

WIEMANN, Leon
Göttingen

Die Konstruktion eines Fragebogens zur Messung der probabilistischen Intuition von Schüler*innen der Sekundarstufe I

Intuitionen, im Sinn von Efraim Fischbein aufgefasst als subjektiv offensichtliche, ganzheitliche sowie zwangsläufige Kognitionen (Fischbein, 1987, S. 43), besitzen bei der Beurteilung von Wahrscheinlichkeiten eine hervorgehobene Bedeutung. Die von Kindern durch alltägliche Erfahrungen entwickelten primären probabilistischen Intuitionen stehen dabei oftmals im Widerspruch zu formal korrekten sekundären Intuitionen. Eine wesentliche Aufgabe des Stochastikunterrichts besteht darin, die Schüler*innen mit ihren falschen primären Intuitionen zu konfrontieren und diese durch entsprechende tragfähige Intuitionen zu ersetzen (Biehler & Engel, 2015, S. 232).

Empirische Studien zeigen, dass falsche primäre probabilistische Intuitionen nicht zwangsläufig mit Zunahme des Alters von Schüler*innen verschwinden (Fischbein & Schnarch, 1997; Engel & Sedlmeier, 2005). So sind Fehlvorstellungen von Wahrscheinlichkeiten auch noch am Ende der gymnasialen Sekundarstufe I nachweisbar (Rasfeld, 2004). Insbesondere aufgrund der Einführung des formalen Wahrscheinlichkeitbegriffs im Verlauf dieser Schulstufe besteht in der Sekundarstufe I ein besonderes Interesse daran, die Ausprägungen probabilistischer Intuitionen von Schüler*innen (longitudinal) messen zu können. Bislang stand für eine solche Messung in Deutschland allerdings kein geeignetes Messinstrument zur Verfügung, welches von allen Schüler*innen der Sekundarstufe I bearbeitet werden kann. Dieser Artikel schließt durch die Präsentation eines entsprechenden Fragebogens diese Lücke.

Konstruktion und Präsentation des Fragebogens

Grundlage des im Folgenden präsentierten Fragebogens ist der in Schnarch (1995) präsentierte und in Fischbein und Schnarch (1997) diskutierte Fragebogen, der bei israelischen Schüler*innen und Studierenden im Alter von zehn bis zwanzig Jahren eingesetzt wurde und auf eine Bandbreite etablierter probabilistischer Fehlvorstellungen zurückgreift. Der Fragebogen beinhaltet sowohl geschlossene als auch offene Fragestellungen, die jeweils einen qualitativen Vergleich der Wahrscheinlichkeiten von zwei verschiedenen Ereignissen erfordern. Da keine konkreten Wahrscheinlichkeiten berechnet werden müssen, ist das Messinstrument auch vor formalen Einführungen im Rahmen des Stochastikunterrichts einsetzbar. Der Fragebogen von Schnarch (1995) wurde von dem hebräischen Original zunächst in die englische und anschließend in die deutsche Sprache übersetzt. Einige Formulierungen und

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Problemstellungen wurden dabei überarbeitet. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick.

| Nr. | Fragestellung |
|-----|---|
| 1 | <p>Bei einem Lottospiel müssen 6 verschiedene Zahlen zwischen 1 und 49 ausgewählt werden. Vanessa wählt die Zahlen: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ruth wählt die Zahlen: 39, 1, 17, 33, 8, 27. Wer von den beiden gewinnt im Lotto mit einer größeren Wahrscheinlichkeit?</p> <p>(a) Vanessa hat eine größere Wahrscheinlichkeit. (b) Ruth hat eine größere Wahrscheinlichkeit. (c) Vanessa und Ruth haben die gleiche Wahrscheinlichkeit.</p> |
| 2 | <p>Beim Werfen einer fairen Münze gibt es zwei mögliche Ergebnisse: „Kopf“ oder „Zahl“. Robert hat die Münze dreimal geworfen und dreimal hintereinander „Kopf“ bekommen. Nun hat er vor, die Münze ein weiteres Mal zu werfen. Ist die Wahrscheinlichkeit, „Kopf“ zu bekommen, kleiner, gleich oder größer als die Wahrscheinlichkeit, „Zahl“ im vierten Wurf zu bekommen?</p> |
| 3 | <p>Beim Werfen von zwei Würfeln ist welches der folgenden Ereignisse wahrscheinlicher?</p> <p>(a) Es wird bei einem Würfel eine 5 und beim anderen Würfel eine 6 gewürfelt. (b) Bei beiden Würfeln wird eine 6 gewürfelt. (c) Die Wahrscheinlichkeit ist in beiden Fällen gleich groß.</p> |
| 4 | <p>Es gibt zwei Beutel: einen roten und einen grünen. In beiden Beuteln befinden sich jeweils durchmischt 100 weiße und 100 schwarze Kugeln. Dominik wirft eine Münze. Wenn „Zahl“ fällt, zieht er ohne hinzusehen eine Kugel aus dem roten Beutel. Wenn das Ergebnis „Kopf“ ist, zieht er ohne hinzusehen eine Kugel aus dem grünen Beutel. Im Folgenden werden zwei mögliche Fälle genannt. Welchen hältst du für wahrscheinlicher?</p> <p>(a) Dominik zieht eine weiße Kugel. (b) Dominik muss aus dem roten Beutel ziehen und zieht aus diesem eine weiße Kugel.</p> |
| 5 | <p>Ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Halbmarathon-Läufer regelmäßig joggen geht, kleiner, gleich oder größer als die Wahrscheinlichkeit, dass ein regelmäßiger Jogger einen Halbmarathon läuft?</p> |

| | |
|----|---|
| 6 | <p>In einer Stadt gibt es zwei Krankenhäuser: ein kleines Krankenhaus mit durchschnittlich etwa 15 Geburten am Tag und ein großes Krankenhaus mit durchschnittlich etwa 45 Geburten am Tag. Die Wahrscheinlichkeit, einen Jungen zu bekommen, ist 50 %. (Trotzdem gibt es natürlich Tage, an denen mehr als 50 % der geborenen Babys Jungen sind und Tage, an denen weniger als 50 % der geborenen Babys Jungen sind.) Welches der folgenden Ereignisse hältst du für wahrscheinlicher?</p> <p>(a) In dem großen Krankenhaus werden an einem Tag mehr als 27 Jungen geboren, was mehr als 60 % der Geburten entspricht.</p> <p>(b) In dem kleinen Krankenhaus werden an einem Tag mehr als 9 Jungen geboren, was mehr als 60 % der Geburten entspricht.</p> <p>(c) Die Wahrscheinlichkeit ist in beiden Fällen gleich groß.</p> |
| 7 | <p>Ist die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, 2 von 10 Menschen auszuwählen, kleiner, gleich oder größer als die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, 8 von 10 Menschen auszuwählen?</p> |
| 8 | <p>In einer Box befinden sich zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Lucie zieht eine Kugel aus der Box und legt sie ohne nachzuschauen zur Seite. Anschließend zieht sie eine zweite Kugel und stellt fest, dass sie weiß ist. Ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel, die sie gezogen hat, auch weiß ist, kleiner, gleich oder größer als die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Kugel schwarz ist?</p> |
| 9 | <p>Ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer fairen Münze in mindestens 2 von 3 Würfen „Kopf“ zu bekommen, kleiner, gleich oder größer als die Wahrscheinlichkeit, bei einer fairen Münze in mindestens 200 von 300 Würfen „Kopf“ zu bekommen?</p> |
| 10 | <p>Im Folgenden wird eine Person beschrieben, die aus einer Gruppe von 100 Personen ausgewählt wurde. Die Gruppe besteht aus 30 Ingenieuren und 70 Anwälten: ein 45-jähriger Mann, der bescheiden ist, traditionelle Werte vertritt und sich nicht für politische Themen interessiert. Kreuze die deiner Meinung nach wahrscheinlichere Antwort an.</p> <p>(a) Der Mann ist Anwalt. (b) Der Mann ist Ingenieur.</p> |
| 11 | <p>In einer Box befinden sich 1000 Kugeln, von denen 999 Kugeln weiß sind und eine Kugel schwarz ist. Ron schließt die Augen, mischt die Kugeln und zieht eine Kugel aus der Box. Ist es möglich, dass Ron die schwarze Kugel aus der Box zieht?</p> |

| | |
|----|--|
| 12 | <p>Daniel träumt davon, Arzt zu werden. Er mag es, Menschen zu helfen. Während seiner Schulzeit war er ehrenamtlich beim Roten Kreuz aktiv. Er machte ein ausgezeichnetes Abitur und diente anschließend als Rettungssanitäter. Danach schrieb er sich an einer Universität ein.</p> <p>Kreuze die Aussage an, die du für wahrscheinlicher hältst:</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) Daniel ist Student im Bereich Medizin. (b) Daniel ist Student. |
|----|--|

Tabelle 1: Fragebogen zur Messung der probabilistischen Intuition

Empirischer Einsatz des Fragebogens

Der Fragebogen zur Messung der probabilistischen Intuition wurde erfolgreich in einer empirischen Studie mit $N = 94$ Schüler*innen eingesetzt. Die Lernenden der Jahrgänge fünf, sieben und neun zweier niedersächsischer Gymnasien beantworteten hierbei durchschnittlich $M = 5.47$ Fragen korrekt ($SD = 2.06$). Ein Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest zeigt dabei, dass die Anzahl an korrekten Antworten als Poisson-verteilt mit Erwartungswert $\lambda = 5.47$ angenommen werden kann ($D = 0.42$, $p = .995$). Weiter besitzt die Anzahl an korrekten Antworten zu der Mathematikleistung der Schüler*innen, gemessen durch den „Deutschen Mathematiktest“ (DEMAT, u. a. Schmidt et al., 2013), einen Spearman-Rangkorrelationskoeffizient von $\rho = .47$, $p < .001$. Gemessen an früheren empirischen Ergebnissen besitzt der Fragebogen hierdurch eine hohe Kriteriumsvalidität. Dies legitimiert den Fragebogen zur Messung der probabilistischen Intuition.

Literatur

- Biehler, R., & Engel, J. (2015). Stochastik: Leitidee Daten und Zufall. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H. G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 221-251). Springer Spektrum.
- Engel, J., & Sedlmeier, P. (2005). On middle-school students' comprehension of randomness and chance variability in data. *ZDM – Mathematics Education*, 37(3), 168-177.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: an educational approach*. Reidel.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Rasfeld, P. (2004). Verbessert der Stochastikunterricht intuitives stochastisches Denken? Ergebnisse einer empirischen Studie. *Journal für Mathematikdidaktik*, 25(1), 33-61.
- Schmidt, S., Ennemoser, M., & Krajewski, K. (2013). *Deutscher Mathematiktest für neunte Klassen (DEMAT 9)*. Hogrefe.
- Schnarch, D. (1995). *The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions* [Unveröffentlichte Masterarbeit]. Tel-Aviv University.