbolical reasoning, formed a most important step in logic as well as in mathematics" (*1882*, 559).

5.1.4 Die Aufnahme der Algebra der Logik in Großbritannien

Die Veröffentlichung von Booles Logiksystem führte zunächst kaum zu einer Rezeption in Form von veröffentlichten Kommentaren oder Diskussionsbeiträgen.[57] *1848* hatte James Cockle im *Mechanics' Magazine* Booles Verwendung des Begriffs „analytische Deduktion“ in dem Aufsatz "The Calculus of Logic" kritisiert, worauf sich Boole zu der Richtigstellung veranlaßt sah, daß er unter „analytisch“ die Ableitung von Theoremen des Logikkalküls aus den grundlegenden Gesetzen verstehe, den Term also nicht im Kantischen Sinne verwende.[58]

[57] Ausnahmen sind Charles Graves' Akademieschrift "Mathematical Expressions for Hypothetical and Disjunctive Propositions" (*1850*, gelesen 1848) und die posthum erschienene Anwendung des Booleschen Kalküls auf die Analyse von Verwandtschaftsbeziehungen durch den 1859 verstorbenen Robert Leslie Ellis (*1863b*). Frühe Reaktionen auf Booles Anwendung der symbolischen Logik auf die Wahrscheinlichkeitstheorie sind die Arbeiten von Wilbraham *1854* und Terrot *1857*.

[58] Boole *1848b*. Im gleichen Band des *Mechanics' Magazine* findet sich eine ausführliche Darlegung "On the Principles of Algebra, as a System of General Reasoning" eines A. H. – dabei könnte es sich um den irischen Mathematiker Andrew Searle Hart (1811–1890) handeln (vgl. Boase *1891*). Der Autor kritisiert die Tendenz zum "German mysticism" und zur "charlatanry" in der Philosophie, die sich auch in der Mathematik breitzumachen beginne. Er versucht, dem mit dem Hinweis auf die symbolische Algebra und ihren Einsatz in der *Philosophy of Mind* entgegenzuwirken (*1848*, 293*f.*). Der Autor entwickelte einen dem Booleschen ähnlichen Kalkül, ohne Boole allerdings zu erwähnen.

Die geringe Resonanz auf die Logik Booles ist erstaunlich. Wegen ihrer offensichtlichen Opposition zur damals dominierenden Wissenschaftslehre Mills hätte sie eigentlich Widerspruch herausfordern müssen. Möglich ist, daß Booles erkenntnistheoretischer Anspruch in Verbindung mit seinem Formalismus für die Philosophen jener Zeit nicht akzeptabel war und darüber hinaus sein symbolischer Ansatz abschreckte, während andererseits das algebraische System für Mathematiker zu schlicht war, um der Diskussion für wert erachtet zu werden. Es hat die Aufnahme seiner Logik sicher nicht befördert, daß Boole sich selbst kaum noch zu logischen Fragen geäußert hat, und dies in einer Zeit, in der die öffentliche Kontroverse vielbeachtetes Mittel wissenschaftlicher Kommunikation war.

Diese Feststellungen werden durch zeitgenössische Stellungnahmen gestützt: Samuel Neil z. B., der Herausgeber der Zeitschrift *The British Controversialist*,[59] bezeichnete *1864* in einem Beitrag über John Stuart Mill in der Serie "Modern Logicians" diesen als "the one logician whom Englishmen in general would name as their representative man" (Neil *1864*, 161). Sein Urteil begründete Neil vor allem damit, daß Mill mit seinem *System of Logic* (*1843*) erstmals ein, wenn auch mehr an der Methodenlehre orientiertes Stück logischer Forschungsliteratur vorgelegt hatte. Die Zeit der Dominanz von Whatelys Logik vor der Veröffentlichung der Logik Mills charakterisierte Neil wie folgt (Neil *1864*, 241):

> From the days of stir consequent on the issue of Whately's "Elements," the works on that subject published in England were chiefly produced, like it, for scholastic purposes, and nearly the whole of them followed the track of that "eminent restorer of logical study".

Seiner Darstellung der Leistungen Mills schickte Neil eine ernüchternde *tour d'horizon* über den Stand logischer Forschung und Lehre im Großbritannien des Jahres 1864 voran. Daß daran auch durch die symbolischen

[59] Samuel Neil (* 4. August 1825 in Edinburgh; † 28. August 1901 in Sullom Manse, Shetland) gab von 1850 bis 1873 *The British Controversialist* heraus, ein monatlich in London erscheinendes Journal für die Diskussion literarischer, sozialer und philosophischer Fragen; vgl. Owen *1912*.

bzw. mathematischen Logiker Augustus De Morgan und George Boole nichts geändert worden sei, hänge mit der geringen Resonanz zusammen, die ihre Werke gefunden hätten. Der Grund liege in der Einschätzung, die diese Logiker durch ihre Kollegen erfahren hätten: "De Morgan is esteemed crotchety, and perhaps formalizes too much. Boole demands high mathematic culture to follow and to profit from" (*1864*, 161). Seine ausführliche Lobschrift auf Booles Leben und Werk (Neil *1865*) zeugt von Neils Hochschätzung für den Logiker.

Erst durch die katalytische Wirkung der Arbeiten von William Stanley Jevons kam die Diskussion der mathematischen Logik nach Booleschem Vorbild richtig in Gang. Durch Jevons wurde die neue Logik in die philosophische Diskussion eingebracht und für die Zwecke der Wissenschaftstheorie instrumentalisiert. Kennzeichen der nun beginnenden Diskussion war die Konzentration auf den Werkzeugcharakter der Logik, eine Schwerpunktsetzung, die sich in Auseinandersetzung mit der Logik von Jevons nach dem Tode Booles im Jahre 1865 noch verstärkte. Bei diesem "friendly contest", wie ihn Hugh MacColl bezeichnete (MacColl *1881*, 43), ging es um die Lösung konkreter, auch mathematischer Aufgaben mit Hilfe der Logik und nicht zuletzt um die Frage, welcher Kalkül für die Lösung am besten geeignet sei. Bezeichnenderweise war ein Forum der Diskussion die auch separat erscheinende Rubrik "Mathematical Questions" der *Educational Times*, einer von der Britischen Lehrervereinigung *College of Preceptors* herausgegebenen Zeitschrift.[60] Die Präsenz der neuen Logik in einer Zeitschrift, die sich sowohl an akademisches wie auch an nichtakademisches Publikum richtete, signalisiert ein breites Interesse an mathematischer Logik.[61]

Untersucht man die Gründe für den späten Aufschwung der mathematischen Logik in Großbritannien, so fallen vier Gesichtspunkte ins Auge:

1. Die mathematische oder eher symbolische Logik erhielt in William Stanley Jevons und John Venn gewichtige und engagierte Fürsprecher, die sich nicht scheuten, in harter Auseinandersetzung mit der von Mills Wissenschaftslehre dominierten britischen Philosophie auf die philosophische Relevanz des Logikkalküls hinzuweisen.[62]

[60] Vgl. Grattan-Guinness *1992*.

[61] Dafür lassen sich noch weitere Belege finden: Die renommierte Wissenschaftszeitschrift *Nature* z. B. enthält zwischen 1870 und 1890 zahlreiche Beiträge über logische Themen und Rezensionen logischer Werke (vgl. Christie *1990* mit einigen Beispielen).

[62] Vgl. bes. Jevons *1877–1878*.

2. Die Entwicklung der mathematischen Logik in Großbritannien war zwar von der Ehrerbietung vor dem Genie Booles getragen,[63] dennoch setzte man sich durch Schaffung konkurrierender Logiksysteme und durch Dokumentation historischer Antizipationen der symbolischen Logik von Boole faktisch ab.

3. Die bedeutendsten Fürsprecher der mathematischen Logik in Großbritannien, Venn und Jevons, sprachen sich für eine klare Trennung von Mathematik und Logik aus, wenn eine solche Trennung auch weiterhin umstritten blieb.[64] Sie erleichterten so die philosophische Rezeption der symbolischen Logik.

4. Andererseits wurde der Logikkalkül aber von zahlreichen logisch interessierten Mathematikern als technisches Hilfsmittel verwendet.

5.1.5 W. St. Jevons und die Wissenschaftstheorie

William Stanley Jevons[65] veröffentlichte *1864* ein kleines Logikbüchlein mit dem Titel *Pure Logic, or Logic of Quality Apart from Quantity*, in dem er die Genialität der Booleschen Logik zwar betonte, ihre starke Analogie zur Mathematik aber zurückwies.[66] Diese Zurückweisung erhielt

[63] Jevons verstieg sich z. B. zu der folgenden Aussage über Boole: "It is wonderful evidence of his mental power that by methods fundamentally false he should have succeeded in reaching true conclusions and widening the sphere of reason" (*1877*, 113). Der amerikanische Logiker George Bruce Halsted kommentierte dies so: "For my part, I did not know that any mental power would enable methods fundamentally false to produce invariably true results" (*1878b*, 137).

[64] Das zeigt die Auffassung Sophie Bryants, die allgemeine Logik sei Mathematik ohne Quantität (*1888*).

[65] William Stanley Jevons (* 1. September 1835 in Liverpool; † 13. August 1882 in Bexhill bei Hastings) machte sich in den nur 46 Jahren seines Lebens nicht nur einen Namen in Logik, Philosophie und Wissenschaftstheorie, sondern vor allem in der Politischen Ökonomie und der Volkswirtschaftslehre. Zur Biographie vgl. u. a. Jevons *1972*, Gridgman *1973*, Thiel *1984a*.

[66] An weiteren logischen Werken ist vor allem William Stanley Jevons' *The Substitution of Similars, the True Principle of Reasoning, Derived from a Modification of Aristotle's Dictum* (*1869*) zu nennen. Dort führt er aus, daß nicht das Boolesche "Law of Duality" $a^2 = a$ (das Jevons "Law of Simplification" nannte), sondern die "Substitution of Similars" die wesentliche Grundlage menschlichen Denkens sei. Vielgelesen waren seine *Elementary Lessons in Logic: Deductive and Inductive* (*1870a*). Von diesem Werk erschienen bis ins 20. Jahrhundert hinein nahezu in jedem Jahr Neuausgaben. Es

durch Änderung der symbolischen Notation ihren sinnfälligen Ausdruck. Darüber hinaus faßte Jevons die Adjunktion anders als Boole inklusiv auf, wodurch sich auch eine einschneidende Änderung in der Interpretation der logischen Operatoren ergab.[67] Sein wissenschaftstheoretisches Hauptwerk *The Principles of Science. A Treatise on Logic and Scientific Method* erschien *1874* in erster und *1877* in zweiter, überarbeiteter Auflage. Die vielzitierten Reaktionen auf die neue englische Logik von Alois Riehl (*1877*) und Louis Liard (*1878*) gehen explizit auf Anstöße durch die Jevonsschen *Principles* zurück. In den *Principles of Science* stellte Jevons auch seinen Beitrag zu den im damaligen Großbritannien weitverbreiteten Versuchen, menschliches Denken mechanisch zu repräsentieren, einer breiteren Öffentlichkeit vor: sein „logisches Piano", eine logische Maschine zur Entscheidung von junktorenlogischen Schlüssen mit mehreren Termen.[68] Jevons' Wissenschaftslehre ist als Gegenschrift zur Millschen Logik konzipiert: Induktion wird als schlichte inverse Anwendung der Deduktion aufgefaßt (Jevons *1877*, xxviii, 11–12). Die symbolische Notation dient Jevons als Werkzeug zum Ausdruck allgemeiner Wahrheiten (13).

Bei dem in der zweiten Auflage mehr als 800 Seiten starken Werk handelt es sich nicht um ein Logiklehrbuch oder -system, sondern um eine Wissenschaftslehre, in der die wissenschaftstheoretischen Prinzipien vor allem der Naturwissenschaften entwickelt werden. Doch wird die Wissenschaftslehre als deduktives System auf Jevons' eigenes von den Booleschen *Laws of Thought* abgeleitetes Logiksystem fundiert.

Das Werk umfaßt 6 Bücher mit 31 Kapiteln, von denen das I. Buch mit 7 Kapiteln auf 152 Seiten (in der 2. Aufl.) "Formal Logic, Deductive

wurde von dem österreichischen Gymnasiallehrer Hans Kleinpeter 1906 nach der 22. Auflage des Originals ins Deutsche übersetzt (Jevons *1906*). Ein weiteres Logiklehrbuch veröffentlichte Jevons *1880* mit den *Studies in Deductive Logic. A Manual for Students*. Zum Logiksystem von Jevons vgl. Mays/Henry *1953*.

[67] Ein Ausdruck der Form „$a \vee b$" wurde von Boole „entweder a oder b" („a oder b, aber nicht beide") gelesen, während Jevons ihn mit „a oder b oder beide" übersetzte. Die Jevonsschen Lesart hat sich selbst in der sogenannten „Booleschen Algebra" durchgesetzt.

[68] Jevons *1877*, 107–114; vgl. Jevons' Aufsatz "On the Mechanical Performance of Logical Inference" (*1870b*). Die maschinelle Repräsentation logischer Schlüsse hatte in England seit den Versuchen von Charles Babbage, eine "Analytical Engine" zu realisieren, gute Tradition, und auch im Logikerkreis um Charles S. Peirce an der amerikanischen Johns Hopkins Universität wurde vor allem von Allan Marquand in diesem Bereich gearbeitet; vgl. Marquand *1880*, *1883a*, *1883b*.

and Inductive" behandelt. Die anderen Bücher enthalten Ausführungen zu Zahlen, Varietäten und Wahrscheinlichkeiten (II), Methoden des Messens (III), Induktive Untersuchungen (IV), Generalisation, Analogie und Klassifikation (V) und schließlich abschließende Reflexionen über Resultate und Grenzen der wissenschaftlichen Methode (VI).

Die Logik und damit auch jede andere Wissenschaft basiert auf den folgenden fundamentalen "Laws of Thought":[69]

1. "The Law of Identity" – "Whatever is, is" – $A = A$.
   In der Jevonsschen Notation bezeichnen die Großbuchstaben Terme, die in ihrer Bedeutung nicht festgelegt sind, also für Eigennamen, Prädikate, abstrakte Ausdrücke stehen können.

2. "The Law of Contradiction" – "A thing cannot both be and not be" – $\mathrm{A}a = 0$.
   In dieser Formulierung des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch stehen die kleinen kursiven Buchstaben für negierte Terme. Kombinationen von Buchstaben sind Konjungate von Termen. Das Zeichen „0" bedeutet soviel wie das „Nicht-Existente", das „Unmögliche" o. ä.

3. "The Law of Duality" – "A thing must either be or not be" – $\mathrm{A} = \mathrm{AB} \cdot|\cdot \mathrm{A}b$.
   In dieser Formulierung des *tertium non datur* drückt der Ausdruck „A = AB" eine partielle Identität der Klasse A mit der Klasse AB aus. Das Zeichen „$\cdot|\cdot$" steht für den Junktor „oder". Jevons hat es vom Booleschen „+" abgeleitet, um logische und mathematische Summe genügend voneinander zu unterscheiden, aber auch, um seiner inklusiven Interpretation der logischen Summe gegenüber der Booleschen exklusiven sinnfälligen Ausdruck zu verleihen.

Das berühmte Boolesche "Law of Duality" nennt Jevons "Law of Simplification" (*1877* [1883], 33), und er erweitert es im Sinne des früheren Indexgesetzes: $\mathrm{A} = \mathrm{AA} = \mathrm{AAA}$ &c . Anders als bei Boole ist aber auch die duale Form $\mathrm{A} = \mathrm{A} \cdot|\cdot \mathrm{A}$ gültig (*1877* [1883], 72). Zentral für die Jevonssche Wissenschaftslehre ist eine Schlußregel, die in einer sehr allgemeinen Formulierung lautet: "so far as there exists sameness, identity or likeness,

[69] Jevons *1877*, Zitat nach der Ausgabe von 1883, 5. Vgl. zur Formalisierung ebd., 31*f*., 73*f*.

what is true of one thing will be true of the other" (*1877* [1883], 9). Die Anwendung dieser Regel führt sogleich auf das Prinzip der "Substitution of Similars", für Jevons die "general formula of logical inference":

$$\begin{array}{lll} \text{Von} & A = B \mathbin{ꝏ} C & \text{kann geschlossen werden} \\ & A \mathbin{ꝏ} C & \text{oder in Worten:} \end{array}$$

"In whatever relation a thing stands to a second thing, in the same relation it stands to the like or equivalent of that second thing" (*1877* [1883], 17). „ꝏ" bezeichnet dabei eine unbestimmte Relation. Die von Jevons gewählte symbolische Veranschaulichung muß von rechts nach links gelesen werden. Es handelt sich um eine verallgemeinerte Form des alten aus dem ersten Axiom des Euklid abgeleiteten „mathematischen Schlusses", der insofern modifiziert ist, als die Ordnung der drei Aussagen transponiert ist. Vor allem kommt aber nur *eine* Gleichheitsrelation vor, während von den beiden anderen Relationen nur vorausgesetzt wird, daß sie *einander* gleich sind. Ansonsten sind sie unbestimmt. Die Änderung in der Ordnung veranschaulicht der folgende Vergleich zwischen der traditionellen und der von Jevons gewählten Darstellung:

$$\begin{array}{ccc} B & = & C \\ A & = & C \\ \hline A & = & B \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} B & ꝏ & C \\ A & = & B \\ \hline A & ꝏ & C \end{array}$$

Als Beispiel gibt Jevons eine Anwendung auf einfache Identitäten (ebd., 51):

$$\begin{array}{ll} \text{Wasserstoff} & \\ \quad = \text{Substanz mit der geringsten Dichte} & B = A \\ \text{Wasserstoff} & \\ \quad = \text{Substanz mit dem kleinsten Atomgewicht} & B = C \\ \hline \text{Substanz mit der geringsten Dichte} & \\ \quad = \text{Substanz mit dem kleinsten Atomgewicht} & A = C \end{array}$$

Der logische Schluß mit Hilfe des "Principle of Substitution" ist für Jevons das grundlegende methodische Instrument einer jeden Wissenschaft. Das Prinzip ist Grundlage der Klassifikation und fundiert das gesamte Meßwesen. Es stellt damit das wesentliche Bindeglied zwischen Logik und den anderen Wissenschaften dar.

In einer Zeit, als in Deutschland die Schwerpunktverlagerung der traditionellen Logik auf die Wissenschaftslehre unter Ausweitung der überkommenen Ansätze der angewandten Logik diskutiert wurde, verbindet auch Jevons Wissenschaftstheorie und Logik, allerdings unter einem gegenüber den traditionellen Ansätzen wesentlich radikaleren Perspektivenwechsel, indem er sie auf wenigen Grundannahmen basierend deduktiv aufbaut. Während im Booleschen System mit dem "Calculus of Symbols" die Grundlagen eines Operierens mit Symbolen auch außerhalb der Mathematik neu entdeckt wurden, brachte die Dienstbarmachung symbolischer Kalküle für die Wissenschaften eine weitere — unbewußte — Annäherung an das Leibnizsche Programm einer allgemeinen Wissenschaft mit sich. Die Entdeckung der Leibnizschen Antizipationen fand erst statt, nachdem die innovative Phase bei der Entwicklung der neuen Logik und ihrer Anwendungen abgeschlossen war. Sie wirkte aber konsolidierend für die neuen Theorien, denn sie erlaubte die Verortung der innovativen Konzepte in der philosophischen Tradition. Den Autoren wurde der Rekurs auf eine historische Autorität ermöglicht und damit die Selbstsicherheit gegeben, die eigenen Ansätze offensiv zu vertreten.

5.2 Leibnizrezeption in Großbritannien

George MacDonald Ross führt in seinem *1984* erschienenen Leibnizbuch das Schicksal der Leibnizschen Logik als Beispiel für die fehlende unmittelbare Wirkung vieler Ideen von Leibniz an (114):

> Generally, it has only been after the independent rediscovery of his ideas that his priority has been noticed. For example, the mathematician and logician, George Boole (1815–64), had first to reinvent the idea of mathematical logic for the chief architects of modern logic, Gottlob Frege (1848–1925) and Bertrand Russell (1872–1970) to appreciate that Leibniz was a fellow spirit.

Diese Charakterisierung ist zwar nicht ernsthaft zu bestreiten, sie erweckt aber dennoch ein historisch unzutreffendes Bild, denn bereits Boole und seine direkten (britischen) Nachfolger waren sich der Leibnizschen Antizipationen der Algebra der Logik durchaus bewußt. Der folgende Abschnitt wird den Wegen dieser frühen britischen Rezeption der Leibnizschen Logik im Detail nachgehen.

Während sich in der Philosophie die Kluft zwischen angelsächsischen und kontinentalen Ansätzen verfestigte, läßt sich für die neue formale Logik ein „Sonderweg" ausmachen, der zumindest tendentiell auch auf eine Wiederannäherung in der Erkenntnistheorie rückwirkte. Die neue Logik etablierte sich recht schnell als internationales Unternehmen, in dem schon wegen der geringen Anzahl seiner Vertreter nationalistische Auswüchse keine Aussicht auf Erfolg hatten. Das Zusammenrücken dieser internationalen Gemeinschaft von meist logisierenden Mathematikern war u. a. dadurch begründet, daß diese als Nicht-Fachphilosophen in eine bis dato philosophische Domäne einbrachen. Das entstandene Gemeinschaftsgefühl führte auch zu einem Interesse an der Geschichte des von ihnen vertretenen Gebietes. Die Aufdeckung ihrer eigenen historischen Wurzeln, die Erinnerung an Vorläufer und Antizipationen der eigenen Ideen schuf Identität und zugleich auch das gerade für junge Disziplinen wichtige Prestige, da sich deren Vertreter mit der Autorität der Antizipatoren schmücken konnten.

5.2.1 Die Wiederentdeckung von Leibniz

George Boole scheint sein Logiksystem tatsächlich ohne Kenntnis der Antizipationen durch Leibniz und die symbolischen Logiker des 18. Jahrhunderts geschaffen zu haben, ja er hat sich, folgt man seinem Biographen MacHale, als „Schauspieler in einer messianischen Rolle" gefühlt (MacHale *1985*, 19). Boole ist aber schon im Jahr nach Veröffentlichung der *Laws of Thought* (*1854*) auf Verbindungen seines Systems zur Leibnizschen Logik hingewiesen worden. Die näheren Umstände sind heute vergessen, obwohl die zeitgenössischen Logiker darüber wohl informiert waren.[70]

In seiner immer noch richtungweisenden Dissertation *A Study of the Genesis of Boolean Logic* aus dem Jahre *1976* geht Luis María Laita kurz auf das Verhältnis Booles zu Leibniz ein (Laita *1976*, 242–244, vgl. 36), bezeichnenderweise in einem Kapitel, das mit "The 'Secret' Background of Boolean Logic" überschrieben ist. Er zitiert eine Stelle aus Mary Everest Booles "Letters to a Reformer's Children", die etwa 1905 geschrieben wurden:[71]

[70]Vgl. zur britischen Leibnizrezeption auch Peckhaus *1994b*.

[71]Mary Everest Boole *1905*, 1142; zit. auch bei Laita *1976*, 243.

> Some one wrote to my husband to say that, in reading an old treatise by Leibnitz (who lived at the same time as Newton) he had come upon the same formula which the Cambridge people call "Boole's Equation." My husband looked up Leibnitz and found his equation there, and was perfectly delighted; he felt as if Leibnitz had come and shaken hands with him across the centuries.[72]

Laita erklärt, nicht zu wissen, was Boole bei Leibniz nachgesehen haben könnte, und er kann sich auch kaum vorstellen, daß Boole in irgendeinem der damals erhältlichen Werke von Leibniz überhaupt „seine" Gleichung, das "Law of Duality", hätte finden können. Er mutmaßt, daß Boole vielleicht schlicht festgestellt habe, daß schon vor ihm ein anderer die Mathematisierung der Logik in ähnlicher Weise wie er selbst versucht hatte (Laita *1976*, 243). Zu den Fakten weiß Laita also nichts zu sagen. Er referiert vielmehr Mary Everest Booles Bemerkung, ihr Mann sei „vollkommen entzückt" gewesen, als er die Entdeckung der Leibnizschen Antizipation gemacht habe, nicht enttäuscht, wie man bei dem Verlust der Priorität einer Entdeckung vielleicht hätte erwarten können.[73] Laita sieht darin einen Beleg für den „geheimen Hintergrund" der Booleschen Logik. Boole sei froh gewesen, einen weiteren Beweis dafür zu haben, daß seine Logik Teil des ewigen menschlichen Unterfangens sei, die Wahrheit durch korrekten Gebrauch der Gesetze des Denkens zu suchen (Laita *1976*, 244).

Mit einem Blick in die logischen Arbeiten von Booles Nachfolgern hätte Laita faktische Belege für Mary Everest Booles Behauptung finden können. Es war Robert Leslie Ellis, der Boole auf die Logik von Leibniz hingewiesen hat.[74] Ellis gehörte bis 1849 mit James Spedding und Douglas Denon Heath zum Herausgeberkollegium einer Sammlung von Wer-

[72]Zit. nach Laita, 243.

[73]Im Booleschen Nachlaß, der in der Royal Society of London verwahrt wird, finden sich Manuskripte, die eine Beschäftigung Booles mit den von Erdmann edierten Leibniz-Texten belegen. In den von Boole konzipierten Nachfolgeband zu den *Laws of Thought* sollten offenbar Hinweise auf Leibniz eingehen. Ich verdanke diese Information Gérard Bornet, Affoltern i. E.

[74]Robert Leslie Ellis (* 25. August 1817 in Bath; † 12. Mai 1859 in Trumpington) hat nie eine Schule besucht, wurde aber von zwei Tutoren, einem für klassische Sprachen, einem für Mathematik, ausgebildet. 1836 begann er seine Universitätsstudien am Trinity College, Cambridge, als Schüler von George Peacock. Sein *undergraduate* Studium schloß er im Januar 1840 als *Senior Wrangler* ab. 1842 erwarb er seinen M. A.-Grad. Von Oktober 1840 bis 1849 war er *Fellow* des Trinity College. Er wollte zunächst die juristische Laufbahn einschlagen, brauchte sich aber nach dem Tode seines Vaters und

ken Francis Bacons, die zwischen *1858–1874* in 14 Bänden erschien. 1849 mußte er, an der Herausgabe des Baconschen *Novum Organum* arbeitend, aus gesundheitlichen Gründen aus dem Kollegium ausscheiden und seinen Anteil an dem Projekt auf andere Mitherausgeber übertragen. Ellis' editorische Beiträge sind in den ersten fünf Bänden der Ausgabe gedruckt.[75] Das *Novum Organum* erschien *1858* im ersten Band und enthält Fußnoten, die Ellis offensichtlich noch nach 1849 eingebracht hat.

Im Abschnitt XXVII hebt Bacon eine Analogie zwischen Mathematik und Logik hervor:[76]

> Similiter, postulatum mathematicum, ut *quæ eidem tertio æqualia sunt etiam inter se sint æqualia*, conforme est cum fabrica syllogismi in logica, qui unit ea quæ conveniunt in medio.

Dazu bemerkt Ellis in einer Fußnote (Bacon *1858*, 281, Anm. 1):

> The importance of the parallel here suggested was never understood until the present time, because the language of mathematics and logic has hitherto not been such as to permit the relation between them to be recognised. Mr. Boole's *Laws of Thought* contain the first development of ideas of which the germ is to be found in Bacon and Leibnitz; to

seiner beiden älteren Brüder nicht mehr um seinen Lebensunterhalt zu sorgen. Während seiner *Fellowship* am Trinity College war er eng mit Duncan F. Gregory befreundet, dem Begründer und Herausgeber des *Cambridge Mathematical Journal*. Nach Gregorys frühem Tod übernahm Ellis die Herausgeberschaft der Jahrgänge **3** (1844) und **4** (1845). In seiner Zeit in Cambridge kam er mit James Spedding und Douglas Denon Heath überein, die Werke Bacons zu edieren. Ellis sollte dabei den philosophischen Teil übernehmen. Rheumatisches Fieber zwang ihn, seine Arbeiten zu unterbrechen, als er gerade das Vorwort zum *Novum Organum* schrieb. 1853 bezog er ein Haus in Trumpington, zwei Meilen von Cambridge entfernt. Trotz seiner Krankheit arbeitete er zumindest zeitweise an der Bacon-Ausgabe weiter, einige seiner editorischen Anmerkungen wurden in jener Zeit diktiert. Im April 1856 erkrankte er an einem Augenleiden, im Juli des folgenden Jahres war er praktisch erblindet. Ellis' Biograph Harvey Goodwin vergleicht dessen geistige Einstellung mit der von Leibniz. Beide seien ebenso ausdrücklich Philosophen wie Mathematiker gewesen. Goodwin bemerkt: "Leibnitz, I may observe, was one of his favourites, and he mentioned to me one day with some feeling of amusement that a Fellow of Trinity had spoken to him of Leibnitz, under the title '*your* Leibnitz,' as though the old feeling of jealousy were still lurking in the College" (*1863*, xxx). Vgl. zur Biographie Goodwin *1863*; Luard *1889*.

[75] Zur Geschichte der Edition vgl. Spedding *1858*, bes. vi*f*.

[76] Bacon *1858*, Abschn. XXVII, 281.

> the latter of whom the fundamental principle that in logic $a^2 = a$ was known (v. Leibnitz, *Philos. Works*, by Erdmann, 1840, p. 130). It is not too much to say that Mr. Boole's treatment of the subject is worthy of these great names.

Die Bemerkung blieb zunächst unbeachtet. Erst nach dem Tod George Booles erregte sie Aufmerksamkeit, und ihre Entdeckung gab den Anlaß für eine eingehendere Beschäftigung mit der Leibnizschen Logik. Bei der 36. Zusammenkunft der British Association in Nottingham im Jahre 1866 trug Robert Harley, der Freund und erste Biograph Booles, "Remarks on Boole's Mathematical Analysis of Logic" vor (*1867*). Darin berichtet er, daß George Boole von Robert Leslie Ellis etwa ein Jahr nach Veröffentlichung der *Laws of Thought*, also 1855, auf die Antizipationen seines logischen Systems durch Leibniz aufmerksam gemacht wurde (Harley *1867*, 4–6).[77]

Im zweiten Teil seines Vortrages von 1866 druckt Harley die oben zitierte Anmerkung von Ellis vollständig ab (Harley *1867*, bes. 4*f*.). Er stellt fest, daß es an der angegebenen Stelle in den Erdmannschen Werken nichts gebe, was in irgendeiner Beziehung zu logischen Fragen stünde. Vielleicht meine aber Ellis den Aufsatz „Difficultates quaedam logicae",[78] in dem Leibniz dem Ausdruck des Fundamentalgesetzes auf S. 103 recht nahe komme, "although he does not", so Harley, "either in that paper or elsewhere, so far as is known, state the law explicitly" (Harley *1867*, 5). Harley zählt aber einige explizit genannte Theoreme auf, insbesondere den Satz, daß man von der Aussage „Alle A sind B" auf den Satz $AB = A$ schließen kann. Setzt man A für B, so erhält man das fundamentale Boolesche *Law of Duality* „$A^2 = A$". In den in Erdmanns Ausgabe zugänglichen Fragmenten behandelt Leibniz an einigen Stellen die duale Form des Booleschen Gesetzes, so z. B. in dem Fragment „Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis", wo Leibniz als Axiom 1 formuliert: „Si idem secum ipso sumatur, nihil constituitur novum, seu $A + A \infty A$."[79] Harley hätte aber eine Stelle finden können, aus der deutlich wird, daß Leibniz

[77] Er erwähnt auch, daß Ellis Boole bis dato unveröffentlichte "Observations" mitgeteilt habe, die interessante Aufschlüsse über Ellis' Auffassung von der Entwicklung noch anderer Schlußkalküle gäben. Harley edierte in seiner Mitteilung Auszüge aus den "Observations"; 1870 legte er sie der British Association nochmals in vollständiger Form vor. Sie sind dann auch im *Report* gedruckt (Ellis *1871*).

[78] *E* I, 101–104; *GP* VII, 211–217 (Fragment XVII, dort ohne Titel).

[79] *E* I, 95; *GP* VII, Fragment XIX, 230.

auch Formen verwendet, die dem Booleschen Ausdruck entsprechen. In dem Fragment „Addenda ad specimen calculi universalis" schreibt Leibniz: „*Repetitio ejusdem literae in eodem termino est inutilis*, ut b est aa, vel bb est a homo est animal animal, vel homo homo est animal. Sufficit enim dici a est b, seu homo est animal" (*E* I, 98). Gerhardt hat in seine Ausgabe des Fragmentes (die Harley nicht vorliegen konnte) weitere Ausführungen von Leibniz aufgenommen (*GP* VII, 222):

> Repetitio alicujus literae in eodem termino inutilis est et sufficit eam retineri semel, exempli causa *aa* seu homo homo.
>
> Hinc si *a* sit *bc*, et *b* sit *d*, et *c* etiam sit *d*, inutile est dici *a* est *dd*, sufficit *a* esse *d*.

In der prägnanten, auch von Boole gewählten Gleichung $AA = A$ findet sich der Satz als drittes Prinzip in den Leibnizschen *Generales Inquisitiones* aus dem Jahre 1686 (Leibniz *1982*, § 171). Diese Schrift wurde aber erst 1903 von Couturat veröffentlicht (*C*, 356–399). Boole hat die Leibniz-Texte bei der Entwicklung seines Systems nach Aussage Harleys nicht gekannt: "Boole did not become aware of these anticipations by Leibnitz until more than twelve months after the publication of his 'Laws of Thought,' when they were pointed out to him by R. Leslie Ellis" (Harley *1867*, 5).

5.2.2 „Historisierung" der Logik in England

Die Hinweise von Ellis und Harley sind zumindest von den Zeitgenossen nicht unbeachtet geblieben. Auf sie ist im Rahmen der „Historisierung" der mathematischen Logik, die in Großbritannien in der Zeit nach 1870 feststellbar ist, immer wieder verwiesen worden. Diese Beschäftigung mit der Geschichte sollte das eigene, langsam zu disziplinärer Identität führende wissenschaftliche Handeln historisch einordnen und damit legitimieren. Es sei hier nur auf drei Umstände hingewiesen:

- Die 1873 einsetzende, mit Vehemenz geführte zweite Runde des Prioritätsstreites um die Quantifikation des Prädikats wurde nach dem Tod der Kontrahenten Sir William Hamilton und Augustus De Morgan unter hervorragender Beteiligung auch von Jevons vor allem mit historischen Argumenten geführt (vgl. Heath *1966*, xxiii*f*.).

- Ueberwegs *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren* von *1857* fand in der *1871* veröffentlichten Übersetzung von Thomas M. Lindsay weite Beachtung in Großbritannien.

- Mit seiner *Symbolic Logic* hat John Venn schließlich *1881* ein grundlegendes Logiklehrbuch vorgelegt, das in breitangelegten historischen Teilen und Anmerkungen auch konkurrierende ältere und zeitgenössische Logiksysteme vorstellt, wobei gerade diese Teile von Zeitgenossen hervorgehoben wurden.[80]

5.2.2.1 Jevons' *Principles of Science*

Die *Principles of Science* von Jevons sind kein historisches Werk, wenn Jevons auch regelmäßig historische Hinweise gibt. Im Vorwort zur zweiten Auflage von *1877* ([1883], xiii–xxxii) nehmen allerdings historische Erörterungen breiten Raum ein. Daraus wird deutlich, daß eine der großen historischen Entdeckungen jener Zeit die Feststellung war, daß wesentliche Teile des Booleschen Systems bereits von Leibniz antizipiert worden waren. Jevons setzt sich dort mit den Reaktionen auf die Erstveröffentlichung des Buches auseinander. Neben seinem Dank an C. J. Monro und W. H. Brewer, einen der "Her Majesty's Inspectors of Schools", für zahlreiche Korrekturen,[81] erwähnt er Besprechungen in der *New York Daily Tribune*, der *New York Times*,[82] im *Spectator*,[83] von Louis Liard (*1877*), damals Bordeaux, Alois Riehl (*1877*), damals Graz, und George Croom Robertson (*1876*) aus London. Er bemerkt auch, daß er von Robert Adamson, seinem Freund und Nachfolger auf dem Logiklehrstuhl des Owens College in Manchester, den Hinweis bekommen habe, daß das ihm als Grundlage seiner Wissenschaftslehre dienende Substitutionsprinzip auf keinen geringeren Philosophen als Leibniz zurückgeführt werden könne (Jevons *1877* [1883], xvi).

Jevons hat sich zwar schon in der ersten Auflage seiner *Principles* den "Anticipations of the Principle of Substitution" gewidmet (er hat diese

[80] Vgl. z. B. die Rezension von Monro *1881*, 574.

[81] Jevons *1877* [1883], xiii. Gemeint ist wohl William Henry Brooks Brewer (geb. 1842), der von 1874 bis 1907 Inspector of Schools im Gebiet Manchester war und 1873 Jevons am Owens College in Manchester vertrat. Vgl. Jevons *1977*, 3, Anm. 1, und Brief Nr. 364, 22–24.

[82] Jevons *1877* [1883], xxv, ohne weitere Angaben.

[83] *Spectator* v. 19. 9. 1874, 1178 und v. 26. 9. 1874, 1204 (Angaben von Jevons).

Passagen in die zweite Auflage unverändert übernommen) und geschrieben, daß es in einem Gebiet wie der Logik kaum möglich sein werde, irgendeine Auffassung zu vertreten, die nicht bis zu einem gewissen Grade schon vorher einmal geäußert worden sei.[84] Als Beispiele für Vorwegnahmen seines Substitutionsprinzips nennt er Ansätze bei Friedrich Eduard Beneke und die Lehren der Logik von Port-Royal. Es habe ihn dann auch gar nicht überrascht, so ergänzt Jevons in der zweiten Auflage, daß auch Leibniz dieses Prinzip gekannt habe. Die Extensität, mit der sich Jevons dann aber mit den entsprechenden Stellen bei Leibniz auseinandersetzt, läßt allerdings vermuten, daß ihn die Qualität der Leibnizschen Antizipationen zumindest beeindruckt haben muß. Es ist vor allem die Ersetzbarkeit „salva veritate", wie sie Leibniz für die Definition der formalen Identität z. B. in dem Stück „Non inelegans Specimen Demonstrandi in abstractis"[85] verwendet, die er als Anwendung des Substitutionsprinzips anerkennt. Er hält aber Leibniz' Definition für zirkulär, weil A und B nur gegeneinander ausgetauscht werden könnten, wenn zuvor festgestellt worden sei, daß das Ergebnis der Ersetzung zu einem wahren Satz führe. Außerdem: woran könne man erkennen, ob das, was in einem Satz wechselseitig ersetzt werden kann, auch in anderen Sätzen ersetzt werden könne? In einer anderen Hinsicht kann Jevons Leibniz allerdings keinen Vorwurf machen (Jevons *1877* [1883], xvii):

> Whether the principle of substitution is to be regarded as a postulate, an axiom, or a definition, is just one of those fundamental questions which it seems impossible to settle in the present position of philosophy, but this uncertainty will not prevent our making a considerable step in logical science.

Jevons zitiert dann Leibniz, um zu zeigen, daß dieser den oben vorgeführten Schluß mit zwei einfachen Identitäten präzise antizipiert hat. Weiterhin ist im gleichen Stück auch das aus dem Substitutionsprinzip abgeleitete mathematische Axiom „Gleiches zu Gleichem addiert gibt Gleiches" formuliert. Jevons weist noch auf zwei weitere Arbeiten von Leibniz hin (*1877* [1883], xvii*f.*), „Difficultates Quaedam Logicae"[86] und „Addenda ad Specimen Calculi Universalis",[87] in denen das Kommutativgesetz $AB = BA$ und das "Law of Duality / Simplicity" $AA = A$ formuliert seien. Jevons vergißt nicht, darauf hinzuweisen, daß Booles Erklärung, in der Logik gelte der Satz $xx = x$, den Mathematikern als Paradox erschienen sei oder zumindest als neue Entdeckung, und hier nun finde man den Satz präzise formuliert schon bei Leibniz.

[84] Jevons *1874*, 25; *1877*, 21.
[85] *E* I, 94–97, bes. 94; auch in *GP* VII, 228–235.
[86] *E* I, 101–104; *GP* VII, 211–217, dort ohne Titel.

Der Leser müsse nun aber annehmen, so Jevons, daß für die modernen Logiker nichts zu tun übrig bliebe, weil Leibniz die fundamentalen Prinzipien der Logik schon richtig angewendet habe – im Gegenteil, denn Leibniz habe aus seiner Definition der Substitution keinen sinnvollen Nutzen gezogen. Bei der Erklärung der Syllogismen in dem Fragment „Definitiones logicae"[88] gebe Leibniz nämlich die Substitution auf, und er, so Jevons, "falls back upon the notion of inclusion of class in class" (*1877* [1883], xix). Leibnizens Behandlung der syllogistischen Regeln unter Verwendung der Unterscheidung zwischen Subjekt und Prädikat sei in keiner relevanten Hinsicht besser als die in traditionellen Arbeiten. Jevons urteilt (ebd.):

> Leibnitz' logical tracts are, in fact, little more than brief memoranda of investigations which seem never to have been followed out. They remain as evidence of his wonderful sagacity, but it would be difficult to show that they have had any influence on the progress of logical science in recent times.

Woran hat es nun gelegen, daß Jevons diese logischen Arbeiten von Leibniz erst im Laufe der Jahre 1876 und 1877 zur Kenntnis genommen hat? Jevons selbst gibt zu bedenken, daß er lateinische Bücher so langsam lese, daß es nicht verwunderlich wäre, wenn er einige wenige Seiten aus den Werken von Leibniz übersehen hätte. In der Ausgabe von Dutens von *1768*, die er in der Owens College Library benutzt habe, seien die genannten Stücke aus dem Nachlaß nicht gedruckt. Sie seien mit einer Ausnahme erst von Erdmann 1839/40 ediert worden. Auch das *1765* von Raspe veröffentlichte Stück „Difficultates Quaedam Logicae" war Dutens nicht bekannt, und auch Jevons habe keine Notiz davon genommen, zumal die Arbeit keine explizite Darstellung des Substitutionsprinzips enthalte.

[87] *E* I, 98–99; *GP* VII, 221–227, dort unter dem Titel „Ad Specimen Calculi universalis addenda".
[88] *E* I, 100–101; *GP* VII, 208–210, dort ohne Titel.

Es bleibt aber das Versäumnis, die Erdmannsche Ausgabe der Leibnizwerke nicht zur Kenntnis genommen zu haben. Jevons fühlt sich einigermaßen entlastet, weil offensichtlich auch die "most learned logicians" Hamilton und Ueberweg das Leibnizsche Substitutionsprinzip übersehen hätten (Jevons *1877* [1883], xx). Im historischen Anhang des vierten Bandes von Hamiltons *Lectures on Metaphysics and Logic* (*1859/60*) werde Leibniz kurz erwähnt, das Prinzip aber übergangen. Ueberweg erwähne zwar im *System of Logic* (*1871*) das Substitutionsprinzip und seine Antizipation in der Logik von Port-Royal, Leibniz tauche in diesem Zusammenhang aber nicht auf, ebensowenig wie im Kommentar des Herausgebers Thomas M. Lindsay. Archbishop William Thomson schließlich, der in seinen *Outlines of the Laws of Thought* (*1842*) zumindest in der 5. Auflage von 1860 auf die Leibnizstücke eingeht, nennt sie, so Jevons, wertvoll, "nevertheless, he seems to have missed the really valuable point; for in making two brief quotations, he omits all mention of the principle of substitution" (Jevons *1877* [1883], xx).

5.2.2.2 John Venns *Symbolic Logic*

Die *Symbolic Logic* von John Venn, deren erste Auflage *1881* erschien (^{2}*1894*), war für den Prozeß der Historisierung von großer Bedeutung. Venn[89] verstand sein Buch als unabhängige Untersuchung der symbolischen Logik von ihren Anfängen an, nicht als Kommentar oder Kritik der Booleschen Logik.[90]

Gegen Jevons' Stilisierung von Booles und seiner eigenen Position in der Logikgeschichte weist John Venn mit aller Deutlichkeit nach, daß ein Satz wie "the late Professor Boole is the only logician in modern times who has drawn attention to this remarkable property of logical terms" (Jevons *1877* [1883], 33), gemeint ist das Boolesche "Law of Duality/Simplicity" $AA = A$, schlicht falsch ist. Venn nennt in seiner *Symbolic Logic* neben

[89]John Venn (* 4. August 1834 in Drypool, Hull; † 4. April 1923 in Cambridge) begann 1853 seine Studien am Gonville and Caius College in Cambridge und graduierte 1857 als Sixth Wrangler. Er wurde noch im selben Jahr Fellow und blieb dem College bis zu seinem Tod verbunden, die letzten 20 Jahre als Präsident. Er wurde zum Dekan und Priester ordiniert, wirkte in verschiedenen Kirchengemeinden nahe London, bis er 1862 als College Lecturer in Moral Sciences nach Cambridge zurückkehrte. Zu Leben und Werk vgl. J. A. Venn *1937*; P. L. Heath *1967*.

[90]Venn *1881*, xxx; *1894*, xxviii*f*.

Leibniz noch Lambert, Ploucquet und Segner, die dieses Gesetz "perfectly explicit" antizipiert hätten, und er hat nur geringe Zweifel, "that any one better acquainted than myself with the Leibnitzian and Wolfian logicians could add many more such notices" (Venn *1881*, xxxi, Anm. 1). Die Geschichte der Leibnizrezeption in Großbritannien wird von Venn in einer historischen Anmerkung erwähnt (xxxi*f*., Anm. 2). Nach den Hinweisen von Ellis und Harley, so schreibt er dort, werde gelegentlich Leibniz als einer der Vorläufer genannt, Venn hoffe aber, daß sein Band den Leser überzeuge, daß es noch weitere ernsthafte und erfolgreiche Versuche gegeben habe, eine symbolische Logik zu begründen.[91] Er betont vor allem die Bedeutung der Logik Johann Heinrich Lamberts. Im Index der bibliographischen Verweise führt er neben Arbeiten von Leibniz und Lambert auch Werke von Johann Heinrich Alsted, Christoph Gottfried Bardili, Jacob und Johann Bernoulli, Friedrich Adolf Castillon, Joachim Georg Darjes, Karl Friedrich Hauber, Georg Jonathan v. Holland, Johann Christian Lange, Johann Gebhard Ehrenfried Maass, Salomon Maimon, Gottfried Ploucquet, Johann Andreas v. Segner und Christian v. Wolff an.[92] Venn sieht die Suche nach einer Universalsprache als wesentliches Motiv für die logischen Arbeiten dieser Autoren an, nicht den Versuch, Denkprozesse zu analysieren:[93] Auszüge aus diesen Werken zeigten

> a tolerably clear appreciation of the end to be aimed at in constructing a generalized symbolic logic, but [2. Aufl. ergänzt: most of] the discussions on this subject are much mixed up with the wider question of a general philosophical language [2. Aufl.: Philosophical Language]. [...] I should say that what was mostly contemplated by the writers in question was more what we should now call either a universal language, or a general system of shorthand, than a logic. I mean that they do not [2. Aufl. ergänzt: generally speaking,] attempt any analysis of the reasoning processes; and that the words or symbols proposed by them do not stand perfectly generally for any classes whatever, like our x and y, but specially for such and such well-known classes as are already designated by general names; they differ, in fact, as language [2. Aufl.: Language]

[91]Venn *1881*, xxxi*f*.; *1894*, xxx*f*.

[92]Venn *1894*, 533–540; geringfügig erweitert gegenüber der 1. Aufl. (*1881*, 438–443). Venn nennt Giovanni Francesco Castillon, führt aber Arbeiten an, die von dessen Sohn Friedrich Adolf stammen; vgl. Thiel *1980b,c*.

[93]Zit. Venn *1881*, 99. Die abschwächenden Abweichungen in der 2. Aufl. (*1894*, dort auf S. 108*f*.) sind angemerkt.

[2. Aufl. ergänzt: in general] does and should differ from logic [2. Aufl.: Logic].

In den einleitenden Worten zu seinem bibliographischen Index gibt Venn Hinweise auf die Gründe für die verspätete und selbst dann noch geringe Rezeption der Arbeiten von Leibniz und von dessen Nachfolgern in Großbritannien.[94] Die meisten dieser Werke seien nun in der logischen Sammlung der Cambridge University Library vorhanden, die etwa 1200 Bände enthalte. In jener Zeit aber, in der Venn begonnen habe, sich ernsthaft mit symbolischer Logik zu beschäftigen, sei dies noch ganz anders gewesen. Die großen Bibliotheken des Landes, die man zuerst aufzusuchen pflegte, hätten die Bücher nicht besessen, und man sei gezwungen gewesen, die Werke im Ausland zu kaufen. Die beste der kleineren Bibliotheken für symbolische Logik sei die des University College in London gewesen (an dem Augustus De Morgan gelehrt hatte). Venn nimmt an, daß die Vernachlässigung der Logik als ernsthaftes akademisches Fach in Großbritannien die Entstehung privater Bibliotheken mit logischen Werken verhindert habe. Deutschland führt er als Gegenbeispiel an, deshalb seien auch die deutschen Antiquariate in logischer Literatur sehr gut sortiert. Zumindest Venn hat diesem Mangel abzuhelfen versucht. Die Venn Collection in Cambridge ist eine der reichhaltigsten Logik-Bibliotheken in Großbritannien.[95]

[94]Nur in der 2. Aufl. Venn *1894*, 533.

[95]Terry Boswell untersucht Venn als Sammler und Bibliograph logischer Werke (*1995*).

Kapitel 6

Ernst Schröder: „Absolute Algebra“ und Leibnizprogramm

Die *Vorlesungen über die Algebra der Logik* des Karlsruher Mathematikers Ernst Schröder[1] werden als Höhepunkt der Algebra der Logik angesehen. Obwohl diese Richtung der Logik auch nach Schröder noch z. B. von Leopold Löwenheim, Heinrich Behmann und Alfred Tarski weiterverfolgt wurde und heute in der "algebraic logic" eine florierende Fortsetzung und Erweiterung gefunden hat,[2] gilt Schröder nach allgemeiner Ansicht als Vollender der „Booleschen Periode“ in der mathematischen Logik.[3]

Wie George Booles erste Ansätze in der Algebra der Logik ist auch das Schrödersche Logiksystem nicht *primär* als Beitrag zur Logikreformdiskussion zu verstehen, sondern in die Diskussion zur Begründung der Mathematik einzuordnen. War in der Booleschen Algebra der "Calculus of Operations" der symbolisierten Logik vorgelagert, so konstruierte Schröder eine „absolute Algebra“, als deren Modell die Logik erscheint. Im Zusammenspiel von abstrakter Algebra, formaler Logik und einer Logik der Relative in De Morgan-Peircescher Tradition strebte Schröder den Aufbau einer wissenschaftlichen Universalsprache an, die für die Reform des Wissenschaftssystems eingesetzt werden sollte. Die programmatischen Ähnlichkeiten zur Leibnizschen *scientia generalis* sind evident und waren auch Schröder schon bewußt.

[1]Die *Vorlesungen* blieben unvollendet. Es erschienen 3 Bände in 4 Teilen. Schröder veröffentlichte selbst die Bände 1 (*1890*), 2.1 (*1891*) und 3.1 (*1895a*). Den Band 2.2 (*1905*) gab Karl Eugen Müller im Auftrag der Deutschen Mathematiker-Vereinigung aus dem Nachlaß heraus, außerdem einen *Abriss der Algebra der Logik* (*1909*, *1910*). Zur Editionstätigkeit Müllers vgl. Peckhaus *1988b*.

[2]Vgl. Blok/Pigozzi *1991*.

[3]So z. B. Bocheński *1956*, 314. Bocheński gibt dort mit 1895 ein falsches Erscheinungsjahr für den ersten Band von Schröders *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890a*) an.

In diesem Kapitel werden Leben und Werk Schröders skizziert, und es wird den auf seine Arbeiten zur Algebra und zur Algebra der Logik wirkenden Einflüssen nachgegangen. Es wird dann gezeigt, wie die Versuche zur Begründung der absoluten Algebra Schröder auf die Logik führten und welche Rolle er der Logik in seinem Programm zugedachte. Abschließend wird Schröders Weg zu Leibniz nachgezeichnet. Schröder berief sich auf dessen Werke, um seiner Fundierung der Logik auf eine Theorie des Zeichens eine Legitimation zu geben.

6.1 Ernst Schröder und sein Werk

1901 erschien in Berlin-Charlottenburg der Prachtband *Geistiges Deutschland*, in dem Porträts bedeutender deutscher Wissenschaftler zusammen mit kurzen Lebensbeschreibungen veröffentlicht wurden. Zu dieser Sammlung steuerte auch der Mathematiker an der Karlsruher Technischen Hochschule Ernst Schröder eine in der dritten Person gehaltene autobiographische Notiz bei. Diese Notiz ist Grundlage der bisher erschienenen biographischen Darstellungen zu Schröder,[4] sie ist aber auch deshalb von besonderem Interesse, weil Schröder hier ein Jahr vor seinem Tod eine Bestandsaufnahme seines wissenschaftlichen Schaffens gegeben hat.

Friedrich Wilhelm Karl Ernst Schröder wurde am 25. November 1841 in Mannheim geboren. Sein Vater, der Naturwissenschaftler Heinrich Schröder, hatte die Direktion der Mannheimer höheren Bürgerschule inne, aus der später das Realgymnasium hervorging. Seine erste Ausbildung erhielt Schröder im Elternhaus und bei seinem Großvater, dem Haunsheimer Pfarrer Johann Gottfried Ludwig Walther. Schließlich besuchte Ernst Schröder die drei Oberklassen der Schule seines Vaters und machte das Abitur auf dem Mannheimer Lyzeum. Im Herbst 1860 nahm er in Heidelberg ein Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften auf. Er hörte u. a. bei Ludwig Otto Hesse, Gustav Robert Kirchhoff und Robert Wilhelm Bunsen. Bereits nach zwei Jahren wurde er „summa cum laude" promoviert, ohne eine Dissertation verfaßt zu haben. Schröder erhielt danach ein Stipendium, mit dessen Hilfe er sein Studium in Königsberg i. Pr. fortsetzen konnte. Im Herbst 1864 machte er das Examen für badische

[4]Jakob Lüroth hat die wesentlichen Daten seines Nachrufes aus der Autobiographie geschöpft (Lüroth *1903*, *1905*, *1966*). Die Lürothsche Darstellung wiederum ist Grundlage der Arbeiten von Randall R. Dipert *1980*, *1991*. Vgl. auch Baldus *1935*.

Lehramtskandidaten, ließ sich aber gleich vom Schuldienst beurlauben, um sich am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich als Privatdozent für Mathematik zu habilitieren. Neben seiner dortigen Vorlesungstätigkeit hat er gleichzeitig von Herbst 1864 bis Pfingsten 1868 als „Vikar", also als Stellvertreter eines Lehrers, an der aus Industrieschule und Gymnasium bestehenden Kantonsschule in Zürich unterrichtet. Diese Doppelverpflichtung erschien Schröder als seiner Karriere nicht förderlich. Er ging deshalb wieder in den badischen Staatsdienst zurück, zunächst auf eine Stellvertretung an die höhere Bürgerschule in Karlsruhe, dann auf eine Lehrerstelle am Pädagogium in Pforzheim. 1869 legte Schröder die zweite, damals obligatorische Staatsprüfung ab, die sogenannte Dienstprüfung. Bei Ausbruch des deutsch-französischen Krieges 1870/71 meldete er sich freiwillig zum Heeresdienst und machte den Feldzug vom 20. Juli bis 1. November 1870 mit. Im Feld erhielt er seine Ernennung zum Großherzoglich Badischen Professor und die Mitteilung, daß er auf Anforderung des Oberschulrats in die Heimat abkommandiert sei. Schröder wurde Mathematikprofessor am neugegründeten Gymnasium in Baden-Baden. 1874 folgte er einem Ruf an die Großherzoglich Hessische Polytechnische Schule in Darmstadt auf die Professur für Mathematik des im Sommer 1874 verstorbenen Nikolaus Heinrich Dölp. Zum Wintersemester 1876/77 erhielt Schröder einen Ruf an die Großherzoglich Badische Polytechnische Schule in Karlsruhe, wo er bis zu seinem Tod vor allem Arithmetik, Trigonometrie und höhere Analysis lehrte. 1890/91 übernahm er das Rektorat der Hochschule.

Jakob Lüroth erwähnt die psychischen Probleme Schröders, die sich aus seiner Lehrbelastung bei der mathematischen Grundausbildung der Karlsruher Ingenieurstudenten und den Problemen bei der Fertigstellung seines logischen Hauptwerkes ergaben. Er bemerkt (*1966*, XVI*f.*),

> dass die mit dem Leben und dem Amte unvermeidlich verbundenen Reibungen immer schwerer auf ihm lasteten und offenbar seine Leistungsfähigkeit hemmten, so sehr, dass er sich nicht entschliessen konnte, das grosse Lebenswerk seiner Logikvorlesungen zu vollenden.
>
> Haben sich in dieser Depression die Anfänge eines tieferen Leidens gezeigt, so kann man einem gütigen Geschick nur dankbar sein, das *Schröder* durch einen raschen Tod nach kurzer Krankheit vor längerem Siechtum bewahrt hat.

Schröder starb am 16. Juni 1902 in Karlsruhe. Die von Lüroth mit „Gehirnentzündung" angegebene Todesursache (*1966*, I) scheint nur vorgeschoben zu sein, denn offenbar wählte Schröder den Freitod. Andreas Heinrich Voigt, der mit einer Arbeit über die Algebra der Logik promoviert hatte (*1890*), unter Schröder Assistent für Mathematik in Karlsruhe war und später Volkswirtschaftler an der Universität Frankfurt wurde, berichtete 1932 dem Husserl-Biographen Andrew D. Osborn, daß Schröder gegen Ende seines Lebens vollkommen unzugänglich geworden sei und „schließlich durch Selbstmord (Vergiftung) ein trauriges Ende genommen“ habe. „Er litt an einer unheilbaren Krankheit und hatte schon sehr früh Selbstmordgedanken.“[5]

Zur Charakterisierung der Schröderschen Wissenschaft ist es lohnend, Schröders kurz vor seinem Tod entstandene Ausführungen in der Autobiographie vollständig zu zitieren (Schröder *1901a*).

> Die wissenschaftlichen Arbeiten *Schröders* können in drei Gruppen geteilt werden.
>
> Nennen wir zuerst eine in verschiedenen Fachzeitschriften und Programmen erschienene Anzahl von Abhandlungen über einige seine Wissenschaft betreffende Tagesfragen, wie „Mac-Laurinsche Summenformel“ [*1867*], „Algorithmen zur Auflösung der Gleichungen“ [*1870a*], „Iterierte Funktionen“ [*1871*], „Vier Combinatorische Probleme“ [*1870b*], „v. Staudts Rechnung mit Würfen“ [*1876*], „Trinomische Gleichungen“ [*1880a*], „Theorem der Funktionslehre“ [*1877c*] etc., so schliessen sich an die bekannte *Schröder*sche Ueberarbeitung der „Arithmetik und Algebra“ anknüpfend, die im ersten Bande seines einschlägigen Lehrbuches [*1873*] beginnenden Forschungen der zweiten Gruppe.
>
> Dieselben schaffen für diese Disziplin eine breitere Grundlage, führen sie zur „absoluten Algebra“, d. h. zu einer allgemeinen auch über das Assoziationsgesetz hinausgehenden Theorie der Verknüpfung. Von Arbeiten wie diese, *Schröders* ureigenstes Forschungsgebiet repräsentierend, ist noch wenig veröffentlicht.
>
> Wir nennen darunter „Die formalen Elemente der absoluten Algebra“ [*1874b*], einen Aufsatz „Ueber Algorithmen und Kalkuln“ [*1887*], sowie einiges in den Reports der British Association [*1884*, *1888*].
>
> Das dritte Gebiet betrifft Professor *Schröders* Arbeiten, die sich auf eine Reform und Weiterentwicklung der Logik beziehen. Hier baut er auf den Leistungen zahlreicher Vorgänger und zeitgenössischen Forscher weiter, als: Leibniz, Ploucquet, Boole, De Morgan, Ch. S. Peirce, u. A. Die dahin gerichteten Arbeiten versuchen die Logik zu einer rechnerischen Disziplin zu gestalten, insbesondere die relativen Begriffe einer exakten Behandlung zugänglich zu machen und durch Emanzipation von den Gewohnheitsfesseln der Wortsprache fortan auch auf dem Gebiete der Philosophie der „Phrase“ jeden Nährboden zu entziehen. Es soll damit eine wissenschaftliche Universalsprache angebahnt werden, die von den linguistischen Bestrebungen à la Volapük himmelweit verschieden, sich mehr als Zeichen- wie als Lautsprache darstellt.
>
> Eine kleinere Arbeit des Forschers über dieses Thema liegt von 1877 vor: „Der Operationskreis des Logikkalkuls“ [*1877a*]; ein umfangreicheres Werk geht seit 1890 der Vollendung entgegen: „Vorlesungen über die Algebra der Logik“, dessen erster Band den Klassenkalkul [*1890a*], der zweite den Aussagenkalkul [*1891*, *1905*], während Band drei [*1895a*] die Relative behandelt.
>
> Verwandte Gedanken sind auch in Artikeln des Gelehrten ausgedrückt: wie dessen Rektoratsrede „Ueber das Zeichen“ [*1890b*], so in dem im „Monist“ mit der Ueberschrift „On Pasigraphy“ [*1898b*] und dem in der Bibliothèque du Congrès International de Philosophie (Paris 1900) unter dem Titel „Sur une extension de l'idée d'ordre“ [*1901b*] erschienenen.
>
> Wie aus den angeführten Daten zu ersehen ist, gehört *Schröder* zu den wenigen Dozenten der Mathematik an Hochschulen, die wie weiland Weierstrass und Paul Du Bois-Reymond von der Pike auf gedient haben.
>
> Neigung zum Schematisieren und das Streben, die Praxis jeweils zur Theorie zu verdichten, wiesen *Schröder* darauf hin, der Physik durch Vervollkommnung der Mathematik vorzuarbeiten. Dies bedingte Vertiefung – wie der Mechanik und Geometrie – so vor allem der Arithmetik, und im Anschluss hieran stellte sich ihm allmählich die Notwendigkeit heraus, erst die Quelle aller dieser Disziplinen, die Logik, zu reformieren.

[5] Andreas Heinrich Voigt an Andrew D. Osborn, datiert Frankfurt a. M.-Rödelsheim, 23. 10. 1932, Nachlaß Andreas Heinrich Voigt im Besitz von Volker Voigt, Frankfurt a. M. Zur Biographie von Voigt (* 18. April 1860 in Flensburg; † 6. November 1940 in Frankfurt a. M.) vgl. Hamacher-Hermes *1994*, 138–150.

Aus Schröders Darstellung wird deutlich, daß er seine Arbeitsgebiete nicht unverbunden, sondern einer gemeinsam übergeordneten Zielsetzung verpflichtet sah. Schröder wollte Physik und Naturwissenschaften grundlegen durch „Tieferlegung der Fundamente“ im Sinne der später von David Hilbert geprägten Metapher (Hilbert *1918*, 407). Da Schröder regelmäßig den Verlauf der eigenen Erkenntnisgewinnung reflektierte, läßt sich sein Weg hin zur Reform der Logik schlüssig rekonstruieren. Seine Arbeiten zeigen stets eine enge Verbindung zu seinem „ureigensten Forschungsgebiet", der absoluten Algebra als allgemeiner Theorie der Verknüpfungen. Im Rahmen des Begründungsprogramms für die Mathematik wirken absolute Algebra und Logik zusammen, denn für Schröder ist es *nicht* die Logik, die dem heutigen Verständnis entsprechend allgemein Strukturen behandelt. Im traditionellen, normativen Sinne weist Schröder der Logik „im weiteren Sinne des Wortes" die Aufgabe zu, „sich mit all' den Regeln, durch deren Befolgung die Erkenntniss der Wahrheit gefördert wird" zu beschäftigen. „Wir [dürfen] als Gegenstand der Logik überhaupt bezeichnen: das *Denken*, sofern es das *Erkennen* zum Endzweck hat" (Schröder *1890a*, 1). Auch die Logik hat natürlich strukturelle Eigenschaften. Diese werden jedoch in der Algebra behandelt, die damit der Logik vorgeordnet ist. „Algebra der Logik" heißt also bei Schröder „Strukturtheorie der Logik".

Die programmatischen Grundlagen seiner absoluten Algebra entwickelte Schröder in seinem *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra* (*1873*) und in der ein Jahr später erschienenen Baden-Badener Schulprogrammschrift *Über die formalen Elemente der absoluten Algebra* (*1874b*). Aus diesen Schriften wird deutlich, daß Schröders Theorie in der Tradition der kombinatorischen und algebraischen Analysis stand, die im ausgehenden 18. und in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts den Weg zur modernen abstrakten Algebra bahnte.[6] Im *Lehrbuch* nennt er als Quellen u. a. Martin Ohms *Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik* (*1822*, ²*1829*), Hermann Günther Graßmanns *Lehrbuch der Arithmetik* (*1861*) und Hermann Hankels *Theorie der complexen Zahlensysteme* (*1867*).

6.2 Einflüsse auf Schröders absolute Algebra

6.2.1 Carl Friedrich Hindenburg und seine Schule: Kombinatorische Analysis

Schröders Algebrakonzeption und seine Logikbegründung sind im Kontext der deutschen Diskussion um die algebraische Analysis zu sehen. In dieser algebraischen Behandlung der Funktionenlehre kommen insbesondere

[6]Für eine Gesamtdarstellung der Vorgeschichte der modernen Algebra vgl. Nový *1973*. Die für Schröder besonders wichtigen Theorien von Carl Friedrich Hindenburg und Martin Ohm werden ausführlich von Jahnke *1990a*, 161–322, behandelt. Vgl. auch die Arbeiten Jahnkes zu Cauchy und Ohm (*1987*) sowie zur Geschichte der Mathematischen Analysis (*1990b*, *1993*).

Potenzreihen zur Anwendung.[7] Eine kombinatorische Behandlung der algebraischen Analysis lag nahe. Von Carl Friedrich Hindenburg[8] und seiner Schule wurde die Kombinatorik für die Begründung der gesamten Mathematik eingesetzt.[9] Hans Niels Jahnke unterscheidet zwei Phasen in der Entwicklung dieser auf Deutschland beschränkten Spielart der Analysis (Jahnke *1990a*, 171). Die erste Phase von 1780 bis 1808 beginnt mit der Veröffentlichung der ersten Schrift Hindenburgs, in der weiterreichende Begründungsansprüche formuliert sind, der *Infinitomii dignitatum exponentis indeterminati historia leges ac formulae* von *1779*, und endet mit dem Tod Hindenburgs. In die zweite Phase 1808 bis 1840 fällt die Wirksamkeit von Vertretern der Kombinatorischen Schule. Hindenburg legte es darauf an, eine mathematische Schule zu schaffen, indem er Zeitschriften gründete und lenkend auf die Entwicklung der an seine Lehren anschließenden Theorien einwirkte.[10]

Hindenburgs Programm betraf die begriffliche Durchstrukturierung des algebraisch-analytischen Kalküls. Nach Jahnke (*1990a*, 177) umfaßte es insbesondere die Aufgaben:

> 1. Die Kombinatorik begrifflich zu systematisieren und in eine eigenständige Theorie zu verwandeln, 2. eine möglichst einheitliche, praktikable und suggestive kombinatorische Symbolik zu entwickeln und 3. zur effektiven Ausführung von Rechnungen mechanische Hilfsmittel in Form von Tabellen und graphischen Schemata für eine irrtumsfreie Erzeugung kombinatorischer Gesamtheiten zu entwickeln.

Es gehörte zum Stil Hindenburgs und seiner Schule, sich explizit an die Leibnizsche, in der *Dissertatio de Arte Combinatoria* (*1666*) propagierte,

[7]Zur Begriffsbestimmung vgl. Jahnke *1990a*, 161*f*.

[8]Carl Friedrich Hindenburg (* 13. Juli 1741 in Dresden; † 17. März 1808 in Leipzig) studierte Arzneikunst, Philosophie, Literatur, Physik, Mathematik und Ästhetik in Leipzig. Er wurde Erzieher des Herrn von Schönberg, studierte dann bei Abraham Gotthelf Kästner in Göttingen. 1771 legte er in Leipzig das Magisterexamen ab, wurde Privatdozent und 1781 a. o. Professor für Philosophie. 1786 erhielt er eine ordentliche Physikprofessur in Leipzig. Zur Biographie vgl. Cantor *1880*, Haas *1972*. Eine Zusammenstellung von Kurzbiographien Hindenburgs und seiner Schule gibt Jahnke *1990a*, 174–176.

[9]Die Darstellung folgt Jahnke *1990a*, 160–232.

[10]Jahnke *1990a*, 171*f*. In Hinblick auf die Mathematikentwicklung urteilte schon Moritz Cantor: „ein allgemeines Verdienst Hindenburg's war die Combinatorik, schädlich wirkte er in Deutschland durch die combinatorische Schule" (*1880*, 457).

kombinatorisch begründete universelle Charakteristik anzuschließen. Unter den kombinatorischen Operationen unterschied Hindenburg diejenigen Verfahren, die der Bildung von Kombinationen dienten, von denjenigen, mit deren Hilfe die Anzahl der Bildungen bei vorgegebener Zahl von Elementen bestimmt werden konnten. In der Hervorhebung des ersten Typus von Operationen sah Hindenburg einen wesentlichen Fortschritt gegenüber seinen Vorläufern (vgl. Jahnke *1990a*, 179). Kennzeichen von Hindenburgs Zugang ist die auf Leibniz zurückgehende Auffassung der Algebra als Spezialform der Kombinatorik und die damit verbundene formale, also deutungsunabhängige Auffassung algebraischer Verknüpfungsoperationen, wie sie Leibniz prägnant in dem erst *1976* veröffentlichten *Dialog zur Einführung in die Arithmetik und Algebra* formuliert hat (Leibniz *1976*, 54):

> [...] wenn wir die ars combinatoria gleichsam als allgemeine Wissenschaft von den Formeln betrachten, so ist ihr die Algebra notwendigerweise insoweit untergeordnet, als sie Formeln, die einer Größe angepaßt sind, überliefert. Und in der Tat siehst du, daß dieselben Formeln, die an dieser Stelle die Multiplikation bezeichnen, unendlich viele andere Bedeutungen haben können.
>
> Denn ac könnte nicht nur $a + c$ bedeuten, wenn wir es so wollten, oder auch das zwischen a und c bestehende Verhältnis, sondern könnte sogar disjunktiv *entweder a oder c*[11] bedeuten.

Die Algebra behandelt Operationen mit Formeln und ist damit von einer Mathematik der Größe und des Maßes gelöst. Die Kombinatorik erscheint als allgemeine Strukturtheorie von Formeln (Jahnke *1990a*, 182*f.*).

6.2.2 Martin Ohm: Algebraische Analysis

Martin Ohm, der jüngere Bruder des Physikers Georg Simon Ohm (1789–1854), war Schüler des zur Hindenburgschen Schule gehörenden Kombinatorikers Heinrich August Rothe (1773–1842).[12] 1822 begann Ohm mit der

[11] In der Übersetzung heißt es versehentlich „entweder a oder b“, in der lateinischen Fassung (ebd., 55) dagegen „vel a vel c“.

[12] Martin Ohm (* 6. Mai 1792 in Erlangen; † 1. April 1872 in Berlin) promovierte 1811 in Erlangen, zugleich habilitierte er sich als Privatdozent der Mathematik. 1817 ging er als Oberlehrer an das Gymnasium in Thorn. 1824 als a. o. Professor der Mathematik nach Berlin berufen, wurde er 1839 zum ordentlichen Professor ernannt. 1849–1852

Publikation seines schließlich in 9 Teilen erschienenen grundlagentheoretischen Hauptwerkes, des *Versuchs eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik*.[13] Er stellte sich darin die Aufgabe, das, was Euklid für das Studium der Geometrie geleistet hat, für die gesamte übrige Mathematik zu leisten (*1853*, V). Durch seine Unterscheidung zwischen Zahl (oder unbenannter Zahl) und Quantität (oder benannter Zahl) und die Bevorzugung der nicht-quantitativen Mathematik unterlief er die damals dominierende Mathematik-Auffassung. Ohm drückt diesen Ansatz in der Vorrede zur zweiten Auflage mit aller Deutlichkeit aus (*1853*, VI*f.*):

> Die (unbenannte, ganze) Zahl ist der höhere Begriff; die benannte Zahl (die Quantität) der niedrigere. Die Lehre der (unbenannten, ganzen) Zahlen umfaßt daher das ganze Gebiet der Mathematik; die Lehre der Quantitäten ist nur eine einfache Anwendung der erstern. – In den verschiedensten Erscheinungen des Kalkuls (der Arithmetik, Algebra, Analysis etc.) erblickt der Verf. nicht Eigenschaften der *Größen*, sondern Eigenschaften der *Operationen*, d. h. der *Verstandes-Thätigkeiten*, welche aus der Betrachtung der *Zahl* mit Nothwendigkeit hervorgehen, und welche Gegensätze und Beziehungen äußern, die in dem ganzen physischen und psychischen Haushalte der Natur allenthalben sich wieder nachweisen lassen.

Wie in der Booleschen Logikbegründung werden Operationen mit (unbenannten) Zahlen, also Symbolen, als Repräsentanten von geistigen Operationen angesehen.[14] Negative, gebrochene oder irrationale Zahlen sind nicht Größen (ebd., VIII),

> sondern spezielle Erscheinungen allgemeiner, aus einer nothwendigen Abstraktion der Operationen (Verstandes-Thätigkeiten) von dem womit operirt wird, hervorgehender Zahlenbegriffe (allgemeiner Formen oder Zusammensetzungen).

Leben und Werk Ohms hat *1987* Bernd Bekemeier vorgelegt. Zur Biographie vgl. auch Cantor *1887*, zur Stellung in der Mathematikentwicklung des 19. Jahrhunderts Otte *1987*.

[13] Der *1822* erschienene, Arithmetik und Algebra enthaltende 1. Band wird hier nach der 3. Aufl. von *1853* zitiert.

[14] Diese Analogie zur englischen symbolischen Algebra wurde durchaus auch in Großbritannien zur Kenntnis genommen. Der erste Teil von Ohms *Der Geist der mathematischen Analysis* (*1842*) wurde *1843* von Alexander John Ellis ins Englische übersetzt.

Im ersten Band des *Versuchs* analysiert Ohm die sieben arithmetischen Operationen – dies wird Schröder später von ihm übernehmen – Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren, Radizieren, Logarithmieren (*1853*, § 7). Dabei werden Addieren, Multiplizieren und Potenzieren als „direkte Operationen" (oder Verstandestätigkeiten) bezeichnet, denen jeweils zwei Umkehrungen als „indirekte Operationen" zugeordnet werden, durch die vom Ergebnis der Verknüpfung zweier Zahlen auf jede der beiden Ausgangszahlen zurückgegangen werden kann (§ 2).[15]

Trotz des nicht-quantitativen Zahlbegriffs faßt Ohm die Verknüpfungsoperationen noch nicht formal auf, was daran deutlich wird, daß er die additiven und multiplikativen Operationen über ihre „Haupt-Eigenschaften" Kommutativität (§ 4) und Assoziativität (§ 11) definiert. Er orientiert sich also weiterhin an der Arithmetik, in der sich die Verstandestätigkeiten spiegeln sollen.

Die philosophischen Grundlagen seiner Analysis-Begründung exponiert Ohm auch in der *1846* erschienenen zweiten Abhandlung des Werkes *Der Geist der mathematischen Analysis* im Rahmen einer Replik auf eine Kritik Ernst Eduard Kummers (*1842*) an der ersten Abhandlung.[16] Auch in dieser Replik betont Ohm die enge Bindung der Analysis an die Logik, denn in der mathematischen Analysis gelten „dieselben Gesetze der *empirischen Logik* [...], nach denen jeder Mensch denken muß, und nach denen er wirklich denkt, so oft er richtig denkt, er mag sich derselben bewußt geworden seyn oder nicht" (*1846*, VII). Formen wie $a+b$, $a-b$, $a \cdot b$, $\frac{a}{b}$ repräsentierten bestimmte Verstandestätigkeiten, die ihr Inhalt seien. Aber man könne nicht verlangen, „daß der Inhalt eines solchen Ausdrucks allemal eine *Zahl* (oder *Größe*) seyn müsse, weil man diese Verstandes-Thätigkeiten bei der Zahl kennengelernt hat."[17] Der *Zweck* der mathematischen Analysis bestünde darin, von ganzen unbenannten Zahlen aus auf andere ganze unbenannte Zahlen zu gelangen, ihre *Aufgabe* darin, dies in einer Kette von Schlüssen zu tun. Diese Umformungen erfolgen in „einer systematischen, logisch geordneten Reihenfolge von *Gedanken*, *Urtheilen* und *Schlüssen*, welche *keine Zahlen* sind, welche der Analyst aber durch *Zeichen*, also durch *Formen* versinnlicht" (*1846*, XIII). Dieses Geschäft der Mathematik nennt Ohm „Rechnung", also Umformung gegebener Ausdrücke mittels vorausgesetzter einfachster Gleichungen: „Man ‚rechnet' daher *nie* mit Größen, auch *nie* mit Zahlen, sondern *immer nur* mit Formen, d. h. mit angezeigten Operationen" (*1846*, 4).

[15]Radizieren und Logarithmieren sind beide inverse Operationen des Potenzierens.

[16]Ohm *1842*. Zur Kummerschen Kritik vgl. Bekemeier *1987*, 196–208.

[17]Ohm *1846*, XI. Die Seite ist fehlerhaft mit „IX" numeriert.

6.2.3 Die Brüder Graßmann und ihre Wissenschaftslehre

6.2.3.1 Hermann Günther Graßmanns „Ausdehnungslehre"

Hermann Günther Graßmann[18] schuf mit seiner *Linealen Ausdehnungslehre* (*1844*) ein Werk, dessen Pioniercharakter heute allgemein anerkannt ist.[19] Trotz des darin entwickelten geometrischen Kalküls, in dem Elemente der Vektoralgebra, der Vektoranalysis, der Tensorrechnung und der n-dimensionalen Geometrie begründet werden,[20] fanden Graßmanns ma-

[18]Hermann Günther Graßmann (* 15. April 1809 in Stettin; † 26. September 1877 in Stettin), Sohn des Mathematikers, Kristallographen und Pädagogen Justus Günther Graßmann (1779–1852), studierte in Berlin Theologie, Philosophie und Philologie, u. a. bei Friedrich Schleiermacher. 1830 schloß er das Studium ab, erwarb aber 1831 eine weitere Lehrbefähigung für Mathematik. Er war an verschiedenen Schulen vor allem in Stettin tätig, ab 1843 an der Friedrich-Wilhelms-Schule. 1852 erhielt er den Professorentitel, die erhoffte akademische Stellung blieb ihm allerdings versagt. Während seine philologischen und sprachwissenschaftlichen Arbeiten, insbesondere seine Sanskritforschung (*Wörterbuch zum Rig-Veda*, *1873*), weithin beachtet wurden, fanden seine mathematischen Arbeiten zunächst kaum Resonanz. Zur Biographie vgl. Sturm/Schröder/Sohnke *1879*; Wandel *1888*; Flament *1994* und vor allem Engel *1911* sowie die Beiträge in Schubring (Hg.) *1996*.

[19]Zur Stellung der *Linealen Ausdehnungslehre* in der mathematischen Tradition vgl. A. E. Heath *1917*; Otte *1989*; Flament *1994*. Desmond Fearnly-Sander (*1982*) ordnet sie in die Vorgeschichte der *Universal Algebra* ein, die in ihrer modernen Form von Garrett Birkhoff's Aufsatz "On the Structure of Abstract Algebras" (*1935*) ausgeht. Fearnly-Sander zeigt, daß Birkhoff's Aufsatz nicht nur in der Tradition der Arbeiten von Richard Dedekind und Emmy Noether steht, sondern daß sich auch ein Strang über Alfred North Whitehead auf Graßmann zurückverfolgen läßt. Vgl. auch die Arbeiten der "Sesquicentennial Conference" zur 150-Jahrfeier der Veröffentlichung der *Linealen Ausdehnungslehre* (Schubring [Hg.] *1996*), zur Graßmann-Rezeption insbesondere Schubring *1996a*; Rowe *1996*.

[20]Zur historischen Einordnung vgl. Crowe *1985*, 55–108; Lewis *1977*; Flament *1994*. Der Beitrag von Lewis ordnet das Werk in seinen philosophischen Kontext ein und gibt eine Interpretation (120–149) des philosophischen Einleitungskapitels der ersten Fassung (Graßmann *1844*). Eine umfassende Rekonstruktion von *Graßmanns Algebra der Geometrie* hat *1994* Arno Zaddach vorgelegt. Zur Stellung in der Geschichte der Logik vgl. Grattan-Guinness *1996*.

thematische Arbeiten kaum Resonanz.[21] Gerügt wurde allgemein die philosophische Form,[22] wodurch Graßmann veranlaßt wurde, *1862* eine neue, in der Darstellung veränderte Ausgabe zu veranstalten, die das Schicksal der Vorgängerschrift aber zunächst teilte. Erst nachdem Hermann Hankel in seiner *Theorie der complexen Zahlensysteme* (*1867*) auf die fundamentale Rolle der Graßmannschen Überlegungen hingewiesen hatte, wurde das Interesse der Fachkollegen geweckt[23] und schließlich eine zweite Auflage der ersten Ausdehnungslehre ermöglicht (*1878*).

Graßmann unterscheidet reale, das Sein behandelnde, und formale, das im Denken Gesetzte betreffende Wissenschaften. Die formalen Wissenschaften wiederum unterteilt er in die Wissenschaften, die „die *allgemeinen* Gesetze des Denkens“ und diejenigen, die „das Besondere durch das Denken gesetzte“ betrachten. Ersteres ist die „Dialektik (Logik)“, letzteres die reine Mathematik (*1844*, XX). In einer Anmerkung zur 2. Auflage setzt Graßmann hinzu, daß die Logik eine rein mathematische Seite darbiete, die man als formale Logik bezeichnen könne (*1878*, XXII). Die reine Mathematik definiert er wie folgt (*1844*, XX):

> Die reine Mathematik ist daher die Wissenschaft des *besonderen* Seins als eines im Denken *gewordenen*. Das besondere Sein, in diesem Sinne aufgefasst, nennen wir eine Denkform oder schlechtweg eine *Form*. Daher ist reine Mathematik *Formenlehre*.

Der Name „Größenlehre“ eigne sich nicht für die gesamte Mathematik, weil er auf die Kombinatorik nicht anwendbar sei und auf die mit Anzahlen operierende Arithmetik nur uneigentlich (ebd.).

Seiner Ausdehnungslehre stellt Graßmann eine „Uebersicht der allgemeinen Formenlehre“ voran (*1844*, 1–14). Unter „allgemeiner Formenlehre“ versteht Graßmann „diejenige Reihe von Wahrheiten, welche sich auf alle Zweige der Mathematik auf gleiche Weise beziehen, und daher nur die allgemeinen Begriffe der Gleichheit und Verschiedenheit, der Verknüpfung und Sonderung voraussetzen.“[24] Er definiert darin den Begriff der Gleichheit, wonach „[...] gleich dasjenige sei, von dem man stets dasselbe aussagen kann oder allgemeiner, was in jedem Urtheile sich gegenseitig substituirt werden kann“ (§ 1). Ohne Definition wird der Begriff der Verknüpfung gesetzt. Als allgemeines Verknüpfungszeichen wählt Graßmann $\frown$. Das Ergebnis einer Verknüpfung von Vorderglied a und Hinterglied b wird durch den geklammerten Ausdruck $(a \frown b)$ dargestellt. Mehrgliedrige Ausdrücke lassen sich bilden; unter Anwendung der üblichen Klammerregel erhält man für drei Glieder (§ 2): $((a \frown b) \frown c) = a \frown b \frown c$. Graßmann schränkt seine Betrachtung auf assoziative und kommutative Verknüpfungen ein, in der Graßmannschen Terminologie auf solche, bei denen „das Setzen der Klammern keinen realen Unterschied“ macht (§ 3), z. B. $a \frown (b \frown c) = (a \frown b) \frown c$, und auf solche, bei denen die Vertauschung zweier Glieder möglich ist. Verknüpfungen, die assoziativ und kommutativ sind, nennt Graßmann „einfache Verknüpfungen“ (§ 4).

Die so eingeführte Verknüpfungsoperation ist in der Graßmannschen Terminologie synthetisch. Ihr sind zwei „auflösende“ oder „analytische“ Verknüpfungen zugeordnet. Diese Verknüpfungen haben für das analytische Verfahren Bedeutung, mit dessen Hilfe aus dem Verknüpfungsergebnis und einem Glied der Verknüpfung das andere Glied gewonnen werden kann. $a \smile b$ bezeichnet diejenige Form, die mit b synthetisch verknüpft a ergibt: $a \smile b \frown b = a$ (§ 5). Die Ordnung der Ausführung dieser Operationen ist unerheblich.

Graßmann führt dann Formen ein, in denen verschiedene synthetische Verknüpfungsarten zusammen verwendet werden. Wird die zweite Verknüpfung durch $\stackrel{\frown}{\frown}$ symbolisiert und besteht Distributivität zwischen beiden Operationen, gilt also die Gleichung $(a \frown b) \stackrel{\frown}{\frown} c = (a \stackrel{\frown}{\frown} c) \frown (b \stackrel{\frown}{\frown} c)$, so nennt Graßmann die zweite Verknüpfung eine Verknüpfung höherer Stufe (§ 9). Eine ähnliche Terminologie wird später auch Schröder

[21]In der umgearbeiteten zweiten Fassung bezeichnet Graßmann als Hauptgrund für die Änderungen die Schwierigkeiten, die „nach dem Urtheile aller Mathematiker, deren Urtheil ich zu hören Gelegenheit fand, das Studium jenes Werkes wegen seiner wie sie meinen, mehr philosophischen als mathematischen Form dem Leser bereitet“ (*1862*, III). In der zweiten Auflage der Erstfassung formuliert er schärfer. Er sucht dort den Mißerfolg „in der streng wissenschaftlichen, auf die ursprünglichen Begriffe zurückgehenden Behandlungsweise“ (*1878*, XV).

[22]Zum Einfluß der Schleiermacherschen *Dialektik* vgl. Lewis *1977*, 109–120, und zum Einfluß der über Justus Graßmann vermittelten Schellingschen Naturphilosophie Otte *1989*, 7–12; E. Scholz *1996*; Heuser *1996*.

[23]Graßmann verweist ausdrücklich darauf, daß das Interesse an seinen Schriften von Hankel ausgelöst worden sei (*1878*, XVI).

[24]Graßmann *1844*, 1. Die allgemeine Formenlehre Graßmanns und die darauf aufbauende von Hermann Hankel wurde schon *1887* von dem früh verstorbenen Benno Kerry (1858–1889) analysiert (104–110), der darin seine Kritik an Kants Begründung der Arithmetik auf reine Raum- und Zeitanschauung bestätigt sah. Zu Kerry vgl. Peckhaus *1994c*. Die Stellung der allgemeinen Formenlehre in der Entwicklung des Formalismus hat Jean Cavaillès untersucht (*1938*, 48–53).

einführen, wenn er von „Operationsstufen" spricht. Die allgemein entwickelten Grundsätze von Verknüpfungen werden auf Addition und Multiplikation der Arithmetik mit ihren Umkehrungen angewendet.

Die hier allgemein eingeführten Verknüpfungsoperationen verwendet Graßmann nun im Bereich extensiver Größen, insbesondere gerichteter Strecken, also Vektoren. Er wird dadurch auf die Gesetze der Vektor-Addition und -Multiplikation geführt. In moderner Terminologie entwickelt er die Theorie des n-dimensionalen Vektorraumes, über welchem die Multivektoren der Äußeren Algebra konstruiert werden (Zaddach *1994*, 11). Für den Teil der affinen Vektorräume hat Giuseppe Peano in seinem *Calcolo Geometrico* im Anschluß an Graßmann *1888* eine Axiomatisierung vorgelegt.

6.2.3.2 Hermann Günther Graßmanns Arithmetik

Schröder schloß seine Arithmetik eng an das *Lehrbuch der Arithmetik* Hermann Günther Graßmanns an,[25] das dieser in Zusammenarbeit mit seinem Bruder Robert verfaßt hatte.[26] Graßmann formuliert darin den Anspruch, „die erste streng wissenschaftliche Bearbeitung jener Disciplin" vorgelegt zu haben (H. G. Graßmann *1861*, V),

> [...] mit dem noch weiter gehenden Anspruche, dass die darin befolgte Methode, wie sehr sie auch von der üblichen abweichen mag, dennoch, in allen ihren wesentlichen Momenten, nicht eine unter vielen möglichen, sondern die einzig mögliche Methode einer streng folgerichtigen und naturgemässen Behandlung jener Wissenschaft sei.

In seinem Buch definiert Graßmann die Mathematik als die Wissenschaft von der Verknüpfung der Größen. Dieser Definition ist ein allgemeiner

[25]Schröders Beziehungen zu Graßmann waren immerhin so eng, daß er einen Abschnitt zu dem weitverbreiteten, in den *Mathematischen Annalen* veröffentlichten Nachruf auf Graßmann beisteuerte (Sturm/Schröder/Sohnke *1879*). In diesem mit 45 Seiten Länge ungewöhnlich umfangreichen Nachruf hat Schröder nach Vermutung Lüroths nur gut zwei Seiten verfaßt (30–32, nach Lüroths Verzeichnis der Schriften Schröders in *1966*, XVII). Dort ist von den Leistungen Graßmanns auf pädagogisch-didaktischem Gebiet die Rede, insbesondere von dessen *Lehrbuch der Arithmetik*. Zum Verhältnis zwischen Hermann Günther Graßmann, Robert Graßmann und Ernst Schröder vgl. Peckhaus *1996*.

[26]Zur wissenschaftlichen Zusammenarbeit der Gebrüder Graßmann vgl. Schubring *1996a*.

Größenbegriff vorausgesetzt, denn „*Grösse* heisst jedes Ding, welches einem anderen gleich oder ungleich gesetzt werden soll. *Gleich* heissen zwei Dinge, wenn man in jeder Aussage statt des einen das andre setzen kann" (ebd., § 1.1).

Für Schröders Arithmetik erhält das Werk vor allem durch Graßmanns Unterscheidung zweier verschiedener Definitionsarten Bedeutung. Die erste Methode verwendet Graßmann bei der Zahldefinition über die Nachfolgerbildung. Er benutzt dafür die Bildung einer Reihe von Einheiten e zu einer Grundreihe, in der zu jedem Glied der Reihe das nächstfolgende durch Anhängen von $+\,e$ erzeugt werden kann (§ 2.7). Ist a ein beliebiges Element der Reihe, so ergibt sich b als das nächstfolgende Element der Reihe mit $b = a + e$ (§ 2.8*f*.). Die zweite Definitionsart ist die rekursive Definition. Graßmann definiert für a und b als beliebige Glieder der Grundreihe die Summe $a + b$ als dasjenige Glied der Grundreihe, für das die Formel

$$a + (b + e) = a + b + e$$

gilt. Der Begriff der Summe zweier beliebiger Elemente der Grundreihe wird also auf den bereits eingeführten Begriff der Nachfolgerbildung zurückgehend rekursiv (induktiv) definiert (§ 2.15).

Diese bei Graßmann nur beiläufig verwendeten Definitionsarten werden von Schröder übernommen und zu einem durchgängigen Gestaltungsprinzip für die Einführung der arithmetischen Rechnungsarten ausgebaut. Schröder differenziert z. B. unter explizitem Bezug auf Graßmann zwischen einer „independenten" Definition der Zahl als gedankliche Zusammenfassung von Einheiten und der „rekurrenten" Zahldefinition durch Rückgriff auf bereits aufgestellte Definitionen. Die Zahl 4 kann z. B. independent durch die Gleichung $4 = 1 + 1 + 1 + 1$ definiert werden, rekurrent dagegen durch $4 = 3 + 1 = (2 + 1) + 1 = [(1 + 1) + 1] + 1$.[27] Dieses rekurrierende Verfahren sei, so Schröder, für Anfänger von durchschnittlicher Begabung nicht zu empfehlen, sei aber „aus dem Bedürfniss grösserer Strenge in der Absicht nach möglichster Vereinfachung der zum Ausgangspunkt genommenen Voraussetzungen und Einschränkung der alsdann benutzten Schlussmittel hervorgegangen" (Schröder *1873*, 51).

[27]Entsprechende Beispiele finden sich in Schröder *1873*, 53, 64.

6.2.3.3 Robert Graßmann: Logik und Wissenschaftslehre

Die bereits in der *Ausdehnungslehre* Hermann Günther Graßmanns angedeutete Rekonstruktion des Wissenschaftssystems versuchte sein Bruder Robert[28] in einer ganzen Reihe von Werken umzusetzen. Das erste umfassende Produkt dieser Bemühungen ist seine in einzelnen Schriften ausgegebene *Wissenschaftslehre oder Philosophie*. Graßmann geht darin von einer Kritik an der spekulativen Philosophie Hegels aus, die „unsägliches Unheil gestiftet und ein Mistrauen gegen alle Philosophie geweckt“ habe.[29] In der Entwicklung der Logik diagnostiziert er einen Niedergang seit ihrer Schöpfung durch Aristoteles. In der Schärfe der Erklärungen stehe Kants Logik von 1800 weit hinter der Aristotelischen Logik zurück, doch Hegels Logik von 1812 habe noch weniger genützt. Hegels Trugschlüsse und willkürliche Behauptungen hätten der Wissenschaft vielmehr unendlich geschadet. Für das Studium der Ergebnisse der bisherigen Logik verweist Graßmann auf Lamberts *Neues Organon* von *1764* und August Twestens *Logik* von *1825* (Graßmann *1872c*, 4). Graßmann scheint demnach die zeitgenössische philosophische Logikdiskussion nicht zur Kenntnis genommen zu haben, und er kannte auch nicht die Werke der englischen symbolischen Logik.

Mit den Konsequenzen aus seiner ja von vielen zeitgenössischen Philosophen geteilten Schelte an der Entwicklung der formalen Logik seit Aristoteles ging Graßmann weit über die in der deutschen Logikdiskussion gehandelten Rezepte hinaus: Der zweite Abschnitt seiner *Denklehre*, so schrieb Graßmann (*1875*, 121),

[28]Robert Graßmann (* 8. März 1815 in Stettin; † 14. August 1901 in Stettin) studierte nach dem Besuch des Stettiner Marienstift-Gymnasiums evangelische Theologie, Naturwissenschaften und Philosophie in Bonn und Berlin, letzteres u. a. bei Christian August Brandis und Immanuel Hermann Fichte. Nach seinem ersten theologischen Examen ging er auf Reisen und wurde 1838 als Lehrer nach Stettin berufen. Dort begann er Studien der höheren Mathematik und Physik. Von 1841 bis 1852 war er als Lehrer an mehreren höheren Schulen Stettins tätig. Er gründete eine Druckerei, gab seine Lehrerstellung auf und wurde Zeitungsverleger. Graßmann war 18 Jahre lang Mitglied der Stettiner Stadtverordnetenversammlung. In wissenschaftlichen Dingen arbeitete er eng mit seinem Bruder Hermann Günther Graßmann zusammen. Zur Biographie vgl. Schubert *1937*, 68–71; Schubring *1996b* und vor allem die umfängliche autobiographische Fußnote, die Graßmann seinem *Das Gebäude des Wissens* (*1890*, XIX–XXVII, Fußnote) beigegeben hat.

[29]Zur Kritik an der Hegelschen Logik vgl. Graßmann *1875*, 115–119.

lei

> soll uns das streng wissenschaftliche Denken lehren, welches für alle Menschen jeglichen Volkes, jeder Sprache gleich gültig, gleich beweisend und strenge ist. Derselbe [d. i. der Abschnitt] muss sich daher von den Schranken der einzelnen Sprache befreien und die Formen des Denkens an sich behandeln, er wird dadurch zur *Formenlehre* oder *Mathematik*.

Dieses Programm hat Graßmann in der 1872 in separat paginierten Broschüren vorgelegten *Formenlehre oder Mathematik* (*1872a–f*) durchzuführen versucht.[30] Darin behandelt er in einem allgemeinen Teil die *Grösenlehre* als „Wissenschaft von der Knüpfung der Grösen“ (*1872a*, 7; vgl. *1872b*) und als spezielle Teile *Begriffslehre oder Logik* (*1872c*), *Bindelehre oder Combinationslehre* (*1872d*), *Zahlenlehre oder Arithmetik* (*1872e*) und *Ausenlehre oder Ausdehnungslehre* (*1872f*).

In der allgemeinen Größenlehre führt Graßmann die Buchstaben a, b, c, ... als syntaktische Zeichen für beliebige Größen ein. Der Buchstabe e steht für spezielle Größen: Elemente oder in der deutschtümelnden Terminologie Graßmanns Stifte („das Stift“), also Größen, die nicht aus anderen Größen durch Knüpfung hervorgegangen sind. Neben Klammern zur Kennzeichnung der Verknüpfungsordnung führt er Gleichheitszeichen $=$ und Ungleichheitszeichen $\lessgtr$ ein sowie ein allgemeines Knüpfungszeichen $\circ$. An speziellen Knüpfungen untersucht er Fügung oder Addition („+“) und Webung oder Multiplikation („·“). Diese Knüpfungen können nun entweder als innere Knüpfung auftreten, wenn nämlich $e \circ e = e$ gilt, oder als äußere Knüpfung, wenn $e \circ e \lessgtr e$.

Das Unterscheidungskriterium für die speziellen Teile der Größenlehre sind die unterschiedlichen Ergebnisse bei der Knüpfung von Stiften mit sich selbst. Der erste Teil, „der einfachste und zugleich innerlichste“, wie Graßmann ihn nennt, ist die „Begriffslehre oder Logik“, in der innere Fügung $e + e = e$ und innere Webung $ee = e$ gelten. In der „Bindelehre oder Combinationslehre“ als zweitem Teil der Formenlehre gelten innere Fügung $e + e = e$ und äußere Webung $ee \lessgtr e$; in der „Zahlenlehre oder Arithmetik“ äußere Fügung $e + e \lessgtr e$ und innere Webung $ee = e$ bzw. $1 \times 1 = 1$ und $1 \times e = e$. In der „Ausenlehre oder Ausdehnungslehre“ schließlich, dem „verwickeltste[n] und äuserlichste[n]“ Teil der Formenlehre, gelten äußere Fügung $e + e \lessgtr e$ und äußere Webung $ee \lessgtr e$ (*1872a*, 12*f*.).

[30]Zur Graßmannschen Logik und zu Graßmanns Antizipationen der Verbandstheorie vgl. Mehrtens *1979*.

Die Bedeutung des Graßmannschen Systems läßt sich aus dem bisher Entwickelten schon erschließen. Graßmann formuliert nämlich mit der inneren Webung $ee = e$ das Boolesche "Law of Duality", aber auch im Unterschied zum Booleschen System die innere Fügung $e + e = e$, eine Formel, die bei Boole wegen der exklusiven Deutung der Adjunktion nicht gültig ist, aber schon im Jevonsschen System von *1864* eingeführt wird.

In der „Begriffslehre oder Logik“ werden die hier zunächst allgemein eingeführten syntaktischen Elemente interpretiert, sie erhalten eine „Lesart“. So heißt nun Größe alles, was eindeutig Gegenstand des Denkens ist. Stifte sind ursprünglich gesetzte, selbst nicht durch Knüpfung hervorgegangene Größen. Gleichheit wird als Ersetzbarkeit ohne Änderung des Wertes, Ungleichheit als Unmöglichkeit einer solchen Ersetzung gedeutet. Die Zufügung oder Addition wird „und“ gelesen, es ist damit aber die Adjunktion, das logische Oder gemeint. Die Webung bzw. Multiplikation wird „mal“ gelesen, gemeint ist die Konjunktion, das logische Und. Graßmann führt die Zeichen $<$ und $>$ für den Ausdruck von Unter- bzw. Überordnung von Begriffen ein. Das Zeichen $\leqq$ drückt aus, daß ein Begriff einem anderen gleich oder untergeordnet ist. Es entspricht damit der später von Schröder eingeführten Subsumtion oder Einordnung. In der Urteilslehre drückt Graßmann diese Relation abkürzend durch das Winkelzeichen $\angle$ aus. Das Zeichen „T“ steht für das All oder die Totalität, die Summe sämtlicher Stifte. Es gelten die Gesetze $a + \mathrm{T} = \mathrm{T}$ und $a\mathrm{T} = a$. Die Null wird als „der niedrigste Begriff, welcher allen Begriffen untergeordnet ist“, gedeutet. Es gelten die Gesetze $a + 0 = a$ und $a \cdot 0 = 0$. Schließlich führt Graßmann noch das Nicht oder die Negation als Komplement ein, wobei die Gesetze $a + \bar{a} = \mathrm{T}$ und $a \cdot \bar{a} = 0$ gelten.

Die Ähnlichkeiten zum Booleschen Kalkül in der von Jevons modifizierten Fassung sind frappierend, was John Venn in den "Historic Notes" zur 2. Auflage seiner *Symbolic Logic 1894* zu dem folgenden, durchaus wohlwollenden Urteil führte (489):

> Robert Grassmann's scheme was published in 1872, under the title of *Begriffslehre oder Logik*. Like a number of other writers on this subject he seems to have worked out his results in entire ignorance of all that had already been done in this way by those before him. The work is however systematic; and he seems to have been one of the first, after Boole, – with the exception of Peirce, – to realize what was wanted for a complete scheme of Symbolic Logic.

6.2.3.4 Hermann Hankel: hyperkomplexe Systeme

Der früh verstorbene Hermann Hankel[31] hat *1867* seine *Vorlesungen über complexe Zahlen* vorgelegt.[32] Sie sind der von Gauß und Cauchy begründeten und von Riemann ausgearbeiteten Theorie der Funktionen komplexer Variablen gewidmet. In dem einzig erschienenen ersten Teil arbeitet er diesem Programm durch eine *Theorie der complexen Zahlsysteme* vor. Hankel geht es zunächst darum, den Begriff der komplexen Zahl zu gewinnen, er behandelt aber auch andere, in ihren Gesetzen abweichende Zahlsysteme „zum factischen Beweise der Möglichkeit von Zahlen, deren Einheiten nicht allen Gesetzen der ‚arithmetica universalis‘ [in Newtonschem Sinne] folgen“ (*1867*, VI). Ihm kommt dabei das Verdienst zu, nicht nur die englische symbolische Algebra in Deutschland bekannt gemacht, sondern auch auf die Bedeutung von H. G. Graßmanns *Linealer Ausdehnungslehre* aufmerksam gemacht und auf die nicht-kommutativen Quaternionen Hamiltons und damit auf „hyperkomplex“ genannte Zahlsysteme hingewiesen zu haben.

Die ganzen Zahlen führt Hankel über den Akt der Setzung (Position) von Objekten ein (§ 1). Über die Betrachtung von Verknüpfungsoperationen mit diesen Objekten, wie sie in der Arithmetik üblich sind, erhält er eine Anschauung voraussetzende Zahldefinition: „Die Zahl ist der begriffliche Ausdruck der gegenseitigen Beziehung zweier Objecte, soweit dieselbe quantitativen Messungen zugänglich ist“ (§ 2, 6). Die Resultate solcher Messungen werden durch absolute (also auf Anschauliches zurückgeführte) ganze Zahlen ausgedrückt. Hankel definiert (§ 2, 6):

> Wenn aber eine Zahl so beschaffen ist, dass sie mehrere solche absolute Zahlen als Elemente enthält, so heisst sie eine *zusammengesetzte* oder *complexe* Zahl, die durch ihre Zusammensetzung zugleich angibt, in wel-

[31] Hermann Hankel (* 14. Februar 1839 in Halle; † 29. August 1873 in Schramberg, Schwarzwald) begann sein Studium der Mathematik in Leipzig, wo er u. a. bei Moritz Wilhelm Drobisch und August Ferdinand Möbius hörte. 1860 ging er nach Göttingen, um bei Bernhard Riemann zu studieren. 1861 wurde er promoviert. Er ging noch im gleichen Jahr nach Berlin, wo er bei Karl Weierstraß und Leopold Kronecker hörte. 1863 habilitierte er sich in Leipzig für Mathematik, wo er 1867 zum a. o. Prof. ernannt wurde. Noch 1867 wurde er auf eine ordentliche Professur nach Erlangen berufen. 1869 schließlich folgte er einem Ruf nach Tübingen. Zur Biographie vgl. v. Zahn *1874*; Cantor *1879*; Lense *1966*.

[32] Zur Hankelschen Philosophie der Mathematik vgl. Monna *1973*.

> cher Weise diese quantitativen Verhältnisse an den Objecten und ihrer Relation zur Erscheinung kommen.

Von Problemen, die negative Zahlen und der Begriff der Teilbarkeit für eine anschauliche Begründung der Zahlentheorie bereiten, leitet Hankel die Notwendigkeit ab, eine von der Anschauung gelöste, „von der Zufälligkeit des Wirklichen" befreite Arithmetik zu formulieren (ebd., 10).

> Die Bedingung zur Aufstellung einer allgemeinen Arithmetik ist daher eine von aller Anschauung losgelöste, rein intellectuelle Mathematik, eine reine Formenlehre, in welcher nicht Quanta oder ihre Bilder, die Zahlen verknüpft werden, sondern intellectuelle Objecte, Gedankendinge, denen actuelle Objecte oder Relationen solcher entsprechen *können*, aber nicht *müssen*.

Zu diesem Zweck werden die Verknüpfungsoperationen zwischen beliebigen anschaulichen oder mentalen Objekten oder Relationen zwischen Objekten allgemein gefaßt. Es wird nur noch vorausgesetzt, daß die rein begriffliche oder formale Verknüpfung zweier Objekte a, b zu einem neuen Objekt c führt, welches in allen weiteren Schlüssen an die Stelle der verknüpften Objekte a, b treten kann und daher mit dieser Verknüpfung gleich genannt werden kann (§ 3, 10). Der Übergang von der Arithmetik zur formalen Auffassung wird durch das „metaphysische" (§ 3, 12) Prinzip der Permanenz der formalen Gesetze ermöglicht (11):

> Wenn zwei in allgemeinen Zeichen der arithmetica universalis ausgedrückte Formen einander gleich sind, so sollen sie einander auch gleich bleiben, wenn die Zeichen aufhören, einfache Grössen zu bezeichnen, und daher auch die Operationen einen irgend welchen anderen Inhalt bekommen.

Hankel schränkt das Permanenzprinzip in seiner Reichweite allerdings wesentlich ein (11*f.*):

> Dies Princip wird im Folgenden unsere Schritte leiten; es darf aber in seiner Allgemeinheit nicht ohne Weiteres und überall verwandt werden; wir werden es überall nur zur Definition der nothwendigen und hinreichenden Regeln, soweit diese von einander unabhängig sind, anwenden dürfen. Jedoch werden wir uns durch dasselbe nicht allzusehr beschränken lassen, namentlich die Commutativität unserer Operationen nicht unbedingt voraussetzen, da es sich als wissenschaftliche Nothwendigkeit gezeigt hat, Operationen zu betrachten, welche allen Regeln der arithmetischen Multiplication nur mit Ausnahme jener entsprechen.

Das Prinzip ist also im Sinne eines traditionellen Postulates zu verstehen. Es postuliert die Möglichkeit, Gesetze der anschaulich begründeten Arithmetik für permanent zu erklären und dann die darin ausgedrückten Operationsregeln auch in anderen, nicht-anschaulichen Zahlsystemen anzuwenden. Mit dem Permanenzprinzip ist nicht etwa die absolute Gültigkeit arithmetischer Operationsregeln behauptet. Es dient vielmehr als heuristisches Hilfsmittel für die Konstitution neuer Zahlklassen. Felix Klein hat daher das Permanenzprinzip als Ausdruck der unwillkürlichen menschlichen Neigung interpretiert, „nach für specielle Fälle abgeleiteten und gültigen Regeln auch unter allgemeinen Umständen zu verfahren" (*1908*, 66). Von einer logischen Notwendigkeit beim Übergang von einem Zahlsystem auf ein anderes,

> also von ***Beweisbarkeit*** der Zeichenregel [kann] nicht die Rede sein [...]; es kann sich vielmehr nur darum handeln, die logische ***Zulässigkeit*** des Ansatzes zu erkennen, während er im Uebrigen willkürlich ist, und durch Zweckmässigkeitsgründe, wie das Permanenzprinzip, reguliert wird.[33]

Friedrich Kambartel deutet das Hankelsche Permanenzprinzip ähnlich wie Klein als „sinnbegründendes Auswahlprinzip formaler Untersuchungen" (Kambartel *1961*, 59*f.*).

Hankel erwähnt die Möglichkeit, daß die Operationsregeln selbst zum Gegenstand der Untersuchung werden, womit der Weg zu einer formalen Mathematik eröffnet ist, die „dann mit der unter dem Namen des 'calculus of operations' oder 'symbols' von den Engländern in letzter Zeit mit specieller Vorliebe gepflegten Disciplin" zusammenfällt (*1867*, 13).

In historischen Anmerkungen berichtet Hankel über die Bemühungen, an die Stelle des absoluten Größenbegriffs der Arithmetik einen allgemeinen Größenbegriff zu stellen. Seine Polemik gilt Cauchys durch die Phrase «expression symbolique» „nur nothdürftig verdecktem" Gaukelspiel in der *Analyse algébrique* von *1821* (14). Als positive Beiträge erwähnt er die englischen Bemühungen um die symbolische Algebra, obwohl er berechtigterweise das von Peacock formulierte Permanenzprinzip als „einerseits zu eng, andererseits ohne die nöthige Begründung aufgestellt"

[33] Klein *1908*, 67*f.* Frege sah die Gefahr einer Einführung der komplexen Zahlen unter Verwendung von Permanenzprinzipien in dem möglichen Trugschluß, daß die Widerspruchsfreiheit neuer Zahlsysteme schon deren Existenz verbürge. Im Hankelschen Ansatz würden Begriffe nicht klar von Gegenständen unterschieden (Frege *1884*, §§ 96*f.*, S. 108*f.*).

einschätzt (15). Er erwähnt kritisch Ohms Versuch der formalen Darstellung arithmetischer Operationen (15), lobende Beachtung findet dagegen Hermann Günther Graßmanns Gedanke, in seiner *Linealen Ausdehnungslehre* (*1844*) der Größenlehre eine reine Formenlehre vorangehen zu lassen. Auch die vielgeschmähte philosophische Ausrichtung der ersten Auflage hält er für „durchaus sachgemäß“ (16). Schließlich geht Hankel noch auf William Rowan Hamiltons Theorie der Algebra als Wissenschaft der reinen Zeit ein, durch die der irische Mathematiker auf neue Zahlsysteme geführt wurde.

Hankel setzt seinem Aufbau des Zahlsystems dem Graßmannschen Beispiel folgend eine allgemeine Formenlehre voran. Grundbegriff ist der Begriff der Verknüpfung von Objekten. Ist $\lambda(a,b)$ eine allgemeine Verknüpfung von Objekten a, b, die zu einem neuen Objekt c führt, also

$$\lambda(a,b) = c\ ,$$

so sei die Verknüpfung λ so beschaffen, daß es eine Verknüpfung Θ gibt, die auf c und b angewendet, wieder zu a führt, also

$$\Theta(c,b) = a \quad \text{oder} \quad \Theta\{\lambda(a,b),b\} = a\ .$$

Die Operation Θ heißt „thetisch“, ihre Umkehrung λ „lytisch“. Im allgemeinen Fall setzt Hankel $\Theta(a,b) = \Theta(b,a)$ nicht voraus, untersucht also assoziative, aber nicht-kommutative Verknüpfungen. Er versucht die anschauliche Begründung nicht-kommutativer Systeme gar nicht erst, sondern eröffnet die Möglichkeit dieser Systeme durch Verzicht auf Voraussetzungen der anschaulichen Arithmetik.

6.3 Grundlegung der „absoluten“ Algebra

6.3.1 Schröders Lehrbuch

Schröder entfaltete sein Programm der absoluten Algebra[34] vor allem in zwei Schriften, die er während seiner Zeit als Mathematiklehrer am Pro- und Realgymnasium in Baden-Baden verfaßt hatte. *1873* veröffentlichte er sein *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*, von dem ein Jahr später ein

[34]Zu Schröders Programm der absoluten Algebra vgl. auch Mehrtens *1979* und ausführlich Peckhaus *1994a*.

Abriss (*1874a*) für Schüler an Gymnasien und Realgymnasien erschien, in dem die hier interessierenden formalen Teile aber nicht enthalten sind. 1874 erschien auch seine Baden-Badener Schulprogrammschrift *Über die formalen Elemente der absoluten Algebra* (*1874b*), in der der Gedanke der absoluten Algebra weiter ausgeführt wurde. Fortentwicklungen und Anwendungen führte Schröder in einigen kleineren Arbeiten, aber auch in umfangreichen Aufsätzen wie „Ueber eine eigenthümliche Bestimmung einer Funktion durch formale Anforderungen“ (*1881*), „Über Algorithmen und Calculn“ (*1887a*) oder „Tafeln der eindeutig umkehrbaren Functionen zweier Variablen auf den einfachsten Zahlengebieten“ (*1887b*) aus, nicht zuletzt aber in den Anhängen 4 bis 6 des ersten Bandes seiner *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890a*, 616–697).

Das Lehrbuch war ursprünglich auf vier Bände angelegt. Der einzig erschienene erste Band trägt den Untertitel *Die sieben algebraischen Operationen*. Der zweite Band sollte die Lehre von den natürlichen Zahlen enthalten, insbesondere die Begründung der Arithmetik, die Elemente der Zahlentheorie, die Kombinatorik und die Größenlehre. Der dritte Band sollte die analytischen Zahlen behandeln und mit dem vierten Band wollte Schröder die „Analysis des Endlichen“ zum Abschluß bringen.

Band 1 behandelt die drei „direkten“ algebraischen Operationen Addieren, Multiplizieren und Potenzieren (Kapitel 2). Das dritte Kapitel führt die vier inversen Operationen Subtrahieren, Dividieren, Radizieren und Logarithmieren ein. In einem vierten Kapitel behandelt Schröder schließlich die „Gesetze der Verbindung sämmtlicher Operationen mit einander“. Die Operationsverknüpfung diskutiert er sowohl in „realer Hinsicht“, als auch in „formaler Behandlungsweise“. Es ist dieses letzte Teilkapitel, in dem Schröder die Grundlagen für die absolute Algebra setzt.

Im einleitenden ersten Kapitel definiert Schröder die (reine) Mathematik als „Lehre von den Zahlen“, legt sich aber wie Martin Ohm nicht auf eine quantitative Deutung des Zahlbegriffs fest. Er läßt ihn vielmehr weitgehend offen, weil „dieser selbst eine fortschreitende und noch nicht abgeschlossene Erweiterung oder Entwickelung“ erfährt (*1873*, 2). Schon die elementare Algebra enthalte natürliche, gebrochene, irrationale und laterale Zahlen, in neuerer Zeit seien vielfach hyperkomplexe Zahlen behandelt worden, „und nichts“, so Schröder (*1873*, 2),

> steht auch der Einführung noch anderer Zahlen im Wege, es sei denn der Umstand, dass ihre Anerkennung durch Darlegung ihrer Zweckmässigkeit mitunter erst erstritten werden müsste.

Schröder kommt zu dem Schluß, daß die Zahl jedenfalls ein willkürlich von uns geschaffenes Zeichen zur Erreichung unterschiedlichster, nur schwer unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt zu bringender Zwecke ist.[35]

In seinem *Lehrbuch* beschränkt sich Schröder zunächst auf die natürlichen Zahlen (ohne 0), die er konstruktiv über den Begriff der Zählbarkeit einführt.[36] Bemerkenswerterweise verwendet er in dem Zusammenhang den Begriff „Menge". Mit „Menge" bezeichnet er die gedankliche Verbindung mehrerer Einheiten, wobei er unter „Einheit" ein jedes der zu zählenden Objekte versteht, symbolisiert durch eine „Eins" bzw. einen „Einer" (5). Der Mengenbegriff dient Schröder dazu, den Begriff der Anzahlgleichheit einzuführen (7*f.*) und schließlich die Zahl als Maßstab für die Häufigkeit der Dinge zu bestimmen (10). Schröder restringiert also in seinem *Lehrbuch* den Begriff der Menge auf Kollektionen von Einheiten.

Die Grundlagen für seine „absolute" Algebra legt Schröder im vierten Kapitel, das mit „Gesetze der Verbindung sämmtlicher Operationen miteinander" überschrieben ist. Es geht darin um die logischen Konsequenzen, die aus den Voraussetzungen bei der Einführung einzelner algebraischer Operatoren für die Verbindung verschiedener Operationen miteinander folgen. Schröder zeigt dies zunächst „real" (181–232) an den Gesetzen der Operationsverknüpfung, „wie sie sich in Wirklichkeit für die gemeinen Zahlen gestalten" (180). Dabei untersucht er im einzelnen die Verbindung zweier, dreier und vierer Zahlen durch zwei, drei oder vier Operationen.

In dem den Haupttext des Buches abschließenden Teil behandelt Schröder schließlich die Operationsverknüpfungen in „formaler" Hinsicht. Da Schröder die Einzelheiten in der später veröffentlichten Programmschrift wesentlich ausführlicher entwickelt, sollen hier zunächst nur seine programmatischen Ausführungen dargelegt werden. Schröder rechnet zur *formalen* Algebra „im engsten Sinne des Wortes" (233)

[35]Später wird Richard Dedekind die Formel prägen: „Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen" (Vorwort zu Dedekind *1888*, zitiert nach der 8. Aufl., III).

[36]Noch 1898 entlehnte Hermann (Caesar Hannibal) Schubert diese Einführung von Schröder für seinen Artikel über die „Grundlagen der Arithmetik", den er für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (Schubert *1898*) verfaßt hatte. Schubert zog sich damit die vehemente Kritik Gottlob Freges zu, der eine eigene Schrift *Ueber die Zahlen des Herrn H. Schubert* (Frege *1899*) veröffentlichte. Für eine direkte Kritik Freges an dem im Schröderschen *Lehrbuch* entwickelten Zahlbegriff vgl. Frege *1884*, 44 (Neudruck Frege *1986*, 48). Dazu Schröder *1890a*, 704 (Neudruck Schröder *1986*).

> diejenigen Untersuchungen über die Gesetze algebraischer Operationen [...], welche sich auf lauter allgemeine Zahlen eines unbegrenzten Zahlengebietes beziehen, *über dessen Natur selbst weiter keine Voraussetzungen gemacht sind.*

Die formale Algebra leiste die Vorarbeit „für die Betrachtung der verschiedenartigsten speciellen Zahlensysteme und Rechnungsoperationen, welche zu besondren Zwecken ersonnen werden mögen" (233). Nach diesen Bemerkungen stellt Schröder diejenigen Algorithmen (Formelsysteme) auf, die aus bestimmten Annahmen folgen. Z. B. behandelt er unter Bezugnahme auf Hermann Hankels „Algorithmus associativer Rechnungsoperationen ohne Commutation" im § 4 seiner *Theorie der complexen Zahlensysteme* (*1867*, 18–25) Gleichungen, die sich aus der Verknüpfung von Zahlen mittels einer assoziativen, aber nicht kommutativen Multiplikation ergeben. Schröder kritisiert an Hankels Darstellung, daß er die Vieldeutigkeit der inversen Operation einer solchen Multiplikation nicht berücksichtigt habe.[37]

In der Schlußbetrachtung faßt Schröder die Ziele der formalen Algebra in einem Katalog von vier Punkten zusammen (293*f.*):

1. Die formale Algebra stellt in systematischer Vollständigkeit alle Annahmen zusammen, die überhaupt dazu dienen können, Verknüpfungsoperationen für Zahlen eines Zahlengebietes zu definieren.

2. Die formale Algebra stellt zu jeder Prämisse bzw. Prämissenkombination das vollständige System der Folgerungen auf („Separation der Folgerungsmengen").

3. Die formale Algebra untersucht, welche in sich abgeschlossenen Zahlensysteme sich durch die definierten Operationen konstruieren lassen.

4. Schließlich hat die formale Algebra zu entscheiden, „welche geometrische, physikalische oder überhaupt vernünftige Bedeutung diesen Zahlen und Operationen zukommen, welches reale Substrat ihnen unterlegt werden kann" (294).

[37]Diese Art der Verknüpfung führt Schröder als „Typus irgend einer directen Operation" im Rahmen seiner Behandlung des „Inversionsproblems für vieldeutige Operationen" ein (*1873*, 139). Er diskutiert diesen „Operationstypus" ausführlich als „symbolische Multiplikation" in seiner Programmschrift.

Erst nach Erledigung der semantischen Schritte (3) und (4) hat sich die formale Algebra zur *absoluten* Algebra fortentwickelt. Die absolute Algebra vereinigt also Form und deren Interpretation. Dementsprechend ist die Zahl für Schröder (*1873*, 293)

> [...] sozusagen ein *disciplinirtes* Zeichen, welches nur insofern Werth erhält, als es sich den Eigenschaften gewisser Klassen von wirklichen Dingen anzupassen vermag und dadurch zum Träger dieser Eigenschaften, zum Repräsentanten oder Abbild jener Dinge sich eignet.

6.3.2 Die formalen Elemente der absoluten Algebra

Statt weiter an seiner großangelegten Zahlentheorie zu arbeiten und die geplanten anderen drei Bände herauszugeben, konzentrierte sich Schröder in der Folgezeit auf die Ausarbeitung der formal-algebraischen Grundlagen der Zahlentheorie. Seine Begründung der absoluten Algebra erhielt in seiner 1874 veröffentlichten Programmschrift *Über die formalen Elemente der absoluten Algebra* (*1874*) eine neue Dimension. Im *Lehrbuch* hatte sich Schröder noch weitgehend an der Theorie der natürlichen bis komplexen Zahlen orientiert, andere Zahlklassen allenfalls in Ausblicken gewürdigt. Die Programmschrift dagegen legte er von vornherein breiter an und machte damit deutlich, daß er die absolute Algebra nicht auf eine Rolle als Grundlagendisziplin der reinen Mathematik beschränkt sehen wollte: „gemeine“ Algebra und Analysis erscheinen vielmehr als Spezialfälle dieser Disziplin, worin sie sich „gewissermassen wie ein (allerdings starker und am längsten ausgesponnener) Faden in ein ausgebreitetes Gewebe“ einfügen.[38]

Die erweiterte Zielsetzung äußert sich darin, daß Schröder seiner Schrift eine sehr allgemeine Zahldefinition vorausschickt, die eine vollkommene Abkehr von der Zahlbestimmung durch Größe und Maß deutlich macht. Er hebt als grundlegende Annahme die Gegebenheit einer „unbegrenzten Mannigfaltigkeit von Objecten (irgend einer Art)“ hervor (*1874b*, 3):

> Es wird angenommen, dass eine unbegrenzte Mannigfaltigkeit von Objecten (irgend einer Art) gegeben sei, welche begrifflich – durch ein Merkmal oder eine Grenze – von einander unterschieden sind. Beliebige Elemente dieser gedachten Mannigfaltigkeit werden mit Buchstaben a, $b, c \dots$ bezeichnet. [...] Die gegebene Mannigfaltigkeit kann ein *Zahlengebiet* – im weitesten Sinne des Wortes – genannt werden.

[38] Schröder schrieb dies in einem Autoreferat (*1879*, 81) über seine Untersuchung der v. Staudtschen „Rechnung mit Würfen“ (Schröder *1876*).

Die hier eingeführte Benennung des betrachteten Gegenstandsbereiches mit „Zahlengebiet“[39] ist weitgehend willkürlich, denn als Beispiele von solchen, „eine Mannigfaltigkeit constituirenden Objecten“ nennt er „Eigennamen, Begriffe, Urtheile, Algorithmen, Zahlen, Grössen- und Operationssymbole, Punkte und Punktsysteme, oder irgend welche geometrische Gebilde, Quantitäten von Substanzen, u. a. m.“ (Schröder *1874b*, 3).

Ebenfalls grundlegend für die absolute Algebra sei die Annahme, so Schröder, „dass es Operationen gebe, mittelst welcher durch Verknüpfung zweier Objecte ein drittes gebildet werden kann, das der nämlichen Mannigfaltigkeit zuzuzählen ist.“[40] Aus der Menge der möglichen Verknüpfungen greift Schröder zunächst noch ohne Angabe von Auswahlkriterien die „symbolische Multiplication“ heraus,[41] deren Ergebnis er durch

$$c = a \,.\, b = ab$$

charakterisiert.[42] Die *symbolische* Multiplikation ist im allgemeinen nicht kommutativ. Schröder veranschaulicht dies an folgendem Beispiel: Gegeben seien drei Punkte a, b, c einer Fläche. Mit $c = ab$ sei jener Ort bezeichnet, der dadurch erreicht wird, daß man von a nach b und von da

[39] Die Bezeichnung selbst wurde von Schröder allerdings schon in *1873*, 233, verwendet.

[40] Schröder *1874b*, 4. Es fällt hier die Analogie zu der Schröder offenbar unbekannten Definition der Permutationsgruppen von Arthur Cayley auf, der schon 1854 unter Hinweis auf erste Anwendungen der Idee der Gruppe auf Permutationen und Substitutionen durch Galois geschrieben hatte: "A set of symbols, $1, \alpha, \beta, \dots$ all of them different, and such that the product of any two of them (no matter in what order), or the product of any one of them into itself belongs to the set, is said to be a *group*" (Zeichensetzung nach der Originalausgabe Cayley *1854*, 41, wieder in Cayley *1889*, 124. Zitiert auch bei Wussing *1969*, 172*f*.; vgl. ebd., Anm. 225, S. 223*f*.). Zur Geschichte des Gruppenbegriffs vgl. auch Dieudonné *1976*.

[41] Schröder führt diesen „Operationstypus“ schon in seinem *Lehrbuch* ein (*1873*, 139), ohne allerdings die Bezeichnung „symbolische Multiplikation“ zu verwenden. Die Nichteindeutigkeit der inversen Operationen behandelt er ebenfalls schon im *Lehrbuch* (139–179).

[42] Schröder setzt in seinen frühen Arbeiten das Multiplikationszeichen allgemein auf die Grundlinie.

aus die gleiche Strecke nach links geht. Wählt man als Ausgangsort b, geht von dort nach a und dann die gleiche Strecke nach links, so erreicht man einen anderen Ort.

Wegen der Nicht-Kommutativität muß Schröder zwei inverse Operationen einführen:

die Messung $b\,.\,(a:b)=a$
und die Teilung $\frac{a}{b}\,.\,b=a\,.$

Da die absolute Algebra auch für solche Mannigfaltigkeiten gelten soll, in denen die kommutative „eigentliche" Multiplikation der Arithmetik zur Anwendung kommt – Schröder nennt diesen „Fall", also die Beschränkung der betrachteten Mannigfaltigkeit auf das arithmetische Zahlensystem, „o_1" –, muß Schröder eine symbolische Differenzierung von arithmetischer und symbolischer Multiplikation samt ihren inversen Operationen herbeiführen, die er aber inkonsequenterweise nur in o_1 angewendet sehen will. In o_1 sollen die symbolischen Operationen durch fettgesetzte Zeichen **•**, **:** und **–** dargestellt werden. Eine direkte Operation zusammen mit ihren Inversen nennt Schröder „Operationsstufe".[43]

Gegenstand der absoluten Algebra sind die formalen Gesetzmäßigkeiten, denen ein Zahlengebiet auf einer Operationsstufe gehorcht: „Ich suche also die sämmtlichen „*reinen*" Gesetze einer Operationsstufe, welche – gewissen Anforderungen an ihre Einfachheit entspechend – überhaupt gedacht werden können" (*1874b*, 5). Dabei macht er die bereits eingangs erwähnten Voraussetzungen der unbedingten Ausführbarkeit der Operationen und der Eindeutigkeit des Ergebnisses. Jede Anwendung einer der Operationen der Operationsstufe auf Elemente eines Zahlgebietes führt also zu einem eindeutigen Ergebnis, das selbst wieder dem untersuchten Zahlgebiet angehört. Obwohl nun die absolute Algebra hinsichtlich der untersuchten Mannigfaltigkeiten und Operationen keinerlei Beschränkungen unterliegt, sieht sich Schröder aus praktischen Gründen, aber auch, weil er es als „nothwendige Vorbereitung" erachtet, gezwungen, zunächst mit

[43]Schröder *1874b*, 5. Schröder hatte in seinem *Lehrbuch* Addition und Subtraktion als Operationen erster Stufe, Multiplikation und Division als Operationen zweiter und Elevation (Potenzieren und Exponenzieren), Radizieren und Logarithmieren als Operationen dritter Stufe eingeführt (vgl. Schröder *1873*, 119). In seinem ersten Logikbuch, dem *Operationskreis des Logikkalkuls*, schließt er daran an. Dort machen die logischen Operationen Multiplikation (Determination) und Addition (Kollektion) samt ihren Inversen Division (Abstraktion) und Subtraktion (Exzeption) die beiden „Operationsstufen" des „Operationskreises" der Logik aus (Schröder *1877*, *2f.*).

einer einzigen Operationsstufe, nämlich der beispielhaft eingeführten, und einem einzigen „Zahlengebiet", zu beginnen.

Das weitere Vorgehen Schröders sei hier nur skizziert: Als besonders interessant bezeichnet er Gleichungen, bei denen auf beiden Seiten gleichviele verschiedene Zahlen mit gleichvielen Operationen verknüpft werden. Für den einfachsten Fall von nur zwei Zahlen stellt Schröder sechs „Elementarausdrücke" zusammen, die er zu neun „Fundamentalgleichungen" kombiniert. Diese neun Fundamentalgleichungen stellt er in vier Gruppen „von einander gegenseitig bedingenden Gleichungen" zusammen, die, als Prämissen genommen, vier „Algorithmen" C_0 bis C_3 begründen, deren Beziehungen er nun untersucht. Die Verknüpfung von drei Zahlen a, b, c führt zu 18 Elementarausdrücken, die sich zu 990 voneinander verschiedenen Gleichungen kombinieren lassen. „Den logischen Zusammenhang", so schreibt er, „zwischen diesen 990 Gleichungen aufzuklären, bildet nun den Hauptteil der uns vorliegenden Aufgabe" (13). Mit Hilfe von im wesentlichen kombinatorischen Untersuchungen an den in „Elementarzyklen" gruppierten Fundamentalgleichungen stellt er eine willkürliche „Rangordnung" der Gleichungen her, die als „Lexikon der Fundamentalgleichungen" dienen kann und unter Zuhilfenahme eines „Kataloges der Elementar-Cyklen" jeder Gleichung die Nummer des zugehörigen Zyklus zuzuordnen erlaubt.

Im Rahmen des Vier-Punkte-Programms der absoluten Algebra dienen diese Untersuchungen zur Einlösung der Punkte (1) und (2). Schröder behandelt aber auch die beiden semantischen Punkte, indem er das Formelsystem O_1 für die Multiplikation und Division der reellen Zahlen angibt und schließlich eine (nicht vollständige) Liste von Operationen zusammenstellt, die ebenfalls den Gesetzen von O_1 unterliegen (*1874b*, 25):

1α) die *logische Addition* von *Begriffen* (oder auch Individuen)

2α) von *Urtheilen* (desgl. auch Algorithmen)

3α) die *numerische Addition* von *gemeinen complexen Zahlen* und als Analogon dazu

4α) die *geometrische Addition* mit den *Punkten der Zahlenebene*

5α) die *Addition* mit den *v. Staudt*'schen „*Würfen*"

ferner als 1β), 2β), 3β), 4β), und 5β) die *Multiplication* auf denselben Gebieten, welche überdies mit der entsprechenden Addition meist in dem durch die Distributionsgesetze ausgedrückten Zusammenhange steht.

6.3.3 Schröders Weg zur Logik

6.3.3.1 Umfangsrelationen

Die oben zitierte Liste zeigt, daß logische Addition von Begriffen (extensionalen Klassen, aber auch Individuen) und von Urteilen (Aussagen) als Repräsentanten der in der multiplikativen Verknüpfung der reellen Zahlen ausgedrückten Struktur angesehen werden. Die algebraische Auffassung, nach der symbolisch notierte Strukturen durch Interpretation eine Anwendung finden, kommt hier klar zum Ausdruck. Einen ersten Bezug zur Logik stellt Schröder aber schon im *Lehrbuch* her. Er folgt aus Schröders naiver Definition der Menge als gedanklicher Verbindung von Einheiten. Von diesem auf Kollektionen von Einheiten restringierten Mengenbegriff unterscheidet Schröder Zusammenfassungen verschiedener Lösungen einer Gleichung oder Ausdrücke, die die möglichen Werte („Wertgemeinschaft“) eines „vieldeutigen Ausdrucks“ wie $\sqrt{a}$ charakterisieren. Schröder stellt sich das Problem, wie das Verhältnis z. B. zwischen dem Ausdruck $\sqrt{9}$ und jeder seiner beiden Basen $+3$ und -3 zu bestimmen ist (*1873*, 27). Für ihn liegt hier das logische Verhältnis der Überordnung eines „Generalwertes“ über seine „Partikularwerte“ vor, das der Ordnung des umfassenderen Oberbegriffs über seinen engeren Unterbegriff, einer Gattung über ihre Arten oder der Arten über ihre Individuen entspricht. Zur Darstellung dieser Umfangsverhältnisse führt er fünf logische Relationen ein, darunter die Gleichheit und schon hier die in seinen späteren Schriften zur Logik so zentralen Subsumtionsrelationen $\preccurlyeq$ und $\succcurlyeq$ (28*f.*):

A sei ein „vieldeutiger“ Ausdruck, der verschiedene Werte $a, a', a'', \ldots$ annehmen kann. Dann gelten folgende Verhältnisse:

$$\textit{Superordination} \quad A \succcurlyeq \begin{cases} a \\ a' \\ a'' \\ \vdots \end{cases} ,$$

Beispiele: Metall $\succcurlyeq$ Silber; $\sqrt{9} \succcurlyeq -3$.

$$\textit{Subordination} \quad \left.\begin{matrix} a \\ a' \\ a'' \\ \vdots \end{matrix}\right\} \preccurlyeq A ,$$

Beispiele: Gold $\preccurlyeq$ Metall; $3 \preccurlyeq \sqrt{9}$.

$$\textit{Koordination} \quad a \divideontimes a' \divideontimes a'' \divideontimes \ \ldots ,$$

Beispiele: Gold $\divideontimes$ Silber [bezüglich des Oberbegriffs „Metall“] oder $3 \divideontimes -3$ [bezüglich des Oberbegriffs $\sqrt{9}$]. Schröder ist sich der Defizienz des Koordinations-Symbols bewußt: Es drücke nur die Existenz irgendeiner Gattung aus, zu der die Werte als Arten gehörten. Einen „genaueren Sinn“ erhalte das Zeichen erst, wenn der die Individuen umfassende Oberbegriff genannt werde (28). Schröder fehlt es hier noch an einem geeigneten Instrument, um den bemerkten Mangel zu beheben, z. B. durch Indizierung der Verknüpfungszeichen zur Symbolisierung der Art des Bezuges.

Eine *Gleichheit* zwischen zwei Begriffen A und B ist für Schröder dann gegeben, wenn beide dem Inhalt und dem Umfang nach übereinstimmen. Im Schröderschen Beispiel sind die „Generalwerthe zweier Ausdrücke“ gleich, wenn „erschöpfend und ausschliesslich die nämlichen Specialwerthe von dem einen wie von dem andern Ausdruck angenommen werden können“ (29); dies trifft z. B. im Bereich der reellen Zahlen für $\sqrt{n} = \sqrt[4]{n^2}$ zu.

Als letzten Relator führt Schröder schließlich das Zeichen „$(=)$“ für „Übereinstimmung in einem bzw. gewissen Werten“ oder „*Korrelation*“ ein (29). Seien A und B vieldeutige Ausdrücke, so heißen A und B korrelativ zueinander, wenn sie mindestens einen Wert (Unterbegriff, Individuum) gemeinsam haben. Schröder reklamiert für sich die Priorität dafür, damit erstmals einen „Kunstausdruck“ für das partikular-affirmative Urteil in die Logik eingeführt zu haben (29). Schröder unterscheidet *nicht* – mengentheoretisch gesprochen – zwischen der Teilmengenrelation und der Elementbeziehung, ein Manko, das sich auch durch seine späteren logischen Werke zieht.

Von der Tragweite seines Symbolisierungsversuches ist Schröder überzeugt. Er bemerkt (29), daß wenn er noch die *Negation*, „etwa in Gestalt eines über das Beziehungszeichen zu setzenden ^{0}“ einführte, er

> damit eine vollständige Terminologie geschaffen [habe], nach welcher alle Beziehungen, in denen Begriffe (dem Umfange nach) zueinander stehen können, sich durch kurze Formeln ausdrücken liessen, die sich dem Schema der sonstigen mathematischen Zeichensprache möglichst innig anschmiegen und in den ganzen Zeichenapparat harmonisch einreihen.

Es folgt eine Untersuchung der Schlüsse, die sich aus Formeln mit Subsumtionen ziehen lassen (30*f*.). Solche Subsumtionen enthaltenden Relationen oder Formeln will er genauer „Propositionen“, also Aussagen, nennen. Subsumtionsaussagen sind Urteile, ebenso Gleichheitsaussagen, denn die Gleichheit stellt sich als Spezialfall von Unterordnungsverhältnissen dar. In Konsequenz ergibt sich eine umfangslogische Interpretation eines Teilbereichs der Mathematik, wobei Schröder, dies sei festgehalten, die logischen Relationen durch „Kunstausdrücke“ symbolisiert, die sich an die mathematische Notation anlehnen, mit dieser aber nicht zusammenfallen. Die logischen Erörterungen schließen die Identifikation des mathematischen Substitutionsprinzips mit dem logischen *dictum de omni et nullo* ein.[44] Für Schröder ist es das „Ideal der deductiven Methode überhaupt“ (32*f*.), daß

> alle rein logischen Schlussfolgerungen, soferne sie nicht blosse Umschreibungen und Zusammenfassungen sind, schliesslich darauf hinauslaufen, dass in einem Urtheile (kraft eines andern) ein allgemeiner Begriff durch ein zu seiner Kategorie gehörendes Individuum oder ein weiterer Begriff durch einen engeren, der in ihm enthalten ist, *ersetzt* wird. Bei allen deductiven Schlussfolgerungen wird [...] ein untergeordneter Begriff für den ihm übergeordneten *substituirt*.

Während Charles S. Peirce schon *1870* mit dem „Illations“-Zeichen $\prec$ ein Symbol für “a basic and primitive relation subject to various interpretations” (Anellis/Houser *1991*, 12) eingeführt hat, das ihm ermöglichte, sowohl Klasseninklusion als auch Implikation auszudrücken, macht Schröder den Schritt von der Begriffs-Subsumtion zur Aussagen-Implikation noch nicht. Subsumtionsausdrücke sind für Schröder logische Urteile (Aussagen). Die Beziehungen zwischen den Urteilen und damit auch die Implikation drückt Schröder noch verbal aus. Der Gedanke, das Subsumtionszeichen auch in der Aussagenlogik anzuwenden, ist allerdings spätestens in der Programmschrift angelegt, wenn Schröder von der Beliebigkeit der betrachteten „Zahlengebiete“ spricht, deren „constituirende Objecte“ u. a. Eigennamen, Begriffe oder Urteile sein können (Schröder *1874*, 3).

[44] Ohne daß Schröder dieses Prinzip allerdings beim logischen Namen nennt.

6.3.3.2 Logische Verknüpfungsoperationen

Die logischen Ausführungen in der Einleitung des *Lehrbuchs* faßte Schröder ab, ohne von irgendwelchen Arbeiten Kenntnis genommen zu haben, in denen vor ihm symbolisch-logische Methoden angewendet worden waren. Erst bei Fertigstellung eines späteren Druckbogens kam Schröder Robert Graßmanns *Formenlehre oder Mathematik* von *1872* zu Gesicht, die ihn zu einer umfänglichen, über drei Seiten laufenden Fußnote veranlaßte (*1873*, Fußnote, 145–147):

> Ich darf an dieser Stelle ein Werk nicht unerwähnt lassen, das kurz vordem erschienen, mir zu Gesicht kam, als ich gerade das Manuscript zum gegenwärtigen Druckbogen dem Verleger einzusenden mich anschickte. Wenn ich auch demselben nichts entlehne, so finde ich darin (allerdings in total verschiedener Form und neben vielem andern) doch einen Theil der Ueberzeugungen ausgesprochen, die ich mir selbst gebildet hatte.
> [...]
> Der Verfasser des gedachten Werkes bedient sich in dem die Logik behandelnden Theile desselben für die *collective Zusammenfassung* des + Zeichens und fasst dieselbe geradezu als eine *Addition* auf – man könnte sagen eine „logische“ Addition – die dann ausser den Eigenschaften der gewöhnlichen (numerischen) Addition auch noch die Grundeigenschaft: $a + a = a$[45] besitzt.
> In ähnlicher Weise werden überhaupt vier Arten von Addition in Verbindung mit solchen der Multiplication (nämlich auf den Gebieten der Logik, der Arithmetik, der Combinatorik und der Ausdehnungslehre) unterschieden.
> [...]
> Immerhin halte ich die bei solch' übereinstimmender Bezeichnung am schärfsten hervortretende Analogie dieser verschiedenen Geistesoperationen für sehr beachtenswerth.
> Durch die eingehende Behandlung, welche der Autor den *verneinenden* Urtheilen, deren Conversion u. s. w. und darnach den Syllogismen widmet, findet sich vollständig und im Detail eine Idee durchgeführt, die ich Einleitung pag. 31 kurz angedeutet habe. Nur eines Zeichens, das der Correlation oder einfachen Werthgemeinschaft entspräche, und das, wie aus gegenwärtigem Lehrbuch zu ersehen, doch wohl zum ganzen gehört, bedient sich der Autor nicht; er behilft sich für die in diese Beziehung

[45] In Booles System der *Laws of Thought* gilt diese duale Form des “Law of Duality” wegen der exklusiven Auffassung der logischen Addition nicht.

eintretenden von ihm sogenannten „Schneidebegriffe“ mit einem Factor x.

Besonders interessant und neu war mir [...] die Rolle, welche auf dem Gebiet der Logik der *Multiplication* vom Autor zugewiesen wird. Während als die *Summe* zweier Begriffe die Gesammtheit der Individuen hingestellt wird, die zu dem einen oder zu dem andern jener Begriffe gehören, gilt als das *Product* derselben ein solcher Begriff, der die Merkmale der beiden in sich vereinigt. Es wird also der dem Umfange nach stattfindenden eigentlich sogenannten Addition die dem Inhalte nach stattfindende oder die *Addition* der Merkmale als eine Multiplication gegenübergestellt. Dieses Verfahren kann in der That nicht befremden, wenn man bedenkt, dass ja die Grundeigenschaften der Addition und die der Multiplication wesentlich dieselben sind, dass beide Operationen nur auf dem Gebiet der gewöhnlichen Arithmetik ein bereits feststehendes Verhältniss zu einander haben und dass man daher auf neuen Gebieten von vornherein zwischen beiderlei Auffassungsweisen die Wahl hat.

Aus den zitierten Passagen wird deutlich, daß Schröder aus der Graßmannschen Schrift die von ihm vorher nicht in Betracht gezogene Symbolisierung der logischen Verknüpfungsoperationen Konjunktion und Adjunktion entnommen hat. Er stellt die Analogie dieser logischen Operationen zu den entsprechenden Operationen in der Arithmetik, genauer der Arithmetik der Zahlen 0 und 1 fest, kritisiert an der Graßmannschen Ausführung aber noch die Verwendung mathematischer Symbole für logische Operationen in Kontexten, in denen sich logische und arithmetische Überlegungen durchdringen. Später wird er diese Bedenken nicht mehr haben, da er dann $+$ und $\cdot$ auch in der Logik als Zeichen für gedeutete algebraische Operationen auffaßt. Die Entdeckung der Dualität von logischer Addition und Multiplikation, die Schröder in seinem *Operationskreis des Logikkalkuls* von *1877* bis zur Perfektion ausarbeiten sollte, scheint schließlich ausschlaggebend für seine Umorientierung des Arbeitsgebietes auf logische Fragen zu sein. Die Entdeckung der Deutbarkeit algebraischer Verknüpfungsoperationen in der Logik erweitert zugleich auch die Reichweite von Schröders abstrakt-algebraischem Programm, denn die Logik konnte nun als Repräsentant einer einfachen abstrakt-algebraischen Struktur angesehen werden.

6.4 Logik als Modell der absoluten Algebra

6.4.1 Umorientierung auf logische Forschung

Die Entdeckung der Dualität von logischer Addition und logischer Multiplikation ermöglichte die Entdeckung der Analogie zwischen algebraischer und logischer Struktur, die sich in Folge von Schröders Konzentration auf formal-logische Untersuchungen zu der Überzeugung von der Identität dieser Strukturen verdichtete. Diese Überzeugung findet allerdings erst in der 1874 veröffentlichten Programmschrift ihren Ausdruck, wo Schröder das Dualitätsgesetz für die symbolische Multiplikation als mögliche einfache Gleichung eines formal-algebraischen Algorithmus anführt und logische Addition und logische Multiplikation als partikuläre Lösungen bezeichnet. Er erweist Robert Grassmann die Reverenz, bemerkt aber, daß er „kürzlich“ erfahren habe, daß die Gesetze dieser logischen Operationen schon vorher von George Boole in seinem „klassischen Werk“ *An Investigation of the Laws of Thought* (*1854*) entwickelt worden seien. Schröder hat also erst nach Veröffentlichung seines *Lehrbuchs* von der britischen Algebra der Logik Kenntnis genommen.[46]

Der weitere Gang von Schröders wissenschaftlicher Tätigkeit war durchaus konsistent mit den Weichenstellungen in seinen frühen Arbeiten. Den großen Plan der absoluten Algebra im Hintergrund, widmete er sich aber zunächst der Analyse eines Modelles: der Logik. In seinem *Operationskreis des Logikkalkuls* (*1877*) behandelte Schröder erstmals ausschließlich die Logik, indem er den Booleschen Logikkalkül interpretierte und modifizierte. Das Schwergewicht legte er auf die Darstellung der Dualität von

[46]Die historische Anmerkung Schröders in der Programmschrift (*1874b*, 7) lautet vollständig: „Die Gesetze dieser beiden Operationen sind von *Robert Grassmann* (‚Die Formenlehre oder Mathematik, Stettin 1872‘) und, wie ich kürzlich erfahren, vorher von *George Boole* in einem klassischen Werke ‚An investigation of *the laws of thought*, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities‘ (London & Cambridge 1854) aufgestellt worden; es wird darnach unter der ‚Summe zweier Begriffe‘ die Gesammtheit aller der Individuen verstanden, welche zur Kategorie des einen oder des andern Begriffes oder aller beiden gehören, unter dem ‚Product zweier Begriffe‘ aber derjenige Begriff, welcher die Merkmale der beiden in sich vereinigt. Ich werde von den Bezeichnungsweisen dieses ‚Kalkuls der Logik‘ hier für die Algorithmen oder Kalkule selbst in einer, wie ich denke, allgemein verständlichen Weise ebenfalls Gebrauch machen.“

logischer Addition und logischer Multiplikation und damit auf die algebraische Strukturgleichheit dieser Operationen.

Schröder schrieb den *Operationskreis* noch auf Grundlage einer recht rudimentären Literaturkenntnis, denn außer den Quellenwerken von Boole und Grassmann hatte er nur solche Literatur zur Kenntnis genommen, die zuvor in den noch nicht lange erscheinenden *Jahrbüchern über die Fortschritte der Mathematik* angezeigt worden war. Die *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890–1905*) lesen sich dagegen als profunde Zusammenschau der damals erschienenen Logikliteratur. Auch dort trennt Schröder den Gegenstand der Logik von ihrer Struktur. Der Kalkül wird als „Hülfsdisciplin“ bezeichnet, der der eigentlichen Logik vorausgeht oder parallel mit ihr einhergeht.[47] Im dritten Band der Vorlesungen, der mit *Algebra und Logik der Relative* (*1895a*) überschrieben ist, schafft Schröder eine weitere Verallgemeinerung. Auch dort wird er nicht müde, den logische und algebraische Aspekte umfassenden Doppelcharakter einer Theorie der Relative zu betonen. In dem einzig erschienenen ersten Teil behandelte er lediglich die algebraische Seite. Die Logik der Relative, die den Bogen zur absoluten Algebra geschlagen hätte, plante er für den zweiten Teil, den er aber vor seinem Tod nicht mehr fertigstellen konnte.

6.4.2 Schröders *Vorlesungen über die Algebra der Logik*

Schröder nennt eine direkte Operation mit ihren Inversen „Operationsstufe“. Mehrere Operationen mit ihren Inversen bilden einen „Operationskreis“. Diejenigen Formeln, die entsprechend den Substitutionsregeln gebildet sind, die in den Fundamentalgleichungen (Prämissen) einer Operationsstufe ausgedrückt sind, werden „Algorithmen“ genannt. Ein Algorithmus ist also in dieser Terminologie kein Rechen*verfahren*, sondern eine Formelmenge. Ein „Kalkül“ ist die Formelmenge, die aus einem Operationskreis folgt. Der arithmetische Kalkül z. B. beruht auf sieben Operationen auf drei Operationsstufen, der logische Kalkül auf vier Operationen auf zwei Operationsstufen.

Seine Theorie des identischen bzw. logischen Kalküls entwickelt Schröder in Band 1 seiner *Vorlesungen* für *Gebiete* einer Mannigfaltigkeit von

[47] *1890*, 157. Auf die Stelle verweist auch van Heijenoort *1967*, 513, Fn. 1. Schröder bezieht sich hier auf den aus dem Booleschen Kalkül abgeleiteten „identischen Kalkul mit Gebieten einer Mannigfaltigkeit“, den er von dem „logischen Kalkul mit Gruppen“ unterscheidet, in dem das Distributivgesetz nicht vollständig gilt.

Elementen und für *Klassen* oder Gattungen von Individuen, also auch für Begriffsumfänge (*1890a*, 160). Im zweiten Band der *Vorlesungen* wird er ihn dann auf Aussagen anwenden.

Die grundlegende Relation zwischen Gebieten oder Klassen ist die Subsumtion, also die Gebiete- oder Klasseninklusion. Schröder leitet die Theoreme seines Kalküls deduktiv aus vorausgesetzten Prinzipien und Definitionen ab, wobei er die Voraussetzungen sukzessive verstärkt. Er setzt als erstes Prinzip die Reflexivität:

Prinzip I $a \preccurlyeq a$.

„*a* ist in sich selbst enthalten [...]; *a* ist untergeordnet oder identisch gleich *a*“ (*1890a*, 168).

Das zweite Prinzip ist das der Transitivität (170):

Prinzip II Wenn $a \preccurlyeq b$ und zugleich $b \preccurlyeq c$, so ist auch $a \preccurlyeq c$.

Schröder definiert die „identische Gleichheit“ als Antisymmetrie der Subsumtion (184):

Definition (1) Wenn $a \preccurlyeq b$ und zugleich $b \preccurlyeq a$, dann und nur dann sei $a = b$.

In Definition (2) werden „identische Null“ („Nichts“) und „identische Eins“ („All“) eingeführt (188):

Df. ($2_\times$)	Df. (2_+)
$0 \preccurlyeq a$	$a \preccurlyeq 1$
„0 *nennen wir ein Gebiet*, welches zu jedem Gebiete *a* in der Beziehung der Einordnung steht.“	„1 *nennen wir ein Gebiet*, zu welchem jedes Gebiet *a* in der Beziehung der Einordnung steht.“

Schließlich führt Schröder noch in Definition 3 „identische Multiplikation“ (Konjunktion) und „identische Addition“ (Adjunktion) ein (196):

Df. ($3_\times$)	Df. (3_+)
Wenn für gegebene Gebiete a, b und c zugleich gilt	
$c \leqslant a$ und $c \leqslant b$	$a \leqslant c$ und $b \leqslant c$
so sei	
$c \leqslant ab$.	$a + b \leqslant c$.

Die Definitionen $4_{\times,+}$ (202) und $5_{\times,+}$ (205) sind modifizierte Fassungen von $3_{\times,+}$.

Die Distributivgesetze für Konjunktion und Adjunktion führt Schröder im Zusammenhang mit den „nicht von der Negation handelnden Sätzen"[48] ein, ohne daß also schon die Negation definiert wäre. Sie stehen damit an gleicher Stelle wie in Charles S. Peirces berühmtem, 1880 veröffentlichten Aufsatz "On the Algebra of Logic", an dem sich Schröder sehr stark orientierte. Peirce behauptet dort (*1880*, 33), die Distributivitätsprinzipien seien "[...] easily proved [...], but the proof is too tedious to give."[49] Schröder beweist nun (*1890a*, 280) die Theoreme

$$25_\times)\ ab + ac \leqslant a(b + c) \ \mid\ 25_+)\ a + bc \leqslant (a + b)(a + c)$$

und kann sich der Bemerkung nicht enthalten, daß sich die Beweise in dieser Richtung „in der That leicht, aber gar nicht langwierig, auf dem [schon von Peirce] angedeuteten Wege" führen lassen (291). Die sogenannte „zweite Subsumtion"

$$26_\times)\ a(b + c) \leqslant ab + ac \ \mid\ 26_+)\ (a + b)(a + c) \leqslant a + bc$$

läßt sich mit den bisher entwickelten Grundlagen des Kalküls allerdings nicht entwickeln, ja Schröder kann sogar die Unabhängigkeit dieser Sätze aufzeigen. Er macht dies durch Angabe eines Modells, in dem diese Theoreme bis auf $26_{\times,+}$ gültig sind. Dieses Modell ist der erwähnte *„logische Kalkul mit Gruppen*, z. B. von Funktionalgleichungen, Algorithmen oder Kalkuln".[50] Schröder präsentiert damit erstmals einen nicht-distributiven Verband.[51] Aus diesem Befund zieht Schröder die Konsequenz (291),

> dass statt des *einen* eigentlich *zweierlei* Kalkuln existiren, derart, dass in dem einen beide, im andern nur der eine der beiden Teile des Distributionsgesetzes unbedingt statthat. Mit dieser Erkenntniss aber drängt sich die Notwendigkeit auf, die verschiedenen Kalkuln auch verschieden zu benennen. Es erschien mir angemessen, den ersten, bisher schlechtweg so genannten „Logikkalkul" seitdem als den *„identischen"* Kalkul zu bezeichnen im Gegensatz zu dem andern, dem Kalkul mit „Gruppen" – vielleicht als dem eigentlich *„logischen"*, beide Kalkuln jedoch nach wie vor in das Gebiet der *„Algebra der Logik"* zu verweisen.

Schröder setzt eine spezielle Form des Distributivgesetzes als Prinzip $\mathrm{III}_\times$ dem identischen Kalkül voraus:[52]

[48]So die Überschrift von § 10.

[49]Zum "Distributivity Scandal" des behaupteten, aber nicht auffindbaren Beweises von Peirce vgl. Crapo/Roberts *1969*, Curry *1977* sowie die ausführliche Darstellung bei Houser *1991b* (auf Grundlage von Houser *1985*). Zum Verhältnis zwischen Peirce und Schröder vgl. Barone *1965*, 159–202; *1966*; Houser *1991a*.

[50]Zur Darstellung des Beweises vgl. Peckhaus *1994*, 369–374. Der Beweis wird auch von Mehrtens *1979*, 51–56, behandelt. Seine Grundzüge stellt Dipert *1978*, 123–131, Anm. S. 146–148, dar. Einen zweiten Beweis Schröders sowie weitere Beweise anderer Autoren analysiert Thiel *1994c*.

[51]Der große Erfolg dieses Resultates läßt sich daran messen, daß im Anschluß an den Schröderschen Beweis weitere Gegenbeispiele gefunden wurden: In seiner Rezension des ersten Bandes der *Vorlesungen* veröffentlichte Jakob Lüroth einen zahlentheoretischen Beweis (Lüroth *1891*, 165*f*.). Andreas Heinrich Voigt skizzierte in seiner Replik auf Edmund Husserls Kritik an der Schröderschen Algebra der Logik einen Beweis in einem „Kalkül idealer Inhalte" mit geometrischer Interpretation (Voigt *1892*, 303*f*.). Ein weiterer geometrischer Beweis wurde als „Auszug aus einem Briefe an die Redaction" von Alwin Reinhold Korselt in den *Mathematischen Annalen* publiziert (Korselt *1894*). Es sei schließlich noch auf den „Beweis der Unbeweisbarkeit" der zweiten Distribution durch Georg Wernick (*1929*) hingewiesen, der deshalb bemerkenswert ist, weil er in einem *axiomatischen* System ohne Negation geführt wird. Wernick nimmt keinen Bezug auf Schröders Beweis.

[52]Schröder *1890a*, 293. Im von Karl Eugen Müller posthum herausgegebenen zweiten Teil des zweiten Bandes der *Vorlesungen* bringt Schröder einen Beweis des vollen Distributivgesetzes, der ihm von Alwin Reinhold Korselt 1895 brieflich mitgeteilt wurde. Dieser Beweis benutzt ein modifiziertes Prinzip $\mathrm{III}^\circ_\times$, in dem die Symmetrie hinsichtlich der Dualität von logischer Multiplikation und Addition nicht aufgegeben werden muß (Schröder *1905*, 421); vgl. auch den Kommentar Müllers, der einen weiteren, Schröder 1899 mitgeteilten Beweis Korselts in seinen Anmerkungen abdruckt (Schröder *1905*, 596*f*.). Die Korseltschen Überlegungen haben Eingang gefunden in den von Müller bearbeiteten Schröderschen *Abriß der Algebra der Logik*, wo sich der Beweis im § 66 („Der Distributionssatz") findet (Schröder *1909*, 43*f*.; Schröder *1966*, III, 703*f*.).

$$\text{Wenn } bc = 0, \text{ so gilt } a(b+c) \leqslant ab + ac.$$

Schröder bemerkt noch, daß Versuche, die problematischen Distributivgesetze unter Verwendung der noch einzuführenden Negation mit dem ihr zugehörigen Postulat zu beweisen, ebenfalls fehlschlagen. Diese Aussage relativiert Schröder wenig später. In Definition (6) führt er nämlich die Negation wie folgt ein (302):

> „Negation“ [eher: „Negat“] eines Gebietes a nennen wir ein solches Gebiet a_1, welches zu ihm in der Beziehung steht, dass zugleich:
>
> $$aa_1 \leqslant 0 \quad \text{und} \quad 1 \leqslant a + a_1$$
>
> ist.

Er postuliert zusätzlich, daß es zu jedem Gebiet a auch ein Negat a_1 gibt (303) und bemerkt im Anschluß, daß er „es hier noch dahingestellt sein lassen“ muß, ob sich die fragliche Form des Distributivgesetzes ohne Prinzip $III_\times$ unter Hinzuziehung der Negation und daraus folgender Theoreme beweisen lasse (310). Edward Vermilye Huntington wirft in seiner methodischen Kritik an der Schröderschen Algebra der Logik Schröder also mit Recht vor, lediglich die Unabhängigkeit eines einzigen seiner Prinzipien gezeigt zu haben und dies nicht einmal vollständig, da er ja die mögliche Unabhängigkeit von $III_\times$ von der Definition der Negation nicht in Betracht gezogen habe.[53]

6.4.3 Logik der Relative als Organon für die absolute Algebra

6.4.3.1 Aufgabenstellung

Schröders Grundlegung und Ausführung der Kalküle sind Beispiele für eine Durchführung der Punkte (1) bis (3) seines Programms der absoluten Algebra. Noch wenig ist gesagt über Punkt (4), nämlich die semantische Aufgabe, in der formalen Algebra zu entscheiden, „welche geometrische, physikalische oder überhaupt vernünftige Bedeutung diesen Zahlen und Operationen zukommen, welches reale Substrat ihnen unterlegt werden kann“ (Schröder *1873*, 294). Für die Bewältigung dieser Aufgabe fehlte es

[53] Huntington *1904*, 291, Fn. †. Auch Christine Ladd-Franklin hebt dies in ihrer Rezension von Bd. 1 der *Vorlesungen* hervor (Ladd-Franklin *1892*, 132).

zunächst an einem Werkzeug, mit dem verschiedenartigste Gegenstandsbereiche einer Strukturuntersuchung allererst erschlossen werden konnten. Schröder glaubte schließlich, dieses Werkzeug in der Logik der Relative gefunden zu haben. *1891* erschien der erste Teil des dem Aussagenkalkül gewidmeten zweiten Bandes seiner *Vorlesungen*. Für diesen zweiten Band hatte Schröder ursprünglich auch die Behandlung des Relativkalküls vorgesehen. In Folge einer eingehenderen Beschäftigung mit der Logik von Charles S. Peirce wuchs die Algebra der Relative aber über das vorgesehene Maß hinaus. Schröder berichtet darüber im „Zwischenwort“, mit dem er die beiden Teile des zweiten Bandes seiner *Vorlesungen* voneinander trennen wollte. Er habe, so schreibt er dort, nach Fertigstellung der ersten Hälfte des Bandes im Juni 1891 gehofft, die zweite Hälfte, deren Inhalt die Logik der Relative bilden sollte, noch im Herbst desselben Jahres veröffentlichen zu können, aber (Schröder *1905*, XXIV):

> Selten wol in meinem Leben bin ich in einer Schätzung so weit fehlgegangen, als damals bei der Beurteilung von Grösse und Schwere der Lücken meines Manuskripts. Dies kam daher, dass die mir einzig brauchbar erscheinende Arbeit des Herrn *Peirce* über Relative in [9c] [d. i. Peirce *1883*], die auch wirklich die hauptsächliche Grundlage zu meinem Band 3 abgegeben hat, blos einen Umfang von 18 Druckseiten einnimmt, (die auf halb so viele von den unsrigen gehen würden), und dass ich wähnte, mit einem möglichst reproduzirenden Referat darüber – nicht ohne kritische Randbemerkungen – davonzukommen. Die ungeheure Tragweite dieser Abhandlung wurde mir erst bei der Detailbearbeitung klar.

Diese Entdeckung führte zu einer regelrechten Blockade. Aus subjektiven Gründen, so schrieb er im September 1893 an die Peirce-Schülerin Christine Ladd-Franklin, könne er sich nicht der leichteren Arbeit der Vollendung und Überarbeitung des zweiten Bandes widmen, bevor er nicht weitgehend durch den dritten sei.[54]

Schröders Logik war dem „Gedanke[n] einer philosophisch wissenschaftlichen *Universalsprache*“ (*1890a*, 93) verpflichtet, für den sie die grundlegenden Vorarbeiten leisten sollte. Schon im ursprünglichen Plan seiner *Vorlesungen über die Algebra der Logik* war Schröder von einer Dreiteilung der Logik ausgegangen. In ihrem ersten Teil, „dem *Gebiete-* oder *Klassenkalkul*“ untersuche sie die Verknüpfung von Begriffen. Der zweite Teil der

[54] Schröder an Christine Ladd-Franklin, dat. Karlsruhe 17. 9. 1893, Ladd-Franklin Papers, Columbia University Library, Butler Library, New York, Box 5.

Logik, der Aussagenkalkül, behandele die Verknüpfungen und Beziehungen zwischen Urteilen, der dritte „und schwierigste“ Teil sei die „Logik der unter ‚relativem‘ Namen zu begreifenden Gedankendinge“, die „Logik der *Beziehungen*“. Erst nach deren Ausbau könne „die Disziplin der Logik den Anspruch erheben[,] die obenerwähnte Vorarbeit für die dereinstige wahre Philosophie geleistet zu haben.“ Diesen Teil müsse er aber „dermalen grossenteils noch unfertig lassen“ (95*f*.).

Erst 1895 kann Schröder den ersten Teil des dritten Bandes der *Vorlesungen über die Algebra der Logik* vorlegen, der den Untertitel *Algebra und Logik der Relative* (*1895a*) trägt. Darin wird die Algebra und Logik der Relative zum pasigraphischen Schlüssel zur Schaffung der programmatisch geforderten wissenschaftlichen Universalsprache. Es ist ein Charakteristikum von Schröders logischen Arbeiten nach 1895, daß die Ausarbeitung des logischen Kalküls gegenüber einer Darstellung und Analyse der vorliegenden Mathematik mit den Mitteln der Logik in den Hintergrund tritt. Zu nennen sind vor allem Schröders Arbeiten zur Reformulierung der Cantorschen Mengenlehre (*1898c*, *1898d*, *1901c*). Auf dem Ersten Internationalen Mathematiker-Kongreß in Zürich im August 1897 setzt Schröder seine Theorie der Relative als Pasigraphie (Allschrift) den konkurrierenden Ansätzen von Giuseppe Peano und Charles Sanders Peirce entgegen. Sein Vortrag „Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien“ (*1898a*) wird noch im gleichen Jahr in englischer Übersetzung in *The Monist* nachgedruckt.[55]

Kaum ein Gegenstand, so Schröder in seinem Zürcher Vortrag, eigne sich besser zur Diskussion auf einem internationalen Mathematiker-Kongreß als die Pasigraphie, die wohl, da ist Schröder überzeugt, von den Tagesordnungen künftiger Kongresse nicht mehr verschwinden werde. Als Ziel dieser neuen Disziplin definiert er (Schröder *1898a*, 147):

> die endgültige Festlegung einer wissenschaftlichen Universal-Sprache, die völlig frei von nationalen Eigentümlichkeiten und bestimmt ist, durch ihre Konstruktion die Grundlage zur wahren, nämlich exakten Philosophie zu liefern.

Für jede beliebige Einzelwissenschaft ergebe sich die Aufgabe (148),

> *sämtliche* Begriffe, die sie umfasst oder mit denen sie operiert, völlig angemessen (adäquat) und so knapp (konzis) wie möglich auszudrücken

[55]Schröder *1898b*. Vgl. zum folgenden Peckhaus *1991*, *1993a*.

> durch eine minimale Menge von fundamentalen oder *Urbegriffen*, sogenannten „Kategorieen“ – und zwar vermittelst „rein logischer“ Operationen, die von allgemeiner Anwendbarkeit, mithin für alle Wissenszweige die nämlichen sein werden, indem sie den Gesetzen der gewöhnlichen Logik gehorchen, einer Logik jedoch, die in ihrer vollkommensten Gestalt als ein „calculus ratiocinator“ sich darstellen wird. Für die Kategorieen und Operationen dieser „lingua characteristica“ oder „scriptura universalis“ sind handliche Zeichen und einfache Symbole, wie etwa Buchstaben, zu verwenden; diese aber sollen – ungleich den „Wörtern“ einer lebenden Sprache – mit *absoluter Konsequenz* oder mathematischer Strenge gehandhabt werden.

Bis in die Terminologie hinein schließt sich Schröder hier dem Leibnizschen Programm an. Die bloße Erwähnung jedoch von lediglich linguistischen Bestrebungen wie dem Universalsprachenprogramm der Volapükisten erscheint Schröder als Herabwürdigung seines Gegenstandes.[56] Er betont ausdrücklich, „dass die pasigraphische ‚Sprache‘ überhaupt nicht bestimmt ist, jemals *gesprochen* zu werden“ (148).

Schröder leitet seine pasigraphische Analyse der Mathematik mit der „beiläufig“ ausgesprochenen „vielleicht noch nicht allgemein geteilten persönlichen Ansicht“ ein, daß ihm „die reine Mathematik bloss als ein *Zweig der allgemeinen Logik* erscheint“ (149). Er sieht diese Ansicht in der Tatsache gestützt, daß die Arithmetik in pasigraphischer Hinsicht (ebd.)

> aller besondern Kategorieen, jeglicher eignen Urbegriffe zu entraten vermag, indem diejenigen der allgemeinen Logik schon ausreichen, um ihre sämtlichen Begriffe (wie Vielheit, Anzahl, Endlichkeit, Grenzwert, Funktion, Abbildung, Summe etc.) aufzubauen. Und ebenso kommt sie mit den „Prinzipien“ der allgemeinen Logik aus und bedarf zu ihren Beweisführungen keiner „Axiome“.

Schon im September 1894 sandte Schröder eine „Note über die Algebra der binären Relative“ an die Redaktion der *Mathematischen Annalen*, die im darauffolgenden Jahr dort auch gedruckt wurde (*1895b*). Diese Note diente Schröder der Ankündigung des dritten Bandes seiner *Vorlesungen*, der „demnächst, nahe gleichzeitig mit dem letzten Teil des zweiten Bandes“ erscheinen sollte. Er versprach, in diesem Band die Disziplin der Algebra

[56]Zur damals weitverbreiteten und vieldiskutierten Universalsprache „Volapük“ des Konstanzer Pfarrers Hans Martin Schleyer vgl. Couturat/Leau *1903*, 128–163.

der binären Relative im Anschluß an Charles S. Peirce auch *unabhängig* von den beiden ersten Bänden zu begründen (*1895b*, 144). In der Note zur Einführung in die Algebra der binären Relative setzte Schröder allerdings die Ergebnisse der ersten beiden Bände seiner *Vorlesungen* voraus. Gleich zu Beginn stellte er eine Gruppe von 31 „fundamentalen Festsetzungen“ zusammen, aus denen alle Sätze der neuen Disziplin nach den „Prinzipien der allgemeinen Logik“ folgen sollen.[57]

6.4.3.2 Grundbegriffe

Die Disziplin geht von einem *Denkbereich* 1^1 aus, der aus „spezifizierten“ Elementen $A, B, C, \ldots$ besteht, von denen nichts weiter vorausgesetzt wird, als daß sie sich gegenseitig ausschließen und von dem Nichts (0) verschieden sein sollen. Die adjunktive Verknüpfung dieser Elemente läßt sich als „identische Summe“ darstellen, in der Schröderschen Symbolik:

$$1^1 = A + B + C + \ldots = \sum_i i\ .$$

Zwei beliebige „allgemeine“ Elemente i und j des ersten Denkbereiches lassen sich als ein in einer bestimmten Beziehung stehendes Elementepaar $i : j$ symbolisieren. Anders als bei den „spezifizierten“ Elementen kann auch $i = j$ gelten. Die Gesamtheit dieser Elementepaare bildet den zweiten Denkbereich:

$$1^2 = \sum_{ij} i : j\ .$$

Die allgemeine Form eines *binären Relativs* a stellt Schröder als logische Summe von Elementepaaren in diesem zweiten Denkbereich dar:

$$a = \sum_{ij} a_{ij}(i : j)\ ,$$

wobei die Indizes i und j unabhängig voneinander die Elemente des Denkbereiches 1^1 durchlaufen und die Koeffizienten auf die Werte 1 und 0 beschränkt sind.

Die grundlegende logische Operation ist wie im Klassen- und Aussagenkalkül die *Subsumtion* („Einordnung“). Es bedeutet in der Klassenlogik

[57]Schröder *1895b*, 145; vgl. *1895a*, 17–42.

„$a \preccurlyeq b$“: „a ist untergeordnet oder identisch b.“[58] Dies kann auch als Aussagen-Subsumtion gedeutet werden: „Wenn a gilt, gilt b“ (*1895b*, 146). Die *Gleichheit* (*Identität*, „völlige Einerleiheit“) wird auf die Subsumtion zurückgeführt:[59]

$$(a = b) = (a \preccurlyeq b)(b \preccurlyeq a)\ .$$

Wie schon in den Bänden 1 und 2 verwendet Schröder die Symbole 0 und 1 zur Darstellung der Wertbereiche des „Nichts“ und des „All“.[60] Auch *Adjunktion* („+“) und *Konjunktion* („·“) übernimmt Schröder aus dem früheren Werk, ebenso wie die Negation, die er aber nun nicht mehr durch einen tiefgestellten Negationsstrich darstellt („$a_,$“ für „$\neg a$“), sondern durch den damals gebräuchlicheren horizontal übergestellten Negationsstrich („$\bar{a}$“). Aus dem Aussagenkalkül übernimmt Schröder die Zeichen für das Aussagenprodukt („ein $\prod_i a_i$ [soll] bedeuten [...], dass die Aussage a_i für *jedes* (Element) i gilt“) und die Aussagensumme („$\sum_i a_i$ bedeutet, dass a_i *für gewisse* i gilt, m. a. W. dass es (mindestens ein) i *gibt*, für welche(s) sie zutrifft“) (Schröder *1895b*, 146). Im Relativkalkül treten die folgenden Zeichen hinzu:

- Das relative Modul 1' („Einsap“) steht für die Menge aller individuellen *Selbst*relative $[(i = j)(i : j)]$ des Denkbereichs 1^2 und das relative Modul 0' („Nullap“) für die Menge aller individuellen *Alio*relative $[(i \neq j)(i : j)]$ dieses Denkbereiches.
- Die *relative Multiplikation* $a; b$ („a von b“) bezeichnet die *Komposition* zweier Relative, z. B. läßt sich das „amans benefactoris“ als „Liebender *von* einem Wohltäter (von –)“ fassen.
- Die *relative Addition* $a \dagger b$ („a piu b“)[61] wird über die relative Multiplikation definiert: $a \dagger b = \overline{\bar{a}; \bar{b}}$. Der Ausdruck bezeichnet also etwas, das nicht ein nicht-a von einem nicht-b ist, d. h. ein a, das etwas von allem, außer von b ist. Schröder gibt in seinem Pasigraphie-Aufsatz

[58]Vgl. Schröder *1890a*, 169–170.

[59]Es ist bemerkenswert, daß Schröder im Pasigraphie-Aufsatz (*1898a*, 150) nicht die Subsumtion, sondern die Identität „=“ zu den fünf Fundamentalbegriffen der allgemeinen Logik rechnet.

[60]Zur Unterscheidung der „identischen 0“ und der „identischen 1“ von den entsprechenden Zahlzeichen führt Schröder später (*1898a*, 152) eine Kennzeichnung der Zahlzeichen durch übergestellte Punkte ein: $\dot{0}, \dot{1}$.

[61]„Piu“ nach dem italienischen Wort für „+“.

(*1898a*, 153) das folgende Beispiel: Bedeutet t „Teiler von ...“, dann bedeutet $t \dagger 0$ bei Beschränkung auf den Denkbereich der natürlichen Zahlen etwas, was Teiler von jeder Zahl ist, also die Zahl 1 und keine andere.

- Die *Konverse* $\breve{a}$ eines Relativs a bezeichnet dasjenige binäre Relativ, das alle diejenigen binären Relative umfaßt, die zu den in a enthaltenen konvers sind. So ist z. B. die Ursache von etwas die Konverse der Wirkung von etwas.

Schröder kommt später nach Unabhängigkeitsuntersuchungen auf ein System von „fünf Kategorieen oder fundamentalen Begriffe[n] der allgemeinen Logik mit Einschluß der Arithmetik“ mit insgesamt sieben Symbolen (Schröder *1898a*, 150):

$$\left|\begin{array}{c}=\\1'\end{array}\right|\begin{array}{c}\cdot\\\Pi\end{array}\left|\begin{array}{c}{}^{-}\\{}\end{array}\right|\begin{array}{c}{}^{\smile}\\{}\end{array}\left|\begin{array}{c};\\{}\end{array}\right| .$$

Dieses System der Urbegriffe kann er schließlich durch Zurückführung der Konversion auf die relative Multiplikation um einen Begriff reduzieren („Nachschrift“ zu Schröder *1898a*, 162):

$$(i \mathrel{\underline{\in}} a; j) = (j \mathrel{\underline{\in}} \breve{a}; i) .$$

6.4.3.3 Anwendungen

Schon in der „Note über die Algebra der binären Relative“ veranschaulicht Schröder die Tragfähigkeit seiner Methode durch Anwendung seines Systems auf ein Beispiel aus der damals diskutierten Mathematik. Er symbolisiert aus Richard Dedekinds Kettentheorie[62] die Sätze, die der Begründung der vollständigen Induktion (Satz 59) dienen. Der Satz der vollständigen Induktion lautet in Schröders relativlogischer Umschrift:[63]

$$\{a;(a_0;b)c+b \mathrel{\underline{\in}} c\} \mathrel{\underline{\in}} (a_0;b \mathrel{\underline{\in}} c),$$

wobei „$a_0;b$“ („a-Kette von b“) für den Dedekindschen Ausdruck „Kette von b (inbezug auf a)“ steht. Den Vorteil seiner Darstellung sieht Schröder

[62] Die Theorie wird in Dedekinds *Was sind und was sollen die Zahlen?* formuliert (*1888*, Schröder zitiert die 2. Aufl. von 1893).

[63] *1895a*, 355; *1895b*, 156.

vor allem darin, daß die Dedekindschen Sätze einen weiteren Geltungsbereich erhalten, der über die Geltung für eindeutige Abbildungen und „Systeme“ hinausgeht, sich vielmehr auf alle binären Relative erstreckt. Darüber hinaus zeigt Schröder, daß sich die Theorie der Ketten an einigen Stellen mit Hilfe seiner Symbolik vereinfachen läßt.

Die Zielrichtung des Beispiels ist deutlich. Es soll die Möglichkeiten der relativlogischen Symbolik als Instrumentarium für eine alternative Darstellung von (hier mathematischen) Zusammenhängen illustrieren und die Vorteile dieser Symbolik hinsichtlich Kürze und Übersichtlichkeit sowie Einfachheit der Beweisführung demonstrieren. Genau diese Zielsetzung verfolgte Schröder auch in den beiden Aufsätzen „Ueber zwei Definitionen der Endlichkeit und G. Cantor'sche Sätze“ (*1898c*) und „Die selbständige Definition der Mächtigkeiten 0, 1, 2, 3 und die explizite Gleichzahligkeitsbedingung“ (*1898d*), die er in den *Nova Acta* der Hallenser Deutschen Akademie der Naturforscher veröffentlichte und in denen er die Relativlogik auf die Cantorsche Mengenlehre anwendete. Die Ergebnisse der erstgenannten Schrift trug Schröder zumindest in Teilen in dem Vortrag „Ueber G. Cantorsche Sätze“ bei der Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte am 24. September 1894 in Frankfurt a. M. vor.[64] Im ersten Paragraphen der veröffentlichten Fassung vergleicht Schröder zunächst die Dedekindsche Definition der Unendlichkeit (I) in *Was sind und was sollen die Zahlen?* mit der Definition, die Charles S. Peirce drei Jahre vorher in der, wie Schröder schreibt, „sehr abstrus anmutenden Abhandlung“ “On the Algebra of Logic. A Contribution to the Philosophy of Notation” (Peirce *1885*) formuliert hatte. In der relativ-logischen Reformulierung stimmen die Definitionen in der Form nicht überein, lassen sich aber ineinander überführen. Die Peircesche Definition erweist sich als die kürzere und einfachere. Schröder wollte mit dieser Anwendung offenbar zeigen, daß mit der algebraisch-logischen Formalisierung ein Maß für die Einfachheit und Ökonomie mathematischer Theoreme und Definitionen gefunden sei.

Von größerer systematischer Bedeutung sind Schröders Ausführungen in den nächsten Abschnitten. Dort diskutiert er Cantors Sätze A bis E aus dem Kapitel „Das ‚Grösser‘ und ‚Kleiner‘ bei Mächtigkeiten“ in dem ersten Artikel der „Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenleh-

[64] Der Vortrag ist im Bericht über die Verhandlungen nur mit dem Titel verzeichnet (Wangerin/Taschenberg *1897*, 43). Im *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* erschien eine kurze Zusammenfassung (Schröder *1901c*).

re“ (Cantor *1895*, 484). Aufsehen erregte vor allem Schröders Beweis des Äquivalenzsatzes B (Schröder *1898c*, § 4, 336–344), der in der Cantorschen Formulierung (Cantor *1895*, 484) lautet:

> sind zwei Mengen M und N so beschaffen, dass M mit einem Theil N_1 von N und N mit einem Theil M_1 von M äquivalent ist, so sind auch M und N äquivalent.

Stehen „a“ und „b“ für Mengen, „a_1“ und „b_1“ für Teile von a und b, so drückt „$a \sim b$“ die Gleichmächtigkeit der Mengen a und b aus. Die indizierte Form „$a \underset{z}{\sim} b$“ bedeutet: „Das Relativ z *bildet* die Menge a *eineindeutig* auf die Menge b ab“ (Schröder *1898c*, 309). In Schröders pasigraphischer Umschrift lautet dann der Äquivalenzsatz:

$$(a \underset{x}{\sim} b_1 \Subset b \underset{y}{\sim} a_1 \Subset a) \Subset (a \sim b \sim b_1 \sim a_1 \sim a)\,.$$

Nahezu zeitgleich, im Winter 1896/97, fand Felix Bernstein ebenfalls einen Beweis des Äquivalenzsatzes, der von Émile Borel *1898* (103–107) erstmals veröffentlicht wurde. Mit Schröders und Bernsteins Namen blieb dieser Satz verbunden,[65] bis Alwin Reinhold Korselt *1911* seinen schon 1902 gefundenen Nachweis, daß Schröders Beweis auf einer unzutreffenden, stillschweigend gemachten Voraussetzung beruhte, veröffentlichte. Schröder hatte schon im Mai 1902 in einem Brief an Korselt diesen Mangel eingestanden, und er hatte festgestellt, daß er „Herrn F. Bernstein die Ehre, den G. Cantorschen Satz bewiesen zu haben, allein überlasse.“[66]

In einem letzten Paragraphen (§ 5) seines Aufsatzes über die Cantorschen Sätze diskutiert Schröder noch einige weitere Ergebnisse aus Cantors Theorie der geordneten Mengen. Im Resümee am Schluß der Arbeit (189) gibt er zu, daß in der Algebra der Logik bisweilen ein Ergebnis „für etwas schon a priori Einleuchtendes nicht leicht zu erbringen“ sei, andererseits zeige sie sich aber fähig – hier nimmt Schröder eine briefliche Mitteilung von Aurel Voss auf –,

> in ungleich grössrer Fülle, Aufschlüsse zu liefern, die dem verbalen Denken unzugänglich und für deren Gewinnung selbst die bisher üblichen mathematischen Ausdrucksformen nicht mehr ausreichend erscheinen.[67]

[65] Vgl. die wenigen zusammenfassenden zeitgenössischen Darstellungen der Mengenlehre wie z. B. Schoenflies *1900* (16, Fn. 2) und Hessenberg *1906* (522).

[66] Schröder an Korselt v. 25. Mai 1902; Zit. nach Korselt *1911*, 295.

[67] Schröder *1898c*, 361.

„Die neue *Peirce'sche* Disziplin“, so schreibt Schröder, „hat hiermit [...] Gelegenheit gehabt, schon eine kleine Feuerprobe zu bestehen. Die G. *Cantor*'sche Theorie auch“. Daß sich die Cantorsche Mengenlehre vollständig mit dem „Bezeichnungskapital unserer algebraischen Logik pasigraphisch darstellen“ lasse, hält Schröder für gesichert. Ihm sei dadurch aber eine Mehrarbeit entstanden, die das Erscheinen des zweiten Teils von Bd. 2 der *Vorlesungen* noch weiter verzögere. Aus einer begonnenen Studie über „Einfachgeordnetsein im Ringe herum“ schöpfe er zudem die Hoffnung, daß sich die Algebra der Logik auch dazu eigne, die Axiome der Geometrie darzustellen (*1898c*, 361).

Eine weitere Probe seiner Versuche, die Begriffe der Mengenlehre mit den Mitteln der Algebra der Logik wiederzugeben, liefert Schröder in der zweiten in den *Nova Acta* veröffentlichten Abhandlung (*1898d*). Schröder gibt u. a. eine logische Definition des Anzahlbegriffs, insbesondere der Mächtigkeiten 0, 1, 2 und 3 von Mengen, dies sowohl „independent“, d. h. ohne die Definition der jeweils niedrigeren Mächtigkeit vorauszusetzen (365–369), als auch „rekurrirend“, d. h. unter Rekurs auf die Definition der Nachfolgerbeziehung („Die Menge a enthält genau ein Element mehr als die Menge b“).

Auch in dem Zürcher Vortrag illustriert Schröder die „Tragweite unserer neuen Relativlogik“, indem er einige der wichtigsten Grundbegriffe der Arithmetik pasigraphisch darstellt: den Mengenbegriff, die Anzahlen 0, 1 und 2, die Beziehungen der Gleichzahligkeit und der Gleichmächtigkeit, die Endlichkeit, die aktuale Unendlichkeit, den Funktionsbegriff, den Substitutionsbegriff, den Begriff der Ordnung[68] sowie die Größerbeziehung, die Nachfolgerbeziehung, die Teilerbeziehungen und den Begriff der Primzahl (Schröder *1898a*, 155–159). Schröder versucht nicht, einen systematischen Aufbau von Arithmetik und Mengenlehre zu geben, es geht ihm lediglich um die sinnfällige Demonstration, daß eine Darstellung der Grundbegriffe der Arithmetik und der Mengenlehre mit Hilfe seiner Algebra der Relative möglich ist. Diesem Ziel der Demonstration dienen auch seine weiteren Beispiele aus der Geometrie („z ist ein Punkt“) und aus dem Bereich der menschlichen Verwandtschaftsbeziehungen, „die ein für Studirende der Jurisprudenz nicht unwichtiges Kapitel im Corpus juris bilden.“[69]

[68] Über den Begriff der Ordnung trug Schröder auch im Jahr 1900 auf dem Internationalen Kongreß für Philosophie in Paris vor (Schröder *1901b*).

[69] Schröder *1898a*, 159. Die Analyse von Verwandtschaftsverhältnissen war damals in der logischen Diskussion nicht ungewöhnlich. So hat der zunächst in Edinburgh, später

Die *Algebra und Logik der Relative* stellt den Versuch dar, das Programm der absoluten Algebra zu einem Grundlegungsprogramm für alle formalisierbaren bzw. mit formalen Mitteln arbeitenden Wissenschaften auszubauen. Das erweiterte Programm Schröders war zweigeteilt. Es bestand aus der absoluten Algebra als allgemeiner Theorie der Verknüpfungsoperationen und der Relativlogik als allgemeiner logischer Theorie. Durch die Relativlogik wurde ein „Bezeichnungssystem“, also eine formale Sprache bereitgestellt, die sich bei geeigneter Interpretation der schematischen Buchstaben und der relativen Operatoren auf unterschiedlichste Gebiete wie Geometrie, Mengenlehre oder auch die menschlichen Verwandtschaftsbeziehungen anwenden ließ. Roger D. Maddux hat darauf hingewiesen, daß De Morgan, Peirce und Schröder in ihren relativlogischen Arbeiten "were certainly interested in deducing complicated formulæ from simpler ones, but they were not particularly interested in the axiomatic approach to the calculus of relations," ein Zugang, der erst von Alfred Tarski gewählt wurde (Maddux *1991*, 438). Dies ist soweit richtig, als Schröder seine Theorie in der Tat nicht im Geiste der modernen Axiomatik aufbaute, jedoch dürfen seine Bemühungen nicht auf die Aufstellung einer Formelsammlung reduziert werden. Dieser Katalog formaler Ausdrücke war ein Nebeneffekt, der allerdings auch schon Charles S. Peirce 1911 zu der Kritik veranlaßte, daß die Algebra der Relative von Schröder zwar systematisch aufgebaut worden sei, daß dieser Aufbau aber "brought out its glaring defect of involving hundreds of merely formal theorems without any significance, and some of them quite difficult."[70] Die Aufgaben, die sich Schröder selbst gestellt hatte, erschöpften sich nicht in der Sammlung von Formeln, denn für ihn war die Reformulierung nur Mittel zum Zweck. Seine Übersetzung der Dedekindschen Kettentheorie diente dem (*1895a*, 349*f.*)

an der University of Texas und der Lehigh University lehrende Alexander Macfarlane in zahlreichen Studien (z. B. *1879*, *1880*, *1881*) versucht, einen logischen "Calculus of Relationship" zu entwickeln, ohne sich allerdings des Mittels der Relativlogik zu bedienen. Schon Leibniz hat seine Kombinatorik auf diesen Gegenstandsbereich angewendet (*1666*, Probl. II, Nrn. 16*ff.*). Auch heute noch zählen Analysen von Verwandtschaftsbeziehungen zu den Beispielen für Anwendungen der Verbandstheorie, z. B. in der begrifflichen Wissensverarbeitung (vgl. Prediger *1996*).

[70] Peirce schreibt dies in dem historischen Überblick seines Artikels "Relatives" in der zweiten Auflage des *Dictionary of Philosophy and Psychology*. Zit. nach Peirce *1933*, 404–409. Maddux weist auf diese Stelle hin (Maddux *1991*, 422*f.*).

> *Endziel* [...]: zu einer streng logischen *Definition* des *relativen* Begriffes „*Anzahl von–*“ zu gelangen, aus welcher sich alle auf diesen Begriff bezüglichen Sätze rein deduktiv werden ableiten lassen.

Schröders logisches System rückte damit, zumindest von seiner Zwecksetzung her, in die Nähe des Fregeschen Logizismus,[71] eine Richtung, die mit der Algebra der Logik üblicherweise nicht oder nur als Gegenpol in Verbindung gebracht wird.[72] Bei solchen Reflexionen Schröders über die programmatische Einheit seiner logischen Forschungen spielte der Rekurs auf Leibniz' universelle Wissenschaft eine wichtige Rolle für die Konsolidierung seiner Ergebnisse. Die grundlegenden Konzeptionen seiner Logik hatte er allerdings ohne jede Kenntnis der Leibnizschen Antizipationen gefunden.

6.5 Schröders Weg zu Leibniz

Den 1877 monographisch veröffentlichten *Operationskreis des Logikkalkuls* (*1877a*) hatte Schröder ursprünglich für die *Mathematischen Annalen* vorgesehen, wo er aber mit der „Note über den Operationskreis des Logikcalculs“ nur eine Kurzfassung unterbringen konnte.[73]

Im *Operationskreis* erwähnt Schröder „das von Leibniz aufgestellte Ideal eines Logikkalkuls“, das in den gleichwohl kaum beachteten Schriften George Booles eine Vollendung gefunden habe (*1877a*, III). In der Kurzanzeige wird Schröder deutlicher: Er beginnt dort nämlich den Text mit folgender Reverenz an Leibniz (Schröder *1877b*, 481):

> Bereits *Leibniz* hatte eingehende Bestrebungen gerichtet sowohl auf die Schöpfung eines *calculus philosophicus* oder *calc. ratiocinator*, als auch

[71] Zumindest kann man Schröders Haltung als Logizismus im weiteren Sinne bezeichnen, um einen von Christian Thiel geprägten Terminus aufzunehmen (Thiel *1984b*).

[72] Vgl. Peckhaus *1993a*.

[73] Vgl. den Brief Felix Kleins an Adolph Mayer vom 5. 4. 1877: „In nächster Zeit hoffe ich fertig zu machen: [...] 5) eine Arbeit von *Schröder* über den Formalismus der Logik. Der Gegenstand ist sehr interessant, aber ich werde wohl dem Verf. schreiben: wenn er den Aufsatz nicht zusammenzöge[,] werde er auf den Druck warten müssen“, Zit. nach der Auswahledition des Briefwechsels Tobies/Rowe *1990*, 86. In den *Mathematischen Annalen* erschien dann auch nur die kurze Note Schröder *1877b*, die einer Selbstanzeige gleichkommt.

> auf die Gründung einer allgemeinen Zeichensprache, einer *lingua characteristica universalis* (sive *realis*), gewissermassen eines Alphabets der menschlichen Begriffe — *diese* bestimmt, das Object oder reale Substrat zu bilden zu *jener* Disciplin, durch welche das Wesen der menschlichen Geistesoperationen blosgelegt, nach seiner Gesetzmässigkeit erfasst und in adäquatester Weise zum Ausdruck gebracht werden sollte.

Schröder offenbart auch seine Quellen. Er verweist auf die beiden Abhandlungen Trendelenburgs aus den *Historischen Beiträgen zur Philosophie* (*1867a,b*), in denen „alle nur wünschbaren historischen Belege und Nachweise aus früherer Zeit“ zu finden seien, „soferne nicht in den zahlreichen noch unedirten Manuscripten aus dem Nachlasse Leibniz'ens, die in dem Archive zu Hannover liegen, weiteres Material verborgen ist.“ Schröder erwähnt auch, daß ihn Rudolf Hermann Lotze auf die Trendelenburgschen Texte aufmerksam gemacht habe (Schröder *1877b*, 481).

Der Hinweis auf Leibniz wurde für Schröder zum Kern seiner Argumentation für eine Einordnung der Algebra der Logik in die philosophische Logikreformdiskussion des ausgehenden 19. Jahrhunderts. Die Nähe der Schröderschen Logik- und Mathematikkonzeption zum Leibnizprogramm ist evident. Schröder strebte eine universelle Wissenschaftssprache an, mit deren Hilfe die auseinanderstrebenden Wissenschaften reformuliert und zu einer universellen Wissenschaft verbunden werden sollten. Dieser Nähe war sich Schröder durchaus bewußt, wenn er auch das für seine Wissenschaftskonzeption fundamentale Programm der absoluten Algebra ohne Kenntnis der Leibnizschen Ansätze formuliert hatte.

Die späten pasigraphischen Schriften zeigen die Bindung von Schröders System an den Begriff des Zeichens. Die philosophischen Grundlagen entwickelte Schröder in der immerhin 125 Seiten umfassenden Einleitung zum ersten Band der *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890a*) und in der im gleichen Jahr erschienenen Festrede *Über das Zeichen* (*1890b*), die er am 22. November 1891 anläßlich seiner Übernahme des Direktorats der Technischen Hochschule in Karlsruhe für das Jahr 1890/91 hielt.

In dem umfänglichen Einleitungsabschnitt der *Vorlesungen* mit dem Titel „Vorbetrachtungen über Zeichen und Namen“ (*1890a*, 38–79) betont Schröder, daß er „die elementarste aller deduktiven Disziplinen“ nicht einleiten dürfe, „ohne zuvörderst auf die enorme Wichtigkeit des Zeichens, das ja an sich als ein unbedeutendes Ding erscheint, gebührend hinzuweisen“ (*1890a*, 38). Er tut dies in Anlehnung an Trendelenburgs Aufsatz „Ueber Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik“ (*1867a*), und er tut dies in „freier Weise“, also ohne expliziten Hinweis auf Übernahmen, wodurch die enge Anlehnung an Trendelenburgs Ausführungen noch unterstrichen wird. Den Schwerpunkt vom Umfang her setzt Schröder auf eine Theorie des Namens und der Benennung samt der Probleme, die sich durch Mehrsinnigkeiten von Namen in historisch gewachsenen Sprachen ergeben. Der Schwerpunkt der Darstellung hier soll auf der aus Trendelenburgs Leibniz-Schrift entnommenen Theorie des Zeichens liegen.

Für Schröder ist es die „bezeichnende“ oder „symbolisierende“ Tätigkeit, mit der sich „das Menschengeschlecht [...] aus dem absoluten Nullpunkte der Civilisation und über das Niveau des Tieres“ erhoben hat (*1890a*, 38). Er spricht von der Tendenz der Wissenschaften, die Schwierigkeiten des Studiums der Dinge „möglichst *abzuwälzen* auf das Studium ihrer *Zeichen*, welche letzteren dem Forscher stets zur Verfügung stehen“ (40). Im Anschluß an Trendelenburg betont er die Funktion der Zeichen, der Deutlichkeit des Denkens zu dienen, und erwähnt, daß zusammengesetzte Vorstellungen nur in Zeichen gedacht werden können. Er behandelt Leibniz' Auffassung, daß Zeichen nicht nur dem Ausdruck der Gedanken dienen, sondern auch der Verfertigung der Gedanken (40) und erwähnt, daß der Unterschied zwischen unmittelbaren (intuitiven) und mittelbaren (symbolischen) Vorstellungen Leibniz bekannt gewesen sei (41). An anderer Stelle geht er auf Leibniz' Versuche ein, die Gestaltung der Zeichen so auf den Inhalt des zu bezeichnenden Begriffs abzustimmen, daß „im Begriff unterschiedene und zusammengefaßte Merkmale unterscheidend und zusammenfassend“ dargestellt werden können. Den den Inhalten der Vorstellungen meist willkürlich zugeordneten Zeichen der Worte einer Kultursprache will Schröder eine „*charakteristische Sprache* der Begriffe“, eine „*Begriffsschrift*“ gegenüberstellen und den besonderen Sprachen der Völker eine „*allgemeine* Sprache der Sache (*Pasigraphie*)“ entgegensetzen (93). Unter Aufnahme von Vorarbeiten Descartes', so schreibt Schröder, ordne Leibniz die *lingua characteristica universalis* seinem Bestreben ein (*1890a*, 95),

> eine adäquate und allgemeine Bezeichnung des Wesens der Begriffe durch eine solche Zergliederung in ihre Elemente [zu finden], dass dadurch eine Behandlung derselben durch Rechnung möglich werden sollte.

Zur Verwirklichung dieses „Ideals einer wissenschaftlichen Klassifikation und systematischen Bezeichnung alles Benennbaren“ ist für Schröder eine Voraussetzung notwendig: „die vollendete Kenntniss der die Begriffselemente zu verknüpfen bestimmten Grund*operationen* und die Bekanntschaft mit deren Gesetzen" (95). Im Festvortrag betont Schröder, „dass jenes *Descartes-Leibniz*'sche Ideal einer Pasigraphie im letzten Vierteljahrhundert mit Riesenschritten seiner Verwirklichung entgegenging" (*1890b*, 19). Seit Booles *Laws of Thought* sei „in der That ein solcher calculus ratiocinator geschaffen durch das Zusammenwirken von Mathematikern und Philosophen verschiedner Nationalität" (19*f.*). Schröder schließt seine Rede mit dem Aufruf „Meine Herrn Kommilitonen!" (24):

> Widmen in ihren Studien jederzeit auch Sie dem Zeichen die ihm gebührende Sorgfalt!
>
> Wie die Vernachlässigung solcher sich zu rächen pflegt [...], so wird andrerseits auch die Ehre, die Sie dem Zeichen erweisen, auf Sie selbst zurückstrahlen.

Algebra und Logik sind bei Schröder Operationen mit interpretierbaren Zeichen. Seine Zeichentheorie erhält somit einen fundamentalen Status. Aber worauf gründet Schröder die Zeichentheorie selbst? Was sind die Bedingungen der Möglichkeit, z. B. die natürlichen Zahlen über den Zählprozeß und diesen wiederum über die Erzeugung von Strichlisten zu bestimmen, wie dies Schröder in seinem *Lehrbuch* (*1873*, 5) getan hat? Schröder wählt weder eine pragmatische noch eine erkenntniskritische Grundlegung, er sucht Zuflucht in der Metaphysik. Im *Lehrbuch* nennt er als Voraussetzung für die Möglichkeit, mit Zeichen zu operieren, daß einmal gesetzte Zeichen fortbestehen, eine Voraussetzung, die für Schröder „überhaupt ein Axiom jeder deductiven Wissenschaft" bildet.[74] Das für die Arithmetik „einzige" Axiom ist das „Axiom von der Inhärenz der Zeichen", das uns die Gewißheit gibt, so Schröder (16*f.*),

> dass bei allen unsern Entwickelungen und Schlussfolgerungen die Zeichen in unsrer Erinnerung – noch fester aber am Papiere – haften. [...] Ohne diesen Grundsatz, den wir aus einer sehr reichhaltigen Erfahrung durch inductorische Ausdehnung oder Verallgemeinerung gewinnen, würde in der That jede Deduction illusorisch sein, denn die Deduction beginnt eben dann, wenn – nachdem die Grundeigenschaften der Dinge hinlänglich in Zeichen eingekleidet sind – das Studium dieser Dinge Platz macht dem ihrer Zeichen.

[74]Zum Axiombegriff bei Schröder vgl. Peckhaus *1997?*.

Der empirischen Evidenz dieses „Axioms" ist es geschuldet, daß es von Schröder als Annahme bezeichnet wird, „die je nach dem Gedächtniss des Rechnenden und nach der Beschaffenheit des von ihm benutzten Materials nur einen grösseren oder geringeren Grad von *Wahrscheinlichkeit* besitzt". Immerhin wäre diese Wahrscheinlichkeit sehr gering, so schreibt er weiter, „wenn man mit ätherisch flüchtiger oder mit sympathetischer Dinte schriebe". Diese Einschränkung ändert für Schröder jedoch nichts daran, daß wir auf Grund der praktischen Bewährung der Annahme „die Ueberzeugung von der *absoluten Gewissheit* der mathematischen Wahrheiten auf sie gründen" (17).

Schröders Axiom postuliert in zirkulärer Weise das Verhalten materialer Objekte. Dieses Verhalten ist Voraussetzung für funktionierendes Handeln mit Zeichen in der Mathematik, zugleich aber wird es durch Induktion über dieses Handeln gewonnen. Es ist daher nicht verwunderlich, daß Schröder für sein „einziges" Axiom vehemente Kritik u. a. von Gottlob Frege (*1884*, VIII) und Benno Kerry (*1890*, 333–336) hat einstecken müssen. Noch in einem 1927 gehaltenen Vortrag spottete der Göttinger Neo-Friesianer Leonard Nelson (1882–1927) über diese „Metaphysik der Kreide", die versuche, „die Mathematik zuletzt auf Voraussetzungen über die Natur des Schreibmaterials zu stützen" (Nelson *1928*, 140).

6.6 Die Frege-Schröder-Kontroverse

Schröder war zuversichtlich, mit seiner zunächst für die Mathematikbegründung instrumentalisierten Logik auf dem Wege zu einer Einlösung des Leibnizschen Programms zu sein. Er war jedoch nicht der einzige deutsche Mathematiker seiner Zeit, der die Logik zur Mathematikbegründung eingesetzt sehen wollte. Es ist natürlich auch Gottlob Frege[75] zu nennen, dessen Logizismus üblicherweise der Algebra der Logik antagonistisch gegenübergesetzt wird. Frege stellte sein Logikkonzept, das anders als Ansätze zur algebraisch-logischen Mathematikbegründung auch heute noch

[75]Friedrich Ludwig Gottlob Frege (* 8. November 1848 in Wismar; † 26. Juli 1925 in Bad Kleinen) studierte Mathematik, Physik, Chemie und Philosophie in Jena und Göttingen, wurde dort 1873 promoviert und habilitierte sich 1874 für Mathematik in Jena, wo er bis 1918 lehrte; zunächst bis 1879 als Privatdozent, dann als a. o. Professor und schließlich als Honorarprofessor mit einer Besoldung aus der Carl-Zeiss-Stiftung. Zur Biographie vgl. u. a. Sluga *1980*.

breit diskutiert wird, ebenfalls in die Leibnizsche Tradition. Er knüpfte allerdings wesentlich kritischer als Schröder an Leibniz an. Mit seinem Karlsruher Kollegen stritt er zudem, wessen Logiksystem das Leibnizprogramm besser einzulösen vermochte.

6.6.1 Leibniz und Freges Logizismus

Ähnlich wie die Beiträge zur Algebra der Logik waren Freges logische Arbeiten nicht primär einer Reform der Logik gewidmet. Frege strebte vielmehr eine Begründung der Arithmetik mit rein logischen Mitteln an. Dieses Programm formulierte er vor allem in *Die Grundlagen der Arithmetik* (*1884*), wo er auch einen wichtigen Schritt zu seiner Einlösung machte, indem er den Anzahlbegriff über die Umfangsgleichheit von Begriffen definierte. Eine weitergehende Ausführung fand sein Programm in dem zweibändigen Werk über die *Grundgesetze der Arithmetik* (*1893/1903*). Noch vor Erscheinen des zweiten Bandes wurde Freges Ansatz allerdings durch den von Bertrand Russell geführten Nachweis erschüttert, daß im System der *Grundgesetze der Arithmetik* der antinomische Begriff der Klasse aller Klassen, die sich nicht selbst als Element enthalten, gebildet werden könne.[76]

Als Werkzeug zur Erfüllung seines Programms entwickelte Frege ein originelles logisches System, das er *1879* in einem Bändchen mit dem irritierenden Titel *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* veröffentlichte, irritierend deshalb, weil ein unmittelbar auffallendes Merkmal dieser Logik die Verwendung zweidimensional notierter Liniengraphiken zur Repräsentation von Behauptung, Urteil, Bedingtheit und Negation war, nicht aber eine arithmetische Notation.[77] Frege nannte seine Begriffsschrift ein „für bestimmte wissenschaftliche Zwecke ersonnenes Hilfsmittel", das zur Sprache in einem ähnlichen Verhältnis stehe wie das Mikroskop zum Auge (*1879*, V).

Die Zielsetzung, mit Hilfe einer Begriffsschrift den Anforderungen der Wissenschaften an scharfe begriffliche Unterscheidungen zu genügen, stellte Frege explizit in die Leibnizsche Tradition, denn Leibniz habe „die

[76]Zur Antinomiendiskussion vgl. Peckhaus *1990*, 46–58.

[77]Frege gesteht diese Differenz des Titels in seinem Vorwort ein, denn die Nachbildung der arithmetischen Formelsprache beziehe sich „mehr auf die Grundgedanken als auf die Einzelgestaltung" (*1879*, IV). Zur Beurteilung der Fregeschen Symbolik vgl. Thiel *1995*.

Vortheile einer angemessenen Bezeichnungsweise erkannt, vielleicht überschätzt" (ebd.). Unter Hinweis auf Trendelenburgs Leibniz-Arbeiten, auf die er möglicherweise durch seinen Jenenser philosophischen Kollegen Rudolf Eucken (1846–1926) aufmerksam gemacht worden war,[78] bemerkte Frege, daß der Leibnizsche Gedanke einer allgemeinen Charakteristik, eines *calculus philosophicus* oder *ratiocinator* zu riesenhaft gewesen sei, als daß er hätte verwirklicht werden können. Leibniz habe bei seiner Begeisterung für die erhofften Erträge des Projektes dessen Schwierigkeiten zu gering eingeschätzt. Frege schlug vor (*1879*, VI):

> Wenn aber auch dies hohe Ziel mit Einem Anlaufe nicht erreicht werden kann, so braucht man doch an einer langsamen, schrittweisen Annäherung nicht zu verzweifeln. Wenn eine Aufgabe in ihrer vollen Allgemeinheit unlösbar scheint, so beschränke man sie vorläufig; dann wird vielleicht durch allmähliche Erweiterung ihre Bewältigung gelingen.

Die Formelsprachen der Arithmetik und der Chemie seien Belege für die Verwirklichung Leibnizscher Ideen in speziellen Bereichen. Diese Zeichensysteme sollten durch Freges Begriffsschrift nicht etwa ersetzt, sondern ergänzt werden. Die Begriffsschrift sei ein gleichsam in der Mitte liegendes Bezeichnungssystem, „welches allen andern benachbart ist" und von dem aus sich Lücken bestehender Formelsprachen schließen bzw. Verbindungen zwischen diesen Sprachen ziehen lassen (ebd.). Erfolgversprechende Anwendungen sah er überall dort, „wo ein besonderer Werth auf die Bündigkeit der Beweisführung" gelegt werden muß. Er nannte neben der Differential- und Integralrechnung die Geometrie, die reine Bewegungslehre, Mechanik und Physik. Auch die Philosophie komme als Anwendungsgebiet in Frage, wenn nämlich als deren Aufgabe bestimmt werde, „die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen", indem sie den Gedanken von der Beschaffenheit seines sprachlichen Ausdrucks befreit (ebd., VI*f*.).

Frege stellte nicht die Begriffslehre in das Zentrum seiner Logik, sondern die Urteilslehre. Die Begriffe werden durch „Zerfällung" der begrifflichen Inhalte von Urteilen gewonnen. Frege löste sich von der traditionellen Unterscheidung zwischen Subjekt und Prädikat (ebd., § 3), ja er polemisierte gegen Versuche, das in dieser Unterscheidung ausgedrückte

[78]Belege für die Zusammenarbeit von Eucken und Frege noch vor Abfassung der *Begriffsschrift* hat Uwe Dathe zusammengestellt (*1995*, bes. 246–250).

Verhältnis zwischen dem Begriff und den in ihm enthaltenen Merkmalen symbolisch ausdrücken zu wollen. „Jene Bestrebungen", so schrieb er, „durch Auffassung des Begriffs als Summe seiner Merkmale eine künstliche Aehnlichkeit [zur Arithmetik] herzustellen", hätten ihm „durchaus fern gelegen."[79] In der Alternative zur traditionellen Begriffslehre sah Frege das Charakteristikum seiner Logik, die sich darin seiner Meinung nach auch von den Logiken von Leibniz und seinen Nachfolgern unterschied. In den Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter vom Juli 1919 schrieb er (*1983*, 273):

> Ich gehe also nicht von den Begriffen aus und setze aus ihnen den Gedanken oder das Urteil zusammen, sondern ich gewinne die Gedankenteile durch Zerfällung des Gedankens. Hierdurch unterscheidet sich meine Begriffsschrift von ähnlichen Schöpfungen Leibnizens und seiner Nachfolger trotz des von mir vielleicht nicht glücklich gewählten Namens.

6.6.2 Schröders Kritik

Der bei Freges Ablehnung der traditionellen Begriffslehre in der Tat nicht glücklich gewählte Name „Begriffsschrift" bot den Ausgangspunkt für Schröders Kritik am Fregeschen Logiksystem.[80] Im Rahmen seiner Darlegungen zur Leibnizschen universellen Sprache in den *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*1890a*, 95, Anm.) stellt Schröder fest:

> Dass Herrn *Frege*'s „Begriffsschrift" diesen ihren Namen nicht verdient, sondern etwa als eine in der That logische (wenn auch nicht zweckmässigste) Urteilsschrift zu bezeichnen wäre, glaube ich in meiner Rezension dargethan zu haben.

[79]Frege *1879*, IV. Gabriel hat argumentiert (*1989b*, XXIII*f*.), daß hier weniger eine Absage an das extensionale Programm der Boole-Schröderschen Algebra der Logik vorliege, in der ja der Begriff durch das Produkt seiner Merkmale gebildet wird, als an die Leibnizsche Logik in ihrer intensionalen Interpretation. Liest man die Stelle im Sinne einer allgemeineren Kritik an der Subjekt-Prädikat-Dichotomie der traditionellen Begriffslehre, mit der die Teil-Ganzes-Deutung der Schröderschen Klassensubsumtion kompatibel ist, läßt sich Freges Kritik dennoch auf die Algebra der Logik beziehen. Im Rahmen von Schröders Untersuchungen zur Dualität von logischer Addition und logischer Multiplikation war ausgemacht, daß die Umfangsmultiplikation als Merkmalsaddition *gedeutet* werden kann und diese Deutung lediglich eine Änderung in der *Interpretation* der Verknüpfungszeichen erforderte.

[80]Eine erste Darstellung der Schröderschen Kritik hat Philipp E. B. Jourdain schon *1912* gegeben (*1910–1913*, 2. Tl., 250–253).

Schröder verweist hier auf seine umfängliche Rezension des Fregeschen Werkes, die 1880 in der *Zeitschrift für Mathematik und Physik* erschienen war (Schröder *1880b*). Diese Rezension gilt seit einem Diktum von Hans Sluga als Verriß, dem ein Gutteil von Freges Erfolglosigkeit in jener Zeit zuzuschreiben ist.[81] Läßt man die aus einigen Passagen sprechende Polemik als zeittypisch außer Betracht, so fällt Schröders ausführliche und durchaus wohlwollende Exposition der Fregeschen Logik auf. Freges Schweigen zu konkurrierenden Ansätzen in der symbolischen Logik nimmt Schröder zum Anlaß, Werbung für den Logikkalkül zu machen, den er losgelöst vom Fregeschen Werk in seinen Grundlagen skizziert und auf den er im Lichte der seinerzeit aktuellen Diskussion eingeht. Nach Schröders Einschätzung ist es vor allem die originelle Symbolik Freges, die den Unterschied zu anderen Ansätzen ausmacht. Er ignoriert die wichtigsten systematischen Unterschiede, insbesondere erkennt er nicht die Innovationen, die in Freges Theorie der Quantifikation liegen. Er selbst steht ja noch auf der Stufe der Booleschen "elective symbols" und meint dann auch, daß die von Frege vorgeschlagenen Modifikationen in der Booleschen Notation mit Leichtigkeit anzubringen seien (Schröder *1880b*, 90*f*.).

Zu Beginn seiner Rezension setzt sich Schröder mit Freges Anspruch auseinander, daß seine Begriffsschrift ein zuträgliches Hilfsmittel für eine Reformulierung der Wissenschaftssprachen im Leibnizschen Sinne sei. Schröder erkennt natürlich die Geistesverwandtschaft Freges an, wenn dieser verspreche (*1880b*, 81),

> dem von *Leibniz* aufgestellten Ideale einer Pasigraphie näher zu treten, das von seiner Verwirklichung, so grosses Gewicht auch von diesem genialen Philosophen auf sie gelegt wurde, doch immerhin noch so weit entfernt geblieben ist!

Der Umstand, „dass eine *vollendete* Pasigraphie, Charakteristik oder allgemeine Begriffsschrift" noch nicht existiere, ist für Schröder Grund genug, sein eigenes Verständnis darzulegen. Eine Pasigraphie habe die Aufgabe (ebd.),

> mittelst weniger, einfacher, völlig bestimmter und übersichtlich classificirter Operationen alle zusammengesetzteren Begriffe aus möglichst we-

[81]Sluga schreibt, daß Schröders Rezension die umfangreichste gewesen sei, die die *Begriffsschrift* erhalten habe. "It tore the book apart – in the politest possible way. There was a good deal of hurt vanity in Schröder's words" (Sluga *1980*, 68).

nigen (ihrem Umfange nach unzweifelhaft begrenzten) Grundbegriffen (Kategorien) auch äusserlich aufzubauen.

Im Lichte dieser Aufgabenbestimmung urteilt Schröder über Freges Schrift (ebd., 82),

> dass die „Begriffsschrift“ von *Frege* in ihrem Titel zu viel verspricht – genauer: dass letzterem der Inhalt überhaupt nicht entspricht. Statt nach der Seite der „allgemeinen Charakteristik“ neigt sich dieser – dem Verfasser vielleicht selbst unbewusst – vielmehr entschieden nach der Seite des „*calculus ratiocinator*“ von *Leibniz* hin und nimmt das Werkchen in dieser letzteren Richtung einen Anlauf, den ich sehr verdienstlich nennen würde, wenn nicht ein grosser Theil dessen, was dasselbe erstrebt, bereits von anderer Seite und zwar in – wie ich nachweisen werde – unzweifelhaft angemessenerer Weise geleistet wäre.

Die letzte Bemerkung bezieht sich auf die erwähnte Ignoranz Freges gegenüber konkurrierenden Logiksystemen, für Schröder der wesentliche Kritikpunkt an der Schrift (ebd., 83).

6.6.3 Freges Replik

Freges Replik auf Schröders Einwürfe hat in der neueren Fregeforschung viel Aufmerksamkeit erregt, weil Frege dem Schröderschen Vorwurf, die anderen symbolisch-logischen Systeme seiner Zeit ignoriert zu haben, mit einem detailierten Vergleich seiner Begriffsschrift mit der Booleschen Algebra der Logik begegnete. Von den durch Schröders Rezension angeregten Schriften wurde nur der Aufsatz „Ueber den Zweck der Begriffsschrift“ (*1883*) publiziert, die Manuskripte „Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift“ (*1880/81*) und „Booles logische Formelsprache und meine Begriffsschrift“ (*1882*) wurden dagegen von verschiedenen Zeitschriftenredaktionen zurückgewiesen und erst aus dem Nachlaß veröffentlicht. Als Quintessenz dieser Texte hat Hans Burkhardt herausgestellt, daß Frege gewußt habe, „daß Leibniz bereits über die Boolesche Algebra verfügte. Neuere Forschungen haben dies bestätigt“ (Burkhardt *1988*, 307.) Burkhardt bezieht sich hier auf Wolfgang Lenzens Aufsatz „Leibniz und die Boolesche Algebra“ (*1984*), in dem gezeigt wird, daß sich die Leibnizsche Logik so rekonstruieren läßt, daß sie zu einer Booleschen Algebra isomorph ist. An der Absurdität der Aussage ändert auch dieses Ergebnis

nichts, denn nicht einmal Boole verfügte über die Boolesche Algebra.[82] In den genannten Schriften vergleicht Frege die grundlegenden Sätze der Booleschen Logik mit dem Leibnizschen Kalkül, wie er ihn vor allem in den von Erdmann so benannten Fragmenten „Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis“[83] und „Addenda ad specimen calculi universalis“[84] vorfand. Freges Analyse eines Teils der Booleschen Logik kommt zu dem Schluß: „Bis hierher findet sich Alles mit nur äusserlichen Abweichungen schon bei *Leibniz*, von dessen hierher gehörenden Arbeiten *Boole* wohl nichts erfahren hat.“[85]

Frege beginnt den Aufsatz „Ueber den Zweck der Begriffsschrift“ mit der durchaus zutreffenden Bemerkung (*1883*, 1),

> dass die boolesche Formelsprache in den mehr als 20 Jahren, die seit ihrer Erfindung verflossen sind, keineswegs so durchschlagende Erfolge erzielt hat, dass ein Verlassen der durch sie gelegten Grundlage von vornherein als thöricht erscheinen müsste, und dass nur eine Weiterentwickelung in Frage kommen könnte.

---

[82] Burkhardt formulierte in einem Interview für die *Information Philosophie* nur wenig vorsichtiger (Burkhardt *1991*, 30): „*Wolfgang Lenzen* hat die Vermutung *Freges* bestätigen können, dass die Boolesche Algebra bei Leibniz bereits vollständig vorhanden ist und dass Leibniz bereits eine Quantoren- oder Prädikatenlogik besitzt – schon weit vor *Frege* oder *Peirce*.“ Da in der Booleschen Algebra die Oder-Verknüpfung als inklusives Oder definiert ist, entspricht sie dem Jevonsschen Logiksystem, nicht aber der Algebra der Logik Booles. Es hat eine Kontroverse über die Frage gegeben, wie gut Frege Leibniz gekannt habe. Günther Patzig (*1969*) gestand Frege nur rudimentäre Kenntnisse Leibnizscher Texte zu, während Eike-Henner Kluge (*1977*) dagegenhielt, daß Frege die damals zugänglichen Editionen eingehend zur Kenntnis genommen habe. Diese Kontroverse ist kaum entscheidbar, zumal zunächst eine Klärung herbeigeführt werden müßte, was unter „eingehenden Kenntnissen“ zu verstehen ist. Es ist nicht zu zweifeln, daß Frege die einschlägigen Schriften von Leibniz kannte, eine tiefgehende philologische und systematische Auseinandersetzung Freges mit den bei Erdmann und Gerhardt veröffentlichten Leibnizschen Logikfragmenten ist jedoch nicht nachweisbar.

[83] *E* I, 94–97; *GP* VII, 228–235.

[84] *E* I, 98–99; *GP* VII, 221–227.

[85] Frege *1883*, 3. Lenzen zitiert diesen Satz und bedauert (*1984*, 187): „Leider führt Frege keine Textbelege an und präzisiert auch nicht, wie weit seiner Meinung nach Leibniz noch von einer vollständigen Axiomatisierung der Booleschen Algebra entfernt war.“ Er erweckt damit den unzutreffenden Eindruck, als sei die Boolesche Logik eine Boolesche Algebra und als hätten Leibniz, Boole oder Frege eine formale Axiomatisierung der Logik im Hilbertschen Sinne angestrebt, was sicher nicht der Fall war.

Anders als Boole habe Frege nicht eine abstrakte Logik in Formeln darstellen, „sondern einen Inhalt durch geschriebene Zeichen in genauerer und übersichtlicherer Weise zum Ausdruck bringen [wollen], als es durch Worte möglich ist" (Frege *1883*, 1). Er hat damit nicht einen bloßen *calculus ratiocinator* schaffen wollen, sondern eine *lingua characteristica* im Leibnizschen Sinne, wobei er „jene schlussfolgernde Rechnung immerhin als einen nothwendigen Bestandtheil einer Begriffsschrift" anerkennt. Mit Termini wie „leibniz-boolesche rechnende Logik"[86] illustriert Frege die Ähnlichkeiten, die für ihn zwischen den Kalkülen von Leibniz und Boole bestehen.

Für Frege bietet sich die Leibnizsche Art und Weise, eine symbolische Logik zu begründen, „naturgemäss" dar (*1880/81*, 11):

> Wenigstens sind neuere englische und deutsche Mathematiker und Logiker wohl unabhängig von Leibniz auf denselben Gedanken gekommen, freilich, soviel mir bekannt, ohne dabei eine allgemeine Charakteristik im Auge zu haben. Wie sehr sich auch die boolesche Logik durch systematische Durchbildung vor den abgerissenen Andeutungen Leibnizens auszeichnet, so geht sie doch nur in einem Punkte von grundsätzlicher Bedeutung über jene hinaus, nämlich in der Art, wie sie hypothetische und disjunktive Urteile auf kategorische zurückführt.

In der Interpretation der logischen Addition als Disjunktion habe Boole sogar einen Rückschritt gegenüber Leibniz gemacht (11, Anm.). Mit seiner *Begriffsschrift* dagegen habe Frege eine Annäherung an den Leibnizschen Gedanken einer *lingua characteristica* versucht (11), „der sich bei ihm [Leibniz] aufs engste mit dem eines calculus ratiocinator verband" (9).

Frege war also der Ansicht, mit seinem System auf dem Wege zu der von Leibniz geforderten Verknüpfung von *lingua characteristica* und *calculus ratiocinator* gewesen zu sein, die er in der Algebra der Logik vermißte. Sein Interesse galt der Begriffsbildung im Urteilen, wobei die inhaltliche Seite des komplexen Begriffs eindeutig von seiner Struktur unterschieden werden sollte, damit die Art der Zusammensetzung unmittelbar erkannt werden konnte. Demgegenüber habe die Algebra der Logik Booles eine nur eingeschränkte Zielsetzung. Ihr gehe es um die Entwicklung einer Technik, „durch welche logische Aufgaben in systematischer Weise gelöst werden

[86] Frege *1893*, 14. Frege benutzt den Terminus im Zusammenhang mit einer ersten Einführung des Grundgesetzes V. Der Terminus bezeichnet dort eine Logik der Begriffsumfänge.

können" (*1881/82*, 13). Die Erborgung der verwendeten Zeichen aus der Arithmetik habe den Vorteil, daß es zur Lösung der Aufgaben, die Boole im Sinne gehabt habe, nicht notwendig sei, einen neuen Algorithmus zu erlernen, jedoch (ebd.):

> Wer verlangt, dass das Verhältnis der Zeichen mit dem der Sachen in möglichstem Einklange stehe, wird es immer als eine Umkehrung des wahren Sachverhalts empfinden, wenn die Logik von der Arithmetik ihre Zeichen erborgt, die Logik, deren Gegenstand das richtige Denken ist, die Grundlage auch der Arithmetik.

Diese Argumentation verfälscht den Booleschen Ansatz, denn Boole hat ja die Logik nicht arithmetisiert, sondern die Verknüpfungszeichen dem *calculus of operations* entlehnt, einer von der arithmetischen Interpretation abgelösten Algebra. Ähnliches gilt für die Schrödersche Logik, deren Struktur sich aus einer Interpretation der vorgeschalteten absoluten Algebra ergibt. Mit diesen Argumenten ist die Kritik an der Relativität der in der Algebra der Logik verwendeten Strukturzeichen nicht entkräftet. Die Verträglichkeit der algebraisch-logischen Bezeichnungspraxis mit der in der *characteristica universalis* geforderten Eindeutigkeit der Bezeichnung kann zu Recht bezweifelt werden. Eine solche Relativität der Bezeichnung wirkt sich allerdings in geschlossenen Kontexten nicht negativ aus, wird jedoch bei einem Einsatz der Logik für die Begründung von Mathematik und Wissenschaften virulent. Denn wenn eine algebraisch begründete Logik für die Begründung z. B. eines mathematischen Gebietes eingesetzt wird, kann es wegen der Vielzahl von Interpretationsleistungen auf unterschiedlichen Ebenen zu Mehrdeutigkeiten einzelner Zeichen kommen.

Schröder sah dies anders. Inhaltlichen Theorien waren für ihn zwei formale Theorien vorgeschaltet: die Algebra als Theorie der Verknüpfungsoperationen und die Logik als Theorie der Verhältnisse zwischen Begriffen, Aussagen und Relationen. Nur im Bereich der von der arithmetischen Interpretation gelösten Algebra verwendete er der Mathematik entlehnte Zeichen; in der logischen Theorie kamen spezielle Zeichen zum Einsatz. Als wesentliches Hilfsmittel für die Entwicklung einer logischen Charakteristik sah er das Subsumtionszeichen an, durch das in der Begriffslehre das Verhältnis eines Begriffs zu seinen Teilen symbolisiert werden konnte. In der Schröderschen Logik wird also die alte Begriffslehre mit der Subjekt-Prädikat-Struktur des Urteils nicht notwendig aufgehoben, und für Schröder ist wohl gerade dies ein Argument dafür, daß sein Ansatz die Leibnizsche, ebenfalls auf die traditionelle Begriffslehre bezogene Charakteristik repräsentiere, während Freges Logik ausschließlich den *calculus ratiocinator* modifiziere. Daß hier die Perspektiven auf die Logik einander entgegengesetzt waren, was zu den Inkompatibilitäten in den Wertungen führte, wurde wohl nur von Frege klar erkannt.

Die Auseinandersetzung zwischen Frege und Schröder macht aber deutlich, daß es in beiden Logikkonzepten nicht primär um eine Theorie formaler Strukturen ging, sondern um die Verwendung der neuen Logiken im Rahmen einer übergeordneten Zielsetzung für die Begründung von Philosophie und Wissenschaften. Schröder und Frege erkannten die Ähnlichkeiten ihrer Heuristiken zur Leibnizschen allgemeinen Wissenschaft, der Bezug auf Leibniz schuf Identität und Legitimation. Schon lange vor der ernsthaften philologischen Beschäftigung mit der Leibnizschen Logik, die mit Couturats Quellenedition (Leibniz *1903*) ihre Basis erhielt und mit den Untersuchungen von Couturat (*1901*), Lewis (*1918*) und Dürr (*1930*) ihre wichtigen frühen Vertreter fand, wurde Leibniz' Name als synonym für die Legitimation formalwissenschaftlich basierter einheits- oder universalwissenschaftlicher Programme angesehen. Selbst Hilberts formalistische Mathematikbegründung wurde in den Zusammenhang der Leibnizschen allgemeinen Charakteristik gestellt.[87]

[87]So z. B. von Hermann Weyl *1926*.

Kapitel 7

Schluß

7.1 Leibnizrezeption

In dieser Arbeit wurde der Weg nachgezeichnet, auf dem Leibniz' Gedanken zur Logik Eingang in die philosophische und mathematische Logikdiskussion des 19. und 20. Jahrhunderts gefunden haben. Dabei sollte deutlich geworden sein, daß von der Leibnizschen Logik, insbesondere auch in Folge von Louis Couturats Nachlaßedition keine initialisierende Wirkung auf die Entstehung *und* Entwicklung der modernen symbolisch-logischen Systeme ausgegangen ist. Die Rezeption der Leibnizschen Logik wurde schon durch die Edition Johann Eduard Erdmanns (Leibniz *1839/40*) ausgelöst.

Für die *philosophische* Rezeption besaß der Gedanke der *scientia generalis* eine besondere Attraktivität, weil er in die Diskussion um die Rolle der Logik als Wissenschaft eingebracht werden konnte, in der sich zunehmend eine Autonomisierung der Wissenschaftstheorie abzeichnete. Von besonderer Bedeutung für die erst später beginnende *mathematische* Rezeption waren die historischen Darstellungen Friedrich Adolf Trendelenburgs (*1867a,b*), in denen die Rolle der Charakteristik für die Erkenntnis in den Vordergrund gestellt wurde. Die Berufung der Mathematiker auf Leibniz diente der Legitimation für die von ihnen vertretenen Programme zur Begründung der Mathematik. Im Zusammenhang dieser Begründungsprogramme wurden die symbolisch-logischen Systeme formuliert. Sollten dabei Ansprüche vertreten worden sein, mit diesen Systemen an einer Reform der Logik mitzuwirken, so waren diese Ansprüche jedoch gegenüber dem Zweck der Mathematikbegründung sekundär. Sie wirkten sich in der *philosophischen* Logikreformdiskussion der Zeit ohnehin kaum aus, da sie denjenigen Teil der Logik betrafen, der von den Philosophen als keiner tiefergehenden Reform bedürftig angesehen wurde: die formale Logik.

Die symbolisch-logischen Systeme in England und in Deutschland wurden ohne Kenntnis der Leibnizschen Antizipationen entwickelt. Die Leibnizsche Logik gewann damit keinen Einfluß auf die systematische Ausgestaltung der Kalküle. Dieses Ergebnis hat Konsequenzen für die *wirkungs*geschichtliche Einordnung von Leibniz in die Geschichte der Logik. Clarence Irving Lewis und Harold Cooper Langford stellten z. B. in ihrer *Symbolic Logic* fest, daß "George Boole was really the second founder of symbolic logic. His algebra, first presented in 1847, is the basis of the whole development since" (*1932*, 9). Dies hält Wolfgang Lenzen auf Grundlage seines Vergleiches der Booleschen Algebra mit den Leibnizschen algebraischen Kalkülen (*1984*, 203) für ein Fehlurteil, das relativ leicht zu korrigieren sei: „George Boole“ sei durch „G. W. Leibniz“ zu ersetzen und die Jahreszahl „1847“ durch „1686“, das Entstehungsjahr der „Generales Inquisitiones“.[1] Das Urteil von Lewis und Langford ist in der Tat sehr fragwürdig, da die symbolisch-logischen Systeme in Deutschland ja unabhängig von Boole und seiner Algebra der Logik entstanden sind; auch die Lenzensche Modifikation ist freilich unhaltbar, denn auf Leibniz ist in der mathematischen Logikdiskussion des 19. Jahrhunderts nie anders als historisch Bezug genommen worden. Es kann also auch keine Rede davon sein, daß durch die Edition von Erdmann das Leibnizsche Projekt einer universellen Charakteristik und die sich daraus ergebenden logischen Kalküle "a significant role in the history of modern logic" spielten, wie Eric J. Aiton meinte (*1985*, ix), zumindest dann nicht, wenn unter "to play a significant role" ein systematisch relevanter Einfluß gemeint ist.

Es erscheint angebracht, diese These nun noch einmal in Hinblick auf das Zitat zu Beginn der Einleitung der hier vorgelegten Untersuchung zu überprüfen, in dem Heinrich Scholz vom „Neuen Leben“ der Aristotelischen Logik spricht, das mit Leibniz beginne und dessen „schönste Manifestation“ die moderne Logik in der Form der Logistik sei (Scholz *1931*, 48). An späterer Stelle (ebd., 55) behauptet Scholz, daß die Ausführung der Leibnizschen Ideen zur Logik „ein ganz großes Werk für sich geworden sei“, das nun in den drei Bänden der *Principia Mathematica* von Alfred North Whitehead und Bertrand Russell (*1910–1913*, [2]1925–1927)

[1]Lenzen beachtet nicht, daß Lewis und Langford Boole als "the second founder" der symbolischen Logik bezeichnen, während sie die Ehre, "the first serious student of symbolic logic" gewesen zu sein, Leibniz zusprechen (*1932*, 5). Lenzen bezweifelt also, daß Boole überhaupt eine relevante Rolle in der Geschichte der Logik gespielt habe. *Rezeptions*geschichtlich ist Lenzens Auffassung nicht zu rechtfertigen.

vorliege. Wenn die in dieser Arbeit vertretene These stimmt, daß die Leibnizsche Logik keinen systematisch relevanten Einfluß auf die Entwicklung der modernen mathematischen Logik hatte, muß dies insbesondere auf die *Principia Mathematica* zutreffen. Das Gegenteil wäre allerdings durchaus naheliegend, hatte doch Alfred North Whitehead (1861–1947) *1898* einen *Treatise on Universal Algebra* vorgelegt, den er einer "thorough investigation of the various Systems of Symbolic Reasoning allied to ordinary Algebra" gewidmet hatte (*1898*, v). Seine Zielsetzung folgte also durchaus dem Geiste des Leibnizschen Programms. Die Verbindungen Bertrand Russells (1872–1970) zu Leibniz fallen noch stärker ins Auge. In seiner *Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz* (*1900*) hat Russell immerhin die logischen Ursprünge der Leibnizschen Metaphysik aufzuzeigen versucht, dies aber im Sinne einer "reconstruction of the system which Leibniz should have written" (Russell *1900*, 2), wie Leibniz es aber eben nicht selbst vorlegte.

Beispiele für die von Whitehead in seiner *Universal Algebra* untersuchten "Systems of Symbolic Reasoning" sind vor allem Hamiltons Quaternionen, Hermann Günther Graßmanns Ausdehnungslehre und die symbolische Logik Booles. Den Einfluß der genannten Autoren bestätigt Whitehead in den "Autobiographical Notes", die er dem seiner Philosophie gewidmeten Band in Paul Arthur Schilpps *Library of Living Philosophers* (Schilpp [Hg.] *1941*) beigegeben hat. "My whole subsequent work on Mathematical Logic", so schreibt er dort, "is derived from these sources" (Whitehead *1941*, 9). Inwieweit Leibniz' geometrischer Kalkül über die Graßmannsche Ausdehnungslehre wirkte, die Whitehead extensiv herangezogen hat, läßt sich nicht entscheiden.[2] Er bemerkt jedenfalls: "My knowledge of Leibniz's investigations [über Logik] was entirely based on L. Couturat's book, *La logique de Leibniz*, published in 1901" (10). Whitehead konnte also erst nach Abschluß seiner universal-algebraischen Studien deren Verbindung zu Leibniz herstellen. Sollte ein Einfluß von Leibniz vorgelegen haben, so kann dieser nicht in einer die Forschung beeinflussenden Eingebung gelegen haben. Dafür war Whitehead in der Formierung seiner Forschungsinteressen schon zu weit fortgeschritten. Auch Whitehead wird aber die Kongruenz seiner Ansichten mit vielen der Leibnizschen Visionen bemerkt haben.[3]

[2]Vgl. Whiteheads "Note on Grassmann" (*1898*, 573–575).

[3]Für einen Vergleich der Whiteheadschen *Universal Algebra* mit der Leibnizschen Logik siehe Lowe *1941*, 18–21; vgl. auch Lowe *1985*, 134.

Bertrand Russell war ohne Zweifel ein profunder Kenner der Leibnizschen Philosophie. Seine intensive Beschäftigung mit Leibniz beginnt 1898,[4] an einer Schnittstelle seiner intellektuellen Entwicklung, als er sich nämlich vom britischen Neo-Hegelianismus abwendete und zum Realisten wurde. "I was at this time beginning", so schreibt er in seiner Autobiographie, "to emerge from the bath of German idealism in which I had been plunged by [John McTaggart Ellis] McTaggart and [George Frederick] Stout" [Russell *1967*, 134]. Er war seinerzeit vor allem an den logischen Aspekten des Realismus interessiert: an der Realität von Relationen und an den unheilvollen Auswirkungen der Ansicht, daß alle Aussagen eine Subjekt-Prädikat-Struktur hätten, auf die Metaphysik (*1967*, 135). In dieser Situation sei er eher zufällig auf ein Studium der Leibnizschen Philosophie geführt worden, als er nämlich in Cambridge eine Vorlesung über Leibniz habe halten müssen. Bei seiner Auseinandersetzung mit Leibniz habe er dann das Glück gehabt "to exemplify the new views on logic to which, largely under [George Edward] Moore's guidance, I had been led" (Russell *1967*, 135). Seine kritische Darstellung der Leibnizschen Philosophie (*1900*) veröffentlichte Russell, während Louis Couturat noch an seiner Untersuchung zur Leibnizschen Logik (*1901*) und an der Edition der Leibnizschen Fragmente (Leibniz *1903*) arbeitete. Mit Couturat stand Russell im Briefwechsel, dessen Leibnizarbeiten hatten jedoch keinen Einfluß auf die Entwicklung von Russells eigener Deutung des Leibnizschen Werkes, zumal Russell damals auch nicht am Logikkalkül, wie er von Couturat vertreten wurde und wie Russell ihn bei Leibniz hätte finden können, interessiert war.[5] Über seine Aufnahme der Edition der Leibnizschen Logikfragmente schreibt Russell:

> I was naturally pleased, as it [die Edition von Couturat] afforded documentary evidence for the interpretation of Leibniz which I had adopted in my book about him on grounds that, without Couturat's work, would have remained inadequate.[6]

[4]Eine Dokumentation der Auseinandersetzung Russells mit Leibniz, insbesondere zur Entstehungsgeschichte seines Leibnizbuches bringt O'Briant *1979*; vgl. auch Monk *1996*, 118–125.

[5]Zum Briefwechsel zwischen Couturat und Russell vgl. A.-F. Schmidt *1983*; O'Briant *1979*. O'Briant diskutiert auch die Differenzen in den Leibnizauffassungen von Couturat und Russell.

[6]Russell *1967*, 134. Vgl. auch das Vorwort zur 2. Aufl. ("new edition") der *Critical Exposition* (*1900*, [2]1937, v–ix).

Selbst wenn man berücksichtigt, daß Russells spätere symbolische Logik in besonderer Weise von den Arbeiten des italienischen Mathematikers, Logikers und Universalsprachlers Giuseppe Peano (1858–1932) beeinflußt war, der sich selbst gerne in die Leibnizsche Tradition stellte,[7] scheint es bei dieser Sachlage nicht einmal zuzutreffen, daß die Leibnizsche Idee der *scientia generalis* als „Inspiration" hinter dem Denken Bertrand Russells gestanden hat, wie dies der Kritische Rationalist Hans Albert vermutet (*1991*, 56, Anm. 31). Russell fand lediglich einige seiner unabhängig gefundenen Ideen bei Leibniz bestätigt, wodurch sie natürlich an Gewicht gewannen. Die Bestätigung gab ihm das Gefühl, Mitglied einer zeitlosen Gemeinschaft von Philosophen zu sein, die ihn vor der Einsamkeit des Gelehrten bewahrte. So schrieb Russell am 18. Februar 1906 an Lucy Martin Donnelly (Russell *1967*, 183*f.*):

> And another thing I greatly value is the kind of communion with past and future discoverers. I often have imaginary conversations with Leibniz, in which I tell him how fruitful his ideas have proved, and how much more beautiful the result is than he could have foreseen; and in moments of self-confidence, I imagine students hereafter having similar thoughts about me. There is a "communion of philosophers" as well as a "communion of saints", and it is largely that that keeps me from feeling lonely.

Die zitierten Stellen zeigen, wie Whitehead und Russell zur Kenntnis der Leibnizschen Logik gelangt sind. Bei beiden erfolgte dies zu einer Zeit, als die symbolische Logik bei Frege, Schröder und Peano einen solchen Entwicklungsstand erreicht hatte, daß eine systematisch befruchtende Wirkung von der Leibnizschen Logik nicht mehr ausgehen konnte. Folgerichtig schließen Whiteheads und Russells *Principia Mathematica* nicht an Leibniz an, sondern fußen auf den seinerzeit etablierten symbolischen Logiken, insbesondere auf den Systemen von Frege und Peano. Vor diesem Hintergrund ist es verständlich, daß der Name Leibnizens in den *Principia Mathematica* nicht einmal erwähnt wird. Andererseits konnte aber das in den *Principia Mathematica* entwickelte Instrumentarium auf eine Analyse der Leibnizschen Logik angewendet werden. Solche Analysen führten auf neue Einsichten in die Genialität der Leibnizschen Antizipationen.

[7]Es war dies aber die Tradition des geometrischen Kalküls. Zur kontextuellen Einordnung von Peanos Mathematik und Logik vgl. Segre *1994*, zur Logik insbesondere 251–265.

7.2 Entstehung der symbolischen Logik in Deutschland und England

Die Entstehung und Entwicklung der algebraisch-logischen Systeme in England und Deutschland kann als zunächst *unbewußte*, erst nachträglich bewußt gemachte Aufnahme des Leibnizschen Programms angesehen werden. Während in England der Schwerpunkt des Interesses an Leibniz auf dem Gedanken eines *calculus ratiocinator* lag, wurde in Deutschland die *lingua characteristica* besonders hervorgehoben. In den Logiken von Ernst Schröder und, unter deutlicher Akzentverschiebung, auch von Gottlob Frege verbanden sich beide Aspekte zu universalwissenschaftlichen Programmen, die der Leibnizschen *scientia generalis* ähnelten, zumindest im Falle von Schröder aber ohne jede Kenntnis der Leibnizschen Schriften konzipiert wurden.

Die Entwicklung der neuen Logiken durch Mathematiker war eingebettet in einen Prozeß der Erweiterung des Mathematikbegriffs. Der traditionell als Lehre der Größe und des Maßes verstandenen Mathematik wurde eine formale Theorie der Verknüpfungen vorgeschaltet. Daß diese vorgeschaltete Theorie als Algebra zur Mathematik gerechnet wurde und sich alternative Benennungen wie "Calculus of Symbols" nicht durchsetzen konnten, ist dem eher kontingenten Faktum zuzurechnen, daß sie von Mathematikern entwickelt und vor allem in der Mathematik eingesetzt wurde. Die abstrakten Algebren ermöglichten die Abkehr von anschaulichen und konstruktiven Begründungsverfahren in Geometrie und Arithmetik, die gleichwohl noch den Ausgangspunkt der Begründungsleistungen darstellten.

Verknüpfungsoperationen wurden meist an über geistige Akte oder Setzungen konstituierten Objekten vorgenommen, von deren Natur auf Grund des Postulats von Permanenzprinzipien abstrahiert werden konnte. Eine Übertragung dieser Verknüpfungstheorien auf die Logik lag nahe, denn die Logik war ja im Rahmen der traditionellen normativen Konzepte für die Bestimmung der Regeln, nach denen das Denken abzulaufen hatte, zuständig. Daraus ergab sich eine Verbindung zwischen algebraischer Strukturtheorie und Logik. Die Verknüpfungstheorien betrafen die Strukturen gedeuteter oder deutbarer Gegenstandsbereiche, von denen die Logik den allgemeinsten Bereich abdeckte, während die mathematischen Disziplinen Bereiche spezialisierter Deutungen waren. Die neue Algebra

eröffnete den Weg zu einer Änderung im Begriff des Formalen. Formales Vorgehen hieß nun nicht mehr lediglich Absehen von der Interpretation der Individuenvariablen, sondern auch Absehen von jeder möglichen Interpretation. Formales Vorgehen wird damit zum syntaktischen Vorgehen nach gesetzten Regeln. Interpretationsleistungen werden im Rahmen einer hinzugesetzten Semantik erbracht. In der Schröderschen Logikkonzeption liegen die eigentlich logischen Aufgaben in diesem semantischen Gebiet.

Die hier angesprochenen Änderungen in der mathematischen Ontologie wurden von den meisten Philosophen trotz ihrer in der nach-Hegelschen Zeit wieder wachsenden Wertschätzung für Mathematik und positive Wissenschaften nicht nachvollzogen. Indem sie die Mathematisierung der Logik kritisierten, ohne die Hintergründe zu verstehen, leisteten sie der Herauslösung der mathematisierten formalen Logik aus dem Kompetenzbereich der Philosophie und ihrer Einbindung in den der Mathematik Vorschub. Noch im Jahr 1900 konnte der gelernte Mathematiker Edmund Husserl in seinen *Logischen Untersuchungen* gegen seine philosophischen Fachkollegen schreiben (*1900*, § 71, 252*f.*):

> Nur wer die Mathematik als moderne Wissenschaft, zumal die formale Mathematik, nicht kennt und sie bloß an *Euklid* und *Adam Riese* mißt, kann noch an dem allgemeinen Vorurteil haften bleiben, als ob das Wesen des Mathematischen in Zahl und Quantität läge. Nicht der Mathematiker, sondern der Philosoph überschreitet seine natürliche Rechtssphäre, wenn er sich gegen die „mathematisierenden" Theorien der Logik wehrt und seine vorläufigen Pflegekinder nicht ihren natürlichen Eltern übergeben will. Die Geringschätzung, mit welcher die philosophischen Logiker über die mathematischen Theorien der Schlüsse zu sprechen lieben, ändert nichts daran, daß die mathematische Form der Behandlung bei diesen, wie bei allen streng entwickelten Theorien (man muß dies Wort allerdings auch im echten Sinne nehmen) die einzig wissenschaftliche ist, die einzige, welche systematische Geschlossenheit und Vollendung, welche Übersicht über alle möglichen Fragen und die möglichen Formen ihrer Lösung bietet.

7.3 Neueinschätzung der Algebra der Logik

Es ist üblich geworden, die Entwicklung der symbolischen Logik im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert als Konkurrenzkampf zweier antagonistischer Logikkonzeptionen darzustellen: als Kampf zwischen der Algebra der Logik und dem Logizismus. Als prototypisch mögen die Ausführungen Gottfried Gabriels in seiner Einleitung zur Neuausgabe der Lotzeschen *Logik* herangezogen werden (Gabriel *1989a*, XXI*f*.):

> Während die Algebra der Logik eine mathematische (arithmetische) Behandlung der Logik darstellt und von Boole auch ausdrücklich so verstanden wird, sehen Lotze und Frege die Dinge gerade umgekehrt. [...] [Frege hat] also nicht etwa eine Mathematisierung der Logik, sondern ganz im Sinne Lotzes eine Logisierung der Mathematik vorgenommen.

Als charakteristisch für Lotzes Auffassung zitiert Gabriel dessen Gedanken, daß die Mathematik „als ein sich für sich selbst fortentwickelnder Zweig der allgemeinen Logik" zu gelten habe (Lotze *1880*, § 18). Sieht man einmal davon ab, daß sich in der Algebra der Logik Schröders eine analoge, vielleicht sogar von Lotze übernommene Stelle findet,[8] wird die plakative Formel „Mathematisierung der Logik vs. Logisierung der Mathematik" dem Wandel in der mathematischen Ontologie jener Zeit nicht gerecht. Die Mathematik, die auf die Logik angewendet wird, ist eine neue Mathematik, im Falle der logisch interpretierten absoluten Algebra ein Boolescher Verband, der heute oft selbst zur Logik gezählt wird.

Der Vorbehalt, die Wandlungen in den Begriffen von Logik und Mathematik nicht hinreichend zu berücksichtigen, läßt sich auch gegen zahlreiche der vorliegenden Versuche zur positiven Charakterisierung der Algebra der Logik wenden. Als Grundlage der Algebra der Logik wird nämlich der Ansatz verstanden, „Gesetze der Logik in die Form von Gleichungen zu kleiden, welche denjenigen der mathematischen Algebra nachgebildet sind" (Rödding *1971*, 152). Durch „Algebraisierung der Logik" (Guillaume *1985*, 816) sei eine „neue Logik auf algebraischer Grundlage" (Berka/Kreiser *1986*, 23) entstanden. Sybille Krämer hat im Sinne der Standardauffassung formuliert:

[8]Schröder *1898a*, 149: „Als eine vielleicht noch nicht allgemein geteilte persönliche Ansicht möchte ich beiläufig aussprechen, dass mir die reine Mathematik bloss als ein *Zweig* der *Allgemeinen Logik* erscheint."

> Diese Adaption der mathematischen Methode [in der Algebra der Logik] bestand in der Übernahme kalkülisierender Verfahren, so wie sie durch die abstrakte Algebra bereitgestellt wurden. Die Logik mit ihren Verknüpfungen und Schlußfolgerungen wird zu einer speziellen Interpretation der Algebra: in der Algebra der Logik entsteht ein weiterer Zweig am Baume der Mathematik.[9]

Wenn auch Krämers Darstellung der historischen Konsequenzen zuzustimmen ist, so trifft sie dennoch nicht das Charakteristikum der algebraischen Methode. In der Tat ist die Algebra der Logik eine spezielle Interpretation einer Algebra, die Interpretation ist aber von einer „Übernahme kalkülisierender Verfahren" unabhängig. In der Algebra der Logik ist die strukturelle Sicht auf die Logik ausgedrückt, und die Struktur der Logik wird als algebraische Struktur identifiziert.

Es ist sicherlich richtig, daß sich die Einsicht in die algebraische Struktur der Logik als hilfreich für die Lösung logischer Probleme erwiesen hat, wie dies Blanché behauptet,[10] ihm ist aber zu widersprechen, wenn er in der Problemlösung die eigentliche Absicht der Kalküle sieht.[11] Schröder ging es nicht lediglich darum, ein logisches Organon nach mathematischem Modell zu konstituieren,[12] er wollte vielmehr logische Strukturen als algebraische Strukturen rekonstruieren – und zwar im Rahmen einer selbst noch in Entwicklung befindlichen allgemeinen algebraischen Strukturtheorie. Die Schröderschen Beiträge zur Logik sind nur im Zusammenhang mit seinem übergeordneten Ziel der Konstitution einer „absoluten Algebra" zu sehen, womit er wichtige Zielsetzungen der späteren Universellen Algebra und der „modernen" (abstrakten) Algebra antizipierte. Die Algebra der Logik Schröders ist daher zwar als Teil eines logischen Organon konzipiert, jedoch nicht auf die Lösung logischer Probleme restringiert. Sie soll vielmehr als syntaktisches Element einer Universalsprache für die Rekonstruktion formalisierbarer Wissenschaften eingesetzt werden.

[9]Krämer *1988*, 131, in Aufnahme des vorsichtigeren Urteils von Robert Blanché (*1970*, 302): « L'algèbre de la logique apparaît ainsi comme une théorie mathématique particulière qui, comme les autres, se présente sous une forme déductive ».

[10]Blanché *1970*, 302: « La mathématique est ici un auxiliaire, un moyen pour résoudre des problèmes de logique [...] ».

[11]Blanché *1970*, 302: « [...] laquelle est donc la fin visée ».

[12]Blanché *1970*, 302: « Dans l'algèbre de la logique, on se propose de constituer un organon logique sur le modèle des mathématiques. »

Es ist erstaunlich, daß bis heute diese auch für die Bewertung des Schröderschen Lebenswerkes so wichtige Verbindung von Logik und absoluter Algebra weitgehend außer acht gelassen wurde. In den Standardwerken zur Mathematikgeschichte werden z. B. die algebraischen Arbeiten Schröders nicht erwähnt.[13] Ein etwas anderes Bild ergibt sich bei Durchsicht von Werken, die Teilaspekten der historischen Entwicklung der Algebra gewidmet sind. Hans Wussing z. B. hat in seine *Genesis des abstrakten Gruppenbegriffs* (*1969*) Anmerkungen zu zentralen Gesichtspunkten der absoluten Algebra aufgenommen,[14] und Herbert Mehrtens hat in seinem Buch über die *Entstehung der Verbandstheorie* (*1979*) einige ihrer Aspekte ausführlich diskutiert.[15] In Arbeiten zur Geschichte der modernen algebraischen Logik und zur Universellen Algebra wird dagegen nur auf Schröders *Vorlesungen über die Algebra der Logik* Bezug

[13]Dies gilt verständlicherweise für ältere historische Arbeiten wie Felix Kleins *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert* (Tl. 1: Klein *1926*), aber auch für neuere Darstellungen wie Dirk J. Struiks *Concise History of Mathematics* (^{2}*1948*, dt. ^{7}*1980*), Carl B. Boyers *History of Mathematics* (*1968*) – obwohl im Kapitel "The Rise of Abstract Algebra" (620–648) die Zusammenhänge zwischen der Cambridger Symbolical Algebra, den algebraischen Ansätzen Augustus De Morgans und der Algebra der Logik Booles diskutiert werden (bes. 620–636) –, Morris Klines *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (*1972*), wo Schröder weder im Kapitel "The Emergence of Abstract Algebra" (1136–1157) noch anderenorts erwähnt wird, und Jean Dieudonnés *Geschichte der Mathematik* (*1985*), wo lediglich Schröders logische Arbeiten kurz in dem von Marcel Guillaume bearbeiteten Schlußkapitel über „Axiomatik und Logik" behandelt (Guillaume *1985*), seine Antizipationen der abstrakten Algebra aber nicht erwähnt werden (z. B. in dem einschlägigen Kapitel von Guérindon/Dieudonné *1985*). Erstaunlich ist, daß die Schrödersche Algebra auch in Werken übergangen wird, die der Geschichte der Algebra gewidmet sind, wie in van der Waerdens *History of Algebra* (*1985*) und in der von Erhard Scholz herausgegebenen *Geschichte der Algebra* (*1990*), wo der gesamte III. Teil die „Herausbildung der modernen Algebra" betrifft (289–424).

[14]Wussing *1969*, 180: „Schröder hat verschiedentlich die Stellung der Gruppentheorie innerhalb der formalen Begründung der Algebra, der von ihm als ‚absolut' bezeichneten Algebra[,] berührt." Vgl. auch ebd., 223, Anm. 225. Dort betont Wussing, daß sich Schröder „– wenn auch in einer uns völlig fremden Terminologie – des Zusammenhangs seiner ‚absoluten Algebra' mit der Theorie der Permutationsgruppen völlig bewußt" war.

[15]Schröder hat auf diese Weise in die Mathematikgeschichtsschreibung Eingang als Mitbegründer der Verbandstheorie gefunden; vgl. zuletzt Purkert/Wussing *1994*.

genommen.[16] Schröders vereinheitlichende Theorie der absoluten (formalen) Algebra wurde also bis heute weitgehend ignoriert.

7.4 Bewertung der Logikgeschichte des 19. Jahrhunderts

Die wohl einflußreichste Charakterisierung der Entwicklung der Logik zwischen der Französischen Revolution und dem Ersten Weltkrieg hat Ivor Grattan-Guinness *1988* vorgelegt und seither in zahlreichen Vorträgen vertreten. Grattan-Guinness spricht von "two principal streams" (*1988*, 73), die er in der algebraischen Logik und in der mathematischen Logik repräsentiert sieht. Während Boole, Schröder und Peirce die wesentlichen Repräsentanten der algebraischen Strömung seien, sei Peano der Begründer der mathematischen Logik, die in Whiteheads und Russells *Principia Mathematica* (*1910–1913*) ihre wichtigste Ausprägung erhalten habe.[17] Peano habe nicht in der algebraischen Tradition gestanden, sondern in der Linie der mathematischen Analysis von Cauchy über Weierstraß. Grattan-Guinness betont die Disjunktion zwischen beiden Strömungen und verengt damit seinen Blickwinkel. Über Peirce und Schröder schreibt er, daß "neither man drew intimately on mathematical theories, or applied his logic in detail to a branch of mathematics" (*1988*, 75), und verkennt damit, daß genau dieser Anwendungsaspekt zum Programm der Schröderschen Algebra und Logik der Relative gehörte.

Eine Betonung der Gemeinsamkeiten beider Richtungen eröffnet dagegen neue Perspektiven. Auch Peanos logische Studien waren Mittel zum Zweck. Er wollte Hilfsmittel für eine größere Strenge in der Analysis bereitstellen. Auch seine Logik ist damit wie die algebraischen Logiken in den Rahmen eines mathematischen Begründungsprogramms einzuordnen. Ein gemeinsames Charakteristikum aller dieser Logiken des 19. Jahrhunderts ist also die Umarbeitung der vorliegenden aristotelisch-scholastischen formalen Logik zum Zwecke der Mathematikbegründung. Mit dieser ma-

[16]Vgl. z. B. Blok/Pigozzi *1991*; Anellis/Houser *1991*. Der letztgenannte Aufsatz bringt einen bemerkenswerten Überblick über die die Algebra der Logik betreffenden Fehlurteile der Logik- und Mathematikgeschichtsschreibung. Anellis und Houser nehmen allerdings ebenfalls keinen Bezug auf die frühen algebraischen Arbeiten Schröders.

[17]Frege wird wegen der von Grattan-Guinness behaupteten Wirkungslosigkeit nicht berücksichtigt.

thematischen Instrumentalisierung der Logik war zugleich ein Anspruch der Mathematiker auf die Logik verbunden. Grattan-Guinness ignoriert das Spannungsfeld, das sich in diesem Verhältnis zwischen Mathematik und Philosophie aufgetan hatte. Dieses Spannungsfeld erwies sich als konstitutiv für den Fächerumbau in Philosophie und Mathematik und hatte somit einen gehörigen Anteil an der sich im 19. Jahrhundert differenzierende Architektonik dieser Wissenschaften. Die philosophische Logik des 19. Jahrhunderts erscheint auch in der Deutung von Ivor Grattan-Guinness als „schwarzes Loch". Eine der Konsequenzen ist, daß die Frage, warum es gerade Mathematiker waren, die im ausgehenden 19. Jahrhundert für die innovativen Schübe in der Logik sorgten, nicht hinreichend beantwortet werden kann, denn eine Antwort müßte auf die Stellung der formalen Logik im Gefüge der philosophischen Sammeldisziplin Logik eingehen und auf Defizienzen in der philosophischen Behandlung des Gegenstandes rekurrieren. Grattan-Guinness' Haltung ähnelt der Bocheńskis, der ja behauptet hat, daß das Zeitalter „der modernen ‚klassischen' Logik", das er vom 16. bis zum 19. Jahrhundert währen läßt, keine schöpferische Periode gewesen sei, die daher „in einer Problemgeschichte der Logik fast ganz unberücksichtigt bleiben könne" (*1956*, 14). Die „klassische" Logik sei „nur eine dekadente Form unserer Wissenschaft, eine ‚tote' Periode ihrer Entwicklung" (ebd., 20).

Die vorliegende Arbeit sollte gezeigt haben, daß eine solche Haltung dem Verständnis der Entwicklungen nicht zuträglich ist. Die von Bocheński „klassisch" genannte Logik war der Nährboden, auf dem sich die neue Logik entwickeln konnte, und nicht nur die neue Logik, sondern auch Wissenschaftstheorie, Erkenntnistheorie und Psychologie.

Verzeichnisse

1 Siglen

A	Leibniz *1923–*.
Akademie-Ausgabe	Kant *1902–*.
Anal. pr.	Aristoteles, *Analytica priora* (Ausgabe: Aristoteles *1960*).
C	Leibniz *1903*.
CW	Gödel *1986–1990*.
E	Leibniz *1839/40*.
GI	Leibniz' algebraischer Kalkül der „Generales Inquisitiones de Analysi Notionum et Veritatum" (*C*, 356–399).
GM	Leibniz *1849–1863*.
GP	Leibniz *1875–1890*.
Grua	Leibniz *1948*.
Hauptschriften	Leibniz *1904–1906*.
K XIX	Leibniz' algebraischer Kalkül von Fragment XIX der Gerhardtschen Ausgabe der Philosophischen Schriften (*GP* VII, 228-235).
K XX	Leibniz' algebraischer Kalkül von Fragment XX der Gerhardtschen Ausgabe der Philosophischen Schriften (*GP* VII, 228-235).
KrV B	Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, 2. Aufl. (Kant *1787*).
Monadologie	Leibniz' sogenannte Monadologie, *GP* VI, 607-623.
PM	*Principia Mathematica* (Whitehead/Russell *1910–1913*, [2]*1925–1927*).

2 Symbole

A, B, C, ...	Bestimmte Begriffe (Leibniz in *GI*, *K XIX*, *K XX*) — 47,
	Subjekte, Prädikate (Ploucquet) — 106,
	Begriffsumfänge (Drobisch) — 158,
	Terme (Jevons) — 219.
a, b, c, ...	Termini (Leibniz, „Addenda") — 44,
	gegebene Begriffe (Lambert, „Sechs Versuche") — 89,
	Teile von Begriffsumfängen (Drobisch) — 158,
	negierte Terme (Jevons) — 219,
	beliebige Größen (R. Graßmann) — 249.
e	Einheit (H. G. Graßmann) — 245,
	Element, „Stift" (R. Graßmann) — 249.
i, j	allgemeine Elemente eines Denkbereichs (Schröder, *Vorlesungen*, Bd. 3 — 276,
M, N, ...	Unbestimmte Begriffe (Leibniz, *GI*, *K XIX*, *K XX*) — 49.
n, m, l, ...	unbestimmte Begriffe (Lambert, „Sechs Versuche") — 89.
v	Auswahlsymbol für die Darstellung der Partikularität (Boole, *Mathematical Analysis*) — 203,
	"indefinite class symbol" (Boole, *Laws of Thought*) — 209.
X	Umfang eines unbestimmten Begriffs (Drobisch) — 181.
Y	unbestimmter Begriff (Leibniz, *GI*) — 47.
x, y, z	unbekannte Begriffe (Lambert, „Sechs Versuche") — 89,
	Auswahloperationen (Boole, *Mathematical Analysis*) — 201,
	Denkgegenstände (Boole, *Laws of Thought* — 206.
X, Y, Z	Klassen und in Klassen enthaltene Individuen (Boole, *Mathematical Analysis*) — 201.
α	metaphysisches Merkmal (Lambert, „Sechs Versuche") — 91.
γ	Geschlecht eines Begriffs (Lambert, „Sechs Versuche") — 90.
δ	spezifischer Unterschied eines Begriffs (Lambert, „Sechs Versuche") — 90.

0	„Nihil" (Leibniz in *K XIX* und *K XX*) — 50,
	„Nichts" (Boole, R. Graßmann, Schröder) — 203, 250, 269,
	das Nicht-Existente (Jevons) — 219,
	niedrigster Begriff (R. Graßmann) — 250.
1	Universum (Boole), „All" (Schröder) — 202, 269.
T	Totalität (R. Graßmann) — 250.
π, ς	Symbole für Operationen (Gregory, Boole im "Calculus of Operations") — 199.
$\frown$	allgemeine direkte Verknüpfung (H. G. Graßmann) — 245.
$\stackrel{\frown}{\frown}$	zweite allgemeine direkte Verknüpfung (H. G. Graßmann) — 245.
$\smile$	inverse allgemeine Verknüpfung (H. G. Graßmann) — 245.
$\circ$	allgemeine Verknüpfung (R. Graßmann) — 249.
Θ	„thetische" Verknüpfung (Hankel) — 254.
λ	„lytische" Verknüpfung (Hankel) — 254.
$.$	symbolische Multiplikation (Schröder, *Lehrbuch*) — 259.
$:$	Messung (Schröder, *Lehrbuch*) — 260,
	Relator „von" (Schröder, *Vorlesungen*, Bd. 3) — 276.
$\frac{a}{b}$	Teilung (Schröder, *Lehrbuch*) — 260.
$\oplus$	direkte Verknüpfungsoperation (Leibniz, *K XX*). „$A \oplus N \,\dot{\infty}\, B$" steht für „$A$ est in B" — 52.
$+$	„Zusammennehmen" (Leibniz in *GI*, *K XIX*) — 49,
	„Zusetzung" (Lambert, „Sechs Versuche") — 89,
	Summenoperation für Begriffsumfänge (Drobisch) — 158,
	Disjunktion (Boole) — 207,
	„Fügung", logische Addition (R. Graßmann) — 249,
	Adjunktion (Schröder, *Vorlesungen*) — 270.
$\cdot\vert\cdot$	Adjunktion (Jevons) — 219.
$-$	Inverse Verknüpfungsoperation, Abstraktion (Leibniz, *K XIX*) — 49,
	„Absonderung" (Lambert, „Sechs Versuche") — 89,
	zusprechende Kopula (Ploucquet) — 106,

	Differenzoperation für Begriffsumfänge (Drobisch) — 158.
$\cdot$	Merkmalsmultiplikation (Leibniz im arithmetischen Kalkül) — 43,
	Konjunktor (Boole, Schröder) — 202, 206, 270,
	„Webung“, logische Multiplikation (R. Graßmann) — 249.
$\times$	„Gegenteil“ (Lambert, „Sechs Versuche“) — 89.
$\neg$	Negator, „non“ (Leibniz in „Addenda“, *GI*: „non-“) — 44, 47.
a_{l}	Negat von *a* (Schröder, *Vorlesungen*, Bde. 1, 2) — 272.
$\overline{a}$	Negat von *a* (R. Graßmann; Schröder, *Vorlesungen*, Bd. 3) — 250, 277.
$\wedge$	Konjunktor, „et“ — 43, 47.
$\vee$	Adjunktor, „vel“ — 43, 44, 47.
$\rightarrow$	Subjunktor, „sub“. Auch in Leibniz, *GI*, dort „est“ — 48.
$\prec$	Implikation (Leibniz „Ergo“; in *GI*: „Si ..., ...“) — 45, 48.
O	„omnes“ (Ploucquet) — 104.
Q	„quiddam“ (Ploucquet) — 104.
N	„nullus“ (Ploucquet) — 104.
$\bigwedge_x$	Allquantor. Symbolisiert auch unbestimmte Individualbegriffe im Leibnizschen arithmetischen Kalkül (dort: „qui“) — 45.
$\sum$	Summe, Einsquantor (Schröder) — 276.
$\prod$	Produkt, Allquantor (Schröder) — 276.
$\subset$	Enthaltenseinsrelation. $A \subset B$ steht für „A est in B“ (Leibniz, *K XIX*, *K XX*) — 50.
$>$	„Allgemeinheit“ (Lambert, „Sechs Versuche“) — 89,
	absprechende Kopula (Ploucquet) — 104,
	Überordnung von Begriffen (R. Graßmann) — 250.
$<$	„das Besondere“ (Lambert, „Sechs Versuche“) — 89,
	Enthaltenseinsrelation (Drobisch) — 158,
	Unterordnung von Begriffen (R. Graßmann) — 250.
$\leq$	Gleichheit oder Unterordnung von Begriffen, „Einordnung“ (R. Graßmann) — 250.
$\angle$	Einordnung in der Urteilslehre (R. Graßmann) — 250.

⋲	Subsumtion (Schröder) — 75, 269.
⋺	Superordination (Schröder, *Lehrbuch*) — 262.
⋹	Subordination (Schröder, *Lehrbuch*) — 263.
⋲⋺	Koordination (Schröder, *Lehrbuch*) — 263.
$(=)$	Korrelation (Schröder, *Lehrbuch*) — 263.
$\prec$	„Illation“, Begriffs-, Aussagen-Subsumtion (Peirce) — 264.
$=$	Gleichheit, Koinzidenz (Leibniz in *GI*) — 38, 45, 47,
	„Gleichgültigkeit“ (Lambert, „Sechs Versuche“) — 89.
$\neq$	Ungleichheit (Leibniz: „non est“, „non coincidunt“) — 43, 45.
∞	Leibniz für Koinzidenz in *K XIX*, *K XX* — 49.
$\propto$	Leibniz für Koinzidenz in „Difficultates quaedam logicae“ (*GP* VII, 211–217) — 49.
$\not\infty$	Verschiedenheit (Leibniz in *K XIX*: „non ∞“) — 49.
$\gtrless$	Ungleichheit (R. Graßmann) — 249.
$\sim$	Kopula (Lambert, „Sechs Versuche“) — 89,
	Gleichmächtigkeitsrelation (Schröder) — 280.
$\longleftrightarrow$	Zuordnungsrelator — 43.
ꝏ	unbestimmte Relation (Jevons) — 220.
::	Zuordnungsrelator „von“. In $i = \alpha :: c$ stellt α die zwischen i und c bestehende Relation dar (Lambert) — 91.
;	relative Multiplikation (Schröder, Peirce) — 277.
$\breve{a}$	Konverse von *a* (Schröder) — 278.
1’	relativer Modul (Schröder) — 277.
0’	relativer Modul (Schröder) — 277.
╪	relative Addition (Schröder) — 277.
$x\mathrm{R}y$	x steht in der Relation R zu y (*PM*) — 91.
R‘y	dasjenige, das in der Relation R zu y steht; “description” (*PM*) — 91.
$\phi\hat{x}$	Aussagefunktion, “propositional function” (*PM*) — 91.
$(\imath x)(\phi\hat{x})$	dasjenige x, das die Aussagefunktion $\phi\hat{x}$ erfüllt — 91.
$\mid$	Teilungsrelation, „teilt“ — 43.
$\nmid$	Negierte Teilungsrelation, „teilt nicht“ — 43.

Punkte über Operatoren bezeichnen den Knüpfungsgrad; Punkte auf der Linie bezeichnen den Wirkungsbereich von Negation und Quantoren.

3 Literatur

A. H. [Andrew Searle HART (?)] *1848* "On the Principles of Algebra, as a System of General Reasoning; with a Sketch of its Recent Progress, and a Reference to Some Recent Papers in the 'Mechanics' Magazine'", *The Mechanics' Magazine, Museum, Register, Journal, and Gazette* **49**, 293–297, 317–320, 346–348, 374–377, 392–397.

AITON, Eric J. *1985 Leibniz. A Biography*, Adam Hilger: Bristol/Boston.

— *1991 Gottfried Wilhelm Leibniz. Eine Biographie*, aus dem Englischen übertragen v. Christiana Goldmann/Christa Krüger, Insel Verlag: Frankfurt/Leipzig; Übers. v. Aiton *1985*.

ALBERT, Hans *1991 Traktat über kritische Vernunft*, 5. verb. u. erw. Aufl., J. C. B. Mohr (Paul Siebeck: Tübingen (= *Uni-Taschenbücher*; 1609).

ALBRECHT, Michael *1994 Eklektik. Eine Begriffsgeschichte mit Hinweisen auf die Philosophie- und Wissenschaftsgeschichte*, frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Quaestiones*; 5).

ALDRICH, Henry *1849 Artis logicæ rudimenta*, hg. v. Henry L. Mansel, William Graham: Oxford/Whittaker and Co.: London.

ALLIHN, Friedrich Heinrich Theodor *1861* „Ueber das Leben und die Schriften J. F. Herbart's, nebst einer Zusammenstellung der Literatur seiner Schule", *Zeitschrift für exacte Philosophie* **1**, 44–99.

ANELLIS, Irving H. *1995* "Studies in the Nineteenth-Century History of Algebraic Logic and Universal Algebra: A Secondary Bibliography", *Modern Logic* **5**, 1–120.

ANELLIS, Irving H. / HOUSER, Nathan *1991* "The Nineteenth Century Roots of Algebraic Logic and Universal Algebra", in: H. Andréka/J.D. Monk/I. Németi (Hgg.), *Algebraic Logic*, North Holland: Amsterdam/Oxford/New York (= *Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai*; 54), 1–36.

ANER, Carl *1909 Gottfried Ploucquets Leben und Schriften*, Niemeyer: Halle a. S. (= *Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte*; 33); zugl. Diss. Bonn 1909.

ARISTOTELES *1960 Aristotelis opera ex recensione Immanuelis Bekkeri edidit Academia Regia Borussica. Editio altera*, hg. v. Olof Gigon, Bd. 1, W. de Gruyter: Berlin.

— *1922 Lehre vom Schluß oder Erste Analytik (Organon III)*, übers. u. mit Anmerkungen versehen v. Eugen Rolfes, Felix Meiner: Hamburg; mit einer Einleitung v. Hans Günter Zekl, ³1992 (= *Philosophische Bibliothek*; 10).

ARNAULD, Antoine / NICOLE, Pierre *1662* Anon., *La Logique ou l'Art de Penser contenant, outre les règles communes, plusieurs observations nouvelles, propres à former le jugement*, Charles Savreux: Paris; Ausgabe letzter Hand 6. Aufl., Abraham Wolfgang: Amsterdam 1685; kritische Ausgabe Arnauld/Nicole *1981*; deutsche Ausgabe Arnauld/Nicole *1994*.

— *1981 La logique ou l'art de penser contenant, outre les règles communes, plusieurs observations nouvelles, propres à former le jugement. Édition critique*, hg. v. Pierre Clair et François Girbal, 2. Aufl., J. Vrin: Paris (= *Bibliothèque des textes philosophiques*).

— *1994 Die Logik oder die Kunst des Denkens*, aus dem Französischen übersetzt und eingeleitet v. Christos Axelos, 2. Aufl., Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt (= *Bibliothek klassischer Texte*).

ARNDT, Hans Werner *1965a Christian Wolffs Stellung zur „Ars characteristica combinatoria"*, Edizioni di «Filosofia»: Torino (= *Studi e Ricerche di Storia della Filosofia*; 71).

— *1965b* „Einführung", in: Wolff *1713*, Neuausgabe, 7–102.

— *1965c* „Einleitung", in: Lambert *1965–69*, Bd. 1, V–XXXVIII.

— *1965d* „Einleitung", in: Lambert *1965–69*, Bd. 3, V–XXVI.

— *1967* „Einleitung", in: Lambert *1965–69*, Bd. 6, 1–14.

— *1971 Methodo scientifica pertractatum. Mos geometricus und Kalkülbegriff in der philosophischen Theorienbildung des 17. und 18. Jahrhunderts*, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Quellen und Studien zur Philosophie*; 4).

— *1980* „Vorwort zu den in diesem Band zusammengefaßten Biographien zu Christian Wolff", in: Wolff *1980*, 1–17.

ARNSPERGER, Walther *1897 Christian Wolff's Verhältnis zu Leibniz. Habilitationsschrift*, Emil Felber: Weimar.

ASPRAY, William / KITCHER, Philip (Hgg.) *1988 History and Philosophy of Modern Mathematics*, University of Minnesota Press: Minneapolis (= *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*; 11).

BABBAGE, Charles *1864 Passages from the Life of a Philosopher*, Longman, Green, Longman, Roberts, & Green: London; Repr. Gregg: Westmead 1969, Neuausgabe Babbage *1994*.

— *1994 Passages from the Life of a Philosopher*, hg. v. Martin Campbell-Kelly, William Pickering: London.

BACON, Francis *1858–1874* *The Works of Francis Bacon*, hg. v. James Spedding / Robert Leslie Ellis / Douglas Denon Heath, 14 Bde., Longman & Co. u. a.: London; Repr. Friedrich Frommann Verlag Günther Holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt 1963.

— *1858* „Novum Organum sive indicia vera de interpretatione naturae“, in: Bacon *1858–1874*, Bd. 1, 149–365.

BAENSCH, Otto *1902* *Johann Heinrich Lamberts Philosophie und seine Stellung zu Kant*, J. C. B. Mohr (Paul Siebeck): Tübingen/Leipzig; Repr. Gerstenberg: Hildesheim 1978; zugl. Diss. Straßburg 1902 (gekürzte Fassung im Dissertationsdruck E. Baensch, jun.: Magdeburg 1902).

BAIN, Alexander *1870* *Logic*, 2 Bde., Tl. 1: *Deduction*, Tl. 2: *Induction*, Longmans, Green, & Co.: London; polnische Übersetzung Bain *1878*.

— *1878* *Logika*, 2 Bde., Bd. 1: *Dedukcya*, Bd. 2: *Indukcya*, Skład główny w ksiegarni Gebethnera i Wolffa: Warszawa.

12

BALDAMUS, Wilhelm *1981* „Soziologie der formalen Logik“, in: *Wissenssoziologie*, hg. v. Nico Stehr/Volker Meja, Westdeutscher Verlag: Opladen 1981 (= *Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie*, Sonderheft 20), 464–477.

BALDUS, Richard *1935* „Ernst Schröder“, in: *Badische Biographien*, Tl. 6: *1901–1910*, Carl Winter: Heidelberg, 377–379.

BARELMANN, Nikola *1994* „Zu den autographischen Beständen“, in: Beneke *1994*, 65–78.

BARONE, Francesco *1957* *Logica formale e logica trascendentale*, Bd. 1: *Da Leibniz a Kant*, Edizioni di «Filosofia»: Torino, ^{2}1964.

— *1965* *Logica formale e logica trascendentale*, Bd. 2: *L'algebra della logica*, Edizioni di «Filosofia»: Torino.

— *1966* „Peirce e Schröder“, *Filosofia* **17**, 181–224.

BATÓG, Tadeusz/MURAWSKI, Roman *1996* “Stanisław Piątkiewicz and the Beginnings of Mathematical Logic in Poland”, *Historia Mathematica* **23**, 68–73.

BAUCH, Bruno *1918* „Lotzes Logik und ihre Bedeutung im deutschen Idealismus“, *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus* **1** (1918/19), H. 2, 45–58.

BAUMANN, Julius *1881* „Zum Gedächtniss H. Lotze's“, *Philosophische Monatshefte* **17**, 613–623.

BAUMEISTER, Friedrich Christian *1739* *Vita, Fata et Scripta Christiani Wolfii Philosophi*, Richter: Leipzig/Breslau; Repr. in Wolff *1980*.

BAUMGARTEN, Alexander Gottlieb *1761* *Acroasis logica. In Christianum L. B. de Wolff*, Hemmerde: Halle; Repr. Olms: Hildesheim/New York 1973 (= Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, Abt. III, Bd. 5).

— *1776* *Metaphysik*, ins Deutsche übertragen und hg. v. Georg Friedrich Meier, Hemmerde: Halle, neue Aufl. 1783; lateinische Orginalausgabe: *Metaphysica*, Hemmerde: Halle 1735, ^{3}1750.

BAYNES, Thomas S. *1873* “Mr. Herbert Spencer on Sir Wm. Hamilton and the Quantification of the Predicate”, *Contemporary Review* (April 1873), 796–798.

BEKEMEIER, Bernd *1987* *Martin Ohm (1792–1872): Universitäts- und Schulmathematik in der neuhumanistischen Bildungsreform*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 4).

BELL, Eric Temple *1954* *The Development of Mathematics*, McGraw Hill: New York.

BENEKE, Friedrich Eduard *1832* *Lehrbuch der Logik als Kunstlehre des Denkens*, Ernst Siegfried Mittler: Berlin/Posen/Bromberg.

— *1839* *Syllogismorum analyticorum origines et ordinem naturalem*, Mittler: Berlin.

— *1842* *System der Logik als Kunstlehre des Denkens*, 2 Bde., F. Dümmler: Berlin.

— *1994* *Ungedruckte Briefe*, hg. v. Renato Pettoello/Nikola Barelmann, Scientia: Aalen.

BENSE, Max *1946* *Ueber Leibniz. Leibniz und seine Ideologie. Der geistige Mensch und die Technik*, Karl Rauch Verlag: Jena (= *Zeugnisse europäischen Geistes*; 1).

BENTHAM, George *1827* *An Outline of a New System of Logic. With a Critical Examination of Dr. Whately's “Elements of Logic”*, Hunt and Clark: London; Repr. Thoemmes: Bristol 1990.

BERKA, Karel / KREISER, Lothar *1983* *Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, 4., gegenüber der 3., erweiterten, durchgesehene Aufl., Akademie-Verlag: Berlin.

BILLER, Gerhard *1986* „Die Wolff-Diskussion 1800 bis 1985. Eine Bibliographie“, in: Schneiders (Hg.) *1986*, 321–346.

BIRKHOFF, Garrett *1935* "On the Structure of Abstract Algebra", *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **31**, 433–454.

BISSINGER, Anton *1970 Die Struktur der Gotteserkenntnis. Studien zur Philosophie Christian Wolffs*, Bouvier: Bonn (= *Abhandlungen zur Philosophie, Psychologie und Pädagogik*; 63); zugl. Diss. Tübingen 1968.

BLANCHÉ, Robert *1970 La Logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin: Paris (= *Collection U*).

BLOK, W. J. / PIGOZZI, Dan *1991* "Introduction", *Studia Logica* **50**, 365–374 (Nr. 3/4, Sonderheft "Algebraic Logic").

BOASE, G. C. *1891* "Hart, Sir Andrew Searle", in: *Dictionary of National Biography*, Bd. 25, Smith, Elder, & Co.: London, 56–57.

BOCHEŃSKI, Joseph Maria *1956 Formale Logik*, Alber: Freiburg/München (= *Orbis Academicus*, III, 2), [4]1978.

BODEMANN, Eduard *1889 Der Briefwechsel des Gottfried Wilhelm Leibniz in der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover*, Hahn: Hannover.

— *1895 Die Leibniz-Handschriften der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover*, Hahn: Hannover; Nachdruck Olms: Hildesheim 1966.

BÖK, August Friedrich (Hg.) *1766 Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul Herrn Prof. Ploucquets betreffen, mit neuen Zusäzen*, Frankfurt/Leipzig; Repr. Ploucquet *1970*.

BOLZANO, Bernard *1837 Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und grösstentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter*, hg. v. mehren seiner Freunde, 4 Bde., Seidel: Sulzbach; kritische Ausgabe von Jan Berg im Rahmen der *Bernard Bolzano-Gesamtausgabe*, Reihe I: *Schriften*, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt; bisher erschienen Bde. 11.1 (1985); 11.2 (1987); 11.3 (1987); 12.1 (1987); 12.2 (1988); 12.3 (1988); 13.1 (1989); 13.2 (1990); 13.3 (1992); 14.1 (1994).

BONITZ, H. *1872* „Zur Erinnerung an Friedrich Adolf Trendelenburg", *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus dem Jahre 1872*, 1–40.

BOOLE, George *1844* "On a General Method in Analysis", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the Year MDCCCXLIV*, pt. 1, 225–282.

— *1847 The Mathematical Analysis of Logic. Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning*, Macmillan, Barclay, and Macmillan: Cambridge/George Bell: London; Repr. Basil Blackwell: Oxford 1951.

— *1848a* "The Calculus of Logic", *The Cambridge and Dublin Mathematical Journal* **3**, 183–198.

— *1848b* "MM. Boole's Theory of the Mathematical Basis of Logic", *The Mechanics' Magazine, Museum, Register, Journal, and Gazette* **49**, 254–255.

— *1851 The Claims of Science, as Especially Founded in its Relation to Human Nature*, London; Neudruck in Boole *1952*, 187–210.

— *1854 An Investigation of the Laws of Thought, on which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*, Walton & Maberly: London; Repr. Dover: New York o. J. [1958].

— *1952 Studies in Logic and Probabilities*, hg. v. R. Rhees, Watts & Co.: London.

— *1997? Selected Manuscripts on Logic and its Philosophy*, hg. v. Ivor Grattan-Guinness/Gérard Bornet, erscheint bei Birkhäuser: Boston (= *Science Networks. Historical Studies*).

BOOLE, Mary Everest *1905* "Letters to a Reformer's Children", in: Boole, M. E. *1931*, Bd. 3, 1138–1163.

— *1931 Collected Works*, 4 Bde., hg. v. E. M. Cobham, C.W. Daniel: London.

BOREL, Émile Félix Édouard Justin *1898 Leçons sur la théorie des fonctions*, Gauthier-Villars: Paris (= *Collection de monographies sur la théorie des fonctions*).

BORNET, Gérard *1997?* „Der sichtbare Geist — Sprache und Denken in der Philosophie der Logik von George Boole (1815–1864)", erscheint in: *Sprache und Denken*, hg. v. Alex Burri, W. de Gruyter: Berlin.

BORNSTEIN, Paul *1894 Gottfried Ploucquets Erkenntnistheorie und Metaphysik*, Diss. Erlangen; Druck A. W. Hayn's Erben: Potsdam 1898.

BOSWELL, Terry *1991 Quellenkritische Untersuchungen zum Kantischen Logikhandbuch*, Lang: Frankfurt a. M. u. a. (= *Studien zur Philosophie des 18. Jahrhunderts*; 3); zugl. Diss. Trier 1990.

— *1995* "A Note on John Venn as a Collector and Bibliographer of Works on Logic", *History and Philosophy of Logic* **16**, 121–125.

BOURBAKI, Nicolas *1960 Éléments d'histoire des mathématiques*, Hermann: Paris (= *Histoire de la pensée*; 4); dt. Bourbaki *1971*.

— *1971 Elemente der Mathematikgeschichte*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.

BOYER, Carl B. *1968 A History of Mathematics*, John Wiley & Sons: New York/London/Sydney.

BRATUSCHEK, Ernst *1872* „Adolf Trendelenburg", *Philosophische Monatshefte* **8**, 1–14, 305–510; separat Bratuschek *1873*.

— *1873 Adolf Trendelenburg*, Henschel: Berlin.

BRENTANO, Franz *1874 Psychologie vom empirischen Standpunkte*, Duncker & Humblot: Leipzig.

— *1956 Die Lehre vom richtigen Urteil. Nach den Vorlesungen über Logik mit Benützung anderer Manuskripte aus dem Gebiete der Erkenntnistheorie aus dem Nachlaß*, hg. v. Franziska Mayer-Hillebrand, Francke Verlag: Bern.

BRYANT, Sophie *1888* "On the Nature and Functions of a Complete Symbolic Language", *Mind* **13**, 188–207.

— *1901–1902* "The Relation of Mathematics to General Formal Logic", *Proceedings of the Aristotelian Society* n.s. **2**, 105–134.

BUDDE, Johannes Franz *1724 Bedencken über die Wolffianische Philosophie nebst einer historischen Einleitung zur gegenwärtiger* [sic!] *Controversie*, Schmaltzen: Freiburg.

BUEK, Otto *1926* „Gregorius Itelson †", *Kant-Studien* **31**, 428–430.

BUHL, Günter *1966* „Die algebraische Logik im Urteil der Deutschen Philosophie des 19. Jahrhunderts", *Kant-Studien* **57**, 360–372.

BURKHARDT, Hans *1980 Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz*, Philosophia Verlag: München (= *Analytica*).

— *1988* „Bocheńskis Beitrag zur Logikgeschichte", *Philosophie des Rechts, der Politik und der Gesellschaft. Akten des 12. Internationalen Wittgenstein Symposiums 7. bis 14. August 1987, Kirchberg/Wechsel (Österreich)*, Hölder-Pichler-Tempsky: Wien, 304–311.

— *1990* „Jungius, Leibniz und die Logica Nova", in: *Praktische Logik. Traditionen und Tendenzen. 350 Jahre Joachimi Jungii „Logica Hamburgensis". Abhandlungen eines Seminars beim 13. Internationalen Wittgenstein-Symposium Kirchberg am Wechsel 1988*, hg. v. Peter Klein, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Veröffentlichungen der Joachim Jungius-Gesellschaft*; 61), 57–83.

— *1991* „Was macht Leibniz so interessant? Ein Gespräch mit Hans Burkhardt", *Information Philosophie* Nr. 1 (März 1991), 30–37.

CAJORI, Florian *1925* "Leibniz, the Master-Builder of Mathematical Notations", *Isis* **7**, 412–428.

CAMPBELL-KELLY, Martin *1994* "Introduction", in: Babbage *1994*, 7–36.

CAMPO, Mariano *1939 Cristiano Wolff e il razionalismo precritico*, 2 Bde., Società Editrice «Vita e pensiero»: Milano (= *Pubblicazioni dell'Università Cattolica del S. Cuore. Serie prima: Scienze Filosofiche*; 30); Repr. Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. III, Bd. 9, Olms: Hildesheim/New York 1980.

CANNON, Susan Faye *1978 Science in Culture: The Early Victorian Period*, Dawson Scientific History Publications: New York.

CANTOR, Georg *1895* „Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre (Erster Artikel)", *Mathematische Annalen* **46**, 491–512.

CANTOR, Moritz *1879* „Hankel", in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 10, Duncker & Humblot: Berlin, Repr. 1969, 516–519.

— *1880* „Hindenburg", in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 12, Duncker & Humblot: Berlin, Repr. 1969, 456–457.

— *1887* „Ohm", in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 24, Duncker & Humblot: Berlin, Repr. 1970, 203–204.

— *1900–1908 Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, 4 Bde., Bd. 1: *Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr.*, Teubner: Leipzig ^{3}1907, Bd. 2: *Vom Jahre 1200 bis zum Jahre 1668*, ^{2}1900, Bd. 3: *Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758*, ^{2}1901, Bd. 4: *Vom Jahre 1759 bis zum Jahre 1799*, hg. v. Moritz Cantor unter Mitwirkung von V. Bobynin u. a., 1908; Repr. Johnson Reprint: New York/B. G. Teubner Verlagsgesellschaft: Stuttgart 1965 (= *Bibliotheca Mathematica Teubneriana*; 6–9).

CARBONCINI, Sonia/FISTER, Reinhard *1982* „Das Begriffspaar Kanon-Organon. Seine Bedeutung für die Entstehung der kritischen Philosophie Kants", *Archiv für Begriffsgeschichte* **26**, 25–59.

CARNAP, Rudolf *1928 Der logische Aufbau der Welt*, Weltkreis-Verlag: Berlin-Schlachtensee; Meiner: Hamburg ^{3}1966.

— *1929 Abriß der Logistik, mit besonderer Berücksichtigung der Relationstheorie und ihrer Anwendungen*, J. Springer: Wien (= *Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung*; 2).

— *1934 Logische Syntax der Sprache*, Julius Springer: Wien (= *Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung*; 8), ^{2}1968.

CARRUCCIO, Ettore *1964 Mathematics and Logic in History and in Contemporary Thought*, übers. v. Isabel Quigly, Faber and Faber: London 1964.

CASSIRER, Ernst *1902 Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Elwert: Marburg; Olms: Hildesheim ²1962.

— *1929 Philosophie der symbolischen Formen*, 3 Tle., Bruno Cassirer: Berlin 1923–1929, Tl. 3: *Phänomenlogie der Erkenntnis*.

CAUCHY, Augustin-Louis *1821 Cours d'analyse de l'École Royale Polytechnique*, Tl. 1: *Analyse algébrique*, L'Imprimerie Royale: Paris; Neudruck in *Œuvres complètes d'Augustin Cauchy* (2), Bd. 3, Gauthier Villars: Paris 1897.

CAVAILLÈS, Jean *1938 Méthode axiomatique et formalisme. Essai sur le problème du fondement des mathématiques*, Hermann: Paris.

CAYLEY, Arthur *1854* "On the Theory of Groups, as depending on the Symbolic Equation $\Theta^n = 1$ [Tl. 1]", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, ser. 4, **7**, 40–47; Wiederabdruck in: Cayley *1889*, 123–130.

— *1864* "On the Notion and Boundaries of Algebra", *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* **6**, 382–384; Wiederabdruck in: Cayley *1892*, 292–294.

— *1889 The Collected Mathematical Papers*, Bd. 2, Cambridge University Press: Cambridge.

— *1892 The Collected Mathematical Papers*, Bd. 5, University Press: Cambridge.

v. CHRIST, Wilhelm *1889 Gedächtnisrede auf Karl von Prantl gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München am 28. März 1889*, Verlag der k. b. Akademie: München.

CHRISTIE, Thony *1990* "*Nature* as a Source in the History of Logic, 1870–1910", *History and Philosophy of Logic* **11**, 1–3.

CHURCH, Alonzo *1936* "A Bibliography of Symbolic Logic", *The Journal of Symbolic Logic* **1**, 121–218 (incl. Index).

— *1938* "Additions and Corrections to *A Bibliography of Symbolic Logic*", *The Journal of Symbolic Logic* **3**, 178–212 (incl. Indices).

— *1984 A Bibliography of Symbolic Logic (1666–1935). Revised and Expanded Edition*, Association for Symbolic Logic: Urbana, IL. Neuausgabe von Church *1936*, *1939*.

CIAFARDONE, Raffaele *1971* „Il problema della «mathesis universalis» in Lambert“, *Il pensiero* **16**, 171–208.

CLAPARÈDE, Ed. (Hg.) *1905 Congrès International de Philosophie. IIme session tenu à Genève du 4 au 8 Septembre 1904. Rapports et comptes rendus*, Henry Kündig: Genève.

CLARKE, Samuel *1717 A Collection of Papers, Which passed between the late Learned Mr. Leibnitz and Dr. Clarke, In the Years 1715 and 1716. Relating to the Principles of Natural Philosophy and Religion. With an Appendix, to which are added, letters to Dr. Clarke concerning Liberty and Necessity; From a Gentleman of the University of Cambridge: With the Doctors Answers to them. Also Remarcks upon a Book, Entituled, A Philosophical Inquiry concerning Human Liberty. By Samuel Clarke D. D. Rector of St. James' Westminster*, James Knapton: London.

CLOEREN, Hermann-Josef (Hg.) *1971 Philosophie als Sprachkritik im 19. Jahrhundert. Textauswahl I*, Frommann-Holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *problemata*).

COCKLE, James *1848* "Fragment on Logic", *The Mechanics' Magazine, Museum, Register, Journal, and Gazette* **49**, 79.

CONRAD, Elfriede *1994 Kants Logikvorlesungen als neuer Schlüssel zur Architektonik der Kritik der reinen Vernunft. Die Ausarbeitung der Gliederungsentwürfe in den Logikvorlesungen als Auseinandersetzung mit der Tradition*, frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Forschungen und Materialien zur deutschen Aufklärung*; II.9).

CORR, Charles A. *1975* "Christian Wolff and Leibniz", *Journal of the History of Ideas* **36**, 241–262.

CORRY, Leo *1996 Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*, Birkhäuser Verlag: Basel/Boston/Berlin (= *Science Networks. Historical Studies*; 17).

COUTURAT, Louis *1901 La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Alcan: Paris; Repr. Olms: Hildesheim 1961, 1969.

— *1902* «Sur la métaphysique de Leibniz (avec un opuscule inédite)», *Revue de Métaphysique et de Morale* **10**, 1–25; dt. Couturat *1988*.

— *1904* «Logique et Philosophie des Sciences» (= Abschnitt II von «IIme Congrès de Philosophie. — Genève. Comptes rendus critiques», 1007–1116), *Revue de Métaphysique et de Morale* **12**, 1037–1077.

— *1905 L'Algèbre de la logique*, Gauthier-Villars: Paris (= *Scientia. Phys.-mathématique*; 24), ²1914; Repr. der 2. Aufl. Olms: Hildesheim 1965.

— *1988* „Über Leibniz' Metaphysik“, in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 57–80.

COUTURAT, Louis/LEAU, Léopold *1903 Histoire de la langue universelle*, Librairie Hachette: Paris.

CRAPO, Henry H./ROBERTS, Don D. *1969* "Peirce Algebras and the Distributivity Scandal" [Abstract], *The Journal of Symbolic Logic* **34**, 153–154.

CROWE, Michael J. *1985 A History of Vector Analysis. The Evolution of the Idea of a Vectorial System*, Dover: New York; Erstausgabe University of Notre Dame Press: Notre Dame 1967.

CURRY, Haskell B. *1977 Foundations of Mathematical Logic*, Dover Publications: New York.

DALGARNO, George *1661 Ars signorum, vulgo character universalis et lingua philosophica*, Selbstverlag: London; Repr. The Scolar Press: Menston, England 1968 (= *English Linguistics. 1500–1800*; 116).

DARJES, Joachim Georg *1742 Introductio in artem inveniendi seu logicam theoretico-practicam*, Jena.

DATHE, Uwe *1995* „Gottlob Frege und Rudolf Eucken — Gesprächspartner in der Herausbildungsphase der modernen Logik", *History and Philosophy of Logic* **16**, 245–255.

DEDEKIND, Richard *1888 Was sind und was sollen die Zahlen?*, Vieweg: Braunschweig, ^{2}1893, ^{3}1911, Vieweg & Sohn: Braunschweig ^{8}1960.

DEITER, H. *1910* „Johann Friedrich Abeggs Reise zu deutschen Dichtern und Gelehrten im Jahre 1798. Nach Tagebuchblättern mitgeteilt (Schluß)", *Euphorion* **17**, 55–68.

DELBŒUF, Joseph-Remi-Léopold *1860 Prolégomènes philosophiques de la géométrie et solution des postulats suivis de la traduction, par le même, d'une dissertation sur les principes de la géométrie par Fréd. Ueberweg*, Desoer: Liége.

— *1877 Logique algorithmique. Essai sur un système de signes appliqué à la logique, avec une introduction où sont traités les questions générales relatives à l'emploi des notations dans les sciences*, Liége/Bruxelles.

— *1876* « Logique algorithmique. Exposé de la logique déductive au moyen d'un système conventionnel de signe », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* **2**, 225–252, 345–355, 545–595.

DELFOSSE, Heinrich P./KRÄMER, Berthold/REINARDT, Elfriede *1987 Wolff-Index. Stellenindex und Konkordanz zu Christian Wolffs „Deutscher Logik"*, fromman-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Forschungen und Materialien zur deutschen Aufklärung*; Abt. III, Bd. 19).

DE MORGAN, Augustus *1843-1847* "On the Foundations of Algebra", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **7** (1843), 173–187, 287–297, 297–300; **8.2** (1844), 139–142, **8.3** (1847), 241–254.

— *1846* "On the Syllogism I. On the Structure of the Syllogism, and on the Application of the Theory of Probabilities to Questions of Argument and Authority", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **8**, 379–408; Neudruck des ersten Teils in De Morgan *1966*, 1–17.

— *1847 Formal Logic: or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable*, Taylor and Walton: London; Repr. De Morgan *1926*.

— *1850* "On the Syllogism II. On the Symbols of Logic, the Theory of the Syllogism, and in Particular of the Copula", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **9**, 79–127; Neudruck in De Morgan *1966*, 22–68.

— *1858* "On the Syllogism III. And on Logic in General", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **10**, 173–230; Neudruck in De Morgan *1966*, 74–146.

— *1860a* "On the Syllogism IV. And on the Logic of Relations", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **10**, 331–358; Neudruck in De Morgan *1966*, 208–246.

— *1860b* "Logic", in: *English Cyclopædia. A Dictionary of Universal Knowledge*, hg. v. Charles Knight, Abt. 4: *Arts and Sciences*, Bd. 5; auszugweise abgedruckt in De Morgan *1966*, 247–270.

— *1862* "On the Syllogism V. And on Various Points of the Onymatic System", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **10**, 428–487; Neudruck in De Morgan *1966*, 271–345.

— *1926 Formal Logic (1847)*, hg. v. A. E. Taylor, Open Court: London.

— *1966 On the Syllogism and Other Logical Writings*, hg. v. Peter Heath, Routledge & Kegan Paul: London (= *Rare Masterpieces of Philosophy and Science*).

DE MORGAN, Sophia Elizabeth *1882 Memoir of Augustus De Morgan, by his Wife. With Selections from his Letters*, Longmans, Green: London.

DESCARTES, René *1637 Discours de la Methode. Pour bien conduire sa raison, & chercher la verité dans les sciences. Plus la Dioptrique. Les Meteores. Et la Geometrie. Qui sont des essais de cete Methode*, Ian Marie: Leyden; wieder in *Oeuvres de Descartes*, hg. v. Charles Adam/Paul Tannery, Bd. 6: *Discours de la Méthode & Essais*, Léopold Cerf: Paris 1902; Repr. J. Vrin: Paris 1982.

DIAGNE, Souleymane Bachir *1989 Boole 1815–1864. L'oiseau de nuit en plein jour*, Belin: Paris (= *Un savant, une époque*).

DIEUDONNÉ, Jean *1971 Abrégé d'histoire des mathématiques 1700–1900*, 2 Bde., Hermann: Paris; dt. Übersetzung Dieudonné *1985*.

— *1976* « Le développement historique de la notion de groupe », *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique* **28**, 267–311.

— *1985 Geschichte der Mathematik. 1700–1900. Ein Abriß*, Vieweg: Braunschweig/Wiesbaden 1985; frz. Originalausgabe Dieudonné *1971*.

DÍEZ, Amparo / ECHEVERRÍA, Javier / IBARRA, A. (Hgg.) *1990 Structures in Mathematical Theories. Reports of the San Sebastian International Symposium September 25–29, 1990*, Servicio Editorial Universidad del Pais Vasco: Eraudio.

DIPERT, Randall R. *1978 Development and Crisis in Late Boolean Logic: The Deductive Logics of Peirce, Jevons, and Schröder*, Ph. D. Diss. Indiana University.

— *1980* „Ein Karlsruher Pionier der Logik. Ernst Schröders Beitrag zur Logik und den Grundlagen der Mathematik", *Fridericiana. Zeitschrift der Universität Karlsuhe* Nr. 27 (Dezember 1980), 23–44.

— *1991* "The Life and Work of Ernst Schröder", *Modern Logic* **1** (1990/91), 119–139.

DROBISCH, Moritz Wilhelm *1836 Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen. Nebst einem logisch-mathematischen Anhange*, Leopold Voß: Leipzig; 5. Auflage (letzter Hand) Drobisch *1887*.

— *1851 Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen. Mit Rücksicht auf Mathematik und Naturwissenschaften*, 2. völlig umgearb. Aufl., Leopold Voss: Leipzig.

— *1887 Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen. Mit Rücksicht auf Mathematik und Naturwissenschaft*, 5. Aufl., Leopold Voß: Hamburg/Leipzig.

DUBBEY, John M. *1971* "De Morgan, Augustus", *Dictionary of Scientific Biography*, hg. v. Charles Coulston Gillispie, Bd. 6: *Richard Dedekind – Frunicus Maternus*, Charles Scribner's Sons: New York, 35–37.

— *1978 The Mathematical Work of Charles Babbage*, Cambridge University Press: Cambridge u. a.

DUCHESNEAU, François *1993 Leibniz et la méthode de la science*, Presses Universitaires de France: Paris (= *L'interrogation philosophique*).

DÜRR, Karl *1930 Neue Beleuchtung einer Theorie von Leibniz. Grundzüge des Logikkalküls*, Otto Reichl: Darmstadt 1930 (= *Leibniz-Archiv*; 2).

— *1945* „Die Logistik Johann Heinrich Lamberts", in: *Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr. Andreas Speiser*, Orell Füssli Verlag: Zürich, 47–65.

— *1947* „Die mathematische Logik von Leibniz", *Studia Philosophica* **7**, 87–102.

— *1949 Leibniz' Forschungen im Gebiete der Syllogistik*, Walter de Gruyter: Berlin (= *Leibniz zu seinem 300. Geburtstag. 1646–1946*; Lfg. 5).

DUMITRIU, Anton *1977 History of Logic*, 4 Bde., Abacus Press: Tunbridge Wells.

DURAND, Marie-José *1990* « Genèse de l'Algèbre symbolique en Angleterre: une influence possible de J. Locke », *Revue d'histoire des sciences* **43**, 129–180.

EBERHARD, Johann August *1770* E., [Rez. v.] „*G. G. Leibnizii* Opera omnia nunc primum collecta, in Classes distributa, praefationibus et indicibus exornata, studio *Ludovici Dutens*, 4. VI. Tom., Genevae de Tournes 1768", *Allgemeine deutsche Bibliothek* **11** (2), 118–129.

— *1779* „Ueber Lamberts Verdienste um die theoretische Philosophie", in: Lambert *1779*, XII–XX; Wiederabdruck als Eberhard *1787*.

— *1787* „Ueber Lamberts Verdienste um die theoretische Philosophie", in: Lambert *1782/87*, Bd. 2, 331–346.

— *1795* „Gottfried Wilhelm Freyherr von Leibnitz", in: *Pantheon der Deutschen*, 2. Tl., Chemnitz; Repr. in Eberhard/v. Eckhart *1982*.

EBERHARD, Johann August / v. ECKHART, Johann Georg *1982 Leibniz-Biographien*, Olms: Hildesheim/Zürich/New York.

v. EBERSTEIN, Wilhelm Ludwig Gottlob *1794/99 Versuch einer Geschichte der Logik und Metaphysik bey den Deutschen von Leibnitz bis auf gegenwärtige Zeit*, 2 Bde., Ruff: Halle (= *Versuch einer Geschichte der Fortschritte der Philosophie in Deutschland vom Ende des vorigen Jahrhunderts bis auf gegenwärtige Zeit*, hg. v. Johann August Eberhard); Repr. Olms: Hildesheim/Zürich/New York 1985 (= *Documenta Semiotica*, Ser. 6).

v. ECKHART, Johann Georg *1779* „Lebensbeschreibung des Freyherrn von Leibnitz. Ex Autographo", in: Chr. G. v. Murr, *Journal zur Kunstgeschichte und zur allgemeinen Litteratur*, 7. Tl., Nürnberg, 123–231; Repr. in Eberhard/v. Eckhart

1982.

École, Jean *1964* « Cosmologie wolffienne et dynamique leibnizienne », *Les Études philosophiques* n.s., 3–9; wieder in École *1988*, 177–183.

— *1981/82* « Logique formelle et logique de la verité dans la *Philosophia rationalis sive logica* de Christian Wolff », *Filosofia Oggi* **4** (1981), 339–373, **5** (1982), 71–101; wieder in École *1988*, 65–131.

— *1988 Études et documents photographiques sur Wolff*, Olms: Hildesheim/Zürich/New York (= Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. III, Bd. 11).

— *1990 La métaphysique de Christan Wolff*, 2 Bde., Olms: Hildesheim/Zürich/New York (= Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. III, Bde. 12.1–2).

Eickhoff, Hans-Joachim *1982 Interpretation des Leibnizschen Plus-Minus-Kalküls unter Einbeziehung der Privation*, Magisterarbeit an der Phil. Fak. der RWTH Aachen.

Eisenring, Max E. *1942 Johann Heinrich Lambert und die wissenschaftliche Philosophie der Gegenwart*, Diss. ETH Zürich.

Eisler, Rudolf *1910* „Psychologismus", in: Ders., *Wörterbuch der philosophischen Begriffe. Historisch-quellenmäßig bearbeitet*, 3. Aufl., Bd. 2, Mittler und Sohn: Berlin, 1088–1092.

Ellis, Robert Leslie *1845* "Memoir of the Late D. F. Gregory, M. A., Fellow of Trinity College, Cambridge", *The Cambridge Mathematical Journal* **4**, 145–152; Neudruck in Ellis *1863a*, 192–201.

— *1863a The Mathematical and other Writings of Robert Leslie Ellis, M. A.*, hg. v. William Walton, Deighton, Bell, and Co.: Cambridge.

— *1863b* "Notes on Boole's Laws of Thought", in: R. L. Ellis *1863a*, 391–394.

— *1871* "Observations on Boole's 'Laws of Thought'", *Report of the Thirty-Sixth Meeting of the British Association for the Advancement of Science Held at Liverpool in September 1870*, John Murray: London, 12–15.

Engel, Friedrich *1911 Grassmanns Leben. Nebst einem Verzeichnisse der von Grassmann veröffentlichten Schriften und einer Übersicht des handschriftlichen Nachlasses*, B. G. Teubner: Leipzig (= *Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke*, Bd. 3.2).

Engfer, Hans-Jürgen *1982 Philosophie der Analysis. Studien zur Entwicklung philosophischer Analysiskonzeptionen unter dem Einfluß mathematischer Methodenmodelle im 17. und frühen 18. Jahrhundert*, frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Forschungen und Materialien zur deutschen Aufklärung*; II.1).

Englebretsen, George (Hg.) *1987 The New Syllogistic*, Lang: New York u. a. (= *American University Studies*; V.34).

Enoch, Wilhelm *1893* „Franz Brentanos Reform der Logik", *Philosophische Monatshefte* **29**, 433–458.

Enros, Philip C. *1983* "The Analytical Society (1812–1813): Precursor of the Renewal of Cambridge Mathematics", *Historia Mathematica* **10**, 24–47.

Erdmann, Benno *1892 Logik*, Bd. 1: *Logische Elementarlehre*, Niemeyer: Halle.

— *1893* „Johann Eduard Erdmann", *Philosophische Monatshefte* **29**, 219–227.

Erdmann, Johann Eduard *1841 Grundriss der Logik und Metaphysik. Für Vorlesungen*, Johann Friedrich Lippert: Halle.

— *1842 Versuch einer wissenschaftlichen Darstellung der Geschichte der neueren Philosophie*, Bd. 2, Tl. 2: *Leibniz und die Entwicklung des Idealismus vor Kant*, Vogel: Leipzig; Repr. Erdmann *1932*, Bd. 4.

— *1866 Grundriss der Geschichte der Philosophie*, Bd. 2: *Philosophie der Neuzeit*, Hertz: Berlin; ^{2}1870; 4. Aufl., hg. v. Benno Erdmann, Hertz: Berlin 1896.

— *1932 Versuch einer wissenschaftlichen Darstellung der Geschichte der neuern Philosophie. Faksimile-Neudruck der Ausgabe Leipzig 1834–1853 in sieben Bänden. Mit einer Einführung in Johann Eduard Erdmanns Leben und Werke von Hermann Glockner*, 7 Bde., Fr. Frommanns Verlag: Stuttgart; 2. Aufl., frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt 1977.

Erhardt, Simon *1829* „Lambert's Verdienste um die theoretische Philosophie", in: Huber (Hg.) *1829*, separat paginiert.

Eschbach, Achim *1986* „Überlegungen im Anschluß an Georg Jonathan Hollands *Abhandlung über die Mathematik, die allgemeine Zeichenkunst und die Verschiedenheit der Rechnungsarten* von 1764", in: *Geschichte und Geschichtsschreibung der Semiotik. Fallstudien. Akten der 8. Arbeitstagung des Münsteraner Arbeitskreises für Semiotik, Münster 2.–3.10.1985*, hg. v. Klaus D. Dutz/Peter Schmitter, MAkS Publikationen: Münster (= *Materialien zur Geschichte der Sprachwissenschaft und der Semiotik*; 2), 151–162

Euklid *1973 Die Elemente. Buch I–XII*, nach Heibergs Text aus dem Griechischen übersetzt und hg. v. Clemens Thaer, Vieweg & Sohn: Braunschweig/Wissenschaftliche Buchgesellschaft. Darmstadt ^{8}1991 (= *Bibliothek klassischer Texte*).

EULER, Leonard *1748 Introductio in analysin infinitorum. Tomus primus*, Bousquet: Lausanne; wieder in Euler, *Opera Omnia*, Ser. I, Bd. 8, hg. v. F. Rudio u. a., Teubner: Leipzig / Berlin 1922.

— *1768 Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique et de Philosophie*, Bd. 1, L'imprimerie de l'académie impériale des sciences: St. Petersburg; Abdruck in Euler, *Opera Omnia*, Ser. III, Bd. 11, hg. v. Andreas Speiser, Orell Füssli: Zürich 1960.

EXNER, Franz *1843* „Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft", *Abhandlungen der Königlichen Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften*, 5. Folge, Bd. 3 (1843–44), Calve: Prag 1845, 163–200; separat: In Commission bei Borrosch & André: Prag 1843.

FALCKENBERG, Richard *1901 Hermann Lotze*, Tl. 1: *Das Leben und die Entstehung der Schriften*, Fr. Frommanns Verlag (E. Hauff): Stuttgart.

FANG, John *1986* "Kant as 'Mathematiker'", *Philosophia Mathematica* (2) **1**, 63–119.

FEARNLEY-SANDER, Desmond *1982* "Hermann Grassmann and the Prehistory of Universal Algebra", *American Mathematical Monthly* **89**, 161–166.

FEDER, Johann Georg Heinrich *1787 Ueber Raum und Caussalität zur Prüfung der Kantischen Philosophie*, Johann Christian Dieterich: Göttingen; Repr. Culture et Civilisation: Brüssel 1968 (= *Aetas Kantiana*; 70).

— *1825 J. G. H. Feder's Leben, Natur und Grundsätze. Zur Belehrung und Ermunterung seiner lieben Nachkommen, auch Anderer die Nutzbares daraus aufzunehmen geneigt sind* [Autobiographie], hg. v. K. A. C. Feder, Schwickert: Leipzig/Hahn: Hannover/Leske: Darmstadt; Repr. Culture et Civilisation: Brüssel 1970 (= *Aetas Kantiana*; 63).

FERREIRÓS, José *1996* "Traditional Logic and the Early History of Sets, 1854–1908", *Archive for History of Exact Sciences* **50**, 5–71.

FICHANT, Michel *1991* « Postface < Plus Ultra > », in: Leibniz *1991*, 125–210.

FLAMENT, Dominique *1994* « Préface. Hermann Günther Grassmann: L'homme et l'œuvre », in: Grassmann *1994*, 7–50.

FLEW, Antony *1971 An Introduction to Western Philosophy. Ideas and Argument from Plato to Sartre*, Thames & Hudson: London; rev. ed. 1989.

FØLLESDAL, Dagfinn *1958 Husserl und Frege. Ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie*, Aschehoug: Oslo (= *Avhandlinger utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo*; II.2); engl. Übersetzung Føllesdal *1994*.

— *1994* "Husserl and Frege: A Contribution to Elucidating the Origins of Phenomenological Philosophy", in: Haaparanta (Hg.) *1994*, 3–47.

FOGELIN, Robert F. *1976a* "Hamilton's Quantification of the Predicate", *The Philosophical Quarterly* **26**, 217–228.

— *1976b* "Hamilton's Theory of Quantifying the Predicate — a Correction", *The Philosophical Quarterly* **26**, 352–353.

FRÄNGSMYR, Tore *1975* "Christian Wolff's Mathematical Method and its Impact on the Eighteenth Century", *Journal of the History of Ideas* **36**, 653–668.

FRANK, Hartwig *1991* "Reform Efforts of Logic at Mid-Nineteenth Century in Germany", in: *World Views and Scientific Discipline Formation. Science Studies in the German Democratic Republic. Papers from a German-American Summer Institute, 1988*, hg. v. William R. Woodward/Robert S. Cohen, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (= *Boston Studies in the Philosophy of Science*; 134), 247–258.

FREGE, Gottlob *1879 Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Louis Nebert: Halle; Repr. in Frege *1977*.

— *1880/81* „Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift", in: Frege *1983*, 9–52.

— *1882* „Booles logische Formelsprache und meine Begriffsschrift", in: Frege *1983*, 53–59.

— *1883* „Ueber den Zweck der Begriffsschrift", *Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft* **15**, Supplement: *Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1882*, 1–10; wieder in: Frege *1977*, 97–106.

— *1884 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Wilhelm Koebner: Breslau; kritische Ausgabe: Frege *1986*.

— *1893 Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. 1, Hermann Pohle: Jena, Repr. Olms: Hildesheim 1962.

— *1894* Rez. v. Husserl *1891*, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* **103**, 313–332; wieder in: Frege *1967*, 179–192.

— *1899 Ueber die Zahlen des Herrn H. Schubert*, Hermann Pohle: Jena; wieder in: Frege *1967*, 240–261.

— *1903 Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. 2, Hermann Pohle: Jena, Repr. Olms: Hildesheim 1962.

— *1967 Kleine Schriften*, hg. v. Ignacio Angelelli, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt; Olms: Hildesheim ^{2}1990.

— *1977 Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 3. Aufl., mit E. Husserls und H. Scholz' Anmerkungen hg. v. Ignacio Angelelli, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt.

— *1983 Nachgelassene Schriften*, hg. v. Hans Hermes / Friedrich Kambartel / Friedrich Kaulbach, 2. rev. Aufl., Felix Meiner: Hamburg (= Frege, *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel*; 1).

— *1986 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Centenarausgabe*, mit ergänzenden Texten kritisch hg. v. Christian Thiel, Felix Meiner: Hamburg.

FREYTAG, Willy *1915* „Bemerkungen zu Leibnitzens Erkenntnistheorie im Anschluß an *Couturats* Werk La logique de Leibnitz [sic!] d'après des documents inédits (Paris 1901)", *Archiv für die gesamte Psychologie* **33**, 135–151.

V. FREYTAG LÖRINGHOFF, Bruno Baron *1955 Logik. Ihr System und ihr Verhältnis zur Logistik*, Kohlhammer: Stuttgart (= *Urban-Taschenbücher*; 16).

— *1967 Logik*, Bd. 2: *Definitionstheorie und Methodologie des Kalkülwechsels*, Kohlhammer: Stuttgart.

— *1985 Neues System der Logik. Symbolisch-symmetrische Rekonstruktion und operative Anwendung des aristotelischen Ansatzes*, Felix Meiner: Hamburg (= *Paradeigmata*; 5).

FRIEDMAN, Michael *1992 Kant and the Exact Sciences*, Harvard University Press: Cambridge, Mass./London.

FRIES, Jakob Friedrich *1837 System der Logik. Ein Handbuch für Lehrer und zum Selbstgebrauch*, 3. verb. Aufl., Christian Friedrich Winter: Heidelberg [Erstaufl.: Mohr und Zimmer: Heidelberg 1811], Repr. Fries, *Sämtliche Schriften. Nach den Ausgaben letzter Hand zusammengestellt, eingeleitet und mit einem Fries-Lexikon versehen* v. Gert König/Lutz Geldsetzer, Abt. I, Bd. 7, Scientia: Aalen 1971.

FRISCH, Joseph C. *1969 Extension and Comprehension in Logic*, Philosophical Library: New York.

GABRIEL, Gottfried *1989a* „Einleitung des Herausgebers. Lotze und die Entstehung der modernen Logik bei Frege", in: Lotze *1989a*, XI–XXXV.

— *1989b* „Einleitung des Herausgebers. Objektivität: Logik und Erkenntnistheorie bei Lotze und Frege", in: Lotze *1989b*, IX–XXVII.

GARCIADIEGO DANTAN, Alejandro Ricardo *1992 Bertrand Russell and the Origins of the Set-theoretic 'Paradoxes'*, Birkhäuser: Basel/Boston/Berlin.

GARVE, Christian *1782* Anon., Rez. v. Kant *1781*, *Zugabe zu den Göttingischen Anzeigen von gelehrten Sachen*, 3. Stück v. 19.1.1782, 40–48.

GEACH, Peter Thomas *1956* "The Doctrine of Distribution", *Mind* n. s. **65**, 67–74.

— *1960* "Distribution: A Last Word", *The Philosophical Review* **69**, 396–398.

— *1968* "Mr. Toms on Distribution", *Mind* n. s. **77**, 113–114.

— *1976* "Distribution and *Suppositio*", *Mind* n. s. **85**, 432–435.

GELDSETZER, Lutz *1990* „Metaphysische Tendenzen der philosophischen Entwicklung in der Bundesrepublik Deutschland", in: *Die sog. Geisteswissenschaften: Innenansichten*, hg. v. Wolfgang Prinz/Peter Weingart, Suhrkamp: Frankfurt a. M. (= *Suhrkamp-Taschenbuch Wissenschaft*; 854), 419–447.

GEORGE, Leopold *1870* „Sendschreiben an Herrn Prof. Dr. Ulrici betreffend seine Stellung zur logischen Frage", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **57**, 85–108.

GERHARDT, Carl Immanuel (Hg.) *1860 Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff. Aus den Handschriften der Koeniglichen Bibliothek zu Hannover*, H. W. Schmidt: Halle (= *Leibnizens Gesammelte Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover*, hg. v. Georg Heinrich Pertz, 3. Folge, Supplement); Repr. Olms: Hildesheim 1963.

GERLACH, Hans-Martin *1980* „Christian Wolff als Philosoph der Aufklärung in Deutschland — Leistung, Wirkung, Grenzen und Kritik", in: *Christian Wolff als Philosoph der Aufklärung in Deutschland. Hallesches Wolff-Kolloquium 1979 anläßlich der 300. Wiederkehr seines Geburtstages*, hg. v. Hans-Martin Gerlach/Günter Schenk/Burckard Thaler, Halle a. S. (= *Wissenschaftliche Beiträge der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg* 1980/32), 12–25.

GILLIES, Donald *1992* "The Fregean Revolution in Logic", in: Gillies (Hg.) *1992*, 265–305.

GILLIES, Donald (Hg.) *1992 Revolutions in Mathematics*, Oxford University Press: Oxford.

GLOCKNER, Hermann *1932a Johann Eduard Erdmann*, Fr. Frommanns Verlag: Stuttgart (= *Frommanns Klassiker der Philosophie*; 30).

— *1932b* „Einführung in Johann Eduard Erdmanns Leben und Werke", in: Erdmann *1932*, Bd. 1, 1–200.

GÖDEL, Kurt *1929 Über die Vollständigkeit des Logikkalküls*, Diss. Univ. Wien.

— *1930* „Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls", *Monatshefte für Mathematik und Physik* **37**, 349–360.

— *1931* „Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I", *Monatshefte für Mathematik und Physik* **38**, 173–198.

— *1986–1990 Collected Works*, hg. v. Solomon Feferman, Bd. 1: *Publications 1929–1936*, Oxford University Press: New York / Clarendon Press: Oxford 1986; Bd. 2: *Publications 1938–1974*, Oxford University Press: New York / Oxford 1990.

GÖLDEL, Rolf W. *1935 Die Lehre von der Identität in der deutschen Logik-Wissenschaft seit Lotze. Ein Beitrag zur Geschichte der modernen Logik und philosophischen Systematik. Mit einer Bibliographie zur logikwissenschaftlichen Identitäts-Lehre in Deutschland seit der Mitte des 19. Jahrhunderts*, Hirzel: Leipzig (= *Studien und Bibliographien zur Gegenwartsphilosophie*; 18).

GOODWIN, Harvey *1863* "Biographical Memoir of Robert Leslie Ellis", in: Ellis *1863a*, ix–xxxvi.

GRAF, Matthias *1829* „Johann Heinrich Lambert's Leben", in: Huber (Hg.) *1829*, separat paginiert.

GRAMZOW, Otto *1899 Friedrich Eduard Benekes Leben und Philosophie. Auf Grund neuer Quellen kritisch dargestellt*, Steiger & Cie: Bern (= *Berner Studien zur Philosophie und ihrer Geschichte*; 13); zugl. Diss. Bern 1898.

GRASSMANN, Hermann Günther *1844 Die lineale Ausdehnungslehre ein neuer Zweig der Mathematik dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre vom Magnetismus und die Krystallonomie erläutert*, Otto Wigand: Leipzig; ^{2}*1878*; Neudruck Graßmann *1894*.

— *1847 Geometrische Analyse geknüpft an die von Leibniz erfundene geometrische Charakteristik. Gekrönte Preisschrift*, Weidmann'sche Buchhandlung: Leipzig.

— *1861 Lehrbuch der Arithmetik für höhere Lehranstalten*, Th. Chr. Fr. Enslin: Berlin (= Graßmann, *Lehrbuch der Mathematik für höhere Lehranstalten*, Tl. 1).

— *1862 Die Ausdehnungslehre. Vollständig und in strenger Form*, Th. Chr. Fr. Enslin: Berlin; Neudruck als *Die Ausdehnungslehre von 1862*, hg. v. Friedrich Engel, B. G. Teubner: Berlin (= *Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke*, Bd. 1.2).

— *1873 Wörterbuch zum Rig-Veda*, Brockhaus: Leipzig [das Werk erschien in 8 Lieferungen zwischen 1872 und 1875. Die Buchausgabe trägt die Jahreszahl 1873].

— *1878 Die Ausdehnungslehre von 1844 oder die lineale Ausdehnungslehre ein neuer Zweig der Mathematik dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre vom Magnetismus und die Krystallonomie erläutert*, 2. Aufl., Otto Wigand: Leipzig; Neudruck Graßmann *1894*; frz. Übersetzung Graßmann *1994*.

— *1894 Gesammelte mathematische und physikalische Werke*, Bd. 1, Tl. 1: *Die Ausdehnungslehre von 1844 und die geometrische Analyse*, hg. v. Friedrich Engel, B. G. Teubner: Leipzig.

— *1994 La science de la grandeur extensive. La « Lineale Ausdehnungslehre »*, A. Blanchard: Paris (= *Collection Sciences dans l'histoire*).

GRASSMANN, Robert *1872a Die Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1872b Die Grösenlehre. Erstes Buch der Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1872c Die Begriffslehre oder Logik. Zweites Buch der Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1872d Die Bindelehre oder Combinationslehre. Drittes Buch der Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1872e Zahlenlehre oder Arithmetik. Viertes Buch der Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1872f Die Ausenlehre oder Ausdehnungslehre. Fünftes Buch der Formenlehre oder Mathematik*, R. Grassmann: Stettin; Repr. in Grassmann *1966*.

— *1875 Die Denklehre*, R. Grassmann: Stettin (= Grassmann, *Die Wissenschaftslehre oder Philosophie*, Tl. 1).

— *1890 Das Gebäude des Wissens*, Bd. 1: *Die Wissenslehre oder die Philosophie*, Tl. 1: *Das Verstandeswissen oder das formale Wissen, umfassend die auf die Philosophie vorbereitenden Wissenschaften*, R. Grassmann: Stettin.

— *1966 Die Formenlehre oder Mathematik*, mit einer Einführung von J. E. Hofmann, Georg Olms: Hildesheim.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor *1982* "Psychology in the Foundations of Logic and Mathematics: the Cases of Boole, Cantor and Brouwer", *History and Philosophy of Logic* **3**, 33–53.

— *1988* "Living Together and Living Apart. On the Interactions between Mathematics and Logics from the French Revolution to the First World War", *South African Journal of Philosophy* **7**, 73–82.

— *1990 Convolutions in French Mathematics, 1800–1840. From the Calculus and Mechanics to Mathematical Analysis and Mathematical Physics*, 3 Bde., Birkhäuser: Basel/Boston/Berlin (= *Science Networks. Historical Studies*; 2–4).

— *1991* "The Correspondence between George Boole and Stanley Jevons, 1863–1864", *History and Philosophy of Logic* **12**, 15–35.

— *1992* "A Note on *The Educational Times* and *Mathematical Questions*", *Historia Mathematica* **19**, 76–78.

— *1996* "Where does Grassmann Fit in the History of Logic", in: Schubring (Hg.) *1996*, 211–216.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor (Hg.) *1994 Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, 2 Bde., Routledge: London/New York.

GRAVES, Charles *1850* "Mathematical Expressions for Hypothetical and Disjunctive Propositions" [gelesen am 24.4.1848], *Proceedings of the Royal Irish Academy* **4**, 147–149.

GRAVES, Robert Perceval *1882–1889 The Life of Sir William Rowan Hamilton. Including Selections from his Poems, Correspondence, and Miscellaneous Writings*, 3 Bde., Hodges, Figgis & Co.: Dublin; Repr. Arno: New York 1975.

GRAY, Jeremy *1992* "The Nineteenth-century Revolution in Mathematical Ontology", in: Gillies (Hg.) *1992*, 226–246.

GRAYEFF, F. *1959–60* "The Relation of Transcendental and Formal Logic", *Kant-Studien* **51**, 349–352.

GREGORY, Duncan Farquharson *1840a* "On the Real Nature of Symbolical Algebra", *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* **14**, 208–216.

— *1840b* "On the Impossible Logarithms of Quantities", *The Cambridge Mathematical Journal* **1**, 226–234; ^{2}1846, 249–257.

— *1841 Examples of the Process of the Differential and Integral Calculus*, J. and J. J. Deighton: Cambridge; 2. Aufl., hg. v. William Walton, 1846.

— *1842* "On a Difficulty in the Theory of Algebra", *The Cambridge Mathematical Journal* **3**, 153–159.

GRELLING, Kurt *1912* „Lehrstuhlbesetzung", *Sozialistische Monatshefte* 1912, III, 1519.

— *1913* „Psychologie und Philosophie", *Sozialistische Monatshefte* 1913, II, 1036–1038.

GRIDGMAN, Norman *1973* Art. "Jevons, William Stanley", in: *Dictionary of Scientific Biography*, Bd. 7, Scribner's: New York, 103–107.

GRILLO, Enzo/DAZZI, Nino *1971* « La crisi dello Hegelianismo: A. Trendelenburg », *De Homine* Nr. 38–40 (Dezember 1971), 393–404.

GROTE, Ludwig *1869 Leibniz und seine Zeit. Populäre Vorlesungen gehalten im Anfange des Jahres 1869*, Carl Brandes: Hannover.

GRUPPE, Otto Friedrich *1834 Wendepunkt der Philosophie im neunzehnten Jahrhundert*, G. Reimer Berlin 1834; auszugsweiser Abdruck in: Cloeren (Hg.) *1971*, 61–195.

GUÉRINDON, Jean/DIEUDONNÉ, Jean *1985* „3. Die Algebra seit 1840", in: Dieudonné *1985*, 95–133.

GUHRAUER, Gottschalk Eduard *1842 Gottfried Wilhelm Freiherr v. Leibnitz. Eine Biographie*, 2 Bde., Hirt: Breslau; Neuausgabe Guhrauer *1846*.

— *1846 Gottfried Wilhelm Freiherr v. Leibnitz. Eine Biographie. Zu Leibnizens Säkular-Feier. Mit neuen Beilagen und einem Register*, 2 Bde., Hirt: Breslau; Repr. Olms: Hildesheim 1966.

GUILLAUME, Marcel *1985* „13. Axiomatik und Logik", in: Dieudonné *1985*, 748–881.

GURWITSCH, Aron *1974 Leibniz. Philosophie des Panlogismus*, Walter de Gruyter: Berlin.

GUSDORF, Georges *1960 Introduction aux sciences humaines. Essai critique sur leurs origines et leur développement*, Les Belles Lettres: Paris (= *Publications de la Faculté des lettres de l'Université de Strasbourg*; 140); Neuausgabe Ed. Ophyrs: Paris 1974 (= *Association des Publications près le Université de Strasbourg*; 140).

HAAPARANTA, Leila (Hg.) *1994 Mind, Meaning and Mathematics. Essays on the Philosophical Views of Husserl and Frege*, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (= *Synthese Library*; 237).

HAAS, Karlheinz *1972* "Hindenburg, Carl Friedrich", in: *Dictionary of Scientific Biography*, hg. v. Charles Coulston Gillispie, Bd. 6, Charles Scribner's Sons: New York, 403–404.

HAILPERIN, Theodore *1981* "Boole's Algebra isn't Boolean Algebra", *Mathematics Magazine* **54**, 172–184.

— *1986 Boole's Logic and Probability. A Critical Exposition from the Standpoint of Contemporary Algebra, Logic and Probability Theory*, 2. Aufl. "revised and enlarged", North-Holland: Amsterdam u. a. (= *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*; 85).

HALLO, Rudolf *1934 Rudolf Erich Raspe. Ein Wegbereiter deutscher Art und Kunst*, Kohlhammer: Stuttgart/Berlin (= *Göttinger Forschungen*; 5).

HALSTED, George Bruce *1878a* "Boole's Logical Method", *The Journal of Speculative Philosophy* **12**, 81–91.

— *1878b* "Prof. Jevons' Criticism of Boole's Logical System", *Mind* **3**, 134–137.

— *1884* "De Morgan as Logician", *The Journal of Speculative Philosophy* **18**, 1–9.

HAMACHER-HERMES, Adelheid *1994 Inhalts- oder Umfangslogik? Die Kontroverse zwischen E. Husserl und A. H. Voigt*, Alber: Freiburg/München.

HAMILTON, William *1833* "Logic. In Reference to the Recent English Treatises on that Science", *Edinburgh Review* **66** (April 1833), 194–238; wieder in Hamilton *1852*, 116–174.

— *1846* "Preparing for Publication. I. Essay Towards a New Analytic of Logical Form", in: Reid *1846/1863* I, 1–4.

— *1847 A Letter to Augustus De Morgan, Esq. on his Claim to an Independent Re-discovery of a New Principle in the Theory of Syllogism; Subjoined, the whole Previous Correspondence, and a Postscript in Answer to Professor De Morgan's "Statement"*, Longman, Brown, Green, and Longmans: London/Edinburgh.

— *1852 Discussions on Philosophy and Literature, Education and University Reform. Chiefly from the Edinburgh Review; Corrected, Vindicated, Enlarged, in Notes and Appendices*, Longman, Brown, Green and Longmans: London/Maclachlan and Stewart: Edinburgh.

— *1859–1866 Lectures on Metaphysics and Logic*, 4 Bde., hg. v. H. L. Mansel/J. Veitch, William Blackwood and Sons: Edinburgh/London.

— *1866* "Extract from Prospectus of 'Essay towards a New Analytic of Logical Form'", in: Hamilton *1859–1866*, Bd. 4 (1866), 251–254.

HAMILTON, William Rowan *1837* "Theory of Conjugate Functions, or Algebraic Couples; with a Preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time", *Transactions of the Royal Irish Academy* **17**, 293–422.

HANKEL, Hermann *1867 Theorie der complexen Zahlensysteme insbesondere der gemeinen imaginären Zahlen und der Hamilton'schen Quaternionen nebst ihrer geometrischen Darstellung*, Leopold Voss: Leipzig (= Hankel, *Vorlesungen über die complexen Zahlen und ihre Functionen*, Tl. 1).

HANKINS, Thomas L. *1980 Sir William Rowan Hamilton*, Johns Hopkins University Press: Baltimore/London.

HARLEY, Robert *1866* R. H., "George Boole, F. R. S.", *The British Quarterly Review* Juli 1866; wieder in Boole *1952*, 425–472.

— *1867* "Remarks on *Boole's* Mathematical Analysis of Logic", *Report of the Thirty-sixth Meeting of the British Association for the Advancement of Science; Held at Nottingham in August 1866*, John Murray: London.

— *1882* "A Contribution to the History of the Algebra of Logic", in: *Report of the Fifty-first Meeting of the British Association for the Advancement of Science; Held at York in August and September 1881*, John Murray: London, 559.

HARTMANN, Georg Volckmar *1737 Anleitung zur Historie der Leibnitzisch-Wolffischen Philosophie*, Christian Heinrich Cuno: Frankfurt/Leipzig; Repr. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, Abt. III, Bd. 4, hg. v. Jean École, Olms: Hildesheim/New York 1973.

HARTMANN, J. *1875* „Bilfinger", in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 2, Duncker & Humblot: Berlin (Repr. 1967), 634–635.

HAVEL, Rudolf *1969* „Květ", in: *Österreichisches Biographisches Lexikon 1815–1950*, hg. v. Leo Santifaller, Bd. 4, Hermann Böhlaus Nachf.: Wien/Köln/Graz, 384.

HAWKINS JR., Benjamin S. *1995* "De Morgan, Victorian Syllogistic and Relational Logic", *Modern Logic* **5**, 131–166.

HEATH, A. E. *1917* "The Neglect of the Work of H. Grassmann", *The Monist* **27**, 22–35.

HEATH, Peter *1966* "Introduction" in: De Morgan *1966*, vii–xxxi.

HEATH, P. L. *1967* "Venn, John", in: *The Encyclopedia of Philosophy*, hg. v. Paul Edwards, Bd. 8, Macmillan Company & Free Press: New York/Collier-Macmillan: London, 238–240.

HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich *1807 System der Wissenschaft*, Tl. 1: *Phänomenologie des Geistes*, Joseph Anton Goebhardt: Bamberg / Würzburg; kritische Ausgabe: Hegel, *Phänomenologie des Geistes*, hg. v. Wolfgang Bonsiepen / Reinhard Heede, Felix Meiner: Hamburg 1980 (= Hegel, *Gesammelte Werke*, Bd. 9).

— *1812/13 Wissenschaft der Logik*, Bd. 1: *Die objective Logik*, Johann Leonhard Schrag: Nürnberg; kritische Ausgabe: Hegel, *Wissenschaft der Logik. Erster Band. Die objektive Logik (1812/1813)*, hg. v. Friedrich Hogemann / Walter Jaeschke, Felix Meiner: Hamburg 1978 (= Hegel, *Gesammelte Werke*, Bd. 11).

— *1816 Wissenschaft der Logik*, Bd. 2: *Wissenschaft der subjectiven Logik oder die Lehre vom Begriff*, Johann Leonhard Schrag: Nürnberg; kritische Ausgabe: Hegel, *Wissenschaft der Logik. Zweiter Band. Die subjektive Logik (1816)*, hg. v. Friedrich Hogemann/Walter Jaeschke, Felix Meiner: Hamburg 1981 (= Hegel, *Gesammelte Werke*, Bd. 12).

— *1830 Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse. Zum Gebrauch seiner Vorlesungen. Dritte Ausgabe*, Oßwald'scher Verlag: Heidelberg; kritische Ausgabe: Hegel, *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse (1830)*, unter Mitarbeit von Udo Rameil hg. v. Wolfgang Bonsiepen / Hans-Christian Lucas, Felix Meiner: Hamburg 1992 (= Hegel, *Gesammelte Werke*, Bd. 20).

— *1832 Wissenschaft der Logik*, Tl. 1: *System der objectiven Logik*, Bd. 1: *Die Lehre vom Seyn*, Cotta: Stuttgart/Tübingen; kritische Ausgabe Hegel, *Wissenschaft der Logik. Erster Teil. Die objektive Logik. Erster Band. Die Lehre vom Sein (1832)*, hg. v. Friedrich Hogemann/Walter Jaeschke, Meiner: Hamburg 1985 (= Hegel, *Gesammelte Werke*, Bd. 21).

HEINDL, Johann Baptist (Hg.) *1858 Galerie berühmter Pädagogen, verdienter Schulmänner, Jugend- und Volksschriftsteller und Componisten aus der Gegenwart in Biographien und biographischen Skizzen*, Finsterlin: München.

HEINEKAMP, Albert *1972* „Ars characteristica und natürliche Sprache bei Leibniz", *Tijdschrift voor Filosofie* **34**, 446–488.

— *1975* „Natürliche Sprache und Allgemeine Charakteristik bei Leibniz", in: *Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover, 17.–22. Juli 1972*, Bd. 4: *Logik, Erkenntnistheorie, Methodologie, Sprachphilosophie*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 15), 257–286; wieder in Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 349–386.

— *1976* „Sprache und Wirklichkeit bei Leibniz", in: *History of Linguistic Thought and Contemporary Linguistics*, hg. v. Herman Parret, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Foundations of Communication*), 518–570.

— *1983* „Louis Dutens und die erste Gesamtausgabe der Werke von Leibniz", in: *Leibniz Werk und Wirkung. IV. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge*, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover, 263–272.

— *1986* „Louis Dutens und seine Ausgabe der Opera omnia von Leibniz", in: Heinekamp (Hg.) *1986*, 1–28.

— *1988* „Einleitung. Zu I. Gesamtinterpretationen, III. Erkenntnistheorie und Methodologie und IV. Metaphysik", in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 1–40.

— *1992* „Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)", in: *Handbücher zur Sprach- und Kommunikationswissenschaft*, hg. v. Hugo Steger/Herbert Ernst Wiegand, Bd. 7.1, Walter de Gruyter: Berlin/New York, 320–330.

HEINEKAMP, Albert (Hg.) *1984 Leibniz-Bibliographie. Die Literatur über Leibniz bis 1980*, 2. Aufl. [von Müller *1969*], Klostermann: Frankfurt a. M. (= *Veröffentlichungen des Leibniz-Archivs*; 10).

— *1986 Beiträge zur Wirkungs- und Rezeptionsgeschichte von Gottfried Wilhelm Leibniz*, Franz Steiner: Stuttgart (= *Studia Leibnitiana Supplementa*; 26).

— *1988 Leibniz. Questions de logique. Symposion organisé par la Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft e. V. Hannover. Bruxelles (Fondation Universitaire, Rue d'Egmont, 11). Louvain-la-Neuve (Université Catholique Institut Supérieure de Philosophique). 26. au 28 Août 1985*, Franz Steiner Verlag: Stuttgart (= *Studia Leibnitiana. Sonderheft*; 15). *1996*

— *1996 Leibniz-Bibliographie*, Bd. 2: *Die Literatur über Leibniz 1981–1990*, Vittorio Klostermann: Frankfurt a. M. (= *Veröffentlichungen des Leibniz-Archivs*; 12).

HEINEKAMP, Albert/SCHUPP, Franz (Hgg.) *1979 Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart. Symposium der Leibniz-Gesellschaft Hannover 10. und 11. November 1978*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana*; 8).

— *1988 Leibniz' Logik und Metaphysik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt (= *Wege der Forschung*; 328).

HENNEMANN, Gerhard *1959 Naturphilosophie im 19. Jahrhundert*, Karl Alber: Freiburg/München.

— *1975 Grundzüge einer Geschichte der Naturphilosophie und ihrer Hauptprobleme*, Duncker & Humblot: Berlin (= *Erfahrung und Denken*; 44).

HERBART, Johann Friedrich *1813 Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie*, A.W. Unzer: Königsberg; kritische Ausgabe: Herbart, *Sämtliche Werke in chronologischer Reihenfolge*, hg. v. Karl Kehrbach/Otto Flügel, Bd. 4, H. Beyer & Söhne: Langensalza

1891; Repr. Scientia: Aalen 1989 (2. Neudruck), 1–294; textkritische Ausgabe: Herbart *1993*.

— *1993 Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie. Textkritisch revidierte Ausgabe mit einer Einleitung* v. Wolfhart Henckmann, Felix Meiner (= *Philosophische Bibiothek*; 453).

v. HERDER, Johann Gottfried *1802* „Gottfried Wilhelm Leibniz", in: *Adrastea*, hg. v. J.G. Herder, Bd. 3, Leipzig; wieder als v. Herder *1809* und in v. Herder *1877-1913*, Bd. 23 (1885), 438–485.

— *1809* „Gottfried Wilhelm Leibnitz", in: v. Herder, *Andrastea. Begebenheiten und Charaktere des achtzehnten Jahrhunderts*, hg. v. Johann v. Müller, Cotta: Tübingen (= *Johann Gottfried von Herder's sämmtliche Werke zur Philosophie und Geschichte*; Tl. 9), 391–414.

— *1877-1913 Herders Sämmtliche Werke*, hg. v. Bernhard Suphan, 33 Bde., Weidmannsche Buchhandlung: Berlin.

HERMANN, Conrad *1897* „Moritz Wilhelm Drobisch", in: *Biographisches Jahrbuch und Deutscher Nekrolog*, hg. v. Anton Bettelheim, Bd. 1, Georg Reimer: Berlin, 133–135.

HERMES, Hans *1966* „Zur Geschichte der mathematischen Logik und Grundlagenforschung in den letzten fünfundsiebzig Jahren", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **68**, 75–96.

— *1969* „Ideen von Leibniz zur Grundlagenforschung: Die ars inveniendi und die ars iudicandi", in: *Systemprinzip und Vielheit der Wissenschaften. Vorträge an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster aus Anlass des 250. Todestages von Gottfried Wilhelm Leibniz*, hg. v. Udo Wilhelm Bargenda/Jürgen Blühdorn, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Sonderheft*; 1), 78–88; auch in: *Akten des Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover, 14.–19. November 1966*, Bd. 3: *Erkenntnistheorie, Logik, Sprachphilosophie, Editionsberichte*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 3), 92–102.

— *1986* „Logistik in Münster um die Mitte der dreißiger Jahre", *Logik und Grundlagenforschung. Festkolloquium zum 100. Geburtstag von Heinrich Scholz*, Aschendorffsche Verlagsbuchhandlung: Münster (= *Schriftenreihe der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster*; N.F. 8), 41–52.

HESS, Heinz-Jürgen *1986* „Karl Immanuel Gerhardt. Ein großer Leibniz-Editor", in: Heinekamp (Hg.) *1986*, 29–64.

HESSE, Mary B. *1952* "Boole's Philosophy of Logic", *Annals of Science* **8**, 61–81.

HESSENBERG, Gerhard *1906* „Grundbegriffe der Mengenlehre. Zweiter Bericht über das Unendliche in der Mathematik", *Abhandlungen der Fries'schen Schule* N.F. **1**, Heft 4, 479–706.

HETTNER, H. *1879* „Guhrauer", in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 10, Duncker & Humblot: Berlin, Repr. 1968, 99–102.

HEUSER, Marie-Luise *1996* "Geometrical Product—Exponentation—Evolution. Justus Günther Grassmann and Dynamist Naturphilosophie", in: Schubring (Hg.) *1996*, 47–58.

HILBERT, David *1918* „Axiomatisches Denken", *Mathematische Annalen* **78**, 405–415.

HILBERT, David / ACKERMANN, Wilhelm *1928 Grundzüge der theoretischen Logik*, Springer: Berlin (= *Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen*; 27).

HILLEBRAND, Franz *1891 Die neuen Theorien der kategorischen Schlüsse. Eine logische Untersuchung*, A. Hölder: Wien.

HINDENBURG, Carl Friedrich *1781 Infinitomii dignitatum exponentis indeterminati historia leges ac formulae editio pluribus locis aucta et passim emendata*, Johann Christian Dietrich: Göttingen.

HINSKE, Norbert *1983-87 Lambert-Index*, 4 Bde., Bd. 1: *Stellenindex zu Johann Heinrich Lambert „Neues Organon I"* (1983), Bd. 2: *Stellenindex zu Johann Heinrich Lambert „Neues Organon II"* (1983), Bd. 3: *Stellenindex zu Johann Heinrich Lambert „Anlage zur Architectonic I"* (1987), Bd. 4: *Stellenindex zu Johann Heinrich Lambert „Anlage zur Architectonic II"* (1987), fromman-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Forschungen und Materialien zur deutschen Aufklärung*, Abt. III, Bde. 1–4).

— *1986ff. Kant-Index*, Sektion 1: *Indices zum Kantschen Logikcorpus*, 14 Bde., frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt; bisher erschienen Bde. 1 (1986), 2 (1986), 3 (1989/90), 6 (1994), 14 (1991).

— *1992* „Zwischen Aufklärung und Vernunftkritik. Die philosophische Bedeutung des Kantschen Logikcorpus", in: *Kant und die Aufklärung*, hg. v. Norbert Hinske, Felix Meiner: Hamburg (= *Aufklärung*; 7.1), 57–71.

HOFMANN, Joseph Ehrenfried *1948 Leibniz' mathematische Studien in Paris*, Walter de Gruyter: Berlin (= *Leibniz zu seinem 300. Geburtstag. 1646–1946*; Lfg. 4).

— *1949 Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672–1676)*, Leibniz-Verlag: München.

HOLLAND, Georg Jonathan *1764 Abhandlung über die Mathematik, die allgemeine Zeichen-Kunst und die Verschiedenheit der Rechnungs-Arten*, Johann Georg Cotta: Tübingen.

HOLZHEY, Helmut *1983a* „Philosophie als Eklektik", *Studia Leibnitiana* **15**, 19–29.

— *1983b* „Die Leibniz-Rezeption im ‚Neukantianismus' der Marburger Schule", in: *Leibniz. Werk und Wirkung. IV. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge*, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover, 287–295.

HORSTMANN, Rolf-Peter/PETER, Michael John (Hgg.) *1986 Hegels Philosophie der Natur. Beziehungen zwischen empirischer und spekulativer Naturerkenntnis*, Klett-Cotta: Stuttgart (= *Veröffentlichungen der Internationalen Hegel-Vereinigung*; 15).

HOUSER, Nathan *1985 Peirce's Algebra of Logic and the Law of Distribution*, Doctor of Philosophy Thesis, University of Waterloo, Ontario.

— *1991a* "The Schröder-Peirce Correspondence", *Modern Logic* **1** (1990–1991), 206–236.

— *1991b* "Peirce and the Law of Distribution", in: *Perspectives on the History of Mathematical Logic*, hg. v. Thomas Drucker, Birkäuser: Boston/Basel/Berlin, 10–33.

— *1994* "Algebraic Logic from Boole to Schröder, 1840–1900", in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 600–616.

HUBER, Daniel *1829* „Versuch über die Verdienste Lambert's in den mathematischen und physischen Wissenschaften", in: Huber (Hg.) *1829*, separat paginiert.

HUBER, Daniel (Hg.) *1829 Johann Heinrich Lambert nach seinem Leben und Wirken aus Anlaß der zu seinem Andenken begangenen Secularfeier in drei Abhandlungen dargestellt*, Schweighauser'sche Buchhandlung: Basel.

v. HUMBOLDT, Wilhelm *1826* „Ueber die Buchstabenschrift und ihren Zusammenhang mit dem Sprachbau", *Abhandlungen der historisch-philologischen Klasse der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus dem Jahre 1824*, 161–188; wieder in v. Humboldt *1848*, 526–561.

— *1848 Gesammelte Werke*, Bd. 6, Reimer: Berlin.

HUMM, Felix *1972 J. H. Lambert in Chur. 1748–1763*, Calven-Verlag: Chur (= *Reihe Historia raetica*; 2).

HUNTINGTON, Edward V. *1904* "Sets of Independent Postulates for the Algebra of Logic", *Transactions of the American Mathematical Society* **5**, 288–309.

HUSSERL, Edmund *1891 Philosophie der Arithmetik. Logische und psychologische Untersuchungen*, Bd. 1, C. E. M. Pfeffer (Robert Stricker): Halle a. S.; kritische Ausgabe: *Husserliana. Edmund Husserl, Gesammelte Werke*, Bd. 12, hg. v. Lothar Eley, Martinus Nijhoff: Den Haag 1970.

— *1900 Logische Untersuchungen*, Bd. 1: *Prolegomena zur reinen Logik*, Max Niemeyer: Halle a. S.; kritische Ausgabe: *Husserliana. Edmund Husserl, Gesammelte Werke*, Bd. 18, hg. v. Elmar Holenstein, Martinus Nijhoff: Den Haag 1975.

— *1901 Logische Untersuchungen*, Bd. 2: *Untersuchungen zur Phänomenologie und Theorie der Erkenntnis*, Max Niemeyer: Halle a. S.; kritische Ausgabe: *Husserliana. Edmund Husserl, Gesammelte Werke*, Bde. 19.1, 19.2, hg. v. Ursula Panzer, Martinus Nijhoff: The Hague/Boston/Lancaster 1984.

HUYGHENS, Christian *1833 Christiani Hugenii aliorumque seculi XVII virorum celebrium exercitationes mathematicae et philosophicae. Ex manuscriptis in Biblioteca Academiae Lugduno-Batavae servatis*, hg. v. Petrus Johannes Uylenbroek, Fasc. 1: *Chr. Hugenii, Leibnitii et Hospitalii epistolas mutuas*, Fasc. 2: *Additamenta ad fasc. I*, Hagae Comitum (Weidmann: Leipzig/Weigel: Leipzig).

HYMAN, Anthony *1982 Charles Babbage. Pioneer of the Computer*, Oxford University Press: Oxford; dt. Hyman *1987*.

— *1987 Charles Babbage, 1791–1871. Philosoph, Mathematiker, Computerpionier*, Klett-Cotta: Stuttgart.

IMELMANN, Johannes *1879* „Stanley Jevons über John Stuart Mill", *Philosophische Monatshefte* **15**, 129–145.

ISHIGURO, Hide *1990 Leibniz's Philosophy of Logic and Language*, 2. Aufl., Cambridge University Press: Cambridge u. a.

JACOBS, Wilhelm G. *1983* „Schelling über den Nachlaß Leibnizens. Ein unbekannter Brief", *Studia Leibnitiana* **15**, 221–223.

JACOBY, Günther *1962 Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtsschreibung. Ein Diskussionsbeitrag*, W. Kohlhammer: Stuttgart.

JÄSCHE, Gottlob Benjamin *1800* „Vorrede", in: Kant *1800*, A V–A XXIV; Akademie-Ausgabe, Bd. 9, 3–10.

JAHNKE, Hans Niels *1987* „Motive und Probleme der Arithmetisierung der Mathematik in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts — Cauchys Analysis in der Sicht des Mathematikers Martin Ohm", *Archive for History of Exact Sciences* **37**, 101–182.

— *1990a Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 8).

— *1990b* „Algebraische Analysis in Deutschland, 1780–1860", in: *Rechnen mit dem Unendlichen. Beiträge zur Entwicklung eines kontroversen Gegenstandes*, hg. v. Detlef D. Spalt, Birkhäuser Verlag: Basel/Boston/Berlin, 103–121.

— *1991* „Mathematics and Culture: The Case of Novalis", *Science in Context* **4**, 279–295.

— *1993* "Algebraic Analysis in Germany, 1780–1840: Some Mathematical and Philosophical Issues", *Historia Mathematica* **20**, 265–284.

JEVONS, William Stanley *1864 Pure Logic or the Logic of Quality apart from Quantity with Remarks on Boole's System and the Relation of Logic and Mathematics*, E. Stanford: London; wieder in Jevons *1890*, 3–77.

— *1869 The Substitution of Similars, the True Principle of Reasoning, Derived from a Modification of Aristotle's Dictum*, Macmillan and Co.: London; wieder in Jevons *1890*, 79–136.

— *1870a Elementary Lessons in Logic: Deductive and Inductive. With Copious Questions and Examples, and a Vocabulary of Logical Terms*, Macmillan and Co.: London; deutsche Übersetzung Jevons *1906*.

— *1870b* "On the Mechanical Performance of Logical Inference", *Philosophical Transactions of the Royal Society* **160**, 497–518; wieder in Jevons *1890*, 197–294.

— *1874 The Principles of Science. A Treatise on Logic and Scientific Method*, 2 Bde., Macmillan and Co.: London [New York 1875].

— *1877 The Principles of Science. A Treatise on Logic and Scientific Method*, 2nd ed., Macmillan and Co: London/New York; ³1879; "stereotyped edition" 1883.

— *1877–1878* "John Stuart Mill's Philosophy Tested", *The Contemporary Review* **31** (1877/78), 167–182, 256–275; **32** (1878), 88–99; wieder in Jevons *1890*, 137–172.

— *1880 Studies in Deductive Logic. A Manual for Students*, Macmillan and Co.: London.

— *1890 Pure Logic and Other Minor Works*, hg. v. Robert Adamson/Harriet A. Jevons, Macmillan and Co.: London/New York; Repr. Thoemmes Press: Bristol 1991.

— *1906 Leitfaden der Logik. Autorisierte deutsche Übersetzung nach der 22. Auflage des englischen Originals* von Heinrich Kleinpeter, J. A. Barth: Leipzig 1906, ²1913, ³1924.

— *1972 Papers and Correspondence of William Stanley Jevons*, Bd. 1: *Biography and Personal Journal*, hg. v. R. D. Collison Black/Rosamund Könekamp, Macmillan: London/Basingstoke.

— *1977 Papers and Correspondence of William Stanley Jevons*, Bd. 6: *Correspondence 1873–1878*, hg. v. R. D. Collison Black, Macmillan: London/Basingstoke.

JOURDAIN, Philip E. B. *1910–1913* "The Development of Theories of Mathematical Logic and the Principles of Mathematics", *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* **41** (1910), 324–352, **43** (1912), 219–314, **44** (1913), 113–128; repr. in Ders., *Selected Essays on the History of Set Theory and Logics (1906–1918)*, hg. v. Ivor Grattan-Guinness, CLUEB: Bologna (= *Instrumenta Rationis*; VI), 101–244.

JUNGIUS, Joachim *1638 Logica Hamburgensis, hoc est, Institutiones Logicæ. In usum Schol. Hamburg. conscriptæ & sex libris comprehensæ*, Offermans: Hamburg; kritische Ausgabe: Jungius *1957*.

— *1957 Logica Hamburgensis*, hg. v. Rudolf W. Meyer, J. J. Augustin: Hamburg (= *Veröffentlichung der Joachim Jungius-Gesellschaft der Wissenschaften Hamburg*).

KAEHLER, Klaus Erich *1989 Leibniz' Position der Rationalität. Die Logik im metaphysischen Wissen der „natürlichen Vernunft"*, Alber: Freiburg i.Br./München (= *Alber-Reihe Philosophie*); teilw. zugl. Habil.-Schrift Freiburg i.Br. 1985.

KÄSTNER, Abraham Gotthelf *1769 Lobschrift auf Gottfried Wilhelm Freyherrn von Leibniz. In der königl. deutschen Gesellschaft zu Göttingen den 10. Jun. 1769 vorgelesen*, Richterische Buchhandlung: Altenburg o. J. [1769].

KAMBARTEL, Friedrich *1961* „Logische Stellung und konstruktive Bedeutung mathematischer Permanenzprinzipien", *Der Mathematikunterricht* **7**, 57–78.

KANGRO, Hans *1969* „Joachim Jungius und Gottfried Wilhelm Leibniz. Ein Beitrag zum geistigen Verhältnis beider Gelehrten", *Studia Leibnitiana* **1**, 175–207.

KANT, Immanuel *1764* „Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und der Moral. Zur Beantwortung der Frage welche die Königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin auf das Jahr 1763. aufgegeben hat", in: *Dissertations qui a remporté le prix proposé par l'Académie Royale des sciences et belles-lettres de Prusse, sur la nature, les espèces, et les degrés de l'evidence avec les pièces qui ont concouru*, Haude und Spener: Berlin, 67*ff.*, zit. nach Akademie-Ausgabe, Bd. 2, 276–301.

— *1765 M. Immanuel Kants Nachricht von der Einrichtung seiner Vorlesungen in dem Winterhalbenjahre, von 1765–1766*, Johann Jacob Kanter: Königsberg; Akademie-Ausgabe, Bd. 2, 303–313.

— *1781 Critik der reinen Vernunft*, Johann Friedrich Hartknoch: Riga; Akademie-Ausgabe, Bd. 4.

— *1783 Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik die als Wissenschaft wird auftreten können*, Johann Friedrich Hartknoch: Riga. Akademie-Ausgabe Bd. 4, 52–383.

— *1786 Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Johann Friedrich Hartknoch: Riga; Akademie-Ausgabe, Bd. 4, 465–565.

— *1787 Critik der reinen Vernunft*, 2. Aufl., Johann Friedrich Hartknoch: Riga; Akademie-Ausgabe, Bd. 3.

— *1800 Logik. Ein Handbuch zu Vorlesungen*, Friedrich Nicolovius: Königsberg; Akademie-Ausgabe, Bd. 9, 1–150.

— *1902– Kant's gesammelte Schriften*, hg. v. d. Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Georg Reimer: Berlin, später Walter de Gruyter: Berlin/Leipzig [Akademie-Ausgabe].

— *1922 Kant's Briefwechsel*, Bd. 1: *1747–1788*, 2. Aufl., Walter de Gruyter: Berlin/Leipzig (= Akademie-Ausgabe, Bd. 10).

KAUPPI, Raili *1960 Über die Leibnizsche Logik mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension*, Societatis philosophica Fennica: Helsinki (= *Acta Philosophica Fennica*; 12).

— *1966* „Einige Bemerkungen zum Principium identitatis indiscernibilium bei Leibniz", *Zeitschrift für philosophische Forschung* **20**, 497–508.

— *1968* „Die Ersetzbarkeit ‚salva veritate' bei Leibniz und in der modernen Logik", *Ratio* **10**, 116–123.

— *1969* „Die Idee der Logik in der Philosophie Leibnizens", in: *Akten des Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover, 14.–19. November 1966*, Bd. 3: *Erkenntnislehre, Logik, Sprachphilosophie, Editionsberichte*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana Supplementa*; 3), 80–91; wieder in Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 223–235.

— *1980* „Mathesis universalis", in: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, hg. v. Joachim Ritter/Karlfried Gründer, Bd. 5: *L–Mn*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, 938.

KERN, Hermann *1847 De Leibnitii scientia generali commentatio*, Programmschrift des Königlichen Pädagogiums in Halle, Druck der Waisenhaus-Buchdruckerei: Halle.

KERRY, Benno *1887* „Ueber Anschauung und ihre psychische Verarbeitung. Dritter Artikel", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* **11**, 53–116.

— *1890* „Ueber Anschauung und ihre psychische Verarbeitung (Siebenter Artikel)", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* **14**, 317–343.

KEYNES, John Neville *1884 Studies and Exercises in Formal Logic. Including a Generalization of Logical Processes in Their Application to Complex Inferences*, Macmillan and Co.: London, ³1894.

KITCHER, Philip *1975* "Kant and the Foundations of Mathematics", *Philosophical Review* **84**, 23–50.

KITCHER, Philip / ASPRAY, William *1988* "An Opinionated Introduction", in: Aspray/Kitcher (Hgg.) *1988*, 3–57.

KLEIN, Felix *1908 Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, Tl. 1: *Arithmetik, Algebra, Analysis. Vorlesung, gehalten im Wintersemester 1907–08*, ausgearbeitet von Ernst Hellinger, B. G. Teubner: Leipzig.

— *1926/27 Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Bd. 1 für den Druck bearbeitet v. R. Courant/O. Neugebauer, Bd. 2: *Die Grundbegriffe der Invariantentheorie und ihr Eindringen in die mathematische Physik*, für den Druck bearbeitet v. R. Courant/S. Cohn-Vossen, Springer: Berlin; Repr. Chelsea Publishing: New York 1956.

KLINE, Morris *1972 Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press: New York.

KLUGE, Eike-Henner W. *1977* "Frege, Leibniz *et alii*", *Studia Leibnitiana* **9**, 266–274.

KNEALE, William *1948* "Boole and the Revival of Logic", *Mind* n.s. **57**, 149–175.

— *1956/57* "Boole and the Algebra of Logic", *Notes and Records of the Royal Society of London* **12**, 53–63.

KNEALE, William/KNEALE, Martha *1962 The Development of Logic*, Clarendon Press: Oxford; Repr. 1986.

KNOBLOCH, Eberhard *1973 Die Mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik. Auf Grund fast ausschließlich handschriftlicher Aufzeichnungen dargelegt und kommentiert*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 11).

— *1976 Die Mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik. Textband. Im Anschluß an den gleichnamigen Abhandlungsband zum ersten Mal nach den Originalhandschriften herausgegeben*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 16).

— *1980* „Einfluß der Symbolik und des Formalismus auf die Entwicklung des mathematischen Denkens", *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* **3**, 77–94.

— *1981* „Symbolik und Formalismus im mathematischen Denken des 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts", *Mathematical Perspectives. Essays on Mathematics and Its Historical Development. Presented to Professor Dr. Kurt-Reinhard Biermann on the Occasion of His 60th Birthday*, hg. v. Joseph W. Dauben, Academic Press: New York u. a., 139–165.

KNOWER, E. T. *1933* "Lotze's Logic", *The Philosophical Review* **42**, 381–398.

KÖHNKE, Klaus Christian *1986 Entstehung und Aufstieg des Neukantianismus. Die deutsche Universitätsphilosophie zwischen Idealismus und Positivismus*, Suhrkamp: Frankfurt a. M.

KOLMOGOROV, A. N. / YUSHKEVICH, A. P. (Hgg.) *1992 Mathematics of the 19th Century. Mathematical Logic, Algebra, Number Theory, Probability Theory*, Birkhäuser Verlag: Basel/Boston/Berlin.

KOPPELMAN, Elaine *1971/72* "The Calculus of Operations and the Rise of Abstract Algebra", *Archive for History of Exact Sciences* **8**, 155–242.

KORSELT, Alwin *1894* „Bemerkung zur Algebra der Logik", *Mathematische Annalen* **44**, 156–157.

— *1911* „Über einen Beweis des Äquivalenzsatzes", *Mathematische Annalen* **70**, 294–296.

KOSCHNITZKE, Rudolf *1988 Herbart und Herbartschule*, Scientia: Aalen.

KRÄMER, Sybille *1988 Symbolische Maschinen. Die Idee der Formalisierung in geschichtlichem Abriß*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt.

— *1991 Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert*, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Quellen und Studien zur Philosophie*; 28).

— *1992* „Symbolische Erkenntnis bei Leibniz", *Zeitschrift für philosophische Forschung* **46**, 224–237.

KREISER, Lothar *1975* „Wilhelm Wundts Stellung in der Entwicklung der Wissenschaft Logik", in: *Beiträge zur Wundt-Forschung*, Karl-Marx-Universität: Leipzig (= *Wissenschaftliche Beiträge der Karl-Marx-Universität Leipzig, Reihe Psychologie*), 30–40.

— *1977* „W. Wundts Stellung zur algebraischen Logik auf der Grundlage seiner Symbolik der Urteilsfunktionen", in: *Beiträge zur Wundt-Forschung II*, Karl-Marx-Universität: Leipzig (= *Wissenschaftliche Beiträge der Karl-Marx-Universität Leipzig, Reihe Psychologie*), 43–54.

KRIENELKE, Karl *1909 J. H. Lamberts Philosophie der Mathematik*, Diss. Halle a. S.

KROHN, Wolfgang *1972 Die formale Logik in Hegels ‚Wissenschaft der Logik'. Untersuchungen zur Schlußlehre*, Carl Hanser Verlag: München.

KRÜGER, Lorenz *1969 Rationalismus und Entwurf einer universalen Logik bei Leibniz*, Vittorio Klostermann: Frankfurt a. M. (= *Wissenschaft und Gegenwart*; 42).

KULLNICK, Heinz *1961 Berliner und Wahlberliner. Personen und Persönlichkeiten in Berlin von 1640–1914*, A. W. Hayn's Erben: Berlin o. J. [1961].

KUMMER, Ernst Eduard *1842* Rez. v. Ohm *1842*, *Jahrbücher für wissenschaftliche Kritik* Nr. 27 (August 1842), Sp. 209–215.

KUNTZ, Paul Grimley *1971* „Lotze Bibliography", in: George Santayana, *Lotze's System of Philosophy*, hg. v. Paul Grimley Kuntz, Indiana University Press: Bloomington/London, 233–269.

KUSCH, Martin *1994* „The Criticism of Husserl's Arguments against Psychologism in German Philosophy 1901–1920", in: Haaparanta (Hg.) *1994*, 51–83.

— *1995 Psychologism. A Case Study in the Sociology of Philosophical Knowledge*, Routledge: London/New York (= *Philosophical Issues in Science*).

KUZICHEVA, Z. A. *1992* „Mathematical Logic", in: Kolmogorov/Yushkevich (Hgg.) *1992*, 1–34.

KVĚT, František Bolemír *1857 Leibnitz'ens Logik. Nach den Quellen dargestellt*, F. Tempsky: Prag.

LADD-FRANKLIN, Christine *1881* C. Ladd, "On Wundt's Algebra of Logic", *Johns Hopkins University Circulars* **1** (1879–82), No. 10, April 1881, 130–131.

— *1892* Rez. v. Schröder *1890a*, *Mind* n.s. **1**, 126–132.

LAGRANGE, Joseph Louis *1797 Théorie des fonctions analytiques*; *Nouvelle édition*, Courcier: Paris 1813; wieder in: Lagrange, *Œuvres*, hg. v. J.-A. Serret, Bd. 9, Gauthier-Villars: Paris 1881.

LAITA, Luis María *1976 A Study of the Genesis of Boolean Logic*, Diss. Notre Dame.

— *1977* "The Influence of Boole's Search for a Universal Method in Analysis on the Creation of his Logic", *Annals of Science* **34**, 163–176.

— *1979* "Influences on Boole's Logic: The Controversy between William Hamilton and Augustus De Morgan", *Annals of Science* **36**, 45–65.

LAMARRA, Antonio *1978* "The Development of the Theme of the 'Logica Inventiva' During the Stay of Leibniz in Paris", in: *Leibniz à Paris (1672–1676). Symposion de la G. W. Leibniz-Gesellschaft (Hannover) et du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris) à Chantilly (France) du 14 au 18 novembre 1976*, Bd. 2: *La philosophie de Leibniz*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 18), 55–71.

LAMBERT, Johann Heinrich *1764a Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrthum und Schein*, Johann Wendler: Leipzig; Repr. Lambert *1965–69*, Bde. 1 (1965), 2 (1965); Neuausgabe Lambert *1990*.

— *1764b* Anon., Anzeige von Lambert *1764a*, *Göttingische Anzeigen von gelehrten Sachen*, 28. Stück v. 4. März 1764, 217–219.

— *1765a* „De universaliori calculi idea Disquisitio, una cum adnexo specimine", *Nova Acta Eruditorum ad annos MDCCLXIV et MDCCLXV* (1767, Nr. 4 erschienen November/Dezember 1765), 441–480.

— *1765b* [„Erinnerungen des Herrn Professor Lambert gegen den Anhang der Hollandischen Schrift"], *Leipzigische Anzeige. Neue Zeitungen von gelehrten Sachen* Nr. 1 v. 3. Januar 1765; Wiederabdruck in Bök (Hg.) *1766*, 147–154.

— *1765c* [„Erinnerungen des Herrn Professor Lambert auf die vorhergehende Untersuchung"], *Leipzigische Anzeige. Neue Zeitungen von gelehrten Sachen* Nr. 58 v. 22. Juli 1765, Nr. 59 v. 25. Juli 1765; Wiederabdruck in Bök (Hg.) *1766*, 205–224.

— *1767* „In algebram philosophicam Cl. Richeri breves adnotationes", *Nova Acta Eruditorum ad annos MDCCLXVI et MDCCLXVII* (1768, Nr. 3 erschienen Mai/Juni 1767), 334–344.

— *1771 Anlage zur Architectonic oder Theorie des Einfachen und des Ersten in der philosophischen und mathematischen Erkenntniß*, 2 Bde., Hartknoch: Riga; Repr. Lambert *1965–69*, Bde. 3 (1965), 4 (1965).

— *1779 Pyrometrie oder vom Maaße des Feuers und der Wärme*, Haude und Spener: Berlin.

— *1782a* „Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre", in: Lambert *1782/87*, Bd. 1 (1782), 3–180; Repr. Lambert *1965–69*, Bd. 6 (1967).

— *1782b Deutscher gelehrter Briefwechel*, hg. v. Johann Bernoulli, Bd. 1, Bernoulli: Berlin; Repr. Lambert *1965–69*, Bd. 9 (1968).

— *1782/87 Joh. Heinrich Lamberts logische und philosophische Abhandlungen*, hg. v. Johann (III) Bernoulli, 2 Bde. Bernoulli: Berlin, Bd. 1 (1782), Bd. 2 (1787); Repr. Lambert *1965–69*, Bde. 6 (1967), 7 (1969).

— *1915a Abhandlung vom Criterium veritatis. Mit einem erläuternden Vorwort aus dem Manuskript*, hg. v. Karl Bopp, Reuther & Reichard: Berlin (= *Kantstudien. Ergänzungshefte*; 36).

— *1915b Joh. Heinrich Lamberts Monatsbuch. Mit den zugehörigen Kommentaren, sowie mit einem Vorwort über den Stand der Lambert-Forschung*, hg. v. Karl Bopp, Verlag der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften: München (= *Abhandlungen der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-physikalische Klasse* **27**, 6. Abh. [der Band wurde 1916 abgeschlossen].

— *1918 Über die Methode die Metaphysik, Theologie und Moral richtiger zu beweisen. Aus dem Manuskript*, hg. v. Karl Bopp, Reuther & Reichard: Berlin (= *Kantstudien. Ergänzungshefte*; 42).

— *1965–69 Philosophische Schriften*, hg. v. Hans-Werner Arndt, 10 Bde., Olms: Hildesheim, bisher erschienen: Bd. 1: *Neues Organon. 1. Band* (1965), Bd. 2: *Neues Organon. 2. Band* (1965), Bd. 3: *Anlage zur Architectonik. 1. Band* (1965), Bd. 4: *Anlage zur Architectonik. 2. Band* (1965), Bd. 6: *Logische und philosophische Abhandlungen. 1. Band* (1967); Bd. 7: *Logische und philosophische Abhandlungen. 2. Band* (1969), Bd. 9: *Briefwechsel. 1. Band* (1968).

— *1988 Texte zur Systematologie und zur Theorie der wissenschaftlichen Erkenntnis*, hg. v. Geo Siegwart, Felix Meiner: Hamburg (= *Philosophische Bibliothek*; 406).

— *1990 Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein. Nach der bei Johann Wendler in Leipzig 1764 erschienenen Auflage*, unter Mitarbeit v. Peter Heyl hg., bearb. und mit einem Anhang versehen v. Günter Schenk, 3 Bde., Akademie Verlag: Berlin (= *Philosophiehistorische Texte*.)

LANG, Konrad *1972 Konstruktive und kritische Anwendung der Mathematik in der Philosophie. Eine Demonstration anhand „Metaphysik als strenge Wissenschaft" von Heinrich Scholz*, Schwarzbold: Bonn, zugl. Diss. Mainz 1970.

LANGE, Friedrich Albert *1871* „Friedrich Ueberweg", *Altpreußische Monatsschrift* n. F. **8**, 487–522.

LANGE, Johann Christian *1712 Nucleus Logicae Weisianae*, Henning Müller: Gießen.

— *1714 Inventum novum quadrati logici universalis in trianguli quoque formam commode redacti*, Müller: Gießen.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm *1666 Dissertatio de arte combinatoria*, Fick und Seubold: Leipzig; kritische Ausgabe Leibniz *1923–*, Bd. 6.1 (^{2}1990); *GP* IV, 27–102.

— *1765a Œuvres philosophiques latines et françaises de feu Mr de Leibnitz, tirées des ses Manuscrits qui se conservent dans la Bibliothèque royale à Hanovre et publiées par M. Rud. Eric Raspe*, Jean Schreuder: Amsterdam/Leipzig.

— *1765b* « Nouveaux Essais sur l'entendement humain », in: Leibniz *1765a*, Nr. III.

— *1768 Opera omnia, nunc primum collecta, in Classes distributa, praefationibus & indicibus exornata, studio Ludovici Dutens*, 6 Bde., Fratres de Tournes: Genf.

— *1778/1780 Philosophische Werke nach Raspens Sammlung*, aus dem Französischen übersetzt mit Zusätzen und Anmerkungen v. Johann Heinrich Friderich Ulrich, 2 Bde., Hendel: Halle.

— *1838/40 Deutsche Schriften*, hg. v. Gottschalk Eduard Guhrauer, Verlag von Veit und Comp.: Berlin; Repr. Olms: Hildesheim 1966.

— *1839/40 God. Guil. Leibnitii opera philosophica quae exstant Latina Gallica Germanica omnia*, hg. v. Johann Eduard Erdmann, 2 Tle., Eichler: Berlin, Tl. 1, 1840, Tl. 2, 1839.

— *1849–1863 Mathematische Schriften*, hg. v. Carl Immanuel Gerhardt, 7 Bde., Asher et Comp.: Berlin 1849-1850 (Bde. 1, 2), H. W. Schmidt: Halle a. S. 1855–1863 (Bde. 3–7) (= *Leibnizens gesammelte Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover*, hg. v. Georg Heinrich Pertz, 3. Folge); Repr. Olms: Hildesheim 1962.

— *1875–1890 Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, hg. v. C[arl] I[mmanuel] Gerhardt, 7 Bde., Weidmannsche Buchhandlung: Berlin.

— *1890 The Philosophical Works of Leibnitz*, translated with notes by G. M. Duncan, Tuttle and Co.: New Haven.

— *1903 Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre*, hg. v. L[ouis] Couturat, Alcan: Paris.

— *1904–1906 Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, übersetzt von A. Buchenau, hg. v. Ernst Cassirer, 2 Bde., Dürr'sche Buchhandlung: Leipzig (= *Philosophische Bibliothek*; 107/108), Meiner: Leipzig ^{2}1924; Meiner: Hamburg ^{3}1966.

— *1923– Sämtliche Schriften und Briefe*, hg. v. der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Berlin.

— *1948 Textes inédits d'après les manuscrits de la Bibliothèque provinciale de Hanovre*, hg. v. Gaston Grua, 2 Bde., Presses Universitaires de France: Paris (= *Bibliothèque de Philosophie contemporaine. Histoire de la philosophie et philosophie générale*).

— *1960 Fragmente zur Logik*, ausgewählt, übersetzt und erläutert von Franz Schmidt, Akademie-Verlag: Berlin (= *Philosophische Studientexte*).

— *1961 Neue Abhandlung über den menschlichen Verstand. Buch III–IV*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt (= Leibniz, *Philosophische Schriften*, hg. u. übers. v. Wolf v. Engelhardt/Hans Heinz Holz, Bd. III.2).

— *1976 Ein Dialog zur Einführung in die Arithmetik und Algebra, nach der Originalhandschrift herausgegeben, übersetzt und kommentiert*, hg. v. Eberhard Knobloch, Frommann-Holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt.

— *1982 Generales Inquisitiones de Analysi Notionum et Veritatum. Allgemeine Untersuchungen über die Analyse der Begriffe und Wahrheiten*, hg., übers. und mit einem Kommentar versehen v. Franz Schupp, Felix Meiner: Hamburg, ²1993 (= *Philosophische Bibliothek*; 338).

— *1988 Vorausedition zur Reihe VI – Philosophische Schriften – in der Ausgabe der Akademie der Wissenschaften der DDR*, bearb. v. d. Leibniz-Forschungsstelle d. Univ. Münster, Fasz. 7, Manuskriptdruck: Münster.

— *1989 Briefe von besonderem philosophischem Interesse*, 2. Hälfte: *Die Briefe der zweiten Schaffensperiode*, hg. v. Werner Wiater, Wiss. Buchgesellschaft: Darmstadt (= Leibniz, *Philosophische Schriften*, Bd. V.2).

— *1991 De l'horizon de la doctrine humaine (1693). Ἀποκατάστασις πάντων (La Restitution universelle) (1715)*, textes inédits, traduits et annotés par Michel Fichant, Libraire Philosophique J. Vrin: Paris.

— *1992 Schriften zur Logik und zur philosophischen Grundlegung von Mathematik und Naturwissenschaft*, hg. u. übersetzt v. Herbert Herring, Wiss. Buchgesellschaft: Darmstadt (= Leibniz, *Philosophische Schriften*, Bd. 4).

Leibniz. Tradition und Aktualität. V. Internationaler Leibniz-Kongreß. Hannover, 14.–19. November 1988, Redaktion: Ingrid Marchlewitz, 2 Tle., Tl. 1: *Vorträge*, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover 1988, Tl. 2: *Vorträge II. Teil*, ebd. 1989.

Leibniz. Werk und Wirkung. IV. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover 1983.

LENSE, Josef *1966* „Hankel", in: *Neue Deutsche Biographie*, Bd. 7, Duncker & Humblot: Berlin, 618–619.

LENZEN, Wolfgang *1983* „Leibniz und die Entwicklung der modernen Logik", in: *Leibniz. Werk und Wirkung*, 418–425.

— *1984* „Leibniz und die Boolesche Algebra", *studia leibnitiana* **16**, 187–203.

— *1988* „Zur Einbettung der Syllogistik in Leibnizens ‚Allgemeinen Kalkül'", in: Heinekamp (Hg.) *1988*, 38–71.

— *1990 Das System der Leibnizschen Logik*, de Gruyter: Berlin/New York (= *Grundlagen der Kommunikation und Kognition*).

LEPSIUS, Johannes *1881 Johann Heinrich Lambert. Eine Darstellung seiner kosmologischen und philosophischen Leistungen*, Ackermann: München.

LEWIS, Albert C. *1977* "H. Grassmann's 1844 *Ausdehnungslehre* and Schleiermacher's *Dialektik*", *Annals of Science* **34**, 103–162.

LEWIS, Clarence Irving *1918 A Survey of Symbolic Logic*, University of California Press: Berkeley (= *Semicentennial Publications of the University of California*); um Kapitel V und VI gekürzte Neuausgabe: Dover Publications: New York 1960.

LEWIS, Clarence Irving/LANGFORD, Cooper Harold *1932 Symbolic Logic*, The Century Co.: New York/London (= *The Century Philosophy Series*).

LIARD, Louis *1877a* « Un nouveau système de logique formelle. M. Stanley Jevons », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* **3**, 277–293.

— *1877b* « La logique algébrique de Boole », *Revue philosophique de la France et de l'Étranger* **4**, 285–317.

— *1878 Les logiciens anglais contemporains*, Germer Baillière: Paris, ⁵1907.

— *1880 Die neuere englische Logik*, hg. v. J[ohannes] Imelmann, Denicke's Verlag: Berlin, ²1883.

LICHTENBERG, Georg Christoph *1970* „Johann Heinrich Lambert. Biographie" (1778), in: Steck *1970*, VII–XIV.

LIEBIG, Justus *1846 Die Thier-Chemie oder die organische Chemie in ihrer Anwendung auf Physiologie und Pathologie*, 3. Aufl., Vieweg: Braunschweig.

— *1865 Induction und Deduction*, Verlag der k. Akademie: München.

LINDSAY, Thomas M. *1871* "On Recent Logical Speculation in England", in: Ueberweg *1871*, 557–590.

LIPPS, Theodor *1880* „Die Aufgabe der Erkenntnisstheorie und die Wundt'sche Logik", *Philosophische Monatshefte* **16**, 529–539.

— *1912 Zur „Psychologie" und „Philosophie"*, Engelmann: Leipzig (= *Psychologische Untersuchungen*; Bd. 2.1).

LOH, Werner *1993* „Widerlegung der klassischen Aussagenlogik als Forderung einer Logik des Erwägens", *Prima philosophia* **6**, 381–395.

— *1994* „Widerlegung der klassischen Aussagenlogik als Forderung einer Logik des Erwägens", in: Benseler u. a., *Alternativer Umgang mit Alternativen. Aufsätze zu Philosophie und Sozialwissenschaften*, Westdeutscher Verlag: Opladen, 241–259.

LORENZ, Kuno *1989* „Leibnizens Mondadenlehre. Versuch einer logischen Rekonstruktion metaphysischer Konstruktionen", in: v. Weizsäcker/Rudolph (Hgg.) *1989*, 11–31.

LOTZE, Rudolf Hermann *1843 Logik*, Weidmann'sche Buchhandlung: Leipzig.

— *1874 Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen*, S. Hirzel: Leipzig (= Lotze, *System der Philosophie*, Tl. 1).

— *1880 Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen*, 2. Aufl., S. Hirzel: Leipzig (= Lotze, *System der Philosophie*, Tl. 1), teilweiser Neudruck Lotze *1989a,b*.

— *1884 Grundzüge der Aesthetik. Dictate aus den Vorlesungen*, Hirzel: Leipzig.

— *1989a Logik. Erstes Buch. Vom Denken (Reine Logik)*, hg. v. Gottfried Gabriel, Felix Meiner Verlag: Hamburg (= *Philosophische Bibliothek*; 421).

— *1989b Logik. Drittes Buch. Vom Erkennen (Methodologie)*, hg. v. Gottfried Gabriel, Felix Meiner Verlag: Hamburg (= *Philosophische Bibliothek*; 408).

LOWE, Victor *1941* "The Development of Whitehead's Philosophy", in: Schilpp (Hg.) *1941*, 15–124.

— *1985 Alfred North Whitehead. The Man and His Work*, Bd. 1: *1861–1910*, Johns Hopkins University Press: Baltimore, Maryland.

LUARD, H. R. *1889* H. R. L., "Ellis, Robert Leslie (1817-1859)", in: *Dictionary of National Biography*, hg. v. Leslie Stephen, Bd. 17: *Edward–Erskine*, Smith, Elder & Co.: London, 290.

LUDOVICI, Carl Günther *1735–1738 Ausführlicher Entwurf einer vollständigen Historie der Wolffischen Philosophie. Zum Gebrauche seiner Zuhörer heraus gegeben*, 3 Bde., Johann Georg Löwe: Leipzig: Bd. 1: 1735, ^{3}1738, Bd. 2: 1737, Bd. 3: 1738; Repr. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. III, Bde. 1.1-3, Olms: Hildesheim/New York 1977.

— *1737 Ausführlicher Entwurff einer vollständigen Historie der Leibnitzischen Philosophie. Zum Gebrauch Seiner Zuhörer heraus gegeben*, 2 Bde., Johann Georg Löwe: Leipzig; Repr. Olms: Hildesheim 1966.

— *1738 Neueste Merckwürdigkeiten der Leibnitz-Wolffischen Weltweisheit*, Frankfurt/Leipzig; Repr. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. III, Bd. 3, hg. v. Jean École, Olms: Hildesheim/New York 1973.

LÜROTH, Jakob *1891* Rez. v. Schröder *1890a*, *Zeitschrift für Mathematik und Physik. Historisch-literarische Abtheilung* **36**, 161–169.

— *1903* „Ernst Schröder †. Mitglied der Deutschen Mathematiker-Vereinigung", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **12**, 249–265; wieder als Lüroth *1905* (Repr. Lüroth *1966*).

— *1905* „Ernst Schröder †", in: Schröder *1905*, III–XIX; Repr. Lüroth *1966*.

— *1966* „Ernst Schröder †", in: Schröder *1966*, III–XIX.

ŁUKASIEWICZ, Jan *1951 Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Clarendon Press: Oxford; ^{2}1957.

MACCOLL, Hugh *1881* "Implicational and Equational Logic", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* (5) **11**, 40–43.

MACDONALD ROSS, George *1983* "Leibniz's Rôle as a Type in English-Language Philosophy", in: *Leibniz. Werk und Wirkung. IV. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge*, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover, 442–449.

— *1984 Leibniz*, Oxford University Press: Oxford/New York (= *Past Masters*).

MACFARLANE, Alexander *1879* "On the Calculus of Relationship", *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* **10** (1878–80) [read 19 May 1879], 224–232.

— *1880* "On the Calculus of Relationship. — Part II", *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* **11** (1880–82) [read 6 Dec. 1880], 5–13.

— *1881* "On the Calculus of Relationship. Part III", *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* **11** (1880–82) [read 7 March 1881], 162–163.

— *1916* "Augustus De Morgan (1806–1871)", in: Ders., *Lectures on Ten British Mathematicians of the Nineteenth Century*, John Wiley & Sons: New York/Chapman & Hall: London (= *Mathematical Monographs*; 17); 19–33.

MACHALE, Desmond *1985 George Boole: His Life and Work*, Boole Press: Dublin (= *Profiles of Genius Series*; 2).

MADDUX, Roger D. *1991* "The Origins of Relation Algebras in the Development and Axiomatization of the Calculus of Relations", *Studia Logica* **50**, 421–455.

MAHNKE, Dietrich *1923* „Von Hilbert zu Husserl. Erste Einführung in die Phänomenologie, besonders der formalen Mathematik", *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* **29**, Nr. 3/4, 34–37.

— *1925* „Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmetaphysik", *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* **7**, 305–612; auch separat: Max Niemeyer: Halle a. S. 1925.

— *1927* „Leibniz als Begründer der symbolischen Mathematik“, *Isis* **9**, 279–293.

MALZKORN, Wolfgang *1995* „Kants Kritik an der traditionellen Syllogistik“, *History and Philosophy of Logic* **16**, 75–88.

MANGIAGALLI, Maurizio *1983 Logica e metafisica nel pensiero di F. A. Trendelenburg*, CUSL: Milano.

MANGIONE, Corrado *1971* „La svolta della logica nell'Ottocento“, in: Ludovico Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Bd. 5: *Dall'Ottocento al Novecento*, Gazanti: Milano, 92–161.

— *1972* „La logica nel ventesimo secolo“, in: Ludovico Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Bd. 6: *Il Novecento*, Gazanti: Milano, 469–682.

MANSEL, Henry Longueville *1851 Prolegomena logica. An Inquiry into the Psychological Character of Logical Processes*, W. Graham: Oxford.

MARCISZEWSKI, Witold/MURAWSKI, Roman *1995 Mechanization of Reasoning in a Historical Perspective*, Rodopi: Amsterdam/Atlanta (= *Posznan Studies in the Philosophy of Sciences and the Humanities*; 43).

MARQUAND, Allan *1880* "An Account of a Machine, which he had Invented, for Producing Syllogistic Variations", *The Johns Hopkins University Circulars* (Dezember 1880), 84.

— *1883a* "A Machine for Producing Syllogistic Variations", in: Peirce (Hg.) *1883*, 12–15.

— *1883b* "Note on an Eight-Term Logical Machine", in: Peirce (Hg.) *1883*, 16.

MARSHALL, JR., David *1977* "Lukasiewicz, Leibniz and the Arithmetization of the Syllogism", *Notre Dame Journal of Formal Logic* **18**, 235–242.

MARTIN, Gottfried *1960 Leibniz. Logik und Metaphysik*, Kölner Universitäts-Verlag: Köln; 2. durchges. u. verm. Aufl. Walter de Gruyter: Berlin 1967.

— *1972 Arithmetik und Kombinatorik bei Kant*, Walter de Gruyter: Berlin/New York.

MAYS, Wolfe/HENRY, Desmond P. *1953* "Jevons and Logic", *Mind* n. s. **62**, 484–505.

MEHRTENS, Herbert *1979 Die Entstehung der Verbandstheorie*, Gerstenberg: Hildesheim (= *arbor scientiarum*; A.VI).

— *1990 Moderne – Sprache – Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*, Suhrkamp: Frankfurt a. M.

MEIER, Georg Friedrich *1748–1750 Anfangsgründe aller schönen Wissenschaften*, 3 Bde., Hemmerde: Halle; ^{2}1754–1759; Repr. Olms: Hildesheim/New York 1976.

— *1752a Vernunftlehre*, Gebauer: Halle.

— *1752b Auszug aus der Vernunftlehre*, Gebauer: Halle.

MEISTER, Richard *1957* „Exner“, in: *Österreichisches Biographisches Lexikon 1815–1950*, hg. v. Leo Santifaller, Bd. 1, Hermann Böhlaus Nachf.: Graz/Köln, 275–276.

MENDELSSOHN, Moses *1844* Rezension von Lambert *1764* (1766/67), in: *Moses Mendelssohn's Gesammelte Schriften. Nach den Originalschriften und Handschriften*, hg. v. G. B. Mendelssohn, 7 Bde., Bd. 4.2, Brockhaus: Leipzig, 486–520; Neudruck als Mendelssohn *1991* und in Lambert *1990*, Bd. 3, 857–891.

— *1991* Rezension von Lambert *1764* (1766/67), in: Moses Mendelssohn, *Rezensionsartikel in Allgemeine deutsche Bibliothek (1765–1784). Literarische Fragmente*, bearb. v. Eva J. Engel, Friedrich Frommann Verlag, Günther Holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt (= Mendelssohn, *Gesammelte Schriften*, Bd. 5.2), 31–64; ältere Ausgabe in Mendelssohn *1844*.

MENNE, Albert *1969* „Zur Logik von Gottfried Ploucquet“, in: *Akten des XIV. Internationalen Kongresses für Philosophie. Wien, 2.–9. September 1968*, Bd. 3: *Logik, Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie, Sprachphilosophie, Ontologie und Metaphysik*, Universität Wien/Herder: Wien, 45–49.

— *1970* „Einleitung“, in: Ploucquet *1970*, VII–XIII.

MENZEL, Ladislav *1965* „Das Problem der formalen Logik in der Kritik der reinen Vernunft“ , *Kant-Studien* **56**, 396–411.

MERRILL, Daniel D. *1990 Augustus De Morgan and the Logic of Relations*, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (= *The New Synthese Historical Library*; 38).

MEYER, Rudolf W. *1957* „Vorwort des Herausgebers“, in: Jungius *1957*, VII–XXIII.

MILL, John Stuart *1843 A System of Logic, Ratiocinative and Inductive. Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation*, 2 Bde., J. W. Parker: London.

— *1849a System der deductiven und inductiven Logik. Eine Darlegung der Principien wissenschaftlicher Forschung, insbesondere der Naturforschung*, übersetzt v. Jacob Schiel, Vieweg & Sohn: Braunschweig, ^{4}1877.

— *1849b Die inductive Logik: Eine Darlegung der philosophischen Principien wissenschaftlicher Forschung, insbesondere der Naturforschung*, übersetzt von J. Schiel, Vieweg & Sohn: Braunschweig.

MITTELSTRASS, Jürgen *1970 Neuzeit und Aufklärung. Studien zur Entstehung der neuzeitlichen Wissenschaft und Philosophie*, Walter de Gruyter: Berlin/New York.

— *1978* „Die Idee einer Mathesis universalis bei Descartes", *Perspektiven der Philosophie. Neues Jahrbuch* **4**, 177–192.

— *1994* „Die Einheit der Wissenschaftssprache. Einige wissenschaftstheoretische und wissenschaftshistorische Anmerkungen", *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* **17**, 79–88.

MITTELSTRASS, Jürgen / SCHROEDER-HEISTER, Peter *1986* „Zeichen, Kalkül, Wahrscheinlichkeit. Elemente einer Mathesis universalis bei Leibniz", in: *Pragmatik. Handbuch pragmatischen Denkens*, hg. v. H. Stachowiak, Bd. 1: *Pragmatisches Denken von den Ursprüngen bis zum 18. Jahrhundert*, Felix Meiner: Hamburg, 392–414.

MÖBIUS, August Ferdinand *1827 Der barycentrische Calcul ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie dargestellt und insbesondere auf die Bildung neuer Classen von Aufgaben und die Entwicklung mehrerer Eigenschaften der Kegelschnitte angewendet*, Johann Ambrosius Barth: Leipzig.

— *1847* „Die Grassmann'sche Lehre von Punktgrössen und den davon abhängenden Grössenformen", in: H. Grassmann *1847*, 61–79.

MOLENDIJK, Arie L. *1991 Aus dem Dunklen ins Helle. Wissenschaft und Theologie im Denken von Heinrich Scholz. Mit unveröffentlichten Thesenreihen von Heinrich Scholz und Karl Barth*, Rodopi: Amsterdam/Atlanta, GA (= *Amsterdam Studies in Theology*; 8).

MONK, Ray *1996 Bertrand Russell. The Spirit of Solitude 1872–1921*, The Free Press: New York u a.

MONNA, A. F. *1973* "Hermann Hankel", *Nieuw Archief voor Wiskunde* (3) **21**, 64–87.

MONRO, Cecil James *1881* Rez. v. Venn *1881*, *Mind* **6**, 574–581.

MOORE, Gregory *1992 The Origins of Russell's Paradox: Russell, Couturat, and the Antinomy of Infinite Number*, TS, 23 S., erscheint in *Boston Studies in the Philosophy of Science*.

— *1994* "Logic and Set Theory", in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 635–643.

MORELL, Jack / THACKRAY, Arnold *1981 Gentlemen of Science. Early Years of the British Association for the Advancement of Science*, Clarendon Press: Oxford.

MORETTO, Antonio *1984 Hegel e la "matematica dell'infinito"*, Verifiche: Trento (= *Pubblicazioni di Verifiche*; 8).

— *1986* « L'Influence de la < Mathematique de l'Infini > dans la formation de la Dialectique Hégélienne » , in: Horstmann/Petry (Hgg.) *1986*, 175–196.

— *1988 Questioni di filosofia della matematica nella "Scienza della logica" di Hegel. "Die Lehre vom Sein" del 1831*, Verifiche: Trento (= *Pubblicazioni di verifiche*; 13).

MÜLLER, Christoph Heinrich *1787* „Bemerkungen über Lamberts Character", in: Lambert *1782/87*, Bd. 2, 347–382.

MÜLLER, Gert H. (Hg.) *1987 Ω-Bibliography of Mathematical Logic*, hg. v. Gert H. Müller in Zusammenarbeit mit Wolfgang Lenski, 6 Bde., Springer Verlag: Berlin u. a. (= *Perspectives in Mathematical Logic*), Bd. 1: *Classical Logic*, hg. v. Wolfgang Rautenberg, Bd. 2: *Non-Classical Logic*, hg. v. Wolfgang Rautenberg, Bd. 3: *Model Theory*, hg. v. Heinz-Dieter Ebbinghaus, Bd. 4: *Recursion Theory*, hg. v. Peter G. Hilman, Bd. 5: *Set Theory*, hg. v. Andreas R. Blass, Bd. 6: *Proof Theory, Constructive Mathematics*, hg. v. Jane E. Kister/Dirk van Dalen/Anne S. Troelstra.

MÜLLER, Kurt *1969 Leibniz-Bibliographie. Die Literatur über Leibniz*, Klostermann: Frankfurt a. M. (= *Veröffentlichungen des Leibniz-Archivs*; 1).

MUGNAI, Massimo *1982 La logica da Leibniz a Frege*, Loescher Editore: Torino (= *Filosofia*; 23).

— *1992 Leibniz' Theory of Relations*, Franz Steiner Verlag: Stuttgart (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 28).

MURAWSKI, Roman *1990* "Philosophical Aspects of Symbolization in Mathematics and Logic", in: Díez/Echeverría/Ibarra *1990*, 289–293.

MURAWSKI, Roman/BEDÜRFTIG, Thomas *1995* „Die Entwicklung der Symbolik in der Logik und ihr philosophischer Hintergrund", *Mathematische Semesterberichte* **42**, 1–31.

NAGEL, Ernest *1935* "'Impossible Numbers': A Chapter in the History of Modern Logic", in: *Studies in the History of Ideas*, hg. v. Department of Philosophy of Columbia University, Bd. 3, Columbia University Press: New York, 429–474.

— *1939* "The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry", *Osiris* **7**, 142–224.

NATORP, Paul *1912* „Das akademische Erbe Hermann Cohens. Psychologie oder Philosophie“, *Frankfurter Zeitung und Handelsblatt* Nr. 283 v. 12.10.1912, 1–2.

NEDICH, Ljubomir *1886* „Die Lehre von der Quantification des Prädicats in der neueren englischen Logik“, *Philosophische Studien* **3**, 157–194.

NEIL, Samuel *1864* S. N., "John Stuart Mill", *The British Controversialist and Literary Magazine* n. s. (1864), 161–173, 241–256.

— *1865* S. N., "The Late George Boole. LL. D., D. C. L., Professor of Mathematics, Queen's College, Cork; Author of 'The Laws of Thought', etc.", *The British Controversialist and Literary Magazine* n. s. No. 80 (August 1865), 81–94; No. 81 (September 1865), 161–174.

NELSON, Leonard *1928* „Kritische Philosophie und mathematische Axiomatik“, *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* **34**, 108–142.

NEUBERT-DROBISCH, Walther *1902 Moritz Wilhelm Drobisch. Ein Gelehrtenleben*, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung: Leipzig.

NOVÝ, Luboš *1973 Origins of Modern Algebra*, Noordhoff International Publishing: Leyden/Academia: Prag.

O'BRIANT, Walter H. *1979* "Russell on Leibniz", *Studia Leibnitiana* **11**, 159–222.

O'DONNELL, Seán *1983 William Rowan Hamilton. Portrait of a Prodigy*, Boole Press: Dublin (= *Profiles of Genius Series*; 2).

O'FARRELL, Francis, S. J. *1973* "Aristotle's, Kant's and Hegel's Logic", *Gregorianum* **54**, 477–515, 654–677.

OHM, Martin *1822 Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik*, Tl. 1: *Arithmetik und Algebra enthaltend*, Tl. 2: *Algebra und Analysis des Endlichen enthaltend*, Reimer: Berlin; Jonas: Berlin ^{2}1828/1829.

— *1842 Der Geist der mathematischen Analysis und ihr Verhältniss zur Schule. Auch als Anhang zu seinen verschiedenen Lehrbüchern*, 1. Abh., Duncker & Humblot: Berlin.

— *1843 The Spirit of Mathematical Analysis and its Relation to a Logical System*, englische Übersetzung von Alexander John Ellis, Parker: London.

— *1846 Der Geist der mathematischen Analysis und ihr Verhältniß zur Schule*, 2. Abh.: *Der Geist der Differential- und Integral-Rechnung. Nebst einer neuen und gründlicheren Theorie der bestimmten Integrale*, Carl Heyder: Erlangen.

— *1853 Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik*, Tl. 1: *Arithmetik und Algebra enthaltend*, Korn'sche Buchhandlung: Nürnberg, 3. Aufl.

OPPENHEIMER, Franz *1926* „Gregor Itelson. Ein Nachruf“, *Frankfurter Zeitung und Handelsblatt*, Nr. 445 v. 18.6.1926, 1–2.

ORBICAL, Jean *1978* « Leibniz et l'irénisme d'Antoine Arnauld », in: *Leibniz à Paris (1672–1676). Symposion de la G. W. Leibniz-Gesellschaft (Hannover) et du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris) à Chantilly (France) du 14 au 18 novembre 1976*, Bd. 2: *La philosophie de Leibniz*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 18), 15–20.

OSTERTAG, Heinrich *1910 Der philosophische Gehalt des Wolff-Manteuffelschen Briefwechsels*, Quelle & Meyer: Leipzig (= *Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte*; 13).

OTTE, Michael *1987* „Martin Ohms ‚Geist der Analysis‘ im Kontext des 19. Jahrhunderts“, in: Bekemeier *1987*, VII–XIX.

— *1989* "The Ideas of Hermann Grassmann in the Context of the Mathematical and Philosophical Tradition since Leibniz", *Historia Mathematica* **16**, 1–35.

OWEN, W. B. *1912* "Neil, Samuel", in: *Dictionary of National Biography. Second Supplement*, Bd. 3, Smith, Elder & Co.: London, 2–3.

PANTEKI, Maria *1991 Relationships between Algebra, Differential Equations and Logic in England 1800–1860*, Ph. D. Thesis London.

— *1993* "Thomas Solly (1816–1875): an Unknown Pioneer of the Mathematization of Logic in England, 1839", *History and Philosophy of Logic* **14**, 133–169.

PAPPUS VON ALEXANDRIA *1875–78 Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt*, hg. v. Friedrich Hultsch, 3 Bde., Friedrich Weidmann: Berlin; Nachdruck Hakkert: Amsterdam 1965.

— *1986 Book 7 of the* Collection, hg. v. Alexander Jones, Springer: New York u. a. (= *Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences*; 8).

PARKINSON, George H. R. *1965 Logic and Reality in Leibniz's Metaphysics*, Clarendon Press: Oxford; Repr. Garland: New York/London u. a. 1985 (= *The Philosophy of Leibniz*; 13).

PATON, E. *1957–58* "Formal and Transcendental Logic", *Kant-Studien* **49**, 245–263.

PATZIG, Günther *1963 Die Aristotelische Syllogistik. Logisch-philologische Untersuchungen über das Buch A der „Ersten Analytiken“*, 2. verb. Aufl., Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften in Göttingen. Philologisch-Historische Klasse*; 3. Folge, 42).

— *1969* „Leibniz, Frege und die sogenannte ‚lingua characterica universalis‘“, *Akten des Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover, 14.–19. November 1966*, Bd. 3: *Erkenntnislehre, Logik, Sprachphilosophie, Editionsberichte*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana Supplementa*; III), 103–112.

PEACOCK, George *1830 A Treatise on Algebra*, J. & J.J. Deighton: Cambridge/G.F. & J. Rivington: London; Neuausgabe Peacock *1842/1845*.

— *1834* "Report on the Recent Progress and Present State of Certain Branches of Analysis", *Report of the Third Meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Cambridge in 1833*, John Murray: London, 185–352.

— *1842/1845 A Treatise on Algebra*, Bd. 1: *Arithmetical Algebra*, J. & J.J. Deighton: Cambridge/ G.F. & J. Rivington, and Whittaker & Co.: London 1842, Bd. 2: *On Symbolical Algebra and its Applications to the Geometry of Position*, ebd. 1845.

PEANO, Giuseppe *1888 Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Fratelli Bocca Editori: Torino.

PECKHAUS, Volker *1988a* „Historiographie wissenschaftlicher Disziplinen als Kombination von Problem- und Sozialgeschichtsschreibung: Formale Logik im Deutschland des ausgehenden 19. Jahrhunderts“, in: *Die geschichtliche Perspektive in den Disziplinen der Wissenschaftsforschung. Kolloquium an der TU Berlin, Oktober 1988. Mit Beiträgen von Michael Heidelberger, Walter Kaiser, C. Ulises Moulines, Volker Peckhaus, Wolf Schäfer, Burkhard Weiss*, hg. v. Hans Poser/Clemens Burrichter, Berlin (= *TUB-Dokumentation Kongresse und Tagungen*; 39), 177–215.

— *1988b* „Karl Eugen Müller (1865–1932) und seine Rolle in der Entwicklung der Algebra der Logik“, *History and Philosophy of Logic* **9**, 43–56.

— *1990 Hilbertprogramm und Kritische Philosophie. Das Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 7).

— *1991* „Ernst Schröder und die ‚pasigraphischen Systeme‘ von Peano und Peirce“, *Modern Logic* **1**, H. 2/3 (Winter 1990/91), 174–205.

— *1992* „Hilbert, Zermelo und die Institutionalisierung der mathematischen Logik in Deutschland“, *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* **15**, 27–38.

— *1993a* „Ernst Schröder und der Logizismus“, in: Stelzner (Hg.) *1993*, 108–119.

— *1993b* Rezension von Molendijk *1991*, *History and Philosophy of Logic* **14**, 101–107.

— *1994a* „Wozu Algebra der Logik? Ernst Schröders Suche nach einer universalen Theorie der Verknüpfungen“, *Modern Logic* **4**, 357–381.

— *1994b* „Leibniz als Identifikationsfigur der britischen Logiker des 19. Jahrhunderts“, in: *VI. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge I. Teil, Hannover, 18.–22.7.1994*, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft: Hannover, 589–596.

— *1994c* „Benno Kerry. Beiträge zu seiner Biographie“, *History and Philosophy of Logic* **15**, 1–8.

— *1995 Hermann Ulrici (1806–1884). Der Hallesche Philosoph und die englische Algebra der Logik. Mit einer Auswahl von Texten Ulricis und einer Bibliographie seiner Schriften*, Hallescher Verlag: Halle a.S. (= *Schriftenreihe zur Geistes- und Kulturgeschichte. Texte und Dokumente*).

— *1996* "The Influence of Hermann Günther Grassmann und Robert Grassmann on Ernst Schröder's Algebra of Logic", in: Schubring (Hg.) *1996*, 217–227.

— *1997?* "The Axiomatic Method and Ernst Schröder's Algebraic Approach to Logic", erscheint in: *Philosophia Scientiae*, Nancy (= *Travaux d'histoire et de philosophie des sciences*; 1).

PEIRCE, Charles Sanders *1870* "Description of a Notation for the Logic of Relatives, Resulting from an Amplification of the Conceptions of Boole's Calculus of Logic", *Memoirs of the American Academy* **9**, 317–378; Wiederabdruck in: Peirce *1933*, 27–98; *1984*, 359–429.

— *1880* "On the Algebra of Logic", *American Journal of Mathematics* **3**, 15–57; Wiederabdruck in Peirce *1986*, 163–208.

— *1883* Anon., *Studies in Logic. By Members of the Johns Hopkins University*, Little, Brown, and Company: Boston; Repr. in: *Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University (1883)*, hg. v. Charles S. Peirce, mit einer Einleitung von Max H. Fisch und einem Vorwort von Achim Eschbach, John Benjamins: Amsterdam/Philadelphia 1983 (= *Foundations in Semiotics*; 1).

— *1885* "On the Algebra of Logic. A Contribution to the Philosophy of Notation", *American Journal of Mathematics* **7**, 180–202.

— *1933 Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Bd. 3: *Exact Logic (Published Papers)*, hg. v. Charles Hartshorne/Paul Weiss, Harvard University Press: Cambridge, Mass., ²1960.

— *1986 Writings of Charles Sanders Peirce: a Chronological Edition*, Bd. 2: *1867–1871*, hg. v. Edward C. Moore, Indiana University Press: Bloomington.

PETERS, Wilhelm S. *1968* „I. Kants Verhältnis zu J. H. Lambert", *Kant-Studien* **59**, 448–453.

PETERSEN, Peter *1913 Die Philosophie Friedrich Adolf Trendelenburgs. Ein Beitrag zur Geschichte des Aristotelismus im 19. Jahrhundert*, C. Boysen: Hamburg.

PFEIL, Hans *1934 Der Psychologismus im englischen Empirismus*, Schöningh: Paderborn (= *Forschungen zur neueren Philosophie und ihrer Geschichte*; 5).

PIĄTKIEWICZ, Stanisław *1888* „Algebra w logice", in: *Sprawozdania dyrektora c.k. IV gimnazyum we Lwowie za rok szkolny 1888*, 1–52; separat Nakładem Funduszu Naukowego: Lwów 1888.

PLOUCQUET, Gottfried *1763a Methodus tam demonstandi directe omnes syllogismorum species, quam vitia formæ detegendi, ope unius regulæ, appendicis loco addita priori fundamentorum philosophiæ speculativæ*, Tübingen; Nachdruck in: Bök (Hg.) *1766*, 15–28.

— *1763b Methodus calculandi in logicis inventa. Praemittitur commentatio de arte characteristica*, Frankfurt/Leipzig; Nachdruck in: Bök (Hg.) *1766*, 29–80.

— *1765 Untersuchung und Abänderung der logikalischen Constructionen des Herrn Professor Lambert,* [...] *nebst einigen Anmerkungen über den logikalischen Calcul*, Cotta: Tübingen; Nachdruck in: Bök (Hg.) *1766*, 155–204.

— *1766a* „Antwort auf die von Herrn Professor Lambert in den Leipziger Zeitungen Nro. 58. und 59. 1765 gemachten Erinnerungen und disseitiger Beschluß der logikalischen Rechnungs-Strittigkeiten durch Gottfr. Ploucquet. 1766", in: Bök (Hg.) *1766*, 233–256.

— *1766b* „Anmerkungen über Leibnitzens *Difficultates logicas* in den *Oeuvres philosophiques de feu Mr. de Leibniz, tirees des ses Manuscrits &c. par Mr. Raspe, avec une Préface de Mr. Kæstner, MDCCLXV*", in: Bök (Hg.) *1766*, 260–263.

— *1970 Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul Herrn Prof. Ploucquets betreffen, mit neuen Zusätzen, herausgegeben von August Friedrich Bök. Faksimile-Neudruck der Ausgabe Frankfurt und Leipzig 1766*, hg. v. Albert Menne, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt.

POSER, Hans *1988* „Zum Verhältnis von Logik und Mathematik bei Leibniz", in: Heinekamp (Hg.) *1988*, 197–207.

POSER, Hans/HEINEKAMP, Albert (Hgg.) *1990 Leibniz in Berlin. Symposium der Leibniz-Gesellschaft und des Instituts für Philosophie, Wissenschaftstheorie, Wissenschafts- und Technikgeschichte der Technischen Universität Berlin in Verbindung mit dem Bezirksamt Charlottenburg und der Verwaltung der staatlichen Schlösser und Gärten Berlin im Schloß Charlottenburg, Berlin, 10. bis 12. Juni 1987*, Franz Steiner Verlag: Stuttgart (= *Studia Leibnitiana*; Sonderheft 6).

POSY, Carl J. (Hg.) *1992 Kant's Philosophy of Mathematics. Modern Essays*, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (= *Synthese Library*; 219).

POZZO, Riccardo *1989 Kant und das Problem einer Einleitung in die Logik. Ein Beitrag zur Rekonstruktion der historischen Hintergründe von Kants Logik-Kolleg*, Peter Lang: Frankfurt a. M. u. a. (= *Europäische Hochschulschriften*; XX.269); zugl. Diss. Saarbrücken 1988.

PRANTL, Carl *1855–1870 Geschichte der Logik im Abendlande*, 4 Bde., Hirzel: Leipzig; Repr. Akademische Druck- und Verlagsanstalt: Graz 1955.

PREDIGER, Susanne *1996 Symbolische Datenanalyse und ihre begriffsanalytische Einordnung*, Staatsexamensarbeit am Fachbereich Mathematik der TH Darmstadt.

„Preisbewerbung für die Jahre 1845 und 1846", *Jahresbericht der Fürstlich-Jablonowski'schen Gesellschaft der Wissenschaften* (Leipzig) 1846, 6–8.

Preisschriften über die Frage: Welche Fortschritte hat die Metaphysik seit Leibnitzens und Wolffs Zeiten in Deutschland gemacht? Von Johann Christoph Schwab, Karl Leonhard Reinhold, Johann Heinrich Abicht, hg. v. der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften, Friedrich Maurer: Berlin 1796.

PULKKINEN, Jarmo *1994 The Threat of Logical Mathematism. A Study on the Critique of Mathematical Logic in Germany at the Turn of the 20th Century*, Peter Lang: Frankfurt u. a. (= *Scandinavian University Studies in the Humanities and Social Sciences*; 7).

PURKERT, Walter *1973* „Zur Genesis des abstrakten Körperbegriffs", 2 Tle., *NTM-Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* **10**, H. 1, 23–37, H. 2, 8–20.

PURKERT, Walter / WUSSING, Hans *1994* "Fundamental Concepts of Abstract Algebra", in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 741–760.

PYCIOR, Helena M. *1976 The Role of Sir William Rowan Hamilton in the Development of British Modern Algebra*, Ph. D.-Diss. Cornell University.

— *1981* "George Peacock and the British Origins of Symbolical Algebra", *Historia Mathematica* **8**, 23–45.

— *1982* "Early Criticism of the Symbolic Approach to Algebra", *Historia Mathematica* **9**, 392–412.

— *1983* "Augustus De Morgan's Algebraic Work: The Three Stages", *Isis* **74**, 211–226.

— *1984* "Internalism, Externalism and Beyond: 19th-Century British Algebra", *Historia Mathematica* **11**, 424–441.

— *1994* "The Philosophy of Algebra", in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 794–805.

RABUS, Georg Leonhard *1873/74* „Zur logischen Frage. I. Anschauung und Denken", *Philosophische Monatshefte* **9** (1873), 17–26, 57–65; Tl. II: „Die Vorstellung", ebd., 305–317; Tl. III: „Die logischen Gesetze", ebd., 409–423; Tl. IV: „Urtheil und Begriff", ebd., **19** (1874), 433–447.

— *1880a Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und Die logische Frage*, Deichert: Erlangen.

— *1880b* „Zur logischen Frage. Mit Beziehung auf das Werk von W[ilhelm] Wundt: Logik. Erster Band: Erkenntnisslehre. Stuttgart (Enke) 1880", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **77**, Ergänzungsheft, 105–124.

RAPP, Adolf *1955* „Bilfinger 1)", in: *Neue Deutsche Biographie*, Bd. 2, Duncker & Humblot: Berlin, 235–236.

RATH, Matthias *1993* „‚Logik ist nichts oder sie ist Psychologie'. Zum Psychologismus in der deutschen Philosophie am Beispiel Theodor Lipps'", in: *XVI. Deutscher Kongreß für Philosophie. Neue Realitäten. Herausforderungen der Philosophie. 20.–24. September 1993. TU Berlin. Sektionsbeiträge I*, TU Berlin: Berlin, 144–151.

— *1994a Der Psychologismusstreit in der deutschen Philosophie*, Karl Alber Verlag: Freiburg/München.

— *1994b* „Von der Logik zur Psycho-Logik. Der Psychologismus seit Jakob Friedrich Fries", *Philosophisches Jahrbuch* **101**, 307–320.

RAVIER, Emile *1937 Bibliographie des œuvres de Leibniz*, Paris; Repr. Olms: Hildesheim 1966.

REBUFFO, Franco *1989 Hegel e il pensiero matematico della sua epoca*, La Nuova Italia Editrice: Firenze (= *Pubblicazioni della Facoltà di lettere e filosofia dell'Università di Milano* 130; *Sezione a cura del dipartimento di filosofia*; 16).

REHNISCH, E. *1884* „Zur Biographie Hermann Lotze's", in: Lotze *1884*, 74–113.

REID, Thomas *1846/1863 The Works of Thomas Reid, D. D. now fully Corrected with Selections from His Unpublished Letters*, hg. v. William Hamilton, 2 Bde, Edinburgh.

REINHOLD, Karl Leonhard *1796* „Versuch einer Beantwortung der von der erlauchten Königl. Ak. der Wissensch. zu Berlin aufgestellten Frage: ‚Was hat die Metaphysik seit Wolff und Leibnitz gewonnen?'", in: *Preisschriften*, 171–254.

RESCHER, Nicholas *1954* "Leibniz's Interpretation of His Logical Calculi", *The Journal of Symbolic Logic* **19**, 1–13; dt. Rescher *1988*.

— *1988* „Leibniz' Interpretation seiner logischen Kalküle", in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 175–192.

REUTER, Peter *1992* „Neuere Textausgaben und Darstellungen zu Leben und Werk von G. W. Leibniz", *Philosophischer Literaturanzeiger* **45**, 291–305.

RICE, Adrian *1996* "Augustus De Morgan (1806–1871)", *The Mathematical Intelligencer* **18**, Nr. 3, 40–43.

RICHARDS, Joan L. *1980* "The Art and the Science of British Algebra: A Study in the Perception of Mathematical Truth", *Historia Mathematica* **7**, 343–365.

— *1987* "Augustus De Morgan, the History of Mathematics, and the Foundations of Algebra", *Isis* **78**, 7–30.

— *1988 Mathematical Visions. The Pursuit of Geometry in Victorian England*, Academic Press: Boston u. a.

RICHARDS, JOHN *1980* "Boole and Mill: Differing Perspectives on Logical Psychologism", *History and Philosophy of Logic* **1**, 19–36.

RICHTER *1876* „Darjes", *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 4, Duncker & Humblot: Berlin (Repr. 1968), 758–759.

RICHTER, Gottlob Henricus *1745 De reductione logicae ad arithmeticam*, Wittenberg.

RICKEN, Ulrich *1989 Leibniz, Wolff und einige sprachtheoretische Entwicklungen in der deutschen Aufklärung*, Akademie-Verlag: Berlin (= *Sitzungsberichte der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Philologisch-historische Klasse*; 129.3).

RIEHL, Alois *1877* „Die englische Logik der Gegenwart", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* **1**, 51–80.

— *1883 Ueber wissenschaftliche und nichtwissenschaftliche Philosophie. Eine akademische Antrittsrede*, Mohr: Freiburg i. Br./Tübingen.

RISSE, Wilhelm *1964 Die Logik der Neuzeit*, Bd. 1: *1500–1640*, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt.

— *1965–1979 Bibliographia Logica*, 4 Bde., Georg Olms: Hildesheim (= *Studien und Materialien zur Geschichte der Philosophie*; 1); Bd. 1: *Verzeichnis der Druckschriften zur Logik mit Angabe ihrer Fundorte. 1472–1800*, 1965; Bd. 2: *Verzeichnis der Druckschriften zur Logik mit Angabe ihrer Fundorte. 1801–1969*, 1973; Bd. 3: *Verzeichnis der Zeitschriftenartikel zur Logik*, 1979; Bd. 4: *Verzeichnis der Handschriften zur Logik*, 1979.

— *1970 Die Logik der Neuzeit*, Bd. 2: *1640–1780*, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt.

ROBERTSON, George Croom *1876* Rez. v. Jevons *1874*, *Mind* **1**, 206–222.

RODRÍGUEZ-CONSUEGRA, Francisco A. *1994* "Mathematical Logic and Logicism from Peano to Quine, 1890–1940", in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 617–628.

RÖDDING, Dieter *1971* Art. „Algebra der Logik", in: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, hg. v. Joachim Ritter, Bd. 1: *A–C*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, Sp. 152–153.

ROSENKRANZ, Karl *1872* „Trendel[e]nburg und Hegel", *Die Gegenwart* **2**, Nr. 28 v. 3.8.1872, 72–74.

ROSENSTOCK, Gershon George *1964 F. A. Trendelenburg. Forerunner to John Dewey*, Southern Illinois University: Carbondale (= *Philosophical Explorations*).

ROWE, David *1996* "On the Reception of Grassmann's Work in Germany during the 1870's", in: Schubring (Hg.) *1996*, 131–145.

RUDIO, Ferdinand (Hg.) *1898 Verhandlungen des Ersten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich vom 9. bis 11. August 1897*, Teubner: Leipzig; Repr. Kraus: Nendeln 1967.

RÜLF, Friedrich *1920 Gottfried Ploucquets Urteilslehre und ihr Zusammenhang mit seiner Philosophie*, Diss. Erlangen.

RUSSELL, Bertrand *1899–1900* "Leibniz's Doctrine of Substance as Deduced from his Logic", in: Russell *1993*, 514–534.

— *1900 A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz. With an Appendix of Leading Passages*, The University Press: Cambridge; Allen & Unwin: London ²1937; Repr. with a new Introduction by John G. Slater, Routledge: London 1992.

— *1903a The Principles of Mathematics*, The University Press: Cambridge [als "Vol. I"]; Allen & Unwin: London, ²1937; Repr. Routledge: London 1992.

— *1903b* "Recent Work on the Philosophy of Leibniz", *Mind* n.s. **12**, 177–201; dt. Russell *1988*.

— *1967 The Autobiography of Bertrand Russell. 1872–1914*, George Allan & Unwin: London, ⁴1978.

— *1988* „Neue Arbeiten über die Philosophie von Leibniz", in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 81–112.

— *1993 Toward the "Principles of Mathematics" 1900–02*, hg. v. Gregory H. Moore, Routledge: London/New York (= *The Collected Papers of Bertrand Russell*; Bd. 3).

SAISSET, Émile *1860* « Leibnitz et Hegel. D'après de nouveaux documents », *Revue des deux Mondes* (2) **30**, 961–996.

SÁNCHEZ-MAZAS, Miguel *1991* « Actualisation, développement et perfectionnement des calculs logiques arithmetico-intensionnels de Leibniz », *Theoria*, segunda época **6**, 175–259.

— *1994 Actualización de la característica numérica universal de Leibniz*, Centro de Analisis, Logica e Informatica juridica: San Sebastián (= *Cuadernos Universitarios de „Theoria"*; 3.1).

SCHEIBE, Erhard *1990* „Calculemus! Das Problem der Anwendung von Logik und Mathematik", in: *Leibniz' Auseinandersetzung mit Vorgängern und Zeitgenossen*, hg. v. Ingrid Marchlewitz/Albert Heinekamp, Franz Steiner Verlag: Stuttgart 1990 (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 27), 200–216.

SCHEIBERT, Karl *1937 Geschichte des Geschlechts Graßmann und seiner Nebenlinien*, Verlag für Sippenforschung und Wappenkunde C. A. Starke: Görlitz.

SCHENK, Günter *1980* „Zur Stellung der Logik in der Aufklärung unter besonderer Berücksichtigung von Christian Wolffs ‚Philosophia rationalis sive logica'", in: *Christian Wolff als Philosoph der Aufklärung in Deutschland. Hallesches Wolff-Kolloquium 1979 anläßlich der 300. Wiederkehr seines Geburtstages*, hg. v. Hans-Martin Gerlach/Günter Schenk/Burckard Thaler, Halle a. S. (= *Wissenschaftliche Beiträge der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg* 1980/32), 48–56.

— *1990a* „Exkurs: Zum Streit über den logischen Kalkül (1764–67)", in: Lambert *1990*, Bd. 3, 892–903.

— *1990b* „Nachwort", in: Lambert *1990*, Bd. 3, 1027–1056.

— *1994 Leben und Werk des Halleschen Aufklärers Georg Friedrich Meier*, Hallescher Verlag: Halle (= *Hallesche Gelehrtenbiographien*).

SCHEPERS, Heinrich *1966* „Leibniz' Arbeiten zu einer Reformation der Kategorien", *Zeitschrift für philosophische Forschung* **20** (Heft 3/4, *Zum Gedenken an den 250. Todestag von Gottfried Wilhelm Leibniz. 1. Juli 1646 - 14. November 1716*, hg. v. E. Hochstetter/G. Schischkoff), 539–567.

— *1989* „Scientia generalis. Ein Problem der Leibniz-Edition", in: *Leibniz. Tradition und Aktualität* II, 360–371.

— *1992* „Scientia generalis", in: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, Bd. 8: *R–Sc*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, Sp. 1504–1507.

SCHIEL, Jacob Heinrich Wilhelm *1849* „Vorwort", in: Mill *1849b*, V–VI.

SCHILPP, Paul Arthur (Hg.) *1941 The Philosophy of Alfred North Whitehead*, Tudor: New York (= *The Library of Living Philosophers*), ^{2}1951.

SCHISCHKOFF, Georgi *1947* „Die gegenwärtige Logistik und Leibniz", in: Schischkoff (Hg.) *1947*, 224–240.

SCHISCHKOFF, Georgi (Hg.) *1947 Beiträge zur Leibniz-Forschung*, Gryphius-Verlag: Reutlingen (= *Monographien zur philosophischen Forschung*; 1).

SCHLEGEL, Lothar Hans Peter *1992 Urteilstheorie bei Friedrich Ueberweg*, Lit: Münster/Hamburg (= *Uni Press*; 34); zugl. Diss. Münster 1992.

SCHLEIERMACHER, Friedrich *1835a* [Laut Inhaltsverzeichnis: Rede „Zur Charakteristik des Herrn v. Leibnitz", gehalten in der öffentlichen Sitzung der Berliner Akademie der Wissenschaften am 3. Juli 1815], in: *Friedrich Schleiermacher's Literarischer Nachlaß. Zur Philosophie*, Bd. 1, Reiner: Berlin

(= *Friedrich Schleiermacher's Sämmtliche Werke*, 3. Abt.: *Zur Philosophie*, Bd. 3), 9–18.

— *1835b* [Laut Inhaltsverzeichnis: Rede „Ueber Leibnitz' unausgeführt gebliebenen Gedanken einer allgemeinen philosophischen Sprache", Rede, gehalten vor der Berliner Akademie der Wissenschaften am 7. Juli 1831], in: *Friedrich Schleiermacher's Literarischer Nachlaß. Zur Philosophie*, Bd. 1, Reiner: Berlin (= *Friedrich Schleiermacher's Sämmtliche Werke*, 3. Abt.: *Zur Philosophie*, Bd. 3), 138–149.

— *1839 Dialektik. Aus Schleiermachers handschriftlichem Nachlasse*, hg. v. L. Jonas, G. Reimer: Berlin (= *Friedrich Schleiermacher's Sämmtliche Werke*, 3. Abt.: *Zur Philosophie*, Bd. 4.2).

SCHLOTE, Karl-Heinz *1983* „Zur Geschichte der Algebrentheorie — Peirces 'Linear Associative Algebra'", *NTM-Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* **20**, H. 1, 1–20.

— *1987 Die Entwicklung der Algebrentheorie bis zu ihrer Formulierung als abstrakte algebraische Theorie*, Diss. B., Universität Leipzig.

SCHMIDT, Anne-Françoise *1983* « La correspondance inédite Couturat–Russell », in: *L'Œuvre de Louis Couturat (1868–1914) ... de Leibniz à Russell ...*, Presses de l'École Normale Supérieure: Paris, 81–96.

SCHMIDT, Nicole D. *1993 Philosophie und Psychologie. Untersuchungen zum Problem ihres Verhältnisses seit 1880. Ein Beitrag zur Erkundung der disziplinären Trennungsgeschichte*, Diss. Hamburg; Mikrofiche-Ausgabe Hänsel-Hohenhausen: Egelsbach/Frankfurt a. M./Washington 1994 (= *Deutsche Hochschulschriften*; 2024); überarbeitete Fassung Schmidt, N. D. *1995*.

— *1995 Philosophie und Psychologie. Trennungsgeschichte, Dogmen und Perspektiven*, Rowohlt Taschenbuch Verlag: Reinbek bei Hamburg (= *rowohlts enzyklopädie*; 556).

SCHMIDT, Josef *1977 Hegels Wissenschaft der Logik und ihre Kritik durch Adolf Trendelenburg*, Johannes Berchmans Verlag: München (= *Pullacher philosophische Forschungen*; XIII).

SCHNÄDELBACH, Herbert *1994 Philosophie in Deutschland 1831–1933*, 5. Aufl., Suhrkamp: Frankfurt a. M. (= *stw*; 401); Erstauflage 1983.

SCHNEIDER, Martin *1974 Analysis und Synthesis bei Leibniz*, Diss. Bonn.

— *1988* „Funktion und Grundlegung der Mathesis Universalis im Leibnizschen Wissenschaftssystem", in: Heinekamp (Hg.) *1988*, 162–182.

— *1989* „‚Inesse' bei Leibniz", in: *Leibniz. Tradition und Aktualität* II, 350–359.

SCHNEIDERS, Werner *1985* „Vernünftiger Zweifel und wahre Eklektik“, *Studia Leibnitiana* **17**, 143–161.

SCHNEIDERS, Werner (Hg.) *1986 Christian Wolff 1679–1754. Interpretationen zu seiner Philosophie und deren Wirkung. Mit einer Bibliographie der Wolff-Literatur*, 2. Aufl., Felix Meiner Verlag: Hamburg (= *Studien zum achtzehnten Jahrhundert*; 4).

v. SCHÖNBORN, Alexander *1991 Karl Leonhard Reinhold. Eine annotierte Bibliographie*, frommann-holzboog: Stuttgart-Bad Cannstatt.

SCHOENFLIES, Arthur *1900* „Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Bericht, erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **8**, Heft 2, 1–250.

SCHOLZ, Erhard *1996* “The Influence of Justus Grassmann's Crystallographic Work on Hermann Grassmann”, in: Schubring (Hg.) *1996*, 37–45.

SCHOLZ, Erhard (Hg.) *1990 Geschichte der Algebra. Eine Einführung*, B.I. Wissenschaftsverlag: Mannheim/Wien/Zürich (= *Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik*; 16).

SCHOLZ, Heinrich *1931 Geschichte der Logik*, Junker und Dünnhaupt: Berlin (= *Geschichte der Philosophie in Längsschnitten*; 4).

— *1942* „Leibniz“, *Jahrbuch der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften 1942*, 205–249; geringfügig verändert als Scholz *1943*; wieder in Scholz *1961*, 128–151.

— *1941 Metaphysik als strenge Wissenschaft*, Staufen: Köln.

— *1943* „Leibniz und die mathematische Grundlagenforschung“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **52**, 217–244.

— *1959 Abriß der Geschichte der Logik*, 2. unveränderte Aufl., Alber: Freiburg, ³1967.

— *1961 Mathesis Universalis. Abhandlungen zur Philosophie als strenger Wissenschaft*, hg. v. Hans Hermes/Friedrich Kambartel/Joachim Ritter, Wiss. Buchgesellschaft: Darmstadt.

SCHRÖDER, Ernst *1867* „Eine Verallgemeinerung der Mac-Laurin'schen Summenformel nebst Beiträgen zur Kenntniss der Bernoullischen Function“, in: *Programm der Kantonsschule in Zürich 1867*, Druck von Zürcher & Furrer: Zürich, 1–28.

— *1870a* „Über unendlich viele Algorithmen zur Auflösung der Gleichungen“, *Mathematische Annalen* **2**, 317–365.

— *1870b* „Vier combinatorische Probleme“, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **15**, 361–376.

— *1871* „Über iterirte Functionen“, *Mathematische Annalen* **3**, 296–322.

— *1873 Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für Lehrer und Studirende*, Bd. 1 [mehr nicht erschienen]: *Die sieben algebraischen Operationen*, B. G. Teubner: Leipzig.

— *1874a Abriss der Arithmetik und Algebra für Schüler an Gymnasien und Realschulen*, H. 1 [mehr nicht erschienen]: *Die sieben algebraischen Operationen*, Teubner: Leipzig.

— *1874b Über die formalen Elemente der absoluten Algebra*, Schweizerbart'sche Buchdruckerei: Stuttgart; zugl. Beilage zum Programm des Pro- und Real-Gymnasiums in Baden-Baden für 1873/74.

— *1876* „Über v. Staudt's Rechnung mit Würfen und verwandte Processe“, *Mathematische Annalen* **10**, 289–317.

— *1877a Der Operationskreis des Logikkalkuls*, Teubner: Leipzig; Repr. als „Sonderausgabe“ Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt 1966.

— *1877b* „Note über den Operationskreis des Logikcalculs“, *Mathematische Annalen* **12**, 481–484.

— *1877c* „Ein auf die Einheitswurzeln bezogenes Theorem der Functionenlehre“, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **22**, 183–190.

— *1879* Selbstanzeige von Schröder *1876*, *Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik* **2**, 81–85.

— *1880a* „Über die Eigenschaften des Binomialcoefficientien, welche mit der Auflösung der trinomischen Gleichung zusammenhängen“, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **25**, 196–207.

— *1880b* Rez. v. Frege *1879*, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Hist.-literarische Abt. **25**, 81–94.

— *1881* „Über eine eigenthümliche Bestimmung einer Function durch formale Anforderungen“, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **90**, 189–220.

— *1884* “On the most Commodious and Comprehensive Calculus”, *Report on the Fifty-Third Meeting of the British Association for the Advancement of Science; Held at Southport in September 1883*, John Murray: London, 411–412.

— *1887a* „Ueber Algorithmen und Calculn“, *Archiv der Mathematik und Physik* (2) **5**, 225–278.

— *1887b* „Tafeln der eindeutig umkehrbaren Functionen zweier Variabeln auf den einfachsten Zahlengebieten“, *Mathematische Annalen* **29**, 229–317.

— *1888* “On a Certain Method in the Theory of Functional Equations”, *Report on the Fifty-Seventh Meeting of the British Association for the Advancement of Science; Held at Manchester in August and September 1887*, John Murray: London, 621.

— *1890a Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, Bd. 1, B. G. Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*.

— *1890b Über das Zeichen. Festrede bei dem feierlichen Akte des Direktorats-Wechsels an der Grossh. Badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe am 22. November 1890 gehalten*, G. Braun'sche Hofbuchdruckerei: Karlsruhe.

— *1891 Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, Bd. 2, Tl. 1, B. G. Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*.

— *1895a Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, Bd. 3, Tl. 1: *Algebra und Logik der Relative*, B. G. Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*.

— *1895b* „Note über die Algebra der binären Relative“, *Mathematische Annalen* **46**, 144–158.

— *1898a* „Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien“, in: Rudio (Hg.) *1898*, 147–162.

— *1898b* “On Pasigraphy. Its Present State and the Pasigraphic Movement in Italy”, *The Monist* **9** (1899, Nr. 1, Oktober 1898), 44–62; Corrigenda, 320.

— *1898c* „Ueber zwei Definitionen der Endlichkeit und G. Cantor'sche Sätze“, *Nova Acta Leopoldina. Abhandlungen der Kaiserlich Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher* **71**, Nr. 6, 301–362.

— *1898d* „Die selbständige Definition der Mächtigkeiten 0, 1, 2, 3 und die explizite Gleichzahligkeitsbedingung“, *Nova Acta Leopoldina. Abhandlungen der Kaiserlich Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher* **71**, Nr. 7, 364–376.

— *1901a* Unsign., „Grossherzoglich Badischer Hofrat Dr. phil. Ernst Schröder[,] ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule in Karlsruhe i. Baden“, in: *Geistiges Deutschland. Deutsche Zeitgenossen auf dem Gebiete der Literatur, Wissenschaften und Musik*, Adolf Eckstein: Berlin-Charlottenburg o. J. [1901].

— *1901b* « Sur une extension de l'idée d'ordre », *Bibliothèque du Congrès International de Philosophie*, Bd. 3: *Logique et Histoire des Sciences*, Armand Colin: Paris, 235–240.

— *1901c* „Über G. Cantorsche Sätze“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **5**, 81– 82.

— *1905 Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, Bd. 2, Tl. 2, hg. v. Karl Eugen Müller, B. G. Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*.

— *1909 Abriss der Algebra der Logik*, bearb. v. Eugen Müller, Tl. 1: *Elementarlehre*, Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*, Bd. 3, 651–710.

— *1910 Abriss der Algebra der Logik*, bearb. v. Eugen Müller, Tl. 2: *Aussagentheorie, Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen*, Teubner: Leipzig; Repr. Schröder *1966*, Bd. 3, 711–819.

— *1966 Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*, [“second edition”], 3 Bde., Chelsea: Bronx, N. Y. 1966.

— *1986* „Stellungnahme zu Freges *Grundlagen* in seinen *Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Erster Band (Leipzig 1890), S. 704 (‚Literaturverzeichniss nebst Bemerkungen‘)“, in: Frege *1986*, 128–129.

SCHUBERT, Hermann *1898* „Grundlagen der Arithmetik (Die vier Grundrechnungsarten; Einführung der negativen und gebrochenen Zahlen; Operationen dritter Stufe in formaler Hinsicht“, in: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, Bd. 1: *Arithmetik und Algebra*, hg. v. Wilhelm Franz Meyer, Tl. 1, Teubner: Leipzig 1898–1904, 1–27 [ausgegeben 7.11.1898].

SCHUBRING, Gerd *1996a* “Introduction—Reflections on the Complex History of Grassmann's Reception”, in: Schubring (Hg.) *1996*, ix–xxix.

— *1996b* “The Cooperation between Hermann and Robert Grassmann on the Foundations of Mathematics”, in: Schubring (Hg.) *1996*, 59–70.

SCHUBRING, Gert (Hg.) *1996 Hermann Günther Graßmann (1809–1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference*, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (= *Boston Studies in the Philosophy of Science*; 187).

SCHÜSSLER, Ingeborg *1979 Philosophie und Wissenschaftspositivismus. Die mathematischen Grundsätze in Kants Kritik der reinen Vernunft und die Verselbständigung der Wissenschaften*, Vittorio Klostermann: Frankfurt a. M. (= *Philosophische Abhandlungen*; 48).

SCHUPP, Franz *1982* „Einleitung“, zu: Leibniz *1982*, VII–XXXV.

— *1988* „Einleitung. Zu II. Logik", in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1988*, 41–52.

Schwab, Johann Christoph *1796* „Ausführliche Erörterung der von der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin für das Jahr 1791 vorgelegten Frage: ‚Welches sind die wirklichen Fortschritte, die die Metaphysik seit Leibnitzens und Wolffens Zeiten in Deutschland gemacht hat?'", in: *Preisschriften*, 1–170.

Segre, Michael *1994* "Peano's Axioms in their Historical Context", *Archive for the History of Exact Sciences* **47**, 201–342.

Sieg, Ulrich *1994 Aufstieg und Niedergang des Marburger Neukantianismus. Die Geschichte einer philosophischen Schulgemeinschaft*, Königshausen & Neumann: Würzburg (= *Studien und Materialien zum Neukantianismus*; 4); zugl. Diss. Marburg 1993.

Siegmund-Schultze, Reinhard *1981* „Der Strukturwandel in der Mathematik um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert, untersucht am Beispiel der Entstehung der ersten Begriffsbildungen der Funktionalanalysis", *NTM-Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin* **18**, H. 1, 4–20.

Siegwart, Geo *1988* „Einleitung", in: Lambert *1988*, VII–XCVII.

Sigwart, Christoph *1873 Logik*, Bd. 1: *Die Lehre vom Urtheil, vom Begriff und vom Schluss*, H. Laupp: Tübingen.

— *1878 Logik*, Bd. 2: *Die Methodenlehre*, H. Laupp: Tübingen.

Sluga, Hans D. *1980 Gottlob Frege*, Routledge & Kegan Paul: London/Boston/Henley (= *The Arguments of the Philosophers*).

Smith, Barry *1994 Austrian Philosophy. The Legacy of Franz Brentano*, Open Court: Chicago/La Salle, Ill.

Smith, David Eugene *1923–1925 History of Mathematics*, 2 Bde., Ginn: Boston u. a.; Ausgabe in einem Band Dover Publications: New York 1958.

Smith, G. C. *1982 The Boole–De Morgan Correspondence 1842–1864*, Clarendon Press: Oxford (= *Oxford Logic Guides*).

— *1983* "Boole's Annotations on 'The Mathematical Analysis of Logic'", *History and Philosophy of Logic* **4**, 27–39.

Söder, Karl *1982* „Erkenntnistheoretische und methodologische Aspekte der Zeichentheorie Johann Heinrich Lamberts", *Zeitschrift für Phonetik, Sprachwissenschaft und Kommunikationsforschung* **35**, 627–633.

Solly, Thomas *1839 A Syllabus of Logic, in which the Views of Kant are Generally Adopted, and the Laws of Syllogism Symbolically Expressed*, Deighton: Cambridge.

Sommers, Fred *1982 The Logic of Natural Language*, Clarendon Press: Oxford (= *Clarendon Library of Logic and Philosophy*); Repr. 1984.

Sonderling, Jakob *1903 Die Beziehungen der Kant-Jäscheschen Logik zu George* [sic!] *Friedrich Meiers „Auszug aus der Vernunftlehre"*, Diss. Tübingen.

Spedding, James *1858* "History and Plan of this Edition", in: Bacon *1858*, iii–xxi.

Stammler, Gerhard *1936 Deutsche Logikarbeit seit Hegels Tod als Kampf von Mensch, Ding und Wahrheit*, Bd. 1: *Spekulative Logik*, Verlag für Staatswissenschaften und Geschichte: Berlin.

— *1968* Anon., „Bibliographie Gerhard Stammler", *Zeitschrift für philosophische Forschung* **22**, 610–613.

Steck, Max *1970 Bibliographia Lambertiana. Ein Führer durch das gedruckte und ungedruckte Schrifttum und den wissenschaftlichen Briefwechsel von Johann Heinrich Lambert 1728–1777. Neudruck*, Gerstenberg: Hildesheim.

Stekeler-Weithofer, Pirmin *1992a Hegels Analytische Philosophie. Die Wissenschaft der Logik als kritische Theorie der Bedeutung*, Ferdinand Schöningh: Paderborn u. a.

— *1992b* „Hegels Philosophie der Mathematik", in: *Vernunftkritik nach Hegel. Analytisch-kritische Interpretationen zur Dialektik*, hg. v. Christoph Demmerling/Friedrich Kambartel, Suhrkamp: Frankfurt a. M. (= *suhrkamp taschenbuch wissenschaft*; 1038), 214–249.

Stelzner, Werner (Hg.) *1993 Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991*, Walter de Gruyter: Berlin / New York (= *Perspektiven der Analytischen Philosophie*; 3).

Stern, A. *1834* Rezension von Huyghens *1833*, *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 193. Stück v. 1.12.1834, 1921–1944.

Stock, Eberhard *1987 Die Konzeption einer Metaphysik im Denken von Heinrich Scholz*, de Gruyter: Berlin/New York (= *Theologische Bibliothek Töpelmann*; 44); zugl. Dissertation Universität Marburg 1985.

Struik, Dirk J. *1948 A Concise History of Mathematics*, 2 Bde., Dover Publications; 2. Aufl. in einem Band o. J.; deutsche Übersetzung Struik *1961*.

— *1961 Abriß der Geschichte der Mathematik. Mit einem Anhang über die Mathematik des 20. Jahrhunderts von I. Pogrebysski* †, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften: Berlin; [8]1980.

STUHLMANN-LAEISZ, Rainer *1976 Kants Logik. Eine Interpretation auf Grundlage von Vorlesungen, veröffentlichten Werken und Nachlaß*, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Quellen und Studien zur Philosophie*; 9).

STUMPF, Carl *1892* „Psychologie und Erkenntnistheorie", *Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften* **19**, 467–516.

STURM, Johann Christoph *1661 Universalia Euclidea hoc est Liber Quintus Euclidis universalissimis inq; omni entium genere veris demonstrationibus confirmatus.* [...] *Accedunt ejusdem XII. Novi syllogizandi modi in Propositionibus absolutis, cum XX. aliis in exclusivis, eadem methodo geometria demonstratis*, Adrian Vlacq: Haag.

STURM, Rudolf/SCHRÖDER, Ernst/SOHNKE, Leonhard *1879* „Hermann Grassmann. Sein Leben und seine mathematisch-physikalischen Arbeiten", *Mathematische Annalen* **14**, 1–45.

STYAZHKIN, Nikolaj Ivanovič *1969 History of Mathematical Logic from Leibniz to Peano*, The M. I. T. Press: Cambridge, Mass./London.

SWOYER, Chris *1994* "Leibniz's Calculus of Real Addition", *Studia Leibnitiana* **26**, 1–30.

TANNERY, Paul *1939 Mémoires Scientifiques*, hg. v. J.-L. Heiberg/H.-G. Zeuthen, Bd. 15: *Correspondance*, hg. v. A. Diès, Édouard Privat: Toulouse/Gauthier-Villars: Paris.

TAYLOR, Geoffrey *1956/57* "George Boole, F. R. S. 1815–1864", *Notes and Records of the Royal Society of London* **12**, 44–52.

TERROT, Charles Hughes *1857* "On the Possibility of Combining Two or More Probabilities of the Same Event, so as to Form one Definite Probability", *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* **21**, wieder in: Boole *1952*, 487–496.

THIEL, Christian *1965 Sinn und Bedeutung in der Logik Gottlob Freges*, Anton Hain: Meisenheim am Glan (= *Monographien zur philosophischen Forschung*; 43).

— *1975* „Zur Beurteilung der intensionalen Logik bei Leibniz und Castillon", in: *Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses, Hannover 17.–23. Juli 1972*, Bd. 4: *Logik, Erkenntnistheorie, Methodologie, Sprachphilosophie*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana Supplementa*; 15), 27–33.

— *1979* „Die Quantität des Inhalts. Zu Leibnizens Erfassung des Intensionsbegriffs durch Kalküle und Diagramme", in: Heinekamp/Schupp (Hgg.) *1979*, 10–23.

— *1980a* „Leibnizens Definition der logischen Allgemeingültigkeit und der ‚arithmetische Kalkül'", in: *Theoria cum praxi. Zum Verhältnis von Theorie und Praxis im 17. und 18. Jahrhundert. Akten des III. Internationalen Leibnizkongresses, Hannover, 12. bis 17. November 1977*, Bd. III: *Logik, Erkenntnistheorie, Wissenschaftstheorie, Metaphysik, Theologie*, Franz Steiner Verlag: Wiesbaden (= *Studia Leibnitiana. Supplementa*; 21), 14–22.

— *1980b* C. T., Art. „Castillon, Friedrich Adolf Maximilian Gustav", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Bd. 1: *A–G*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bibliographisches Institut: Mannheim/Wien/Zürich, 381–382.

— *1980c* C. T., Art. „Castillon, Johann", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Bd. 1: *A–G*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bibliographisches Institut: Mannheim/Wien/Zürich, 382.

— *1982* "From Leibniz to Frege: Mathematical Logic Between 1679 and 1879", in: *Logic, Methodology and Philosophy of Science. VI. Proceedings of the Sixth International Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science, Hannover 1979*, hg. v. J. Cohen/H. Pfeiffer/K.-P. Podewski, North Holland: Amsterdam/New York/Oxford, PWN: Warszawa, 755–770.

— *1984a* C. T., Art. „Jevons", in: 310–313.

— *1984b* C. T., Art. „Logizismus", in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Bd. 2: *H–O*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bibliographisches Institut: Mannheim/Wien/Zürich, 703–704.

— *1991* "Straightening Leibniz's Diagram Calculi", *Theoria*, segunda época **6**, 363–368.

— *1992* „Kurt Gödel: Die Grenzen der Kalküle", in: *Grundprobleme der großen Philosophen. Philosophie der Neuzeit*, Bd. 6, hg. v. Josef Speck, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Uni-Taschenbücher*; 1654), 138–181.

— *1994a* „Friedrich Albert Langes bewundernswerte Logische Studien", *History and Philosophy of Logic* **15**, 105–126.

— *1994b Zum Gedankengang des Beweises von Theorem IX*, unveröffentl. TS, 4 S. (Dezember 1994).

— *1994c* „Schröders zweiter Beweis für die Unabhängigkeit der zweiten Subsumtion des Distributivgesetzes im logischen Kalkül“, *Modern Logic* **4**, 382–391.

— *1995* „‚Nicht aufs Gerathewohl und aus Neuerungssucht‘: Die Begriffsschrift 1879 und 1893“, in: *Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium Jena 1993*, hg. v. Ingolf Max/Werner Stelzner, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Perspectives in Analytical Philosophy*; 5), 20–37.

THOMPSON, Bruce E. R. *1992 An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang: New York 1992 (= *American University Studies*; V.144).

THOMSON, William *1842* Anon., *Outline of the Laws of Thought*, W. Pickering: London/W. Graham: Oxford.

— *1849 An Outline of the Necessary Laws of Thought; a Treatise on Pure and Applied Logic*, 2. Aufl. v. Thomson *1842*, W. Pickering: London; [5]1860.

TOBIES, Renate/ROWE, David E. (Hgg.) *1990 Korrespondenz Felix Klein – Adolph Mayer. Auswahl aus den Jahren 1871–1907*, B. G. Teubner: Leipzig (= *Teubner Archiv zur Mathematik*; 14).

TODESCO, Fabio *1987 Riforma della metafisica e sapere scientifico. Saggio su J. H. Lambert (1728–1777)*, Franco Angeli: Mailand.

TOMS, Eric *1965* “Mr. Geach on Distribution”, *Mind* n. s. **74**, 428–431.

TONELLI, Giorgio *1975* “Kant’s Critique of Pure Reason Within the Tradition of Modern Logic”, in: *Akten des 4. Internationalen Kant-Kongresses in Mainz, 6.–10. April 1974*, Tl. 3: *Vorträge*, hg. v. Gerhard Funke, Walter de Gruyter: Berlin/New York, 186–191.

— *1994 Kant’s Critique of Pure Reason within the Tradition of Modern Logic. A Commentary on its History*, hg. v. David H. Chandler, Olms: Hildesheim/Zürich/New York (= *Studien und Materialien zur Geschichte der Philosophie*; 37).

TREDE, Ludwig Benedict *1811 Vorschläge zu einer nothwendigen Sprachlehre*, o. O.

TRENDELENBURG, Friedrich Adolf *1836 Elementa logices Aristotelicae. In usum scholarum ex Aristotele excerpsit, convertit, illustravit*, Bethge: Berlin, [5]1862.

— *1840 Logische Untersuchungen*, 2 Bde., Bethge: Berlin.

— *1842a Erläuterungen zu den Elementen der aristotelischen Logik. Zunächst für den Unterricht in Gymnasien*, Bethge: Berlin.

— *1842b* „Zur Geschichte von Hegel’s Logik und dialektischer Methode. Die logische Frage in Hegel’s Systeme. Eine Auffoderung [sic!] zu ihrer wissenschaftlichen Erledigung“, *Neue Jenaische Allgemeine Literatur-Zeitung* **1**, Nr. 97 v. 23.4.1842, 405–408; Nr. 98 v. 25.4.1842, 409–412; Nr. 99 v. 26.4.1842, 413–414; separat Trendelenburg *1843*.

— *1843 Die logische Frage in Hegel’s System. Zwei Streitschriften*, Brockhaus: Leipzig.

— *1857* „Über Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik“, *Philosophische Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahr 1856*, Commission Dümmler: Berlin, 36–69; Neudruck Trendelenburg *1867a*.

— *1862 Logische Untersuchungen*, 2 Bde., 2. erg. Aufl., Hirzel: Leipzig.

— *1867a* „Ueber Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik“, in: Ders., *Historische Beiträge zur Philosophie*, Bd. 3: *Vermischte Abhandlungen*, Bethge: Berlin, 1–47.

— *1867b* „Ueber das Element der Definition in Leibnizens Philosophie“, in: Ders., *Historische Beiträge zur Philosophie*, Bd. 3: *Vermischte Abhandlungen*, Bethge: Berlin, 48–62.

v. TSCHIRNHAUS, Ehrenfried Walther *1687 Medicina mentis sive Tentamen genuinæ Logicæ in quâ differitur de Methodo detegendi incognitas veritates*, Albertus Magnus & Johannes Rieuwert Jun.: Amsterdam.

— *1695 Medicina mentis, sive artis inveniendi præcepta generalia. Editio nova*, J. Thomas Fritsch: Leipzig.

— *1963 Medicina mentis sive artis inveniendi praecepta generalia. Editio nova (Lipsiae 1695). Erstmalig ins Deutsche übersetzt und kommentiert*, hg. v. Johannes Haussleiter, Johann Ambrosius Barth: Leipzig (= *Acta Historica Leopoldina*; 1)

TWESTEN, August Detlef Christian *1825 Die Logik, insbesondere die Analytik*, Verlag des Taubstummen-Instituts: Schleswig.

UEBERWEG, Friedrich *1851* „Die Principien der Geometrie, wissenschaftlich dargestellt“, *Archiv für Philologie und Pädagogik* **17**, 20–54.

— *1857 System der Logik und Geschichte der logischen Lehren*, Adolph Marcus: Bonn; [2]1865, [3]1868, [5]1882 (hg. v. Jürgen Bona Meyer).

— *1871 System of Logic and History of Logical Doctrines*, translated from the German, with notes and appendices by Thomas M. Lindsay [authorisierte Übersetzung nach der 3. Auflage 1868], Longmans, Green, and Co.: London; Repr. Thoemmes Press: Bristol 1993.

Ueding, Gerd *1989* „Von der Universalsprache zur Sprache als politischer Handlung“, in: *Aufklärung und Gegenaufklärung in der Europäischen Literatur, Philosophie und Politik von der Antike bis zur Gegenwart*, hg. v. Jochen Schmidt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, 294–315.

Ulrici, Hermann *1852* „Die sogenannte induktive Logik. Mit Rücksicht auf Whewell: The Philosophy of the inductive Sciences. 2 Vols. Lond. 1840. J. Herschel: A preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy. Lond. 1830. A. Comte: Cours de philosophie positive. Par. 1830(–1842.) J. S. Mill: Die induktive Logik. Eine Darlegung der philosophischen Principien wissenschaftlicher Forschung, insbesondere der Naturforschung. Nach dem Englischen von Dr. J. Schiel. Braunschweig 1849. (Nach J. St. Mill: A System of Logic, ratio[ci]native and inductive. Being a connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation. 2 Vols. Lond. 1843.) C. W. Opzoomer: Die Methode der Wissenschaft. Ein Handbuch der Logik. Aus dem Holländischen von G. Schwindt. Utrecht 1852“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* **21**, 159–191.

— *1855* [Rez. v.:] „An Investigation of the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities. By George Boole, LL. D. Professor of Mathematics etc. Lond. 1854“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* **27**, 273–291; kritische Ausgabe in Peckhaus *1995*, 87–104.

— *1860 Compendium der Logik. Zum Selbstunterricht und zur Benutzung für Vorträge auf Universitäten und Gymnasien*, Weigel: Leipzig 1860.

— *1869/70* „Zur logischen Frage. (Mit Beziehung auf die Schriften von A. Trendelenburg, L. George, Kuno Fischer und F. Ueberweg.) I. Formale oder materiale Logik? Verhältniß der Logik zur Metaphysik“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **55** (1869), 1–63; Tl. II: „Die logischen Gesetze“, ebd., 184–237; Tl. III: „Die Kategorieen“, ebd. N. F. **56** (1870), 1–46; Tl. IV: „Begriff, Urtheil, Schluß“, ebd., 193–250; separat Ulrici *1870a*.

— *1870a Zur logischen Frage*, Pfeffer: Halle.

— *1870b* „Antwort“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **57**, 108–120.

— *1877* „Ueber eine neue Species von Philosophie“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **70**, 224–237.

— *1880* „Zur logischen Frage. Mit Beziehung auf die Schriften von 1) C. Sigwart: Logik. Zweiter Band: Die Methodenlehre. Tübingen, Laupp, 1879. 2) W. Schuppe: Erkenntniß-theoretische [sic!] Logik. Bonn, Weber, 1878. 3) J. Bergmann, Allgemeine Logik. Erster Theil: Reine Logik. Berlin, Mittler, 1879“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N. F. **76**, 281–309.

van der Waerden, Bartel Leendert *1966* „Die Algebra seit Galois“, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **68**, 155–165 (= 2. Abtl., 69–79).

— *1985 A History of Algebra. From al-Khwārizmī to Emmy Noether*, Springer: Berlin u. a.

Van Evra, James *1984* “Richard Whately and the Rise of Modern Logic”, *History and Philosophy of Logic* **5**, 1–18.

van Heijenoort, Jean *1967 From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Harvard University Press: Cambridge, Mass.

van Peursen, Cornelis Anthonie *1986* „Ars inveniendi im Rahmen der Metaphysik Christian Wolffs. Die Rolle der ars inveniendi“, in: Schneider (Hg.) *1986*, 66–88.

— *1993 Ars inveniendi. Filosofie van de inventiviteit van Francis Bacon tot Immanuel Kant*, Kok Agora: Kampen.

van Rijen, Jeroen *1989* “Some Misconceptions about Leibniz and the Calculi of 1679”, *Studia Leibnitiana* **21**, 196–204.

Veitch, John *1869 Memoir of Sir William Hamilton, Bart.*, W. Blackwell and Sons: Edinburgh.

Velarde Lombraña, Julián *1990 Historia de la lógica*, Universidad de Oviedo Servicio de Publicaciones: o. O. u. J., ca. 1990.

Venn, John *1876* “Boole's Logical System”, *Mind* **1**, 479–491.

— *1881 Symbolic Logic*, Macmillan & Co.: London.

— *1894 Symbolic Logic*, 2. Aufl., “revised and rewritten”, Macmillan & Co.: London; Repr. Chelsea Publishing: Bronx, New York 1971.

Venn, J. A. *1937* “Venn, John”, in: *The Dictionary of National Biography. 1922–1930*, hg. v. J. R. H. Weaver, Oxford University Press: London u. a./Humphrey Milford: London, 869–870.

Verra, Valerio *1971* « Hegel critico della filosofia moderna: matematica e filosofia », *De Homine* Nr. 38–40 (Dezember 1971), 105–130.

Voigt, Andreas Heinrich *1890 Die Auflösung von Urtheilssystemen, das Eliminationsproblem und die Kriterien des Widerspruchs in der Algebra der Logik*, Diss. Freiburg i. Br. 1890.

— *1892* „Was ist Logik?“, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* **16**, 289–332.

VOLKERT, Klaus Thomas *1986 Die Krise der Anschauung. Eine Studie zu den formalen und heuristischen Verfahren in der Mathematik seit 1850*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 3).

WAGNER-DÖBLER, Roland / BERG, Jan *1993 Mathematische Logik von 1847 bis zur Gegenwart. Eine bibliometrische Untersuchung*, Walter de Gruyter: Berlin / New York (= *Grundlagen der Kommunikation und Kognition*).

WAHL, Richard *1884* „Professor Bilfinger's Monadologie und prästabilierte Harmonie in ihrem Verhältniß zu Leibniz und Wolf“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* N.F. **85**, 66–92.

WALTHER-KLAUS, Ellen *1987 Inhalt und Umfang. Untersuchungen zur Geltung und zur Geschichte der Reziprozität von Extension und Intension*, Olms: Hildesheim/Zürich/New York (= *Philosophische Texte und Studien*; 15).

WANDEL, Georg *1888* „Hermann Günther Graßmann“, in: Ders., *Studien und Charakteristiken aus Pommerns ältester und neuester Zeit*, Verlag der Buchhandlung des Burgenhagenstiftes: Anklam, 226–259.

WANGERIN, Albert/TASCHENBERG, Otto (Hgg.) *1896 Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte. 68. Versammlung zu Frankfurt a. M. 21.–26. September 1896*, Tl. 2.1, F. C. W. Vogel: Leipzig.

WEAVER, George *1994* “Model Theory”, in: Grattan-Guinness (Hg.) *1994*, 670–679.

WEISE, Christian *1712 Nucleus logicæ. Succinctis regulis, sufficientibus tamen exemplis, in compendio exhibens, quicquid à primis disciplinæ auditoribus disci vel requiri potest. Editio nova*, hg. v. Johann Christian Lange, Henning Müller: Gießen [„Praefatio“ datiert Gymnasium Zittau, 14. November 1690]. (1)

WEISS, Georg *1928 Herbart und seine Schule*, Ernst Reinhardt: München (= *Geschichte der Philosophie in Einzeldarstellungen*; VIII.35).

WEIZSÄCKER, Carl Friedrich v./RUDOLPH, Enno (Hgg.) *1989 Zeit und Logik bei Leibniz. Studien zu Problemen der Naturphilosophie, Mathematik, Logik und Metaphysik*, Klett-Cotta: Stuttgart (= *Forschungen und Berichte der Evangelischen Studiengemeinschaft*; 44).

WENTSCHER, Max *1913 Hermann Lotze*, Bd. 1: *Lotzes Leben und Werke*, Carl Winter: Heidelberg.

(1) Erstausgabe: Johann Kasper [illegible] 1691

— *1925 Fechner und Lotze*, Ernst Reinhardt: München (= *Geschichte der Philosophie in Einzeldarstellungen*; VIII.36).

WERNICK, Georg *1929* „Die Unabhängigkeit des zweiten distributiven Gesetzes von den übrigen Axiomen der Logistik“, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **161**, 123–134.

WEYL, Hermann *1925* „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, *Symposion* **1** (1925–27), 1–32 [Wiederabdruck: Weyl *1926*].

— *1926 Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik*, Weltkreis-Verlag: Erlangen (= *Sonderdrucke des Symposion*; 3).

WHATELY, E. Jane *1866 Life and Correspondence of Richard Whately, D. D. Late Archbishop of Dublin*, 2 Bde., Longmans, Green, and Co.: London.

WHATELY, Richard *1826 Elements of Logic. Comprising the Substance of the Article in the Encyclopædia Metropolitana: with Additions, &c.*, J. Mawman: London.

WHITEHEAD, Alfred North *1898 A Treatise on Universal Algebra with Applications*, Bd. 1 (mehr nicht erschienen), Cambridge University Press: Cambridge; Repr. Hafner: New York 1960.

— *1941* “Autobiographical Note”, in: Schilpp (Hg.) *1941*, 1–14.

WHITEHEAD, Alfred North/RUSSELL, Bertrand *1910–1913 Principia Mathematica*, 3 Bde., Cambridge University Press: Cambridge, England.

— *1925–1927 Principia Mathematica*, 3 Bde., 2. Aufl., Cambridge University Press: Cambridge, England.

WILBRAHAM, Henry *1854* “On the Theory of Chances Developed in Professor Boole's ‘Laws of Thought’”, *The Philosophical Magazine* **7**, Supplement ser. 4; wieder in: Boole *1952*, 473–486.

WILKINS, John *1668 An Essay towards a Real Character, And a Philosophical Language*, Gellibrand, Martin: London, Repr. The Scolar Press: Menston, England 1968 (= *English Linguistics. 1500–1800*; 119).

WINDELBAND, Wilhelm *1904* „Logik“, in: Windelband (Hg.) *1904*, 163–186.

— *1957 Lehrbuch der Geschichte der Philosophie. Mit einem Schlußkapitel „Die Philosophie im 20. Jahrhundert“ und einer Übersicht über den Stand der philosophiegeschichtlichen Forschung*, hg. v. Heinz Heimsoeth, 15. Aufl., J. C. B. Mohr (Paul Siebeck): Tübingen.

WINDELBAND, Wilhelm (Hg.) *1904 Die Philosophie im Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts. Festschrift für Kuno Fischer*, Bd. 1, Carl Winter: Heidelberg.

WINTER, Eduard *1969 Bernard Bolzano. Ein Lebensbild*, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt (= *Bernard Bolzano-Gesamtausgabe*; Einleitungsband, Tl. 1).

[WITTMÜTZ, Volkmar] *1990 Friedrich Ueberweg. 1826–1871*, hg. v. Vorstand der Sparkasse Leichlingen, Leichlingen o. J. (1990), Text von Volkmar Wittmütz (= *Leichlinger Köpfe und Charaktere*).

WOHLTMANN, Hans *1957* „Dietrich Mahnke. 1884–1939", in: *Niedersächsische Lebensbilder*, Bd. 3, hg. v. Otto Heinrich May, August Lax: Hildesheim (= *Veröffentlichungen der historischen Kommission für Niedersachsen*), 157–166.

WOLF, Friedrich O. *1970* "Sir William Hamilton. The Philosophy of the Common Sense in an Age of Revolution", in: William Hamilton, *Lectures on Metaphysics and Logic. Faksimile-Neudruck der zweiten, verbesserten Auflage Edinburgh und London 1861–1866 in vier Bänden*, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog): Stuttgart-Bad Cannstatt, 5*–28*.

WOLFF, Christian *1703a* „Philosophia Practica Universalis", in: Wolff *1755*, Sekt. II, 188–223.

— *1703b* „Disquisitio Philosophica de Loquela", in: Wolff *1755*, Sekt. II, 244–267.

— *1703c* „Dissertatio Algebraica de Algorithmo infinitesimali differentiali", in: Wolff *1755*, Sekt. II, 267–290.

— *1707* „Solutio nonnullarum difficultatum circa mentem humanam obviarum, ubi simul agitur de origine notionum & facultate ratiocinandi", in: Wolff *1755*, Sekt. I, 11–17.

— *1710 Der Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften Erster Theil, Welcher Einen Unterricht von der Mathematischen Lehr-Art, die Rechen-Kunst, Geometrie, Trigonometrie und Bau-Kunst in sich enthält*, Renger: Frankfurt/Leipzig, ^{7}1750; Repr. der 7. Aufl. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 12, hg. v. J. E. Hofmann, Olms: Hildesheim/New York 1973.

— *1713 Vernünftige Gedanken Von den Kräften des menschlichen Verstandes Und Ihrem richtigen Gebrauche in Erkäntniss der Wahrheit. Den Liebhabern der Wahrheit mitgetheilet*, Halle, ^{14}1754; kritische Neuausgabe der Ausgabe letzter Hand Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 1, hg. v. Hans Werner Arndt, Olms: Hildesheim 1965.

— *1718 Ratio Prælectionum Wolfianarum*, Renger: Halle/Magdeburg, ^{2}1735; Repr. der zweiten Aufl. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. II, Bd. 36, hg. v. Jean École, Olms: Hildesheim/New York 1972.

— *1720 Vernünfftige Gedancken von Gott, Der Welt und der Seele des Menschen, Auch allen Dingen überhaupt, Den Liebhabern der Wahrheit mitgetheilet*, Rengerische Buchhandlung: Halle, ^{12}1752; Repr. der 11. Aufl. (1751) Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 2, hg. v. Charles A. Corr, Olms: Hildesheim/Zürich/New York 1983.

— *1724 Herrn D. Joh. Francisci Buddei* [...] *Bedencken über die Wolffianische Philosophie mit Anmerckungen erläutert*, Andreäische Buchhandlung: Frankfurt a. M.

— *1728 Philosophia rationalis sive logica, methodo scientifica pertractata et ad usum scientiarum atque vitae aptata. Praemittitur discursus praeliminaris de philosophia in genere*, 1728, ^{3}1740; Repr. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 12, hg. v. Joseph E. Hofmann, Olms: Hildesheim/New York 1973.

— *1732 Psychologia Empirica, methodo scientifica pertractata*, Renger: Frankfurt/Leipzig; Repr. der Ausgabe von 1738 Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. II, Bd. 5, hg. v. Jean École, Olms: Hildesheim 1968.

— *1755 Meletemata mathematico-philosophica cum erudito orbe literarum commercio communicata. Quibus accedunt Dissertationes variæ ejusdem argumenti et complura omnis eruditionis alia hinc illinc disperse obvia*, Renger: Halle/Magdeburg; Repr. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. II, Bd. 35, Olms: Hildesheim/New York 1974.

— *1841 Christian Wolffs eigene Lebensbeschreibung*, hg. mit einer Abhandlung über Wolff v. Heinrich Wuttke, Weidmann'sche Buchhandlung: Leipzig; repr. in Wolff *1980*.

— *1980 Biographie. Friedrich Christian Baumeister: Vita, Fata et Scripta Christiani Wolfii Philosophi. Chr. Wolffs eigene Lebensbeschreibung herausgegeben mit einer Abhandlung über Wolff von Heinrich Wuttke. Johann Christoph Gottsched: Historische Lobschrift des weiland hoch- und wohlgebohrnen Herrn Christians, des H. R. R. Freyherrn von Wolf*, hg. v. Hans Werner Arndt, Olms: Hildesheim/New York (= Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 10).

WOLFF, Michael *1986* „Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik“, in: Horstmann/Petry (Hgg.) *1986*, 197–263.

v. WOLFF-METTERNICH, Brigitta-Sophie *1995 Die Überwindung des mathematischen Erkenntnisideals. Kants Grenzbestimmung von Mathematik und Philosophie*, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Quellen und Studien zur Philosophie*; 39).

WOLTERS, Gereon *1980 Basis und Deduktion. Studien zur Entstehung und Bedeutung der Theorie der axiomatischen Methode bei J. H. Lambert (1728–1777)*, Walter de Gruyter: Berlin/New York (= *Quellen und Studien zur Philosophie*; 15).

— *1984* Art. „Leibniz-Wolffsche Philosophie“, in: *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, hg. v. Jürgen Mittelstraß, Bd. 2, Bibliographisches Institut: Mannheim/Wien/Zürich, 581.

— *1985* “Some Pragmatic Aspects of the Methodology of Johann Heinrich Lambert”, in: *Change and Progress in Modern Science*, hg. v. J. C. Pitt, D. Reidel: Dordrecht/Boston/London, 133–170.

v. WRIGHT, Georg Henrik *1995* “Logik und Philosophie im zwanzigsten Jahrhundert”, in: Ders., *Erkenntnis als Lebensform. Zeitgenössische Wanderungen eines philosophischen Logikers*, Böhlau: Wien/Köln/Weimar, 14–36.

WUCHTERL, Kurt *1958 Die Theorie der formalen Logik bei Kant und in der Logistik*, Diss. Heidelberg 1958.

— *1964* „Reine und mathematische Logik. Eine Deutung auf dem Boden der Philosophie Kants“, *Zeitschrift für philosophische Forschung* **18**, 408–426.

WUNDT, Max *1932 Die Philosophie an der Universität Jena in ihrem geschichtlichen Verlaufe dargestellt*, Gustav Fischer: Jena (= *Beiträge zur Geschichte der Universität Jena*; 4).

— *1945 Die deutsche Schulphilosophie im Zeitalter der Aufklärung*, J. C. B. Mohr: Tübingen (= *Heidelberger Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte*; 32).

WUNDT, Wilhelm *1880 Logik. Eine Untersuchung der Principien der Erkenntniss und der Methoden wissenschaftlicher Forschung*, Bd. 1: *Erkenntnisslehre*, Ferdinand Enke: Stuttgart.

— *1883 Logik. Eine Untersuchung der Principien der Erkenntniss und der Methoden wissenschaftlicher Forschung*, Bd. 2: *Methodenlehre*, Ferdinand Enke: Stuttgart.

— *1904* „Psychologie“, in: Windelband (Hg.) *1904*, 1–53.

— *1913 Die Psychologie im Kampf ums Dasein*, Alfred Kröner: Leipzig.

v. WURZBACH, Constantin *1858* „Exner“, in: Ders., *Biographisches Lexikon des Kaiserthums Oesterreich*, typogr.-literar.-artisti. Anstalt: Wien, 115–116.

WUSSING, Hans *1969 Die Genesis des abstrakten Gruppenbegriffes. Ein Beitrag zur Entstehungsgeschichte der abstrakten Gruppentheorie*, Deutscher Verlag der Wissenschaften: Berlin.

— *1984 The Genesis of the Abstract Group Concept*, MIT Press: Cambridge, MA.

WUTTKE, Heinrich *1841* „Ueber Christian Wolff den Philosophen. Eine Abhandlung“, in: Wolff *1841*, 1–106.

ZADDACH, Arno *1994 Graßmanns Algebra in der Geometrie mit Seitenblicken auf verwandte Strukturen*, Bibliographisches Institut: Mannheim u. a.

v. ZAHN, W. *1874* „Einige Worte zum Andenken an Hermann Hankel“, *Mathematische Annalen* **7**, 583–590.

ZAUNICK, Rudolph *1963* „Einführung. Ehrenfried Walther von Tschirnhaus in seinem Werden und Wirken“, in: Tschirnhaus *1963*, 5–28.

ZELLER, Eduard *1865* „Wolff's Vertreibung aus Halle; der Kampf des Pietismus mit der Philosophie“, in: Ders., *Vorträge und Abhandlungen geschichtlichen Inhalts*, Fues's Verlag: Leipzig, 108–139.

ZIMMERMANN, Robert *1879* „Lambert, der Vorgänger Kant's. Ein Beitrag zur Vorgeschichte der Kritik der reinen Vernunft“, in: *Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe* (Wien) **29**, 1–74.

ZINGARI, Guido *1980* „Die Philosophie von Leibniz und die ‚Deutsche Logik‘ von Christian Wolff“, *Studia Leibnitiana* **12**, 265–274.

— *1986* „Die Leibniz-Rezeption im Deutschen Idealismus und bei Hegel“, in: Heinekamp (Hg.) *1986*, 268–288.

— *1991 Leibniz, Hegel e l'idealismo tedesco*, Mursia: Milano.

— *1993 Leibniz, Hegel und der Deutsche Idealismus*, Josef H. Röll: Dettelbach.

Frank, L.

4 Personen

A. H. 215
Abegg, J. F. 113
Ackermann, W. 3
Adamson, R. 227
Aiton, E. J. 8, 14, 298
Albert, H. 301
Albrecht, M. 84
Aldrich, H. 189
Allihn, T. 168, 171, 176
Alsted, J. H. 231
v. Altenstein, K. 132
Anellis, I. H. 16, 264, 307
Aner, C. 103
Aristoteles 6, 18, 32, 37, 74–75, 96, 113, 121, 129, 133, 135, 138, 166, 188, 201, 248
Arnauld, A. 36–37
Arndt, H. W. 28–29, 66–67, 71, 73–76, 79–80, 83–84, 88, 97, 102–103
Avenarius, R. 151
Ayer, A. 187

Babbage, C. 194–195, 218
Bacon, F. 36, 146, 151, 176, 224
Baensch, O. 111
Bain, A. 189
Baldamus, R. 7
Baldus, R. 234
Balsiger, P. W. VII
Bardili, C. G. 231
Barelmann, N. 194
Barone, F. 18, 66, 116, 186, 270
Batóg, T. 189
Bauch, B. 160
Baumann, J. 159
Baumeister, F. C. 80
Baumgarten, A. G. 114
Baynes, T. S. 192–193
Bedürftig, T. 22
Behmann, H. 233
Bekemeier, B. 241–242
Bell, E. T. 197
Beneke, F. E. 137–140, 144, 152, 193–194, 228
Bense, M. 30
Bentham, G. 188, 192–193
Berg, J. 7, 16
v. Berger, J. E. 132
Berka, K. 18, 304
Bernoulli, Jacob 231
Bernoulli, Johann 127, 231
Bernoulli, Johann (III) 88, 108, 111–112
Bernstein, F. 280
Berzelius, J. J. 131
Bilfinger, G. B. 79
Biller, G. 64
Birkhoff, G. 243
Blanché, R. 305
Blok, W. J. 233, 307
Boase, G. C. 215
Bocheński, I. M. 4, 18, 20, 233, 308
Bodemann, E. 32
Bök, A. F. 104–110
Bolzano, B. 149, 173–174
Bonitz, H. 132
Boole, G. 13, 15, 18, 20, 22, 26–27, 59–60, 63, 104, 137, 150–151, 159, 185–186, 188–189, 198–219, 221–227, 229–230, 233, 237, 241, 250, 265, 267–268, 283, 286, 291–295, 298–299, 304, 306–307
Boole, J. 185, 188
Boole, M. E. 222–223, 241
Borel, É. 280
Bornet, G. VII, 201, 212, 223

Bornstein, P. 103
Boswell, T. 116, 232
Bourbaki, N. 20
Boyer, C. B. 19–20, 306
v. Brandenburg Schwedt, F. H. 99
Brandis, C. A. 248
Braniß, C. J. 169
Bratuschek, E. 132
Brentano, F. 141, 144
Brewer, W. H. B. 227
Bryant, S. 186, 213, 217
Budde, F. 79
Buek, O. 2
Buhl, G. 19, 137
Bunsen, R. W. 234
Burkhardt, H. 26, 37, 292–293

Cajori, F. 32
Campbell-Kelly, M. 195
Campo, M. 66, 71
Cannon, S. F. 194–195
Cantor, G. 15, 274, 279–281
Cantor, M. 19, 239, 241, 251
Canz, I. G. 103
Carboncini, S. 116
Carnap, R. 3, 58
Carruccio, E. 22
Cassirer, E. 23, 25, 31
Castillon, F. A. 231
Castillon, G. F. 231
Cauchy, A. 124, 238, 251, 253, 307
Cavaillès, J. 245
Cayley, A. 198, 259
v. Christ, W. 17
Christie, T. 216
Church, A. 16
Ciafardone, R. 83
Claparède, E. 2
Clarke, S. 79, 186
Cockle, J. 214
Cohen, H. 8
Conrad, E. 116
Corr, C. A. 65
Corry, L. 21
Couturat, L. 1–2, 23, 25–26, 29, 33, 40–41, 46, 54–55, 57–58, 60–63, 226, 275, 296–297, 299–300
Crapo, H. H. 270
Crowe, M. S. 196, 243
Curry, H. B. 270

Dalgarno, G. 180
Darjes, J. G. 81, 231
Darmstaedter, L. 290
Dathe, U. 289
Dazzi, V. 133
Dedekind, R. 21, 243, 256, 278–279, 282
Deiter, H. 113
Delbœuf, J.-R.-L. 148–149
Delfosse, H. P. 66
De Morgan, A. 12, 104, 186, 188–193, 195, 197–198, 211–212, 216, 226, 232–233, 237, 282, 306
De Morgan, S. E. 190
Descartes, R. 28, 30, 36–37, 56, 67, 105, 165, 176, 285–286
Diagne, S. B. 185
Dieudonné, J. 20, 259, 306
Dipert, R. R. 234, 271
Dölp, N. H. 235
Donnelly, L. M. 301
Dressler, J. G. 193
Drobisch, M. W. 18, 42, 76–77, 104, 134, 137, 149, 156–160, 175, 184, 193, 251
Dubbey, J. M. 190, 195
Du Bois-Reymond, P. 237

Duchesneau, F. 26
Dürr, K. 38, 49, 58–59, 89, 91, 94, 296
Dumitriu, A. 18
Durand, M.-J. 195
Dutens, L. 164–166, 181, 229

Eberhard, J. A. 128–129, 164
v. Eberstein, W. L. G. 64, 104
Ebert, T. VII
v. Eckart, J. G. 127–128
École, J. 66, 78
Eisenring, M. E. 84, 88
Eisler, R. 138
Ellis, A. J. 241
Ellis, R. L. 198, 214, 223–226, 231
Engel, F. 243
Engfer, H.-J. 31, 67, 117
Englebretsen, G. 7
Enoch, W. 144
Enros, P. C. 194
Erdmann, B. 138–141, 144, 164
Erdmann, J. E. 8, 12, 45, 47, 51–52, 130, 138, 164–168, 172, 176–177, 182, 223, 225, 229–230, 293, 297–298
Erdmann, J. W. 164
Erhardt, S. 83, 98
Eschbach, A. 103
Eucken, R. 289
Euklid 40, 72, 76, 97, 100, 152, 154–155, 173–174, 220, 241, 303
Euler, L. 9, 82, 99–100, 122
Exner, F. 168, 171–176, 178, 180, 183

Falckenberg, R. 159
Fang, J. 117
Fearnly-Sander, D. 243
Fechner, G. T. 159
Feder, J. G. 110–111
Ferreirós, J. 20
Fichant, M. 32
Fichte, I. H. 248
Fister, R. 116
Flament, D. 243
Flew, A. 187
Føllesdal, D. 142
Fogelin, R. F. 192
Frängsmyr, T. 67
Frederike Charlotte Ludovica Luise 99
Frege, G. 5, 7, 14–16, 18, 56–57, 135, 137, 141–142, 159–160, 179, 183, 203, 221, 253, 256, 283, 287–296, 301–302, 304, 307
Freytag, W. 54
v. Freytag-Löringhoff, B. 6
Friedman, M. 117
Friedrich II. 65
Fries, J. F. 138, 141
Frisch, J. C. 55

Gabriel, G. VII, 159–160, 290, 304
Galois, É. 259
Garve, C. 111
Gauß, C. F. 9, 251
Geach, P. T. 107
Gehler 80
Geldsetzer, L. 141
George, L. 134
Gerhardt, C. I. 4, 45–47, 49, 63–64, 66, 73, 168, 182, 226, 293
Gerlach, H. 65
Gillies, D. 7
Glockner, H. 130, 164–166, 169
Goclenius, R. 75
Gödel, K. 3–5
Göldel, R. W. 160
Goodwin, H. 224

Graf, M. 83, 128
Gramzow, O. 194
Graßmann, H. G. 19, 42, 238, 243–248, 251, 254, 299
Graßmann, J. G. 243–244
Graßmann, R. 21, 131–132, 243, 246, 248–250, 265–268
Grattan-Guinness, I. 9, 20, 23, 186, 210, 212, 216, 243, 307–308
Graves, C. 196, 214
Gray, J. 163
Grayeff, F. 116
Gregory, D. F. 12, 185–186, 198–200, 214, 224
Grelling, K. 8
Gridgman, N. 217
Grillo, E. 133
Grote, L. 126
Gruppe, O. F. 146
Guérindon, J. 306
Guhrauer, G. E. 166, 168–170, 172, 176, 182
Guillaume, M. 20, 304, 306
Gurwitsch, A. 26–27, 60–61
Gusdorf, G. 78

Haaparanta, L. 142
Haas, K. 239
Hailperin, T. 201
Hallo, R. 165
Halsted, G. B. 191, 209, 217
Hamacher-Hermes, A. VII, 55, 236
Hamilton, Sir W. 104, 186, 188–194, 226, 230
Hamilton, W. R. 195–196, 251, 254, 299
Hankins, T. L. 196
Hankel, H. 12, 238, 244–245, 251–254, 257
Harley, R. 185, 214, 225–226, 231
Hart, A. S. 215
Hartenstein, G. 175
Hartknoch, J. F. 97
Hartmann, G. V. 80
Hartmann, J. 79
Hauber, K. F. 231
Havel, R. 176
Hawkins, Jr., B. S. 191
Heath, A. E. 243
Heath, D. D. 223–224
Heath, P. 186, 188, 191, 193, 226
Heath, P. L. 230
Hegel, G. W. F. 6, 9, 11, 19, 23, 120–125, 130–135, 136, 145–146, 163–165, 167–168, 182, 184, 248, 303
Heindl, J. B. 176
Heinekamp, A. 23–24, 26, 29, 31, 33, 61, 164–165
Hennemann, G. 150
Henry, D. P. 218
Hentsch, J. J. 82
Herbart, J. F. 136, 139, 143, 156–157, 159, 168, 175–176
v. Herder, J. G. 125–128, 165
Hermann, C. 156
Hermes, H. 3, 36
Herschel, J. 194
Heß, H.-J. 168
Hesse, L. O. 234
Hesse, M. B. 212
Hessenberg, G. 280
Hettner, H. 169
Heuser, M.-L. 244
Hilbert, D. 3–4, 15, 18, 22, 27, 63, 237, 293, 296
Hillebrand, F. 144
Hindenburg, C. F. 21, 238–240
Hinske, N. 84, 116
Hobbes, T. 81

Hofmann, J. E. 33
Holland, G. J. 103, 107–108, 231
Holzhey, H. 25, 84
v. Hormayr, J. 181–182
Houser, N. 20, 264, 270, 307
Huber, D. 83, 96
v. Humboldt, W. 179
Hume, D. 189
Humm, F. 83
Huntington, E. V. 272
Husserl, E. 63, 135, 138, 140–144, 149, 183, 236, 271, 303
Huyghens, C. 42, 127
Hyman, A. 195

Imelmann, J. 151
Ishiguro, H. 26
Itelson, G. 1–2

Jacobi C. G. J. 152
Jacobs, W. G. 182
Jacoby, G. 6, 17, 56–57
Jaensch, E. R. 8
Jaesche, G. B. 113–114, 116
Jahnke, H. N. 21, 238–240
Jensch, C. F. 113
Jevons, W. S. 13, 150–151, 212, 216–221, 226–230, 250, 293
Jourdain, P. E. B. 186, 290
Jungius, J. 37

Kaehler, K. E. 26–27, 61
Kästner, A. G. 107, 127, 239
Kambartel, F. 253
Kangro, H. 37
Kant, I. 11, 18, 25, 36, 65, 83, 97, 110–122, 125, 130–131, 134, 143, 145, 153–154, 163, 165, 173–174, 181, 188–190, 195, 214, 245, 248
Kauppi, R. 25, 28–30, 32–34, 38–42, 44–49, 54, 58–59
Kern, H. 168, 175–176
Kerry, B. 245, 287
Keynes, J. N. 188
Kirchhoff, G. R. 234
Kitcher, P. 117
Klein, F. 19, 253, 283, 306
Kleinpeter, H. 218
Kline, M. 10, 20, 306
Kluge, E.-H. 293
Kneale, M. 18, 94, 190
Kneale, W. 18, 94, 190, 201
Knobloch, E. VII, 22, 31, 33, 195
Knower, E. T. 160
Köhnke, K. C. 133, 146, 151
Kötter, R. VII
Kolmogorov, A. N. 20
Koppelman, E. 22, 186, 198
Korselt, A. 271, 280
Koschnitzke, R. 168
Krämer, B. 66
Krämer, S. 27, 55, 213, 304–305
Kreiser, L. 18, 148, 304
Krienelke, K. 84
Krohn, W. 124
Kronecker, L. 251
Krüger, L. 26, 58
Krug, W. T. 156
Kuhn, T. S. 7
Kuntz, P. G. 159
Kullnick, H. 176
Kummer, E. E. 242
Kusch, M. 8, 138, 141–142
Kuzicheva, Z. A. 20
Květ, F. B. 168, 176–178

Ladd-Franklin, C. 148, 272–273
Lagrange, J. de 124
Laita, L. M. 22, 186, 205, 222–223

Lakatos, I. 7
Lalande, A. 1
Lamarra, A. 36
Lambert, J. H. 11, 28, 75, 82–94, 96–103, 107–115, 119, 122, 126, 128, 157, 231, 248
Lang, K. 58
Lange, F. A. 137, 149, 153
Lange, J. C. 99–100, 231
Langford, C. H. 2, 298
Leau, L. 275
Leibniz, G. W. 1–5, 8, 10–12, 14, 16–18, 23–67, 69-70, 72–73, 77–83, 86–87, 94, 96, 99–100, 102–103, 108–109, 114–115, 119–120, 123–130, 164–187, 195, 211, 221–226, 228–232, 237, 239–240, 282–294, 296–302
Lejeune Dirichlet, P. G. 152
Lense, J. 251
Lenzen, W. 2, 27, 38, 59-60, 292–293, 298
Lepsius, J. 93
Lewis, C. I. 2, 27, 58–59, 89, 91, 243–244, 296, 298
L'Hôpital, G. F. A. de 127
Liard, L. 150, 218, 227
Lichtenberg, G. C. 83
Liebig, J. 149–150
Lindsay, T. M. 187–189, 227, 230
Lipps, T. 140
Locke, J. 83, 176, 195
Löwenheim, L. 233
Loh, W. 6
Lorenz, K. 27
Lotze, R. H. 152, 159–163, 184, 192, 284, 304
Lowe, V. 299
Luard, H. R. 224
Ludovici, C. G. 32, 80
Lüroth, J. 234–235, 246, 271
Łukasiewicz, J. 44
Lullus, R. 18, 27–28, 56–57, 123, 180

Maass, J. G. E. 231
MacColl, H. 216
MacDonald Ross, G. 186–187, 221
Macfarlane, A. 190, 282
MacHale, D. 185–186, 222
Maddux, R. D. 282
Mahnke, D. 26, 61–63
Maimon, S. 231
Malzkorn, W. 116
Mangiagalli, M. 132
Mansel, H. L. 189
v. Manteuffel, C. E. 79
Marciszewski, W. 18, 28
Marquand, A. 218
Marshall, Jr., D. 44
Martin, G. 26, 117
Marty, A. 144
Mayer, A. 283
Mays, W. 218
McTaggart, J. M. E. 300
Mehrtens, H. 21–22, 249, 254, 271, 306
Meier, G. F. 84, 114–116
v. Meinong, A. 141
Meister, R. 171
Mencke, O. 64
Mendelssohn, M. 103
Menne, A. 103
Menzel, L. 116
Merrill, D. D. 191
Meyer, R. W. 37
Michelet, K. L. 152
Mill, J. S. 140, 149–151, 189, 204, 210, 215–216, 218
Mittelstraß, J. 26–29, 32–33, 42

Möbius, A. F. 42, 251
Molendijk, A. L. 58
Monk, R. 300–301
Monna, A. F. 251
Monro, C. J. 227
Moore, G. E. 300
Moore, G. H. 20
Morell, J. 195
Moretto, A. 124
Müller, C. H. 83, 86
Müller, G. H. 7, 16
Müller, K. 24
Müller, K. E. 233, 271
Mugnai, M. 18, 26
Murawski, R. 18, 22, 28, 189, 211
Murphy, R. 186

Nagel, E. 22–23, 195, 197
Natorp, P. 8
Nedich, L. 192–194
Neil, S. 212, 215–216
Nelson, L. 287
Neubert-Drobisch, W. 156
Newton, I. 105, 131, 187, 194–195, 223, 251
Nicole, P. 36–37
Noether, E. 243
Nový, L. 12, 21, 197, 238

v. Ockham, W. 17, 187
O'Briant, W. O. 300
O'Donnell, S. 196
O'Farrell, F., S. J. 121
Ohm, G. S. 240
Ohm, M. 12, 21, 238, 240–242, 254–255
Oldenburg, H. 63
Oppenheimer, F. 2
Orbical, J. 36
Osborn, A. D. 236
Ostertag, H. 79
Otte, M. 241, 243–244
Owen, W. B. 215

Panteki, M. 22, 186–188, 191, 201
Pappus von Alexandria 101
Parkinson, H. R. 26
Pascal, B. 30
Paton, E. 116
Patzig, G. 74, 293
Peacock, G. 12, 190, 194–198, 223, 253
Peano, G. 15, 19–20, 246, 274, 301, 307
Peckhaus, V. 3, 19, 21, 40, 137, 150–151, 210, 222, 233, 245–246, 254, 271, 274, 283, 286, 288
Peirce, C. S. 91, 148, 203, 218, 233, 237, 250, 264, 270, 273–274, 276, 279, 281–282, 293, 307
Pertz, G. H. 166, 182
Peters, W. S. 111
Petersen, P. 132
Pfeil, H. 141
Piątkiewicz, S. 189
Pigozzi, D. 233, 307
Platon 152
Ploucquet, G. 11, 103–110, 123–124, 126, 128–129, 193, 231, 237
Poser, H. 27, 29, 38, 57
Posy, C. J. 117
Pozzo, R. 116
Prantl, C. 16–17
Prediger, S. 282
Pulkkinen, J. 19, 137
Purkert, W. 20–21, 306
Pycior, H. M. 20, 22, 195, 198

Quine, W. V. O. 20

Rabus, G. L. 18–19, 134, 182

Ramus, P. 67, 176
Raspe, R. E. 108–109, 165, 181, 229
Rath, M. 8, 138–141
Rapp, A. 79
Ravier, E. 24, 168
Rebuffo, F. 124
Rehnisch, E. 159
Reid, T. 192–193
Reinhardt, E. 66
Reinhold, K. L. 83, 111, 132
Remond, N. 109
Rescher, N. 41
Reuter, P. 8
Rhees, R. 212
Rice, A. 190
Richards, J. 210
Richards, J. L. 22, 190, 194–195, 197–198
Richer, J. 85
Richter 81
Richter, G. H. 81
Ricken, F. 65
Riehl, A. 139, 151, 218, 227
Riemann, B. 251
Riese, Adam 303
Risse, W. 16–17, 27, 31, 72, 78, 80–82, 84–85, 93, 100, 103, 114, 187
Roberts, D. D. 270
Robertson, G. C. 227
Rodríguez-Consuegra, F. A. 20
Rödding, D. 304
Rödeken, C. 4
Rosenkranz, K. 133
Rosenstock, G. G. 132
Rothe, H. A. 240
Rowe, D. 243, 283
Rülf, F. 103
Russell, B. 2, 23, 25–26, 56–57, 221, 288, 298, 301, 307
Saccherius, H. 82
Saisset, É. 120
v. Salis, P. 82
Sánchez-Mazas, M. 42
Scheibe, E. 58
Schelling, F. W. S. 181–182, 244
Schenk, G. 66, 78, 83–84, 104–105, 108, 114
Schepers, H. 14, 23, 29, 36
Schiel, J. H. W. 149–150
Schilpp, P. A. 299
Schischkoff, G. 27, 58
Schlegel, L. H. P. 153
Schleiermacher, F. 155, 164, 169, 171, 243–244
Schleyer, H. M. 275
Schlote, K.-H. 21, 195–196, 198–199
Schmidt, A.-F. 300
Schmidt, F. 42, 46–47
Schmidt, J. 133
Schmidt, N. D. 138
Schnädelbach, H. 9
Schneider, M. 29–30, 36, 39
Schneiders, W. 84
v. Schönberg 239
v. Schönborn, A. 111
Schoenflies, A. 280
Scholz, E. 21, 244, 306
Scholz, H. 1–3, 17–18, 27, 56–58, 65–66, 102, 298
Schröder, E. 12–14, 20–21, 26, 59, 63, 75–76, 91, 137, 148, 159, 233–238, 242–243, 245–247, 250, 254–288, 290–292, 295–296, 301–307
Schröder, H. 234
Schroeder-Heister, P. 26, 28–29, 32, 42
Schubert, H. 248
Schubert, H. C. H. 256

Schubring, G. 243, 246, 248
Schüssler, I. 117
Schupp, F. 24, 26, 46–47
Schwab, J. C. 129
Segner, J. A. 82, 231
Segre, M. 301
Sieg, U. 8
Siegmund-Schultze, R. 15
Siegwart, G. 84
Sigwart, C. 147–149
Sluga, H. D. 160, 287, 291
Smith, B. 144
Smith, D. E. 19
Smith, G. C. 204, 212
Söder, K. 86
Sohnke, L. 243, 246
Solly, T. 188
Sommers, F. 7
Sonderling, J. 116
Spalding, W. 188
Spedding, J. 223–224
Spinoza, B. 67, 122
Stammler, G. 19, 134
v. Staudt, C. 236, 258, 261
Steck, M. 83
Stekeler-Weithofer, P. 123–124
Stern, A. 42
Stock, E. 58
Stout, G. F. 300
Struik, D. J. 19, 306
Stuhlmann-Laeisz, R. 116
Stumpf, C. 138
Sturm, J. C. 243, 246
Sturm, J. H. 100
Styazhkin, N. I. 18, 94
Sulzer, J. G. 83
Swoyer, C. 52

Tannery, P. 150
Tarski, A. 233, 282
Taschenberg, O. 279
Taylor, G. 185
Terrot, C. H. 214
Thackray, A. 195
Thaer, C. 72
Thiel, C. VII, 4, 25, 43–44, 51, 55, 100, 137, 160, 179, 217, 231, 271, 283, 288
Thompson, B. E. R. 7
Thomson, W. 189, 230
Tobies, R. 283
Todesco, F. 83
Toms, E. 107
Tonelli, G. 116
Trede, L. B. 181
Trendelenburg, F. A. 14, 132–135, 146, 148, 152, 156, 168, 176, 178–183, 284–285, 289, 297
v. Tschirnhaus, W. E. 33, 67, 71
Twesten, A, D. C. 134, 156, 248

Ueberweg, F. 144, 149, 152–155, 163, 184, 188, 227, 230
Ueding, G. 65
Ulrich, J. H. F. 165
Ulrici, H. 40, 134, 137, 144, 150–151, 210
Uylenbroeck, P. J. 42

van der Waerden, B. L. 306
Van Evra, J. 187
van Heijenoort, J. 18, 268
van Peursen, C. A. 36, 71
van Rijen, J. 44
Veitch, J. 189
Velarde Lombraña, J. 18
Venn, J. 99, 209–210, 213–214, 216–217, 227, 230–231
Venn, J. A. 230
Verra, V. 122

Voigt, A. H. 236, 271
Voigt, V. 236
Volkert, K. 10
Voss, A. 280

Wagner, G. 36–38, 166–167, 176
Wagner-Döbler, R. 7, 16
Wahl, R. 79
Wandel, G. 243
Wangerin, A. 279
Walther, J. G. L. 234
Walther-Klaus, E. 55
Weaver, G. 20
Weber E. H. 159
Weierstraß, K. 237, 251, 307
Weigel, E. 64, 67, 71, 100
Weise, C. 99, 104
Weiss, G. 168
Weiße, C. H. 159
Wentscher, M. 159
Wernick, G. 271
Weyl, H. 296
Whately, E. J. 187
Whately, R. 148, 187–188, 215
Whewell, W. 190
Whitehead, A. N. 2, 243, 298–299, 301, 307
Wilbraham, H. 214
Wilkins, J. 180
Windelband, W. 115, 130, 135, 137, 141, 143, 145, 147, 160
Winter, E. 149
Wittmütz, V. 153
Wohltmann, H. 63
Wolf, F. O. 189
Wolff, C. 11, 28, 32, 64–83, 86–88, 96–97, 99–100, 102–103, 114–115, 119, 122, 157, 166–167, 173, 181, 231
Wolff, M. 124
v. Wolff-Metternich, B.-S. 117
Wolters, G. 79, 84, 94, 96, 111
v. Wright, G. H. 3
Wuchterl, K. 117
Wundt, M. 78–79
Wundt, W. 8, 140, 144, 147–150
v. Wurzbach, C. 171
Wussing, H. 20–21, 259, 306
Wuttke, H. 64, 79

Yushkevich, A. P. 20

Zaddach, A. 243, 246
v. Zahn, W. 251
Zaunick, R. 67
Zeller, E. 65
Zimmermann, R. 83, 111
Zingari, G. 23, 77, 120, 168

5 Sachen

a priori 117–118
Abbildung 88
Ablösungsprozesse 135–137, 182–184
Abstraktion 58
Addition 199, 246, 261
  logische – 58, 207, 250, 262, 265, 267
  identische – 269–270
  – von Merkmalen 93
  relative – 277
Adjunktion 6, 58, 250
Äquivalenzsatz 280
Ästhetik 171
Akademiengedanke 29, 167
Akzidenz 92
Alethiologie 85, 88
Algebra 30, 37, 87, 295
  absolute – 12–13, 233–234, 236, 238, 254–261, 306
  abstrakte – 10, 12, 13, 19–22, 233, 243, 305
  arithmetische – 197, 199
  formale – 257–261
  Geschichte der – 19–22
  logische – 197–198
  philosophische – 127
  – der Relative 91
  symbolische – 12–13, 19, 21, 186, 195–200
  – *of symbols* 200
  technische – 197–198
  universelle – 12, 299, 305
Algebra der Logik 1, 13–14, 18, 20–22, 25, 57, 59, 63, 303–308
  Rezeption der – 215–217
algebra speciosa 28
Algorithmus 261, 268
  – der Logik 148–149
„All" 269
Allgemeingültigkeit 44
Analyse, logische 58, 181
Analysis
  algebraische – 21, 238
  Grundlagen der – 9
  kombinatorische – 238
analysis characteristica 84
analysis situs 180
analytica logica specimina 92
analytical engine 218
Analytical Society 194–195
Analytik, allgemeine 92
analytisch 214
Anschauung 30, 118, 252
Antinomien 3, 288
Antisymmetrie 269
Anzahl 281, 288
Apposition 33
Arithmetik 30, 246, 288
Arithmetisierung 92
Arithmetisierungsprogramm 10
ars characteristica 32, 66, 72–73, 82, 84, 87, 89, 101–102
ars combinatoria 32–33, 38, 87
ars detegendi 178
ars inveniendi 36, 41, 66, 69, 70–72, 77, 86, 113, 115, 125, 155–156, 172, 174, 178, 184
ars iudicandi 5, 36, 41, 73, 174, 177
ars magna 27–28, 180
Assoziativität 242, 245
Aufklärung 65
Ausdehnungslehre 243–246, 248–249, 299
Aussagen
  –logik 6
  partikuläre – 43

Auswahlakt 201–204, 211
Auswahlsymbol 202, 209, 291
Axiomatik 4, 15, 97, 117, 275, 282, 286–287
  Euklidische – 174
Axiombegriff 39, 40, 59–60, 68, 97

Begriff 85, 102
  Ähnlichkeit von –en 90
  –sbildung 73, 107
  Geschlecht des –s 89
  Inhalt des –s 55
  –slehre 89–90, 93, 177, 249, 250, 289–290
  spezifischer Unterschied von –en 89–90
  –sschrift 179, 288–294
  Stamm– 172
  Umfang des –s 55
Beweis 37, 39, 68–70, 74
  –grund 68
Bibliographien 16, 23–24
Bibliometrie 7
Boolesche Algebra 27
British Association for the Advancement of Science 194–195

calculus of operations 13, 186, 198–201, 214, 295
calculus ratiocinator 5, 172, 203, 289, 292–294, 296, 302
calculus of symbols 221
Cambridge Network 194–195
Charakteristik 86, 123, 127–129, 174, 178, 183, 285, 295
  geometrische – 42, 94–97
  kombinatorische – 72–73, 82, 87, 102
  metaphysische – 97–102, 108–109
characteristica universalis 4, 30, 32–34, 41, 55, 61–62, 82, 84, 87–88, 101, 108–109, 126–128, 169–171, 177–178, 180, 239, 284–285, 292, 295–296
cognitive science 18

Deduktion 218
Definition 67–68, 92
  independente – 247
  metaphysische – 92
  Nominal– 68
  Real– 68
  rekurrente – 247
  rekursive – 247
Denkbereich 276
Denken 62
Denkgesetz 205, 210–212
Denkkunst 36–37
Denklehre 248–249
Denkoperationen 102, 161, 206
description 91
Diagramme
  Eulersche Kreise 99–100
  Linien– Lamberts 94–97
  Venn– 99
  Weisesche Kreise 99
Dialektik 115–116, 133–134, 148, 244
Dianoiologie 85
dictum de omni et nullo 264
discourse 207–208
  universe of – 208
Distributivität 202, 207, 245, 270–272
Disziplingeschichte 7
Dogmatismus 170
Dualität 266, 267, 271, 290
  –sgesetz 202, 206–207, 209

Einheit 98

Einheitswissenschaft 4
Eklektik 83-84
Elimination 211
Empirismus 111
logischer – 3, 151
Enthaltenseinsrelation 50, 52–53
Enthymem 68
Enzyklopädieprojekt 29, 33, 167
Erfahrung 68, 70, 77
Erkenntnis
mathematische – 119, 124
philosophische – 119
symbolische – 55, 86
-theorie 8, 148, 169, 187
Esperanto 10
Extension eines Begriffs 55, 129, 173

Fluxionsrechnung 195
Folgerung 44
mathematische – 161–163
Form 85, 100, 174, 242–243, 303
logische – 101
Formalismus 170, 296
Formenlehre 240, 249
allgemeine – 244–246, 254
Forschungsprogramm 7
Funktionenlehre 238

Gebiet 268–269
Gedanke 290
Geltung, hypothetische 70
Geometrie 22–23, 30, 281
– der Lage 180
nichteuklidische – 10
geometrische Lehrart 69
Gewißheit 31, 37, 119
algebraische – 86
Gleichheit 263, 277
Grammatik, rationale 181

Größe 196–197, 246–247, 249, 252–253
-nlehre 174, 184, 244,249
Grundlagen
-diskussion 11
-krise 10
mathematische -forschung 3, 13–14, 20, 56, 233, 237–238, 287–288, 297, 302, 307
Grundsatz 68, 97
Grundwissenschaft 139
Gruppentheorie 21, 306
Gültigkeit 35

Hauptfrage, transzendentale 116–117
Herbartsche Schule 169
Heuristik 252–253
Hilbertprogramm 3
„Historisierung" der Logik 226–227, 230–232
Hypothesen 75

Idealismus 9, 10, 23, 125
Deutscher – 120
Idee, reine 121
Idempotenz 45
Identität 6, 38, 40, 219, 277
formale – 38
– des Ununterscheidbaren 38
-stheorie 105, 123
Ido 11
Implikation 264
Indexgesetz 202, 207, 219
Individualbegriff 61
Individuation 82
Induktion 147, 149–151, 218
inesse-Relation 49–50, 54
Inklusion 264, 269
Intension 25, 49, 55, 129, 173

Internationalität der Wissenschaft 10
inverse Operation 58
Irrtum 37-38

Kalkül 5, 8–9, 11, 27, 33, 39, 41–55, 64, 66, 72, 77, 82, 86, 109, 122–124, 129, 148–149, 158–160, 170, 173, 175, 177–178, 183, 204–205, 268, 285
algebraischer – 34, 41, 44–55, 84, 88, 93, 104–105, 110, 167, 169
allgemeiner – 101, 109
arithmetischer – 41–44, 110
barycentrischer – 42
– der *Generales inquisitiones* 47–49
geometrischer – 42, 105–106, 108, 243, 299
identischer – 268, 271
Infinitesimal- 44
K XIX 46, 49–5a2, 58
K XX, 46, 52–54
Linien- 85, 94–97
kombinatorischer – 123
logischer – 4–5, 59, 101, 108, 283
logischer – mit Gruppen 268, 270–271
Merkmals- 88–94, 128
-operation 177–178
Plus- 46, 52–54
Plus-Minus- 46, 49–52, 58
Relativ- 273–283
universeller – 92
Kanon 115–116
Kausalität 39, 40
Kennzeichnungsfunktion 91–92
Kettentheorie 278, 282

Klasse 201, 204
-nbildung 204, 206, 211
-ninklusion 264
Klassifikation 285–286
Koalition 33
Koinzidenz 38, 49, 173
Kombinationsgesetze 202
Kombinatorik 12, 32–33, 38, 56, 72, 87, 126, 172–173, 177, 238–240, 244, 249
Kombinatorische Schule 238
Kommutativität 202, 242, 245, 259
– der logischen Addition 207
– der logischen Multiplikation 206
Komposition 277
Konjunktion 58
Konstruktion 118
Kontext 15, 21
Entstehungs- 18
Konverse 278
Konversion 104, 193
Konzeptualismus 178
Koordination 263
Korrelation 263, 265
Kosmologie 27, 78
Kritizismus 65, 125
Kunstlehre 142, 144

Latino sine flexione 10
law of contradition 219
law of duality (Boole) 202, 206–207, 209–210, 219, 223, 225, 250, 265
law of duality (Jevons) 219, 229
law of identity 219
law of simplification 219, 229
Leibniz
-Edition 8, 9, 12, 14, 164–166, 181–182

-sche Logik 23–24, 27, 34–63
-philologie 12, 23, 182
-programm 4, 5, 11, 13–14, 27–31, 58, 66, 171, 221, 284, 288, 302
-rezeption 13–14, 23, 25, 165, 181–182, 186–187, 221–226
Leibniz-Wolffsche Philosophie 79–81
lingua characteristica 11, 275, 294, 302
logica algebraica 84
logica characteristica 84
logica inventiva 5
logica mathematica 81
Logik 11–12, 175
algebraische – 233
algorithmische – 1
allgemeine – 114–115
angewandte – 70, 145, 183–184
aristotelische – 6, 113, 182, 189
Begriffs- 25
-begriff 1, 2, 6, 69, 120–121, 147, 153, 160–161, 201, 238
-bibliotheken 232
empirische – 242
empiristische – 140, 149
Erwägungs- 6
formale – 113, 116, 135–137, 157–159, 188–189
– als Formalismus 157
induktive – 189
Instrumentalisierung der – 13
klassische – 308
Konsequenzen- 82
-lehrbücher 188
– und Mathematik 1–3, 6, 14–15, 23, 152–164, 201, 213, 217, 224, 304, 307–308
mathematische – 1, 6, 18, 117, 157–159, 157–150, 307
Merkmals- 88–94
– und Metaphysik 6, 26, 146–147, 168
normsetzende – 147–148, 153
– von Port Royal 36, 228
– und Psychologie 136–145
rechnende – 81, 121–122
-reformdiskussion 8–9, 13–14, 130–152, 233, 236–237, 297
Revolution in der – 7
Soziologie der – 7
– und Sprache 26
-studium 187–188
symbolische – 86, 104
Symbolisierung der – 85
transzendentale – 115–116
– als Wissenschaft 144, 183
Logikgeschichte 15–20, 28, 93–94, 230–232
Bewertungen der – 3, 303–308
Periodisierung der – 19–20
„Logische Frage" 9, 11–12, 18, 132–134, 168, 182
logistica 30
logistica speciosa universalis 92
logistic 198
Logistik 1, 6, 56–57, 92, 117, 298
Logizismus 14, 56–58, 283, 304

Maschine, logische 218
Materie 100
Mathematik 62, 117–118, 124–125, 249
allgemeine – 166, 213
-begriff 213–214, 246, 302
-geschichtsschreibung 10, 19

– und Logik 1–3, 6, 14–15, 23, 152–164, 184, 201, 213, 217, 224, 304, 307–308
Meta- 3
Philosophie der – 23, 63
– und Philosophie 9, 119–120
reine – 38, 244
Strukturwandel der – 15
symbolische – 63
mathematische Lehrart 66–69
mathesis specialis 30
mathesis universalis 4, 11, 25, 27–31, 34–35, 56, 64, 67, 69, 83, 102, 118, 130, 166
Menge 256, 262
-nlehre 15, 279–281
Merkmal 82, 89, 290
logisches – 91, 266
metaphysisches – 91
Metaphysik 29–30, 60–61, 64, 66, 78–79, 83–84, 94–97, 110–112, 116–119
– und Logik 6, 11, 26, 130, 146–147, 168, 201
Mathematisierung der – 66
Methode
analytische – 36
dialektische – 133–134
mathematische – 30, 66–69, 77–78, 81, 85, 97, 110, 112, 117–120, 122, 152–164, 166, 168, 172–175
philosophische – 165, 168
syllogistische – 154–156
synthetische – 36
Methodenlehre 136, 145–152, 183
transzendentale – 119
Minus-Operation 58
Moderne 22
Modul, relatives 277
Monade 41, 79
Moral 29–30
Multiplikation 246, 261–262
identische – 269–270
logische – 58, 110, 211, 250, 266–267, 277
relative – 91
symbolische – 259–260

Nachfolger 247
Negation 6, 263, 272
Neopositivismus 58
Neukantianismus 8, 25
„Nicht" 250
„Nichts" 269
Nullklasse 208–209

Ontologie 61, 108
mathematische – 163–164, 184, 303
Operation 253–254, 256–257, 260, 268
arithmetische – 196, 199, 242
Auswahl- 201–204
geistige – 201, 241
-enkalkül 13, 186, 198–201, 204, 214
Kombinationsgesetze für – en 199
-skreis 260, 268
logische – 260, 266
logistische – 198
lytische – 254
-sstufe 246, 260–261, 268
taktische – 198
thetische – 254
-stypus 259
-en mit Zeichen 33, 62, 198, 206, 243
Organongedanke 28–39, 83, 113, 115–116, 125, 150

Panlogismus 27, 60–61
Parallelenaxiom 154–155
Pasigraphie 274–275, 281, 285–286, 291
Permanenzprinzip 196, 201, 252–253, 302
Permutationsgruppen 250, 306
Phänomenologie 63, 85
Philosophie
-begriff 69
Diversifikationsprozesse der – 8
-geschichtsschreibung 9
Identitätskrise der – 9
– der Mathematik 23, 63
– und Mathematik 9, 119–120
spekulative – 6
Piano, logisches 218
Postulat 68, 87–88, 97
Prädikamente 32, 37
Prädikat 41–43
Prämisse 69–70
hypothetische – 70
Prinzip 37
-ien der Logik 38–41, 61, 177, 275
– des Grundes 39–41, 166
– des Widerspruchs 39–40, 166, 209–210, 219
Psychologie 8, 183
experimentelle – 8
– und Logik 136–137, 144, 210–211
Psychologismus 8, 136–144, 183
Anti- 141–144
attributiver – 138
Begriffsgeschichte des – 138
konstruktiver – 140–141
-streit 8, 137–144
substitutiver – 139–140

Quantifikation 107
– des Prädikats 92, 104, 107, 137, 186, 190–193, 226, 291
Quantität 197, 201, 241
Quantoren 104, 107
Quaternionen 196, 251

Rationalismus 5, 58, 65
Realismus 300
Rechnen 30, 33, 41, 108, 242–243
Reduktion 211
Referenz von Begriffen 55
Reflexivität 269
Relationen 26, 300
-logik 191, 233, 273–283
unbestimmte – 220
Relativ 91, 273–274, 276
Alio- 277
Selbst- 277
Revolutionen, wissenschaftliche 7
Rezeption
– der Leibnizschen Logik 19, 23–24, 297, 299–301
– der Booleschen Logik 151
Richtigkeit 55

salva veritate-Ersetzbarkeit 39
Satz, zusammengesetzter 97
Schluß 99, 220
-formen 34, 37
mathematischer – 71, 74, 124, 220
Scholastik 35, 66, 82
scientia generalis 4, 9, 11, 25, 27–32, 36, 56, 64, 166, 172, 176–177, 233, 301–302
Semantik 257–258, 272
Semiotik 85
Sicherheit in der Mathematik 173–174

Sorites 35
Sprachcharakter, allgemeiner 126
Sprache 55, 73, 201
natürliche – 6, 7, 123
allgemeine – 127
Sprachkritik 146
Sprachphilosophie 26
Standardaussage 42
Standardformen 190, 202–203
Strukturtheorie 238, 240, 273, 305
Subalternation 77
Subjekt 41–43
Subordination 262–263
Substanz 92–93
einfache – 41
individuelle – 41
Substitution 71–72, 74, 76–77, 224, 264
-sprinzip 76, 220, 227–230
-sschluß 75–76, 124
Subsumtion 75, 264, 276
Subtraktion 199
– von Merkmalen 93
Superordination 262
suppositio 107
Syllogistik 34–35, 37–38, 41–44, 68–71, 73–77, 94, 96–97, 99, 106–107, 123–124, 129, 135, 154–156, 158–159, 166, 191
Figuren der – 96–97
intensionale Interpretation der – 74–76
extensionale Interpretation der – 75
Symbolik 6, 22, 55, 62, 150, 200, 218, 249–250, 277–278, 281, 291, 295
geometrische – 85, 94–97
logische – 201, 206, 288
Syntax, logische 58

System
-begriff 84
deduktives – 40

tactic 198
tertium non datur 219
Theologie 27, 29–30
Theorem 69
Topologie 180
Totalität 250
Transitivität 269
Transzendentalphilosophie 110, 116

Übersetzungstheorie 88
Umfangslogik 75
Unableitbarkeit 4
Unendlichkeit 279
Universalismus 9
Universalschrift 33, 126, 275
Universalsprache 10, 33, 56, 93, 109, 126, 167, 171–172, 180, 231, 233, 237, 273–275, 305
Universalwissenschaft 26–28, 174–175
universe of discourse 208
Urbegriff 275
Ursache 102
Urteil 104
mathematisches – 153
verneinendes – 265
Urteilslehre 93, 108, 289

Vektorrechnung 243, 246
Verbandstheorie 21, 59, 282, 306
Verhältnis
logisches – 90
metaphysisches – 90
Verknüpfung
analytische – 245

-soperationen 58, 110, 183, 240, 246, 249, 256, 265–266, 295, 302
synthetische – 245
Vernunft 34–35, 37, 78
-grund 34
Verstandestätigkeit 241
Verwandtschaftsbeziehungen 214, 282
Volapük 11, 237, 275
Vollformalismus 4
Vollständigkeitsbeweis 3, 4
von-Operator 91

Wahrheit 22, 41, 55, 85
kontingente – 39, 41, 61
mathematische – 287
Tatsachen- 41, 61
Vernunft- 39, 61, 69
Wahrscheinlichkeitstheorie 211, 214
Weltauffassung, wissenschaftliche 3
Wertgemeinschaft 262
Wirkung 102
Wissenschaft
formale – 244
-slehre 194, 248–249
reale – 244
-ssprache 65
-stheorie 8, 13, 84, 146–147, 150–151, 183, 215–219, 221
Wolffsche Schule 81–82, 167

Zahl
-begriff 98, 247, 255, 258
-begründung, psychologistische 142
benannte – 241
-definition 251
-engebiet 258–259, 260, 264
hyperkomplexe – 22, 251
imaginäre – 195
komplexe – 251–252
negative – 195
unbenannte – 241
Zählen 30
Zeichen 32–33, 55, 63, 178
-operation 88
Schrift- 62
-schrift 126–127, 167, 178
-theorie 14, 72–73, 84, 100, 128–129, 180, 284–286, 295
Zahl- 62–63
Zerfällung 289–290