

Raja HEROLD-BLASIUS, Dortmund & Kirsten WINKEL, Koblenz

Strategieschlüssel als Werkzeug zur Förderung von Problemlösekompetenzen und Metakognition bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Kurzfassung: Kritisches Denken und Problemlösen sowie Kreativität, Kommunikation und Kollaboration sind zentrale Kompetenzen des 21. Jahrhunderts, die alle Kinder erlernen sollten. Mathematische Problemlöseaufgaben sind besonders geeignet, um diese Kompetenzen früh im Mathematikunterricht zu entwickeln. Trotz zunehmender Evidenz dafür, dass insbesondere auch leistungsschwächere Kinder von einer Förderung der Problemlösekompetenzen profitieren, wird Problemlösen in der Grundschule häufig nur für leistungsstarke Kinder diskutiert. Mit leistungsschwächeren Kindern wird es kaum praktiziert. Dieser Beitrag zeigt an Fallbeispielen auf, wie Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen durchaus in der Lage sind, Probleme mathematisch zu lösen, wenn sie explizit zu metakognitiven Prozessen und zum Einsatz von Problemlösestrategien angeregt werden.

Title: Strategy keys as a tool for promoting problem solving and metacognition in children with mathematical learning difficulties

Abstract: Critical thinking and problem solving as well as creativity, and communication are key 21st-century skills that all students should learn. Mathematical problem solving is a particularly good way to develop these skills early in mathematics education. Despite growing evidence that low-achieving students in particular benefit from the development of problem solving skills, problem solving in primary school is often only discussed with high-achieving students. It is rarely practised with low-achieving students. This article uses two case studies to show how children with mathematical learning difficulties are quite capable of solving mathematical problems when they are explicitly encouraged to engage in metacognitive processes and the use of problem-solving strategies.

Classification: C30, C40, D50, D70

Keywords: mathematical difficulties, problem-solving, metacognition, strategy keys, primary school

1. Einleitung und theoretischer Hintergrund

Kritisches Denken und Problemlösen sowie Kreativität, Kommunikation und Kollaboration gehören zu den zentralen Kompetenzen des 21. Jahrhunderts (Szabo et al. 2020; Trilling & Fadel 2009; Taguma et al. 2023; Boaler 2024). Zahlreiche Metastudien zum Lernerfolg liefern zudem Evidenz dafür, dass

diese Kompetenzen zu den Faktoren gehören, die eine besonders hohe Effektstärke auf den Lernerfolg haben (z. B. Problemlösen: Effektstärke $d > 0.8$) (Hattie 2023). Und auch in den Curricula ist das mathematische Problemlösen sowohl national wie auch international fest verankert (z. B. MoE 2012; NCTM 2000; KMK 2022). Kennzeichnend für mathematische Problemlöseprozesse ist, dass Lösungswege nicht vorgegeben sind, sondern kreativ gefunden werden müssen. Unter mathematischem Problemlösen verstehen wir hier das Bewältigen von Nicht-Routineaufgaben, bei denen Lernende Hürden begegnen, deren Überwindung kreatives und strategisches Denken erfordert (Dörner 1979; Pólya 1945; Schoenfeld 1985, 1992).

Beim Prozess des Problemlösens im Mathematikunterricht wird von verschiedenen Herausforderungen berichtet (Klang et al. 2021; OECD 2023; Sinaga et al. 2023), z. B. dem Aufgabenverständnis (Salle et al. 2020; Sinaga 2023; Walter & Rink 2020), der Wahl passender Heuristiken und deren sinnvoller Umsetzung (Herold-Blasius et al., im Review; Kaitera & Harmoinen 2022; Koichu et al. 2007; Sturm 2018) oder der Prozessregulation (Schoenfeld 1985, 1992; Rott 2013). Im Mathematikunterricht äußern Lehrkräfte oft Bedenken gegenüber dem Problemlösen, etwa „unzureichende mathematische Grundlagen der Lernenden [...], mangelnde Selbstregulierungsfähigkeiten und verbale Fähigkeiten der Lernenden“ (Rott et al. 2023, S. 315; siehe auch Gebel et al. 2023; Herold-Blasius et al. 2019). Zudem wird das Problemlösen häufig nur für leistungsstärkere Schüler:innen diskutiert (Herold-Blasius et al. 2019). Das liegt nicht zuletzt daran, dass es bisher wenig praktische Ansätze gibt, um Lernenden mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen einen Zugang zum Problemlösen zu ermöglichen (Rott et al. 2023).

In diesem Beitrag zeigen wir an zwei Fallbeispielen von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auf, wie sie gefördert und unterstützt werden können, um mathematische Probleme erfolgreich zu bearbeiten.

1.1 Problemlösen lehren bei Schüler:innen mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Mathematisches Problemlösen kann auf unterschiedliche Weisen vermittelt werden. In der Fachliteratur wird dabei häufig unterschieden zwischen dem Lernen mit, durch oder über Problemlösen (Rott et al. 2023). Diskutiert wird dabei, ob implizite oder explizite Lehrmethoden effizienter sind (Rott & Gawlick 2014; Rott et al. 2023). Dabei zeigen sich Indizien für einen leichten Vorteil der expliziten Lehrmethoden (z. B. Ziegler et al. 2018). Als besonders wirksam erweist sich die Vermittlung systematischer Problemlösestrategien bzw. Heuristiken (z. B. Herold-Blasius 2021; Bruder & Collet 2011; Sturm

2018) – häufig auch in Kombination mit anderen Facetten, z. B. der Selbstregulation (z. B. Perels et al. 2005; Wilburne & Dause 2017). Für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (Gaidoschik et al. 2021) gibt es jedoch bislang kaum Ansätze zur Vermittlung von Problemlösestrategien. Die meiste Forschung in diesem Bereich adressiert den Umgang mit Textaufgaben. Immer mehr Studien zeigen dabei, dass Problemlösekompetenzen auch bei Kindern mit Lernschwierigkeiten wirksam gefördert werden können. Eine Metaanalyse von Myers et al. (2023) fasst Ergebnisse von 36 Interventionsstudien mit Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zusammen. Darin wurde ein stark positiver Effekt auf das Lösen von Textaufgaben festgestellt, insbesondere bei Viert- und Fünftklässler:innen (Myers et al. 2023). Außerdem ergeben solche Interventionen oft stärkere Effekte, wenn sie z. B. durch ein gezieltes metakognitives Training (Desoete et al. 2003) ergänzt werden.

1.2 Metakognition beim mathematischen Problemlösen

Über die kognitiven Prozesse bei der Bearbeitung der Aufgabe hinaus sind Planung, Monitoring und Reflexion der Denk- und Lernprozesse während des Problemlösens von besonderer Bedeutung. Diese Aktivitäten werden unter dem Begriff Metakognition zusammengefasst. Metakognition erhöht die Effektivität von Denk- und Lernprozessen (Sjuts 2022), hat eine hohe Effektstärke auf den Lernerfolg (Hattie 2023), und Interventionsstudien zeigen, dass Metakognition gut trainierbar ist (z. B. Sercenia & Prudente 2023). Basierend auf dieser starken Evidenz wird international in der Mathematikdidaktik viel diskutiert, wie sich die Potenziale von Metakognition im Mathematikunterricht gut nutzen lassen (Boaler et al. 2023). Der Begriff Metakognition geht zurück auf Flavell (1976) und meint das Denken über das (eigene) Denken. Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) entwickelten ein Kategoriensystem zur Klassifikation von metakognitiven Aktivitäten in Unterrichtsgesprächen aus dem Mathematikunterricht. Beim Kategorisieren der Aktivitäten in Unterrichtstranskripten unterscheiden sie farblich zwischen **Planung**, **Monitoring** und **Reflexion** (Cohors-Fresenborg & Kaune 2007, Cohors-Fresenborg et al. 2014). Dabei bedeutet **Planung** im Kontext von Problemlösen, sich (Zwischen-)ziele zu setzen und geeignete Strategien zu wählen, um diese zu erreichen. **Monitoring** bezeichnet die Kontrolle und Überwachung des Lernfortschritts während des Lernprozesses mit dem Ziel, Strategien oder Lösungswege bei Bedarf anzupassen. **Reflexion** kann sich auf erreichte (Zwischen-)ergebnisse, Analogien, Begriffe, Argumente und Darstellungen beziehen.

Beim mathematischen Problemlösen ist **Metakognition** besonders wichtig: Werden einzelne Schritte gezielt **geplant**, **überwacht** und **reflektiert**, kann der

Lösungsprozess stringenter gestaltet werden. Mangelt es hingegen an **metakognitiven** Kompetenzen, werden Problembearbeitungsprozesse schnell zu sogenannten „wild-goose-chase“-Prozessen (Schoenfeld 1985, 1992). Solche Prozesse sind dadurch charakterisiert, dass die Lernenden das Problem lesen, eine bestimmte Richtung einschlagen und diese Richtung unreflektiert beibehalten, bis die vorhandene Zeit aufgebraucht ist (Schoenfeld 1992; Rott 2013; Herold-Blasius 2024). Derartige wenig zielführende Prozesse sind auch im Kontext von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zu beobachten. Als mögliche Stellschraube zur Vermeidung dieses Musters sehen wir die Aufgabe der Lehrkraft darin, **metakognitive** Aktivitäten bei den Kindern gezielt anzuregen und **Planung**, **Monitoring** und **Reflexion** von Lösungsprozessen stringent einzufordern, bis sie diese Aktivitäten im Laufe der Förderung irgendwann eigenständig übernehmen. Studien belegen, dass **metakognitive** Kompetenzen durch gezieltes Training erlernt und verbessert werden können und dieses metakognitive Training auch bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen die Problemlösekompetenzen nachhaltig steigern kann (Cornoldi et al. 2015; Pennequin et al. 2010). Metakognitive Aktivitäten ermöglichen eine flexiblere Anwendung von Wissen und eine effektivere Entwicklung und Nutzung von Problemlösestrategien. So fördern sie nicht nur ein tieferes mathematisches Verständnis, sondern ebenso allgemeine Lernstrategien.

2. Problemlösen in der Praxis

Das Potenzial, das die hier skizzierte Evidenz zur Förderung von Problemlösekompetenzen und Metakognition aufzeigt, wird in der Grundschulpraxis bisher kaum genutzt (Herold-Blasius 2019). Um einen Beitrag zur Überwindung dieser Kluft zwischen Wissenschaft und Praxis zu leisten, berichten wir nachfolgend über ein praktisches Förderkonzept und über zwei Fallbeispiele aus Klasse 4: einen Jungen mit einem diagnostizierten sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf Lernen und ein Mädchen, das zwar keine formale Diagnostik durchlaufen hat, aber in der Regelklasse durch besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auffällt. Die Kinder haben im Rahmen von fünf Fördersitzungen an unterschiedlichen mathematischen Problemen gearbeitet und dabei verschiedene Prozesse durchlaufen.

2.1 Mehrteiliges Problemlöseförderkonzept für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Im Kontext des Projekts „ProStrategIn: Mathematisches Problemlösen mit Strategieschlüsseln bei inklusiven Schüler:innen fördern“ (Projektlaufzeit: 2022-2024, gefördert durch die TU Young Academy) wurde ein Problem-

löseförderkonzept entwickelt und durchgeführt. Ziel des Projekts war es, ein Förderkonzept für das mathematische Problemlösen bei leistungsschwachen Schüler:innen zu entwickeln, zu erproben und empirisch zu begleiten. Die Förderung bestand aus insgesamt fünf Fördereinheiten (Tabelle 1), die jeweils videografiert wurden. Jede Fördersitzung dauerte etwa 30 bis 45 Minuten, wurde in einem separaten Raum der Schule und durch die erste Autorin dieses Beitrags durchgeführt. Nach der Förderung wurde ein Abschlusstest mit strukturgleichen Aufgaben zur Förderung durchgeführt.

Die Fördereinheiten¹ bestanden aus jeweils vier Elementen:

- **Strategieschlüssel:** Es gibt acht schlüsselförmige Hilfskarten mit allgemeinen, strategischen Impulsen darauf (Abb. 1). Diese Strategieschlüssel haben sich in empirischen Arbeiten als nützlich erwiesen, um sowohl den Einsatz von Heuristiken als auch metakognitive Aktivitäten wie das Wechseln einer Strategie zu triggern (Herold-Blasius 2021, 2024). Am Ende jeder Fördereinheit wurde der Schlüssel der jeweiligen Einheit zum Schlüsselbund hinzugefügt (Herold-Blasius et al. 2023).



Abbildung 1: Strategieschlüssel als Schlüsselbund

- **Erklär- und Aufgabenvideos:** Jede Fördereinheit beginnt mit einem *Erklärvideo*, in dem der Strategieschlüssel der jeweiligen Einheit eingeführt und an einer Aufgabe exemplarisch gezeigt wird, wie die Strategie angewendet werden könnte (Renkl 2017; Schmidt-Weigand et al. 2009). Die zweite Aufgabe einer jeden Einheit wurde als *Aufgabenvideo* angeboten, in dem die Aufgabe vorgelesen und mit bewegten Bildern dargestellt wurde (Walter 2022). So wurde der Aufgabenkontext dynamisch visualisiert und leichter verständlich aufbereitet.
- **Bewegungspause:** Zwischen den zumeist zwei bearbeiteten Problemen pro Fördereinheit wurde eine Bewegungspause integriert. Sie dauerte 3

¹ Das Training (inkl. Erklärvideos und Kopiervorlagen für die Strategieschlüssel) ist frei zugänglich unter: <https://www.wold.mathematik.tu-dortmund.de/sites/herold-blasius/problem-loesen-foerdern>

bis 5 Minuten und sollte die Aufmerksamkeit und Konzentration erhöhen (Harris et al. 2018).

- **Aufgabenheft:** Im Aufgabenheft wurden alle mathematischen Probleme der gesamten Problemlöseförderung bereitgestellt. Darin sollten die Schüler:innen ihre Prozesse und Ergebnisse dokumentieren.

2.2 Raupen- und Schneckenauflage

In der Fördereinheit wurden die folgenden zwei strukturgleichen Problemlöseaufgaben (Rasch, 2006) bearbeitet:

Raupenaufgabe (2. Sitzung):

Die kleine Raupe kriecht eine Mauer hoch.

Am Tag schafft sie sechs Meter.

In jeder Nacht rutscht sie drei Meter wieder runter.

Fünf Tage dauert der Weg, bis die Raupe oben an der Mauer angekommen ist.

Wie hoch ist die Mauer?

(Lösung: 18 Meter)

Schneckenauflage (Abschlusstest):

Eine Schnecke fällt in einen tiefen Brunnen.

Jeden Tag klettert die Schnecke den Brunnen vier Meter hoch.

In der Nacht rutscht sie dann wieder zwei Meter runter.

Nach dem zwölften Tag ist sie oben am Brunnenrand angekommen.

Wie tief ist der Brunnen?

(Lösung: 26 Meter)

Durch die strukturelle Gleichheit der beiden Aufgaben eignen sich die gleichen Heuristiken zur Bearbeitung, z. B. das Erstellen einer Tabelle oder einer Skizze bzw. informativen Figur. Es ist auch denkbar, im schrittweisen Vorgehen (Vorwärtsarbeiten) ein Muster zu erkennen und dieses zu nutzen.

2.3 Fallbeispiel Rahim² (Raupen-Aufgabe)

Rahim ist ein Viertklässler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf. Er lernt an einer regulären Grundschule in besonders herausfordernder Lage in Nordrhein-Westfalen. Er wurde im Rahmen des Projekts Strategien gefördert. Zwei seiner Problembearbeitungsprozesse werden nachfolgend dargestellt.

Rahim hat das Aufgabenvideo zur Raupen-Aufgabe angeschaut, zeigt aber Schwierigkeiten bzgl. des Aufgabenverständnisses. Folglich präsentiert die Interviewerin den Sachverhalt der Aufgabe erneut, indem sie einen Dar-

² Die Namen aller in diesem Beitrag genannten Schüler:innen sind gemäß den Einverständniserklärungen anonymisiert. Geschlecht und kultureller Hintergrund sind beibehalten.

stellungswechsel anregt, hier vom Text auf eine Skizze (Tabelle 1). Diese Skizze wird dann genutzt, um den Weg der Raupe auch für die kommenden Tage zu visualisieren (Z. 3-5). Rahim signalisiert durch seine Äußerungen (Z. 2, 4 und 6), dass er dem Vorgehen folgt und es nachvollziehen kann. In Zeile 6 scheint Rahim die Aufgabe verstanden zu haben. Die Interviewerin fordert ihn nun erstmals auf, den Lösungsprozess zu übernehmen (Z. 7). Er beginnt zu raten und wirft verschiedene Zahlen in den Raum (Z. 8, 10 und 12). Die Interviewerin legt aber Wert darauf, dass er verstanden hat, wie es zum Ergebnis des zweiten Tages kommt und erläutert den Weg der Raupe an der zuvor angefertigten Skizze (Z. 11). Die Interviewerin muss den Prozess insbesondere zu Beginn noch stark anleiten, um zunächst die kognitiven Prozesse zum Verstehen der Aufgabe anzuregen. Im Verlauf der Bearbeitung involviert sie Rahim zunehmend in den Bearbeitungsprozess.

1	I:	Schau mal Rahim, ich möchte dir das einmal zeigen (<i>nimmt einen Stift und greift nach dem Heft</i>), damit du dir das richtig gut vorstellen kannst. (.) Also wir haben diese Mauer, ne? (<i>beginnt eine Skizze</i>) Ich weiß nicht, wie hoch die ist (..). Und jetzt ist hier diese kleine Raupe (<i>zeichnet die Raupe</i>).	
2	R:	Mhm. (<i>reibt sich die Stirn und das Auge</i>)	
3	I:	Und die geht hier mal, (.) ah, ich mach das besser hier dann siehst du es besser, zwei vier sechs (<i>trägt dies auch in dem Bild ein</i>) Schritte hoch. (..) Am Tag. (...) Und dann geht die hier drei Meter wieder runter (<i>trägt dies im Bild ein</i>). In der Nacht. (..) Hier ist sie bei sechs Metern (<i>trägt dies ein</i>) und hier ist sie dann bei drei Metern, das hast du schon genau richtig gesagt.	M
4	R:	Mhm.	
5	I:	Das ist der erste Tag. (<i>schreibt das an die Figur dazu</i>) Am zweiten Tag startet sie hier (<i>legt den Stift auf die passende Stelle</i>) und jetzt klettert sie wieder sechs Meter hoch. (<i>zeichnet dies ein</i>) Am Tag. Wo ist sie dann hier?	
6	R:	(...) Ist sie dann also hier ne?	
7	I:	#Ja. (..) Wie viele Meter ist sie dann geklettert insgesamt schon?	
8	R:	Sechs. Ja.	
9	I:	Ja das schon, aber sie ist	M
10	R:	#Neun.	
11	I:	#Hier bei drei gestartet, genau, dann ist sie jetzt bei neun Metern angekommen. Und rutscht aber wieder drei runter in der Nacht. (<i>zeichnet dies ein</i>) Das heißt wo kommt sie dann an?	
12	R:	(..) Bei zwölf, wenn sie hoch.	
13	I:	#Sie rutscht ja runter. Sie rutscht in der Nacht ja runter.	
14	R:	Ja das bei sechs Zentimetern. (<i>seufzt</i>)	

15	I:	Bei sechs Metern, genau. <i>(trägt dies ein)</i> So das ist der zweite Tag.	M
16	R:	#Dann ist sie nach, dann ist sie zwölf. <i>(streckt sich)</i>	
17	I:	(...) Zwölf Meter.	
18	R:	#Und neun runter. <i>(streckt sich und gähnt)</i>	
19	I:	Mhm. <i>(ergänzt weitere Informationen in dem Bild)</i> Neun Meter und dann ist wieder Nacht. Das ist der dritte Tag.	
20	R:	<i>(5 sec)</i> Dann dann ist sie 18 hochgegangen. <i>(I trägt dies ein)</i> Und zwölf und äh 18 ist sie hochgegangen. <i>(lehnt den Kopf nach hinten)</i>	
21	I:	Wie weißt du das jetzt? <i>(9 sec Pause, Rahim richtet dabei den Blick auf das Heft)</i> Wie weißt du jetzt wie kommst du jetzt auf 18?	fR
22	R:	(..) Ist. (...) 15 noch da. <i>(haut die Hand auf das Heft)</i>	
23	I:	<i>(trägt dies in das Heft ein)</i> Und	
24	R:	#Äh zwölf. Und die die darunter.	M
25	I:	<i>(ergänzt das Bild)</i> So den letzten malst du selber ein <i>(ergänzt das Bild und legt den Stift auf das Heft)</i> .	
26	R:	<i>(seufzt leise, nimmt den Stift und ergänzt den nächsten Tag)</i> Dann ist die Mauer 18 Zentimeter hoch.	
27	I:	18 Meter hoch. Warum?	M fR
28	R:	<i>(7 sec)</i> Weil (..) weil die hoch ist? Also 18 Meter hoch ist?	
29	I:	(...) Ja sie könnte ja nachts nochmal runterrutschen jetzt, hast du aber nicht gesagt, sie rutscht nachts nochmal runter.	R M

Tabelle 1: Transkript von Rahims Bearbeitung der Raupen-Aufgabe (mit Kennzeichnung von metakognitiven Aktivitäten (*Planung*, *Monitoring*, *Reflexion*) sowie Aufforderungen zu eben diesen (*fP*, *fM*, *fR*) in der rechten Spalte (Schüleraktivitäten mit **Fett**druck))³

³ Diese Kennzeichnung entspricht einer stark vereinfachten Form der Kategorisierung in Anlehnung an das o. g. Kategoriensystem von Cohors-Fresenborg & Kaune (2007), das in vollständiger Form im vorliegenden Band (Cohors-Fresenborg 2025) sowie online zu finden ist: https://www.mathematik.uni-osnabrueck.de/fileadmin/didaktik/Projekte_KM/Kategorien-system_DE.pdf. Die hier verwendete Kennzeichnung bezieht sich nur auf die metakognitiven Oberkategorien des Kategoriensystems und die Aufforderungen zu ebendiesen. Damit erlaubt sie keine Rückschlüsse auf die Art oder die Intensität der metakognitiven Aktivitäten. Obwohl die Kennzeichnungen der drei Transkripte in diesem Beitrag von zwei – mit dem ausführlichen Kategoriensystem gut vertrauten – Ratern durchgeführt wurde, können die Kennzeichnungen nur als grobe Orientierung dienen, nicht aber als Kategorien mit dem wissenschaftlichen Anspruch der Systematik einer qualitativen Inhaltsanalyse. Dazu sei auf die genannte Originalliteratur der Arbeitsgruppe für Kognitive Mathematik der Universität Osnabrück verwiesen (z. B. Cohors-Fresenborg & Kaune 2007, Cohors-Fresenborg et al. 2014, Cohors-Fresenborg 2025, Nowińska 2016, Winkel 2012).

Ist sich Rahim sicher, werden seine Aussagen in die Skizze übertragen (Z. 15). Den letzten Lösungsschritt (also den letzten Tag) soll er eigenständig realisieren (Z. 25). Er kommt am Ende zwar auf das richtige Ergebnis, kann es aber nicht begründen. Die Interviewerin leitet sehr stark durch den Prozess und fordert Rahim dabei auch bereits zu **metakognitiven** Aktivitäten auf (Z. 21 und 27). Rahim kommt diesen Aufforderungen hier in der zweiten Fördersitzung jedoch noch nicht nach. Auf Schülerseite sind metakognitive Aktivitäten nur marginal erkennbar (Z. 24). Die Fragen der Interviewerin beantwortet Rahim mit sehr kurzen Antworten und scheint sich dabei auch nicht immer sicher zu sein (Z. 22 und 24). Er nennt immer wieder Zahlen, die zwar im Zusammenhang mit der Aufgabe stehen. Er kann diesen Zusammenhang aber nicht explizieren.

Was im Video noch deutlicher wird als hier im Transkript, ist seine kontinuierliche Müdigkeit. Er gähnt immer wieder und zeigt durch seine Körpersprache sehr deutlich Langeweile und Desinteresse. Rahim wartet, bis die Interviewerin ihm die Aufgabe nochmal erklärt und ihm kleinschrittig Lösungsideen von außen anbietet. Dennoch gelingt es ihm in der Fördersitzung, die ganze Zeit bei der Sache zu bleiben, bis die Aufgabe gelöst ist.

2.4 Fallbeispiel Rahim (Schnecken-Aufgabe)

Auch die Schnecken-Aufgabe in der letzten Sitzung wird Rahim über ein Aufgabenvideo vorgelesen und visuell begleitet. Diesmal wird nicht die Interviewerin, sondern Rahim zuerst aktiv (Tabelle 2). Er verfolgt nach dem Lesen bzw. Hören der Aufgabe direkt einen Plan und scheint sich an die Raupen-Aufgabe zu erinnern, was durch die Versprecher „Mauer“ anstatt von Brunnen vermutet wird. Er weiß, was er machen möchte, verbalisiert seinen Plan (Z. 3 und 5), kommt aber rechnerisch an seine Grenzen (Z. 6). Er initiiert den Rechenprozess und wird dann von der Interviewerin bei der Umsetzung der Viererreihe bzw. beim Zählen in 4er-Schritten unterstützt (Z. 8 und 9). Rahim rechnet hier erst den Weg, den die Schnecke hochklettern würde ohne Hinunterrutschen. Ein kurzer Impuls der Interviewerin zum Runterrutschen (Z. 14) reicht hier, um Rahim zum **Überprüfen** seines Lösungsweges anzuregen (Z. 15) und ihn danach systematisch weiter zu verfolgen, bis er zum richtigen Ergebnis kommt.

Rahim zeigt hier, dass er eine schrittweise Rechnung nachvollziehen und aktiv begleiten kann (Z. 9). Auch vollzieht er das Zählen in Zweierschritten eigenständig, wenngleich ihm hier der Zehnerübergang nicht gelingt (Z. 15).

1	R: (5 sec nach Ende des Videos) Also sie geht immer (schreibt 66 sec und murmelt dabei zwischendurch) (unverständlich) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (schreibt) 7 (schreibt 54 sec) Ja, 12, 8. Die Mauer ist, warte, das hier sind 8 hier dazu 9, 10, 11, 12, 13 ne. (unverständlich) (zählt mit den Fingern) Hä. (...).	
2	I: Ja?	
3	R: Ähm, jetzt muss ich nur die 4 zusammen ähm machen.	P
4	I: Mhm.	
5	R: Und dann habe ich schon die Lösung.	
6	I: Und dabei möchtest du Hilfe?	
7	R: (unverständlich) Die hier zusammen sind 8	
8	I: # 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52	
9	R: # 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 (Rahim zählt leise mit, aber spricht eher der Interviewerin nach)	
10	I: 52	
11	R: Ja.	
12	I: Wären es jetzt.	
13	R: Ja.	
14	I: Was ist denn mit dem Runterrutschen?	fM
15	R: Runterrutschen, dann müssten wir noch hm 2 da wegnehmen. Dann wären es 50, 58, 56	M
16	I: 40, 50, 48	
17	R: # 48, 48	
18	I: # Und hier auch einer, oder?	
19	R: Ähm. Die sagt 2	
20	I: # 46, 44, 42, 40, 38, 36, 34, 32, 30, 28, 26	
21	R: # (eher unverständlich, aber murmelt wahrscheinlich die Zahlen der Interviewerin mit). 26 Meter. Also, ja, ähm, Zentimeter hoch.	M
22	I: Die Mauer ist 26 Meter hoch?	M
23	R: Mhm.	
24	I: Dann schreib mir das doch mal in den Antwortsatz.	

Tabelle 2: Transkript von Rahims Bearbeitung der Schnecken-Aufgabe (mit Kennzeichnung von metakognitiven Aktivitäten (**P**lanung, **M**onitoring, **R**eflexion) sowie Aufforderungen zu eben diesen (**fP**, **fM**, **fR**) in der rechten Spalte (Schüleraktivitäten mit **F**ettdruck))

Diese Problembearbeitung ist dadurch gekennzeichnet, dass Rahim hier aktiv die Verantwortung für den Lösungsprozess übernimmt, die im ersten Transkript noch die Interviewerin übernommen hatte. Auf der kognitiven Ebene beim Addieren und Subtrahieren ist er merklich herausgefordert, aber über die Unterstützung beim Rechnen hinaus braucht er nur einzelne, wenige Aufforderungen (z. B. Z. 14), um den Transfer von der Raupenaufgabe auf die

Schneckenaufgabe zu leisten. Für einen Schüler mit dem Förderschwerpunkt Lernen halten wir das für eine beachtliche Leistung. In dieser fünften Fördersitzung durchläuft er keinen wild-goose-chase Prozess, sondern **plant** eine Strategie, wendet diese an, justiert sie nach einem kurzen Impuls der Interviewerin nach und reguliert den Lösungsprozess dann über weite Teile eigenständig bis zum Ende.

2.5 Vögel-und-Stämme-Aufgabe – Einsatz von Strategieschlüsseln

Die schwierigste Mathematikaufgabe der höchsten Kompetenzstufe, die im Berichtsband zur TIMSS-Grundschulstudie veröffentlicht wurde, wurde international von 14 % und national in Deutschland von 9 % der Kinder richtig gelöst (Selter et al. 2024, S. 71). Im Vergleich zu dieser TIMSS-Aufgabe mit Bananen und Pflaumen weist die von uns ausgewählte Aufgabe mit Vögeln und Stämmen zusätzliche schwierigkeitsgenerierende Merkmale auf (Cohors-Fresenborg et al. 2004), die uns begründet annehmen lassen, dass sie für Grundschulkinder noch schwieriger ist als die TIMSS-Aufgabe. Die Vögel-und-Stämme-Aufgabe wurde in der Literatur v. a. im Kontext mathematisch begabter Grundschulkinder diskutiert (Bauersfeld 2002, Bardy & Bardy 2020). Von diesen Kindern wird sie häufig durch Probieren gelöst (Bardy & Bardy 2020). In Anlehnung an Bauersfeld (2002, S. 6) lautet die Aufgabe für diesen Beitrag:

Wenn auf jedem Stamm ein Vogel sitzt,
dann hat ein Vogel keinen Platz und bleibt übrig.
Wenn immer zwei Vögel auf einem Stamm sitzen,
dann bleibt ein Stamm übrig.

Wie viele Vögel und wie viele Stämme sind es?

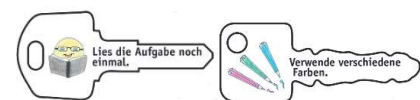


Abbildung 2: Strategieschlüssel
Lesen und Färben

Die Aufgabe besteht aus zwei Sätzen mit kurzen Wörtern und kleinen Zahlen und einer anschließenden Wie-viele-Frage. Fachlich setzt die Aufgabe kein mathematisches Wissen voraus, das über Klasse 1 hinaus geht und dennoch finden auch Grundschulkinder, die beim Mathematiklernen ansonsten keine besonderen Schwierigkeiten zeigen, aber keine Problemlöseförderung erhalten haben, es schwierig, einen Lösungsansatz zu finden.

Bevor wir den erfolgreichen Problemlöseprozess einer Viertklässlerin mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen betrachten, die eine Problemlöseförderung mit den Strategieschlüsseln erhalten hat, werden wir aufzeigen, wieviel Potenzial die Aufgabe für unterschiedlichste kreative Lösungswege bietet, wenn Kinder gelernt haben, die Strategieschlüssel systematisch einzusetzen.

Zwei Strategieschlüssel haben wir oben schon vorweggenommen (Abb. 2). Zum einen ist es sicher hilfreich, die ursprünglich einfarbig geschriebene

Aufgabenstellung mehrfach zu lesen und sich klarzumachen, was die Wenn-dann-Aussagen bedeuten. Sobald dabei erkannt wird, dass es sich um zwei getrennte Aussagen handelt, die beide erfüllt werden sollen, bietet sich der Strategieschlüssel „Verwende verschiedene Farben.“ an, der in dieser Aufgabe mit allen weiteren Strategieschlüsseln kombinierbar ist.

Mathematischer Hintergrund: Die Aufgabe besteht darin, ein umgangssprachlich formuliertes lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten im Zahlenraum von kleinen natürlichen Zahlen zu lösen (Abb. 3). Gesucht ist deren Schnittpunkt.

Eine Mittelstufenschüler:in mit Basiskompetenzen beim Darstellen linearer Funktionen im Koordinatensystem könnte einen grafischen Lösungsweg entwickeln (Abb. 3). Sind die umgangssprachlichen Sätze einmal in die symbolische Sprache, hier also in Gleichungen übersetzt, entspricht der Weg bereits einer Routinelösung für diesen Aufgabentyp, der sich systematisch auf analoge Aufgaben mit größeren Zahlen und ähnlichen Aussagen übertragen lässt. Für eine Mittelstufenschüler:in mit Basiskompetenzen im Bereich der elementaren Algebra reduziert sich die Aufgabe nach dem Übersetzen in eine symbolische Darstellung zu einer Routineaufgabe, die algebraisch lösbar ist. Nach einer Übersetzung der beiden Aussagen über die Anzahlen von Vögeln und Stämmen in die formale bzw. symbolische Sprache der Mathematik wird ein lineares Gleichungssystem sichtbar, das dann algorithmisch z. B. mit dem Gleichsetzungsverfahren lösbar ist.

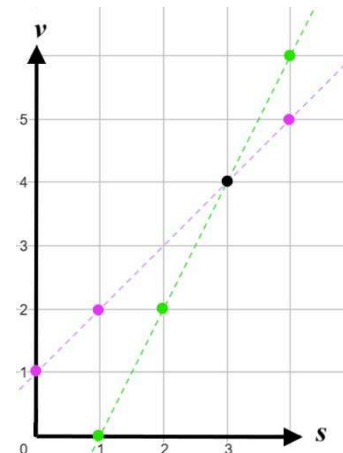


Abbildung 3: Graphische Lösung des linearen Gleichungssystems als Schnittpunkt zweier Geraden im Punkt (3, 4)

Gleichung I: $v = s + 1$

Gleichung II: $v = 2(s - 1)$

$I=II: s + 1 = 2(s - 1) \Leftrightarrow s = 3$

Daraus ergibt sich $v=4$. Also sind es 4 Vögel und 3 Stämme.

Grundschulkindern stehen die hilfreichen mathematischen Werkzeuge der Algebra noch nicht zur Verfügung, sodass die Aufgabe für sie eine anspruchsvolle Problemlöseaufgabe ist, die z. B. durch systematisches Probieren lösbar ist (Bardy & Bardy 2020).

Wendet ein Grundschulkind den Strategieschlüssel „Suche nach einer Regel.“ (Abb. 4) an, kann es damit zu Aussagen kommen, die den genannten Gleichungen umgangssprachlich entsprechen:

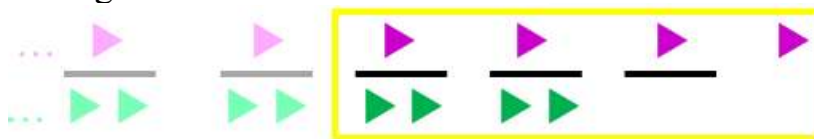


Abbildung 4: Strategieschlüssel Regelsuche und Färben

I: Es muss einen Vogel mehr als Stämme geben.

II: Es muss eine gerade Anzahl an Vögeln sein. Wenn ich von der Anzahl der Stämme einen abziehe und dann verdopple, habe ich die Anzahl der Vögel.

Der Strategieschlüssel „Male ein Bild.“ (Abb. 5) zielt auf ikonische Lösungswege ab. Unabhängig davon, wie weit die Kinder die Vögel und Stämme konkret malen oder abstrakter andeuten, können ganz unterschiedliche Varianten entstehen. In Anlehnung an eine minimalistische ikonische Lösung von Bardy & Bardy (2020, S. 135) könnte ein Lösungsweg mit diesem Strategieschlüssel z. B. so aussehen:



Die Dreiecke stellen hier die (Schnäbel der) Vögel dar und die schwarzen Striche die Stämme. Die Vögel aus dem ersten Satz werden darüber und die Vögel aus dem zweiten Satz werden hier unter den Stämmen skizziert.

Mit dem Strategieschlüssel „Finde ein Beispiel.“ (Abb. 5) wird im Allgemeinen nicht auf Anhieb die richtige Lösung gefunden, aber beim wiederholten Anwenden des Strategieschlüssels können Kinder zeichnerisch ausprobieren, bei wie vielen Stämmen es oben und unten mit der gleichen Zahl an Vögeln aufgeht (Lösung hier gelb umrandet).



Abbildung 5: Strategieschlüssel Malen, Beispiel und Färben

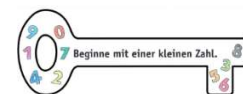


Abbildung 6: Strategisches Kleinen und Färben

Unabhängig davon, ob sie mit einer zu großen Zahl als Beispiel anfangen und dann schrittweise die Zahl an Stämmen reduzieren oder ob sie mit einer zu kleinen Zahl an Stämmen beginnen (Abb. 6) und diese schrittweise erhöhen, werden sie auf die Lösung kommen, wenn sie die jeweils passende Anzahl an Vögeln abgleichen.

Auch ohne Zeichnung können Grundschulkinder durch systematisches Probieren mit den gleichen Strategieschlüsseln auf die Lösung kommen. Die Lösungswege werden sich darin unterscheiden, wie formal und wie systematisch das Kind seine kognitiven Prozesse nach außen sichtbar macht.

5 Stämme	→6 Vögel	4 Stämme	→5 Vögel	3 Stämme	→4 Vögel ✓
	→8 Vögel		→6 Vögel		→4 Vögel

Wird mit einer kleinen Zahl begonnen, könnte der Weg ganz analog aussehen. In Lösungen von Kindern werden dabei nicht immer alle Zwischenschritte

sichtbar, weil manche nur gedanklich passieren oder beim Ausprobieren wegradiert werden.

Nach außen besonders systematisch sichtbar kann der Lösungsprozess bei der Kombination mit dem Strategieschlüssel „Erstelle eine Tabelle.“ (Abb. 7) werden, in die die jeweiligen Anzahlen schrittweise eingetragen werden.

Stämme	Vögel (= Stämme + 1)	Vögel (= Stämme -1, dann ·2)	Passt beides zusammen?
1	2	0	-
2	3	2	-
3	4	4	✓
4	5	6	-
5	...	...	-

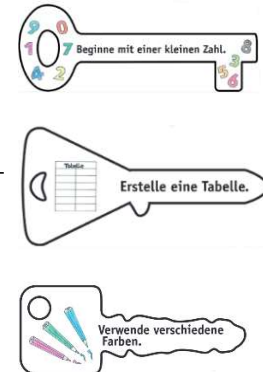


Abbildung 7: Strategieschlüssel kleine Zahl und Tabelle und Färben

Die Anwendung verschiedener Strategieschlüssel mit unterschiedlichen Darstellungsweisen ließe sich für diese Aufgabe noch weiterführen. Deutlich machen sollte die exemplarische Analyse der Lösungsmöglichkeiten, dass Strategieschlüssel zu einer Vielzahl möglicher und hilfreicher Lösungsansätze anregen können (Herold-Blasius 2024), gleichzeitig aber kein Kochrezept bieten, sondern diverse Lösungswege zulassen und der mathematischen Kreativität der Kinder keine Grenzen setzen (Boaler 2024). Je mehr Erfahrung Kinder mit Strategieschlüsseln beim Problemlösen sammeln, umso besser werden sie darin, passende Schlüssel auszuwählen, zu kombinieren und geschickt anzuwenden. Aber auch für fortgeschrittene Schüler:innen bleibt die Herausforderung, dies in immer neuer kreativer Weise zu tun (Herold-Blasius et al., im Review).

2.6 Fallbeispiel Nadia (Vögel-und-Stämme-Aufgabe)

Nadia ist Viertklässlerin an einer regulären Grundschule in Rheinland-Pfalz. Laut der Klassenlehrerin gehört sie in Mathematik zu den leistungsschwächsten Kindern der Klasse. Basierend auf den Aussagen der Lehrerin hat Nadia besondere Schwierigkeiten im Zahlverständnis bis 1 Million, beim Kopfrechnen und bei schriftlichen Rechenverfahren (z. B. Subtrahieren und Dividieren). Darüber hinaus fallen ihr das Verstehen und Lösen von Sachaufgaben sowie das Lösen von Zahlenrätseln schwer. Eine sonderpädagogische Diagnostik wurde bei ihr jedoch noch nicht durchgeführt.

Zusammen mit fünf weiteren Kindern hat sie an einer Förderung zum mathematischen Problemlösen mit Strategieschlüsseln teilgenommen. Die Förderung über fünf Sitzungen basiert auf dem expliziten Training zum Einsatz der

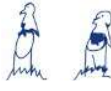
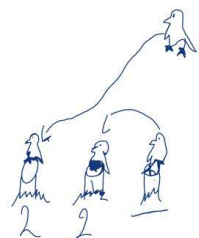
Strategieschlüssel des o.g. Projekts „ProStrategIn“ von Raja Herold-Blasius (Abschnitt 2.1). Anders als Rahim wurde Nadia nicht in Einzelsitzungen, sondern in Kleingruppen gefördert. Auch wurden ihr andere Problemlöseaufgaben angeboten. In der fünften Sitzung bearbeitet Nadia die Vögel-und-Stämme-Aufgabe. Die Förderung und das Interview wird von einer Lehramtsstudentin durchgeführt (Czubkowski 2025).

Zu Beginn klärt Nadia mit der Interviewerin, was ein Baumstamm ist. Danach liest sie die Sätze nochmal und schlägt dann vor, ein Bild zu malen. Dieses Vorgehen entspricht den Strategieschlüsseln „Lies die Aufgabe noch einmal.“ und „Male ein Bild.“ (Abb. 8). In ihrem ersten Lösungsversuch zeichnet sie zum ersten Satz der Aufgabe einen Baumstamm, auf dem ein Vogel sitzt und malt einen zweiten Vogel in die Luft. Daneben malt sie zum zweiten Satz einen Baumstamm mit zwei Vögeln darauf und danach einen weiteren Baumstamm. Nun zählt sie die Vögel und Baumstämme aus beiden Sätzen zusammen.

Die Interviewerin erklärt ihr, dass die Anzahl in beiden Sätzen gleich sein muss, aber die Vögel zwischen dem ersten und zweiten Satz hochfliegen und sich dann nochmal neu hinsetzen dürfen. Schrittweise fordert die Interviewerin Nadia auf, zu überprüfen, ob ihr Bild zum Text passt. Nadia stellt dabei fest, dass ihr Bild noch nicht zum ersten Satz passt. Sie kommt der Aufforderung zur Begründung nach und zählt die aktuelle Zahl an Vögeln. In ihrer Zeichnung sitzt auf einem Stamm kein Vogel, auf einem zweiten Stamm sitzen zwei Vögel, auf einem dritten Stamm ein Vogel. Und ein Vogel ist bereits in der Luft. Nadia scheint zu diesem Zeitpunkt noch kein Bewusstsein für die Lösung der Aufgabe zu haben. Um Nadia möglichst selbstständig auf die Lösung kommen zu lassen, verzichtet die Interviewerin bewusst darauf, hier einen abkürzenden Hinweis zu geben. Stattdessen fordert sie Nadia auf, ein neues Bild zum ersten Satz zu zeichnen. Der folgende Transkriptausschnitt umfasst die letzten drei Minuten von Nadias Lösung (Tabelle 3). Zu diesem Zeitpunkt ist sie bereits seit 10 Minuten mit dem Verstehen und ersten Lösungsversuchen der Aufgabe beschäftigt. Das vollständige Transkript zur Aufgabenbearbeitung findet sich in Czubkowski (2025).



Abbildung 8: Strategieschlüssel Lesen und Malen

118	I:	Mal dir mal ein Bild bitte zur ersten Aussage.		fP
119	N:	(malt einen Baumstamm mit einem Vogel drauf und danach einen weiteren Baumstamm mit einem Vogel drauf) Dann weiß ich ja nicht, wie viele Baumstämme und wie viele Vögel es gibt.		P R
120	I:	Du hast hier zwei Baumstämme gemalt.		
121	N:	Ja.		
122	I:	Wo jeweils ein Vogel drauf sitzt.		
123	N:	Ja.		
124	I:	Und zur ersten Aussage fehlt da noch was?		fM
125	N:	Ah, ja. Hier kommt ein Vogel. Der ist in der Luft. (malt einen Vogel oben drüber) So. Vogel.		M
126	I:	Wenn du jetzt die gleichen Vögel und Baumstämme nimmst und die umordnest, zur zweiten Aussage?		fM
127	N:	Ja.		
128	I:	Probier das mal.		
129	N:	Dann kommt der (zeigt auf den Vogel in der Luft) hier hin. (zeigt auf den rechten Baumstamm)		M
130	I:	Mhm.		
131		Dann der (zeigt linken Vogel) da. (zeigt rechten Baumstamm) Nee warte, der da. (zeigt erst auf den Vogel in der Luft und dann auf den rechten Baumstamm) Dann brauche ich noch einen Vogel. (zeigt auf den linken Baumstamm mit einem Vogel drauf)		
132	I:	Heißt, das passt so nicht?		fM
133	N:	Ja, das passt nicht.		M
134	I:	Heißt?		fM
135	N:	Dann brauche ich noch einen Vogel und einen Baumstamm. (malt einen Baumstamm rechts daneben) Ich mach jetzt den Vogel mal hier. (malt einen Vogel auf den rechten Baumstamm) Jetzt geht der Vogel hier hin. (malt einen Pfeil vom rechten Vogel zum mittleren Vogel) Der Vogel da hin. (malt einen Pfeil vom Vogel in der Luft zum linken Baumstamm/Vogel) Und dann bleibt dieser (malt einen Strich unter den rechten Baumstamm) Baumstamm übrig.		M
136	I:	Und auf den anderen Baumstämmen sitzen wie viele Vögel?		fM
137	N:	Da zwei (schreibt eine 2 unter den mittleren Baumstamm)		M
138	I:	Mhm.		
139	N:	Da auch noch zwei. (schreibt eine 2 unter den linken Baumstamm)		
140	I:	Passt das zur zweiten Aussage?		fM
141	N:	Ja.		M
142	I:	Und die erste Aussage?		fM
143	N:	Nein.		M

Strategieschlüssel als Werkzeug zur Förderung von Problemlösekompetenzen und Metakognition bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

144	I: Von dem, was du eben gezeichnet hast? Passt die?	fM
145	N: Ja, gerade eben, ja.	M
146	I: Ohne die Pfeile.	
147	N: Ja, ja.	
148	I: Bevor sie sich umverteilt haben. Passt auch?	fM
149	N: Ja.	M
150	I: Also?	fR
151	N: Eins, zwei, drei, vier. <i>[zeigt auf die Vögel und zählt sie durch]</i> Es sind vier Vögel und drei Baumstämme.	R
152	I: Ist das deine Lösung?	fM
153	N: Ja.	M

Tabelle 3: Transkript von Nadias Bearbeitung der Vögel-und-Stämme-Aufgabe (mit Kennzeichnung von metakognitiven Aktivitäten (*Planung*, *Monitoring*, *Reflexion*) sowie Aufforderungen zu eben diesen (*fP*, *fM*, *fR*) in der rechten Spalte (Schüleraktivitäten mit **Fett**druck)

Die kognitiven und metakognitiven Prozesse werden in Nadias Bearbeitung nach außen deutlich sichtbar, weil sie langsam arbeitet und dabei jeden Schritt sprachlich oder zeichnerisch begleitet. Ebenfalls deutlich sichtbar wird im Dialog, was die Förderung kennzeichnet. Die Aktivitäten der Interviewerin lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Aufforderung zur **Planung ihrer Zeichnung** (bzw. Strategieschlüssel „Male ein Bild.“) (Z. 118 und 126)
- Beschreiben der Zeichnung (Z. 120, 122 und 146)
- Aufforderung zum **Überprüfen der Passung** zwischen Zeichnung und Aufgabentext (bzw. Strategieschlüssel „Lies die Aufgabe noch einmal.“) (Z. 124, 132 140, 142, 144, 148 und 152)
- Aufforderung zur **reflektierenden Einschätzung** in Bezug auf die Aufgabenstellung (Z. 150)
- Aktives Zuhören „Mhm.“ oder einfache unspezifische Aufforderungen „Probier das mal.“ (Z. 128, 130 und 138)

Mit diesen Aufforderungen auf der Metaebene unterstützt die Interviewerin Nadias Problemlöseprozess, ohne ihr kognitive Lösungsschritte auf der inhaltlichen Ebene abzunehmen. Nadia lässt sich auf den Problemlöseprozess voll ein, indem sie den Aufforderungen zum **Planen**, **Überprüfen**, und **Reflektieren** jeweils nachkommt (z. B. Z. 124-129 und 139-144). In diesem Wechselspiel wird sichtbar, dass die Verantwortung für kognitive und metakognitive Aktivitäten, für Zeichnungen, für Lösungsideen und für Argumente in dieser Fördersituation weitgehend an die Schülerin selbst delegiert wird. Schritt für Schritt kommt Nadia so der Lösung für diese anspruchsvolle Problemlöseaufgabe immer näher.

3. Fazit

Ausgehend vom Forschungsstand wurde an zwei Fallbeispielen qualitativ aufgezeigt, wie Kinder trotz besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen gefördert werden können, mathematische Probleme erfolgreich zu lösen. Auch wenn die Kinder die für die Lösung notwendigen metakognitiven Prozesse noch kaum selbst initiieren, können sie mit einer gezielten Förderung zum Einsatz der Strategieschlüssel und einer expliziten Anregung zur Metakognition durchaus in der Lage sein, die kognitiven und metakognitiven Aktivitäten zu übernehmen, die zu einer erfolgreichen Problemlösung führen.

Die Transkripte bestätigen und veranschaulichen die entscheidende Bedeutung, die der Metakognition und dem Einsatz von Strategien beim Problemlösen zukommt. Diese helfen beim Verstehen der Aufgabe und beim Steuern der Denkprozesse. Das Anwenden der Strategieschlüssel bei verschiedenen Aufgaben kann Strategien und Strategiewechsel bewusstmachen, den Transfer zwischen strukturähnlichen Aufgaben anregen und die Kinder dabei unterstützen, zunehmend effektivere Wege zu entwickeln und anzuwenden. Eine enge Begleitung sowie eine Regulation von außen mit gezielten Aufforderungen zur Metakognition und zum Einsatz von Strategieschlüsseln scheint bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten anfangs notwendig zu sein, solange sie jene noch nicht selbst initiieren. Mit einer solchen Förderung und Unterstützung sowie einer Portion Geduld sind die Kinder aber durchaus in der Lage, mathematische Probleme erfolgreich zu lösen und ihre Lernziele zu erreichen. Rahim hat gezeigt, dass er trotz seiner sichtbaren Schwierigkeiten beim Addieren und Subtrahieren den Problemlöseprozess in der fünften Sitzung schon weitaus eigenständiger gestaltet hat, als es die zweite Fördersitzung hätte vermuten lassen. Nadia hat gezeigt, dass sie trotz der langen Zeit, die sie für das Verstehen und die ersten Lösungsansätze der Aufgabe gebraucht hat, nach entsprechenden Aufforderungen die notwendigen kognitiven und metakognitiven Prozesse beim Lösen einer anspruchsvollen Problemlöseaufgabe selbst übernehmen konnte. Weitere Untersuchungen sind notwendig, um zu sehen, wie diese Kinder im Laufe einer längerfristigen Förderung die Steuerung des Lösungsprozesses mit immer weniger Unterstützungen und Aufforderungen durch die Lehrkraft und zunehmend im Austausch mit Mitschüler:innen selbstständig organisieren können und dann die Strategieschlüssel selbst schon hinreichend Aufforderungscharakter haben, um zu metakognitiven Aktivitäten anzuregen.

Festzuhalten ist bereits jetzt im Abgleich der Transkripte mit der zuvor skizzierten Evidenz aus der Fachliteratur, dass das unter Lehrkräften verbreitete Vorurteil, dass Problemlösen nur etwas für leistungsstarke Kinder sei (Herold-

Blasius 2019) nicht haltbar ist. Kinder mit besonderen Schwierigkeiten brauchen eine besondere Förderung, haben aber im Mathematikunterricht genauso ein Recht auf die bestmögliche Förderung der Kompetenzen, die sie im 21. Jahrhundert mehr denn je zuvor brauchen werden.

Danksagung

Bedanken möchten wir uns bei den beiden Kindern, die wir hier Rahim und Nadia nennen, und bei deren Eltern für ihre Bereitschaft sowie für ihr Einverständnis, die mathematischen Problemlöseprozesse ihrer Kinder zu filmen und in mathematikdidaktischen Veröffentlichungen in anonymisierter Form zu teilen. Bei Sophie Czubkowski bedanken wir uns für die Erstellung und Bereitstellung des Transkriptausschnitts zum zweiten Fallbeispiel. Bei Prof. Dr. Christa Kaune bedanken wir uns für ihre Unterstützung bei den Ratings der metakognitiven Aktivitäten in den Transkripten und für ihr konstruktives Feedback zum Manuskript. Das Projekt ProStrategIn wurde von der TU Young Academy gefördert.

Literatur

- Bardy, T., & Bardy, P. (2020). *Mathematisch begabte Kinder und Jugendliche*. Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60742-8_5
- Bauersfeld, H. (2002). Das Anderssein der Hochbegabten: Merkmale, frühe Förderstrategien und geeignete Aufgaben. *Mathematica didactica*, 25(1), 5-16.
<https://doi.org/10.18716/ojs/md/2002.986>
- Boaler, J. (2024). *Math-ish: Finding creativity, diversity, and meaning in mathematics*. Harper-Collins.
- Boaler, J., Jones, L., Lai, Y., Nardo, J., & Schultens, J. (2023). Metacognition in the Mathematics Classroom. *Notices of the American Mathematical Society*, 71(1).
<https://doi.org/10.1090/noti2843>
- Bruder, R., & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Cornelsen Scriptor.
- Cohors-Fresenborg, E. (2025). Mechanismen von Metakognition und Diskursivität im Mathematikunterricht: Aufgabenerweiterungen und Aufgabenbearbeitungen in einer exemplarischen Analyse. In diesem Band.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007). *Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht*. Arbeitsbericht Nr. 44, Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

- Cohors-Fresenborg, E., Kaune, C., & Zülsdorf-Kersting, M. (2014). *Klassifikation von metakognitiven und diskursiven Aktivitäten im Mathematik- und Geschichtsunterricht mit einem gemeinsamen Kategoriensystem*. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J., & Sommer, N. (2004). Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland: Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000*, 109-144.
https://doi.org/10.1007/978-3-322-80661-1_7
- Cornoldi, C., Carretti, B., Drusi, S., & Tencati, C. (2015). Improving problem solving in primary school students: The effect of a training programme focusing on metacognition and working memory. *The British journal of educational psychology*, 85 3, 424-39.
<https://doi.org/10.1111/bjep.12083>
- Czubkowski, S. (2025). Förderung von Problemlösekompetenzen bei Grundschulkindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Unveröffentlichte Masterarbeit*, Universität Koblenz.
- Desoete, A., Roeyers, H., & Clercq, A. (2003). Can offline metacognition enhance mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 95, 188-200.
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.1.188>
- Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung* (2. Aufl.). Kohlhammer.
- Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Hrsg.) *The nature of intelligence* (pp. 231–236). Routledge.
- Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenböcker, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 47(111S). <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/issue/view/46/35>
- Gebel, I., Kuzle, A., & Sturm, N. (2023). „Status quo“ des Problemlöseunterrichts in der Grundschule: Wird der Kompetenzbereich (weiterhin) vernachlässigt? In N. Sturm, L. Baumanns, & B. Rott (Hrsg.), *Online-Herbsttagung 2021 des GDM-Arbeitskreises Problemlösen* (S. 131–149). WTM.
- Harris, H. B., Cortina, K. S., Templin, T., Colabianchi, N., & Weiyun, C. (2018). Impact of coordinated-bilateral physical activities on attention and concentration in school-aged children. *BioMed Research International*, 2018, 1–7.
<https://doi.org/10.1155/2018/2539748>
- Hattie, J. (2023). *Visible learning: The sequel: A synthesis of over 2,100 meta-analyses relating to achievement*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003380542>
- Herold-Blasius, R. (2021). *Problemlösen mit Strategieschlüsseln. Eine explorative Studie zur Unterstützung von Problembearbeitungsprozessen bei Dritt- und Viertklässlern*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-32292-2>

- Herold-Blasius, R. (2024). The role of strategy keys in enhancing heuristics and self-regulation in mathematical problem-solving: An explorative and empirical study with primary school students. *Investigations in Mathematics Learning*, 1-20.
<https://doi.org/10.1080/19477503.2024.2430135>
- Herold-Blasius, R., Holzäpfel, L., & Rott, B. (2019). Problemlösestrategien lehren lernen - Wo die Praxis Probleme beim Problemlösen sieht. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht. Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis* (S. 295–310). Springer Spektrum.
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3>
- Herold-Blasius, R., Kleinschmidt, H., & Ziller, C. (im Review). Occurrence, Suitability, and Application of Strategy Key Heuristics in Mathematical Problem Solving: Evidence from Repeated Measures of Secondary School Students. *Journal für Mathematik-Didaktik*.
- Herold-Blasius, R., Kneip, S., & Koenen, B. (2023). Strategieschlüssel und Erklärvideos. Problemlösen mit digitalen Hilfsmitteln. *Mathematik 5-10*, 62, 10–13.
- Kaitera, S., & Harmoinen, S. (2022). Developing mathematical problem-solving skills in primary school by using visual representations on heuristics. *LUMAT*, 10(2), 111–146. 10.31129/LUMAT.10.2.1696
- Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021). Mathematical Problem-Solving Through Cooperative Learning—The Importance of Peer Acceptance and Friendships. *Frontiers in Education*, 6. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.710296>
- KMK (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)*. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf
- Koichu, B., Berman, A., & Moore, M. (2007). Heuristic literacy development and its relation to mathematical achievements of middle school students. *Instructional Science*, 35(2), 99–139. <https://doi.org/10.1007/s11251-006-9004-3>
- MoE (2012). *Mathematics syllabus. Primary one to six. Implementation starting with 2013 primary one cohort*. Curriculum Planning and Development Division.
- Myers, J., Hughes, E., Witzel, B., Anderson, R., & Owens, J. (2023). A Meta-Analysis of Mathematical Interventions for Increasing the Word Problem Solving Performance of Upper Elementary and Secondary Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 16, 1–35.
<https://doi.org/10.1080/19345747.2022.2080131>
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Nowińska, E. (2016). *Leitfragen zur Analyse und Beurteilung metakognitiv-diskursiver Unterrichtsqualität*. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

- OECD (2023). *PISA 2022 Results (Volume I). The state of learning and equity in education*. PISA, OECD Publishing.
- Pennequin, V., Sorel, O., Nanty, I., & Fontaine, R. (2010). Metacognition and low achievement in mathematics: The effect of training in the use of metacognitive skills to solve mathematical word problems. *Thinking & Reasoning*, 16, 198–220.
<https://doi.org/10.1080/13546783.2010.509052>
- Perels, F., Gürtler, T., Schmitz, B. (2005). Training of self-regulatory and problem-solving competence. *Learning and Instruction*, 15(2), 123–139.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.04.010>
- Pólya, G. (1945). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Rasch, R. (2006). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Kallmeyer.
- Renkl, A. (2017). Learning from worked-examples in mathematics: students relate procedures to principles. *ZDM – Mathematics Education*, 49(4), 571–584.
10.1007/s11858-017-0859-3
- Rott, B. (2013). *Mathematisches Problemlösen: Ergebnisse einer empirischen Studie*. WTM.
- Rott, B., Bruder, R., Heinrich, F., & Bauer, C. (2023). Problemlösen lernen. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Eds.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 313–337). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_10
- Rott, B., & Gawlick, T. (2014). Explizites oder implizites Heuristentraining. Was ist besser? *Mathematica Didactica*, 37(2), 191–212.
<https://doi.org/10.18716/ojs/md/2014.1126>
- Salle, A., Getzin, M., & vom Hofe, R. (2020). Beurteilungen der Schwierigkeit von Mathematikaufgaben durch Schüler und Schülerinnen. *Mathematica Didactica*, 43(2), 149–174. <https://doi.org/10.18716/ojs/md/2020.1156>
- Schmidt-Weigand, F., Hänze, M., & Wodzinski, R. (2009). Complex problem solving and worked examples. The role of prompting strategic behavior and fading-in solution steps. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 23(2), 129–138.
<https://doi.org/10.1024/1010-0652.23.2.129>
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (S. 334–370). Macmillan.

- Selter, C., Walter, D., Heinze, A., Brandt, J. & Kasper, D. (2024). Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In K. Schwippert et al, TIMSS 2023. *Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Waxmann.
<https://doi.org/10.31244/9783830999591>
- Sercenia, J. C., & Prudente, M. S. (2023). Effectiveness of the metacognitive-based pedagogical intervention on mathematics achievement: A meta-analysis. *International Journal of Instruction*, 16(4), 561-578. <https://doi.org/10.29333/iji.2023.16432>
- Sinaga, B., Sitorus, J., & Situmeang, T. (2023). The influence of students' problem-solving understanding and results of students' mathematics learning. *Frontiers in Education*, 8, 1–9. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1088556>
- Sjuts, J. (2003). Metakognition per didaktisch-sozialem Vertrag. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 24(1), 18-40. <https://doi.org/10.1007/BF03338964>
- Sjuts, J. (2022). Metakognition innerhalb von Aufgaben und Aufgabenbearbeitungen in Mathematik. *Zeitschrift Für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*, 3. <https://doi.org/10.48648/r2r9-6d11>
- Sturm, N. (2018). *Problemhaltige Textaufgaben lösen. Einfluss eines Repräsentationstrainings auf den Lösungsprozess von Drittklässlern*. Springer Spektrum.
- Swanson, H., Orosco, M., & Lussier, C. (2014). The Effects of Mathematics Strategy Instruction for Children with Serious Problem-Solving Difficulties. *Exceptional Children*, 80, 149 - 168. <https://doi.org/10.1177/001440291408000202>
- Szabo, Z. K., Körtesi, P., Guncaga, J., Szabo, D., & Neag, R. (2020). Examples of problem-solving strategies in mathematics education supporting the sustainability of 21st-Century skills. *Sustainability*, 12(23), 1–28. <https://doi.org/10.3390/su122310113>
- Taguma, M., Makowiecki, K., & Gabriel, F. (2023). OECD learning compass 2030: implications for mathematics curricula. In *Mathematics Curriculum Reforms Around the World: The 24th ICMI Study* (pp. 479-509). Cham: Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_32
- Trilling, B., & Fadel, Ch. (2009). *21st century skills. Learning for life in our times*. Wiley.
- Walter, D. (2022). Mathematikunterricht mit digitalen Medien. Eine fachdidaktische Perspektive. In B. Brandt, L. Bröll, & H. Dausend (Eds.), *Digitales Lernen in der Grundschule III. Fachdidaktiken in der Diskussion* (pp. 19–39). Waxmann.
<https://doi.org/10.31244/9783830995913>
- Walter, D., & Rink, R. (2020). Multiple Repräsentationen und ihr Einfluss auf die Generierung eines Situationsmodells beim Sachrechnen. In S. Ladel, R. Rink, Ch. Schreiber, & D. Walter (Eds.), *Forschung zu und mit digitalen Medien im Mathematikunterricht –*

Befunde für den Mathematikunterricht der Primarstufe (S. 233–246). WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959871747.0>

Wilburne, J. M., & Dause, E. (2017). Teaching self-regulated learning strategies to low-achieving fourth-grade students to enhance their perseverance in mathematical problem solving. *Investigations in Mathematics Learning*, 9(1), 38–52.

<https://doi.org/10.1080/19477503.2016.1245036>

Winkel, K. (2012). *Entwicklungsmechanismen von Metakognition im mathematischen Unterrichtsdiskurs der Grundschule. Ein designbasierter Unterrichtsversuch über vier Schuljahre*. München: Dissertationsverlag Dr. Hut.

Ziegler, E.; Edelsbrunner, P., & Stern, E. (2018). The Relative Merits of Explicit and Implicit Learning of Contrasted Algebra Principles. *Educational Psychology Review*, 30, 531–558. <https://doi.org/10.1007/s10648-017-9424-4>